सर्वांना नमस्कार म्हणून आज मी कॅल्क्युलसमधील दोन अतिशय महत्त्वाच्या संकल्पना सुरू करणार आहे ज्यात फंक्शनची सातत्य आणि भिन्नता आहे, आतापर्यंत आम्ही एका बिंदूवर फंक्शनच्या मर्यादा म्हणजे काय याचा अभ्यास केला आहे आणि आम्ही ते पाहू.

बिंदूच्या फंक्शनची सातत्य आणि भिन्नता परिभाषित करण्यात मर्यादा मध्यवर्ती भूमिका बजावतात आणि त्यानंतरच्या व्याख्यानांमध्ये आपण या संकल्पनांचे बरेच अनुप्रयोग पाहू, म्हणून मी एका बिंदूवर सतत कार्य म्हणजे काय याचा अर्थ परिभाषित करण्यास सुरवात करू या, म्हणून मी काय करावे याबद्दल चर्चा करेन.

आमचा अर्थ एखाद्या बिंदूवर फंक्शनची सातत्य आहे म्हणून आम्ही नेहमी गृहीत धरू की f हे डोमेन d वर परिभाषित केलेले वास्तविक मूल्यवान फंक्शन आहे म्हणून समजा फंक्शन d डोमेनवर परिभाषित केले आहे जे r वास्तविक संख्येचा उपसंच आहे आणि समजा a d च्या मालकीचे आहे म्हणजे f हे फंक्शन a च्या f वर परिभाषित केले आहे म्हणून आम्ही म्हणू की f a वर सतत आहे जर a चे f हे x च्या f फंक्शनच्या मर्यादेइतके असेल तर x a च्या जवळ येईल म्हणून आठवते की xx च्या f मर्यादेसाठी a कडे जाण्यासाठी

x चे f फंक्शन

काही अंतराने परिभाषित केले पाहिजे ज्यामध्ये a समाविष्ट आहे म्हणून आम्ही म्हणतो की f वर सतत आहे a जर f x चा f असेल तर तो सतत आहे x a च्या बरोबरीची दोन अट प्रथम x च्या f

ची मर्यादा x च्या जवळ आल्यावर अस्तित्वात आहे म्हणून x च्या जवळ आल्यावर फंक्शनची सर्व मर्यादा प्रथम अस्तित्वात असली पाहिजे आणि a ची दुसरी f x च्या f च्या मर्यादेइतकी असली पाहिजे जसे x a ah जवळ येतो तेव्हा मी येथे सांगू इच्छितो की मर्यादेच्या अस्तित्वासाठी आपल्याला फंक्शनची व्याख्या काही मध्यांतरात करायची आहे ज्यामध्ये a असणे आवश्यक नाही परंतु x समान उजवीकडे असणे आवश्यक नाही

त्यामुळे मर्यादेसाठी आपल्याला फंक्शनची आवश्यकता नाही x बरोबर a बरोबर परिभाषित केले जावे परंतु सातत्य व्याख्या अशी आहे की a वरील फंक्शनचे मूल्य मर्यादेइतकेच असले पाहिजे म्हणून f सतत असण्यासाठी f x बरोबर fx वर सतत असण्यासाठी फंक्शनची व्याख्या करणे आवश्यक आहे आवश्यक

च्या a आणि f च्या बरोबरीने x वर x च्या जवळ x च्या f च्या मर्यादेच्या बरोबरी a a म्हणून आपण काही उदाहरणे उदाहरणे पाहू या , तर x च्या f चा विचार करू या जे x साठी

0 पेक्षा कमी आहे आणि x साठी 1 शून्याच्या बरोबरीचे आहे म्हणून जर तुम्ही आलेख काढला तर हे फंक्शन हे फंक्शन सर्व x ऋणासाठी शून्य आहे आणि x पेक्षा मोठ्या साठी शून्य fx समान आहे म्हणून हे माझे xy आहे आणि हा x च्या f च्या बरोबरीचा y चा आलेख आहे म्हणून येथे आपल्याला माहित आहे की येथे मर्यादा आहे x चा f x 0 च्या जवळ येतो हे अस्तित्वात नाही कारण x च्या f च्या शून्यावर डाव्या हाताची मर्यादा शून्य आहे जी शून्यावर उजव्या हाताची मर्यादा असलेल्या समान नाही

त्यामुळे मर्यादा अस्तित्वात नाही

त्यामुळे x चा f हा x बरोबर शून्यावर सतत नसतो जरी x चा f x बरोबर शून्यावर परिभाषित केला असला तरीही आमच्याकडे f शून्य म्हणजे एक आहे पण जर तुम्ही शून्याव्यतिरिक्त कोणताही बिंदू घेतला पण a शून्य बरोबर नसेल तर नंतर x a च्या जवळ आल्यावर x ची f मर्यादा a काटेकोरपणे सकारात्मक असल्यास 1 च्या बरोबरीची आहे आणि हे शून्य बरोबर आहे जर a काटेकोरपणे ऋण उजवीकडे असेल तर तुम्ही या आलेखावरून पाहू शकता की जर आपण कोणतेही a पॉझिटिव्ह मानले तर फंक्शन हा बिंदू a असलेल्या मध्यांतरात स्थिर असतो आणि म्हणून डाव्या हाताची मर्यादा आणि उजवा हात मर्यादा दोन्ही एक समान आहेत परंतु जर तुमचा a येथे कुठेतरी ऋण असेल तर या मध्यांतरात फंक्शन एकसारखेच शून्य आहे म्हणून a ची मर्यादा देखील शून्य आहे f जर a सकारात्मक असेल तर 1 आणि a जर ऋण असेल तर 0 असेल

तर फंक्शन x चा f हा x बरोबर शून्य उजव्या बरोबर इतर सर्व बिंदूंवर

सतत असतो तसेच x बरोबर x बरोबर अ च्या बरोबरीने x सतत नसला तरी आपण म्हणू की x चा f x च्या बरोबरीने खंडित आहे इतक्या अंतर्ज्ञानाने सातत्य म्हणजे निरंतरतेचा अंतर्ज्ञानी अर्थ काय?

जर आपण फंक्शनचा आलेख काढू शकलो आणि समजा आपल्याकडे हा बिंदू a आहे तर हा a बिंदूचा स्वल्पविराम f आहे, जर आपण y फंक्शनचा आलेख x च्या f बरोबर काढू शकतो तर x च्या f ची सातत्य

x सम al to a

म्हणजे आलेखावरील a च्या स्वल्पविराम f बिंदूजवळ आलेख तुटलेला नाही म्हणजे तुम्ही या फंक्शनचा आलेख या बिंदूजवळ a चा स्वल्पविराम f काढू शकता म्हणून तुमचा पेन उचलला नाही पण आम्ही ही अंतर्ज्ञानी व्याख्या सातत्यांचे प्रतिगमन करण्यासाठी पुरेशी नाही हे लक्षात येईल , उदाहरणार्थ , मागील उदाहरणासाठी 0 पेक्षा जास्त x साठी 1 आणि शून्यापेक्षा कमी x साठी 0 च्या बरोबरीचे fx किंवा आम्ही म्हंटले की शून्यापेक्षा जास्त म्हणजे ते एक आहे जर तुम्ही या बिंदूजवळ आलेख काढला तर तुम्हाला शून्यापेक्षा जास्त x साठी स्वल्पविराम दिसत असेल तर हा एक आहे परंतु x 0 पेक्षा कमी साठी तो 0 आहे.

त्यामुळे तुम्ही या फंक्शनसाठी हे तुटलेले नाही असे असू शकत नाही म्हणून येथे तुम्हाला आलेख प्रभाव दिसतो.

शून्य स्वल्पविराम जवळ आलेख तुटला आहे

म्हणून हे उदाहरण म्हणून मागील उदाहरण म्हणजे जेथे फंक्शन एका बिंदूवर सतत किंवा खंडित नव्हते कारण त्या बिंदूवर मर्यादा अस्तित्वात नव्हती परंतु पुढील उदाहरणात x चे फंक्शन जे equ आहे ते पाहू.

al ते 1 जर x 0 बरोबर नसेल आणि x बरोबर शून्य असेल तर हे फंक्शन शून्य वगळता सर्व बिंदूंवर एक आहे म्हणून आपण येथे एक खुले वर्तुळ काढू आणि हे मूल्य एक आहे आणि x बरोबर शून्य हे शून्य आहे तर हा x च्या f फंक्शनचा आलेख आहे

त्यामुळे या प्रकरणात पुन्हा अंतर्ज्ञानी अर्थ वापरून तुम्ही पाहू शकता की हा आलेख या बिंदूवर तुटलेला आहे शून्य स्वल्पविराम एक

त्यामुळे फंक्शन x समान शून्यावर चालू नाही जर तुम्ही येथे x ची f ची मर्यादा x 0 च्या जवळ
आल्यावर
पाहिली तर ती अस्तित्वात आहे आणि 1 च्या बरोबरीची आहे परंतु 0 वरील फंक्शनचे मूल्य 0 च्या बरोबरीचे आहे जे x च्या f च्या x च्या मर्यदिइतके नाही शून्यापर्यंत पोहोचते म्हणून x चे फंक्शन
x शून्याच्या बरोबरीने खंडित आहे म्हणून आपण दोन उदाहरणे पाहिली आहेत एकामध्ये फंक्शनची मर्यादा एका बिंदूवर अस्तित्वात नव्हती आणि म्हणून फंक्शन त्या बिंदूवर सतत असू शकत नाही दुसरे उदाहरण जेथे मर्यादा आहे अस्तित्वात फंक्शन त्या बिंदूवर परिभाषित केले आहे
परंतु मूल्य फंक्शनचे e हे मर्यदिच्या बरोबरीचे नाही
त्यामुळे त्या वेळी फंक्शन पुन्हा खंडित होते आता आपण हे उदाहरण पाहू या x चे x गुणिले साइन 1 बाय x च्या बरोबर आहे आणि कारण मी हे 1 बाय x लिहित आहे.
x बरोबर 0 साठी अर्थ नाही म्हणून मी हे x साठी फंक्शनचे मूल्य शून्य बरोबर नाही म्हणून परिभाषित केले आहे आणि हे x समान शून्यासाठी परिभाषित नाही म्हणून x साठी 0 च्या बरोबरीचे मी फंक्शनचे मूल्य परिभाषित करेन 0 असेल.
तर हे फंक्शन आहे जे 0 वर 0 आहे आणि कोणत्याही नॉन-झिरो x साठी फंक्शन x गुणिले sine 1 बाय x आहे, तर येथे तुम्ही काय म्हणू शकता f सतत x बरोबर शून्य आहे तर या प्रकरणात जर तुम्ही फंक्शनचा आलेख x गुणिले साइन एक बाय x ने काढण्याचा प्रयत्न केला तर ते ० बिंदूजवळ काढणे फार कठीण आहे कारण आपण ० च्या जवळ जाताना हे फंक्शन सायन १ बाय x ते सतत ओलांडत राहते, म्हणून मी येथे सांगतो.

आलेख काढणे अवघड आहे
त्यामुळे आलेख तुटला आहे की नाही हे पाहणे अवघड आहे पण let u   s जर शक्य असेल तर मर्यादा मोजण्याचा प्रयत्न करू पण x च्या 0 f वर जाणाऱ्या मर्यदिची मर्यादा आपण मोजू शकतो का x ची
गणना खालीलप्रमाणे केली जाऊ शकते मला असे वाटते की आपण हे उदाहरण कदाचित याआधी देखील पाहिले असेल तर i कसे करावे जेणेकरून मर्यादा अस्तित्वात असेल म्हणून जर तुम्ही x चा f पाहिला तर x चा mod f काय आहे ते पाहूया हे 1 बाय x च्या mod च्या x गुणिले sine च्या बरोबरीचे आहे जे mod x गुणा mod sin one by x पेक्षा कमी आहे आणि sine of one by one   x आपल्याला माहित आहे की ते नेहमी सर्वांसाठी वजा एक आणि एक दरम्यान असते x शून्याच्या बरोबरीचे नसते अर्थात x साठी शून्य बरोबर एक चिन्ह x ची व्याख्या केली जात नाही परंतु कोणत्याही x साठी शून्य समान नसते हे आपल्याला माहित आहे की y ची साइन नेहमी दरम्यान असते वजा एक आणि एक म्हणून mod sin one by x हे एका पेक्षा कमी आहे म्हणून mod चा x sin 1 by x हे mod x च्या बरोबरीचे आहे आणि अर्थातच हे आहे कारण आपण निरपेक्ष मूल्य mod घेत आहोत ते पेक्षा मोठे आहे 0 च्या बरोबरीचे.
आता आपण सँडविच प्रमेय पाहिला आहे म्हणून
x ची मर्यादा x च्या 0 वर जाणारी 0 आहे जी als आहे o डाव्या बाजूच्या 0 च्या मर्यदिच्या बरोबरीने x हे सँडविच प्रमेयाने 0 वर जात आहे x sin 1 by x ची मर्यादा x 0 वर जाते म्हणून आपण mod x sin 1 by x असे लिहू हे 0 च्या बरोबरीचे आहे आणि हे मर्यादा सूचित करते x s sin one by x देखील शून्य आहे म्हणून फंक्शनची मर्यादा म्हणून आपल्याकडे f 0 ची व्याख्या 0 च्या बरोबरीची आहे आणि हे x च्या f च्या मर्यदिइतके आहे कारण x 0 च्या जवळ येत आहे म्हणून सातत्य च्या व्याख्येनुसार
त्यामुळे x चा f हा x बरोबर शून्यावर सतत असतो म्हणून हे उदाहरण महत्त्वाचे आहे कारण येथे फंक्शनचा आलेख काढणे आणि नंतर फंक्शन x बरोबर 0 वर सतत आहे की नाही हे अनुमान काढणे अवघड आहे पण फंक्शनची मर्यादा मोजून 0 वर आपण पाहिले की ते फंक्शन f 0 च्या व्हॅल्यूएवढे आहे आणि म्हणून फंक्शन शून्यावर सतत चालू आहे, म्हणून नंतर आपण काही फंक्शन्सची आणखी काही उदाहरणे पाहू ज्यात फंक्शन आहे की नाही हे काढणे फार सोपे नाही.
एका बिंदूवर सतत किंवा नाही पण मला द्या पुढे जा आणि
फंक्शनची भिन्नता असलेल्या दुसऱ्या संकल्पनेवर चर्चा करा म्हणून x चे f हे वास्तविक मूल्यवान फंक्शन असू द्या म्हणजे फंक्शनची श्रेणी वास्तविक संख्येचा उपसंच आहे fx हे वास्तविक मूल्यवान फंक्शन असू द्या जेव्हा आपण x चे f असे म्हणतो x च्या बरोबरीने फरक करता येण्याजोगा आहे जर h ची मर्यादा
f च्या f च्या शून्यावर जात असेल तर h अधिक h वजा f चा a भागिले h हे अस्तित्त्वात असेल तर लक्षात घ्या की fx साठी x च्या f च्या फंक्शनच्या बरोबरीने फरक करणे आवश्यक आहे x ची व्याख्या खुल्या मध्यांतरात केली पाहिजे ज्यामध्ये x e च्या बरोबरीचे आहे कारण पहा आपण म्हणत आहोत की f ची x अधिक f ची अधिक h वजा f ची h ने भागलेली ही मर्यादा अस्तित्त्वात असली पाहिजे म्हणून प्रथम आपण पहा की येथे a चा f आहे म्हणून आपल्याकडे f ची व्याख्या x बरोबर a असणे आवश्यक आहे तसेच आपण f अधिक h ची f लिहित आहोत आणि नंतर h ही मर्यादा शून्यावर जाणार आहे म्हणजे h सकारात्मक किंवा नकारात्मक असू शकते आणि वास्तविक संख्या लहान आहे
म्हणून फंक्शन काहींमध्ये परिभाषित केले पाहिजे मध्यांतर म्हणून जर माझ्याकडे a असेल तर याच्या जवळ काही अंतराने फंक्शन परिभाषित केले जाणे आवश्यक आहे तरच आपण फंक्शनच्या भिन्नतेबद्दल बोलू शकतो, म्हणून आता मी a चे f अधिक h वजा f हे गुणोत्तर काय लिहिले आहे ते मी स्पष्ट करू.
h द्वारे आहे म्हणून जर तुम्ही फंक्शनचा आलेख बघितला तर मला भौमितिक व्याख्या लिहू द्या म्हणून मला एक फंक्शन काढू द्या आणि मी हा बिंदू x a च्या बरोबरीचा आहे म्हणून हा a चा f आहे आता माझ्याकडे हा बिंदू आहे जो let आहे मी या बिंदूला p असे म्हणतो ज्याचे निर्देशांक a चा स्वल्पविराम f आहेत आणि दुसरा बिंदू पाहू जो एक अधिक h आहे इथे मी h पॉझिटिव्ह घेत आहे तर

येथे आणखी एक बिंदू q आहे ज्याचे निर्देशांक a चा अधिक h आणि f आहेत अधिक h म्हणून आपल्याकडे हे a प्लस h चा f आहे आता जर तुम्ही पहात असाल की मी p आणि q बिंदूला जोडणारा हा रेषाखंड काढला आणि मी येथे एक क्षैतिज रेषा काढली तर हा भाग h आहे आणि हा उभा भाग हा a चा f आहे a चे अधिक h वजा f म्हणून हे गुणोत्तर f a अधिक h वजा f a चे गुणोत्तर h द्वारे हे काही नाही तर
p बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषेचा उतार आहे जो a च्या af आणि q ने दिलेला आहे जो a प्लस h चा a प्लस h हा बिंदू आहे आता h 0 च्या जवळ आल्यावर काय होईल म्हणून आपल्याला हे विचारावे लागेल या फंक्शनची मर्यादा h 0 च्या जवळ येत असताना हे गुणोत्तर अस्तित्त्वात आहे किंवा नाही म्हणून जर तुम्ही या आलेखावरून h 0 कडे जाताना पाहत असाल तर हा बिंदू q हा p जवळ येतो म्हणून h 0 कडे झुकत असताना q बिंदू p कडे झुकतो आणि त्याचे काय होते आणि secant आहे या बिंदूंना वक्र वर जोडणारा रेषाखंड म्हणजे
p आणि q ला जोडणारा रेषाखंड
म्हणजे a च्या स्वल्पविराम f या बिंदूवर स्पर्शरेषेच्या जवळ येतो
त्यामुळे कदाचित मी दुसरा आकृती काढू या आमच्याकडे हा बिंदू p आहे आणि तिथे ही स्पर्शरेषा आहे म्हणून हा q या बिंदूकडे सरकतो आणि या बिंदूकडे जातो p सेकंट रेषा या स्पर्शरेषेपर्यंत पोहोचते आणि सेकंट रेषेचा उतार स्पर्शरेषेच्या जवळ येतो म्हणून f ची मर्यादा f अधिक h वजा f ला भागिले h ने दिलेला स्पर्शरेषेचा उतार आहे मर्यादा अस्तित्वात आहे s ठीक आहे, जर फंक्शन डिफरेंशिएबल असेल तर जर f चा x बरोबर x बरोबर a वर फरक केला असेल तर आपण f प्राइम a ने दर्शवतो f ची ही मर्यादा f अधिक h वजा f ची a भागिले h उजवीकडे, जर फंक्शन वेगळे करण्यायोग्य असेल तर ते आहे ही मर्यादा अस्तित्वात असेल तर ही मर्यादा f अविभाज्य a म्हणून परिभाषित केली जाते आणि f prime a ला x च्या f चे व्युत्पन्न x समान उजवीकडे म्हणतात
त्यामुळे व्युत्पन्न ही या फरक कोसाइनची मर्यादा आहे जर ही मर्यादा अस्तित्वात असेल आणि जर मर्यादा असेल तर अस्तित्वात नाही, तर आपण म्हणू की फंक्शन वेगळे करण्यायोग्य नाही, जर
f अधिक h वजा f चा a बाय h या फरक कोसाइनची मर्यादा अस्तित्वात नसेल तर आपण म्हणू की x चा f x बरोबर a वर भिन्न नाही.
आता आपण काही उदाहरणे पाहू या म्हणजे उदाहरणे म्हणून पहिले सर्वात सोपा फंक्शन म्हणजे f r वरून r पर्यंत घेऊ जिथे x चे f हे ca स्थिरांकाच्या बरोबरीचे असते तर सर्व x साठी x चे f चे c बरोबरीचे स्थिर फंक्शन पाहू.
in r आता येथे
कोणत्याही a in rf साठी f म्हणजे काय a चा अधिक h वजा f a चा हा c वजा c च्या बरोबरीचा आहे जो सर्व h साठी 0 आहे म्हणून f ची अधिक h वजा f ची a by h ही मर्यादा शून्य आहे कारण अंश शून्य आहे म्हणून f आहे a च्या प्रत्येक a आणि f अविभाज्य वर फरक शून्य आहे म्हणून स्थिर कार्यासाठी व्युत्पन्न सर्वत्र 0 आहे पुढील उदाहरण आपण fx समान x कडे पाहू आता आपण पुन्हा मर्यादा मोजण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे f प्राइम a हे समान आहे h ची मर्यादा a च्या शून्य f वर जाणे अधिक h वजा f a चा भाग h ने भागिले h ची मर्यादा h च्या मर्यादेइतकी आहे a अधिक h च्या शून्य f वर जाऊन a अधिक h वजा f a ची h ने भागली येथे वजा a आहे रद्द करते म्हणून हे h च्या शून्यावर जाणाऱ्या h मर्यादेइतके आहे आणि h पेक्षा शून्य h नसलेल्या कोणत्याही h साठी एक आहे म्हणून ही मर्यादा एक बरोबर आहे म्हणून fx साठी x बरोबर डेरिव्हेटिव्ह f प्राइम x सर्वांसाठी एक आहे x मध्ये r ठीक आहे, चला आणखी एक मोजण्याचा प्रयत्न करू या, आता x चौरसाच्या fx बरोबर x भागाकार f चा x अधिक h वजा f पाहुया.
d ने h जर ही मर्यादा h शून्याजवळ आली तर ती f प्राइम x व्युत्पन्न असेल म्हणून हे x अधिक h चौरस वजा x चौरस भागाकार h असेल आणि नंतर आपण x अधिक h वर्ग x चौरस अधिक 2 h पट x म्हणून लिहू अधिक h चौरस वजा x चौरस भागाकार h नंतर x चौरस आणि x वर्ग रद्द करतो म्हणून हे आपण नेहमी h नॉट इक्वल टू शून्यासाठी लिहित आहोत आणि हे h गुणिले दोन x अधिक h ने h आहे
त्यामुळे हे दोन x अधिक h बरोबर आहे आता आपण पाहतो की हे दोन x वर जाते x म्हणून h शून्यावर जाते म्हणून f अविभाज्य x जी h ची मर्यादा x च्या f च्या शून्यावर जाणे अधिक h वजा f चा x वर h 2 x बरोबर आहे.
आणखी एक नोटेशन सादर करा म्हणजे हे f प्राइम x देखील x
च्या f च्या dx ने dx किंवा dy ने dx ने दर्शविले जाते जेथे y हे x च्या f च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आतापर्यंत आपल्याला जे मिळाले आहे ते म्हणजे आपण कोणत्याही स्थिरांकाच्या dx ने d लिहू शकतो फंक्शनचे फंक्शन शून्य d बाय dx फंक्शनचे x समान आहे आणि आपण पाहिले आहे की x स्क्वेअरच्या d बाय dx हे आतापर्यंत 2 x इतके आहे आपण हे तीन डेरिव्हेटिव्ह पाहिले आहेत आता एक महत्त्वाचा गुणधर्म म्हणजे समजा x चे fx आणि g ही दोन फंक्शन्स आहेत जी x च्या समान a वर भिन्न आहेत तर fx अधिक gx हे फंक्शन देखील x समान a वर भिन्नता आहे आणि आपण डेरिव्हेटिव्ह d लिहू शकतो.
dx द्वारे म्हणून आपण हे लिहू x बरोबर fx अधिक gx हे d बरोबर fx च्या dx बरोबर x बरोबर a प्लस वर gx चे व्युत्पन्न x बरोबर a च्या समान आहे म्हणजे हे f prime a plus सारखे आहे g prime a तर चला पुरावा पाहू या
, चला मला ux इक्वल टू fx अधिक gx असे लिहू द्या मग आपण हे दाखवू इच्छितो की u a वर भिन्नता आहे म्हणून जर मी u चा एक अधिक h वजा u चा भाग h ने लिहिला तर हे समान आहे f चा a अधिक h अधिक g एक अधिक h चा u आहे जो a अधिक h चा u आहे हा वजा u a चा f a अधिक g चा भागी h h आणि हे f ची बेरीज h वजा f ची बेरीज म्हणून लिहिता येईल a ला भागिले h अधिक g चा a अधिक h वजा g भागिले h म्हणजे शून्य नसलेल्या कोणत्याही h साठी आपल्याजवळ हे आहे आणि आपल्याला काय माहित आहे की th उजव्या बाजूची e मर्यादा दोन्ही मर्यादा अस्तित्त्वात आहेत म्हणून u ची मर्यादा a अधिक h वजा u ची a बाय h ची मर्यादा h शून्यावर जात असताना ही h च्या मर्यादेइतकी आहे a अधिक h वजा f च्या f च्या शून्यावर जात आहे a द्वारे h अधिक मर्यादा g ची एक अधिक h वजा g ची भागिले h ची ही बेरीज मर्यादेच्या नियमानुसार आहे

आपण मर्यादेसाठी पाहिले आहे की जर fx आणि gx ची मर्यादा एखाद्या वेळी अस्तित्वात असेल तर बेरीजची मर्यादा देखील अस्तित्त्वात आहे आणि बेरीजची मर्यादा ही मर्यादेची बेरीज आहे म्हणून आपण तेच वापरत आहोत आणि हीच गोष्ट आहे की u prime a अस्तित्वात आहे n समान आहे f prime a plus g prime च्या बरोबरीचा आणखी एक महत्त्वाचा गुणधर्म म्हणजे जर मी u लिहितो x वास्तविक संख्येतील काही स्थिरांक c साठी x च्या काही स्थिर वेळा f च्या समान आणि f अविभाज्य a अस्तित्त्वात आहे जे f भिन्न आहे नंतर u अविभाज्य a अस्तित्त्वात आहे आणि a चा u अविभाज्य c गुणा f प्राइम a च्या बरोबर आहे म्हणून हे सिद्ध करण्यासाठी पुन्हा आपण लिहू की a अधिक h वजा u चा u चा h बरोबर h हा c गुणिले f a अधिक h वजा c गुणा f बरोबर आहे a चा भाग h ने भागिले की i c सामान्य घेऊ शकतो आणि नंतर माझ्याकडे f चा अधिक h वजा f चा a भागिले h आहे आणि आम्हाला माहित आहे की ही मर्यादा समान आहे म्हणून मी फक्त हे c गुणिले f असे लिहीन अविभाज्य a हा h म्हणून शून्याकडे झुकतो म्हणून u अविभाज्य a हे c गुणिले f अविभाज्य a च्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे या दोन निकालांचा वापर करून आपण अधिक सामान्यपणे असे म्हणू शकतो की जर x चा u c 1 पट fx अधिक c 2 पट g x आणि f prime ag असेल तर prime a अस्तित्त्वात आहे तर u अविभाज्य at a समान आहे c 1 गुणा f prime a अधिक c 2 पट g prime a हे फक्त मागील दोन गुणधर्म एकत्र करत आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की a चा u प्राइम बेरीज नियमानुसार समान आहे to d by dx at x समान a च्या c एक f चा x अधिक d d x c च्या दोन g x x बरोबर a

आणि स्थिर गुणाकाराने हे c एक पट f प्राइम a अधिक c दोन पट g अगोदरच्या दोन निकालांनुसार prime a ठीक आहे, म्हणून काही डेरिव्हेटिव्हजची गणना करण्यासाठी हा निकाल वापरुया, उदाहरणार्थ fx समान x चौरस वजा thr द्या ee x अधिक दोन

हे अस्तित्वात असल्यास f अविभाज्य तीन वर मोजा, तर आपल्याला काय माहित आहे की x चे x चौरस व्युत्पन्न आणि स्थिरांकाचे व्युत्पन्न माहित आहे म्हणून x चा dx चा dx दोन xd x चा dx एक आहे आणि स्थिरांक दोनचे व्युत्पन्न शून्य आहे आपल्याकडे x चौरस उणे 3 x अधिक 2 ची व्युत्पत्ती 2 x वजा तीन पट x ची व्युत्पत्ती एक आणि अधिक शून्य आहे, म्हणून हे x चे f अविभाज्य नसून दुसरे काहीही नाही.

कोणत्याही x साठी व्युत्पन्न x वर अस्तित्वात आहे आणि दोन x उणे तीन द्वारे दिले जाते आणि म्हणून तीन वर f प्राइम आहे तुम्हाला फक्त x समान तीन म्हणजे दोन गुणिले तीन वजा तीन म्हणजे तीन उजवीकडे प्लग इन करावे लागेल म्हणून हा बेरीज नियम वापरून आणि कॉन्स्टंट मल्टिपल नियम la

जर मला त्या प्रत्येकाचे व्युत्पन्न माहित असेल तर या फंक्शन्सच्या संयोजनासाठी आपण व्युत्पन्न मोजू शकतो म्हणून आपण येथे थांबू आणि पुढील वर्गात आपण आणखी काही गुणधर्म शिकू आणि नंतर आणखी काही फंक्शन्सचे व्युत्पन्न काढू.

धन्यवाद आपण आपण