

എല്ലാവർക്കും ഹലോ, അതിനാൽ ഇന്ന് ഞാൻ കാൽക്കുലസിൽ വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ട രണ്ട് ആശയങ്ങൾ ആരംഭിക്കും, അവ ഒരു ഫംഗ്ഷന്റെ തുടർച്ചയും വ്യതിരിക്തതയും ആണ്, ഇതുവരെ ഒരു ഘട്ടത്തിൽ ഒരു ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധികൾ കൊണ്ട് എന്താണ് അർത്ഥമാക്കുന്നത് എന്ന് ഞങ്ങൾ പഠിച്ചു, ഞങ്ങൾ അത് കാണും ഒരു പോയിന്റിന്റെ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ തുടർച്ചയും വ്യത്യാസവും നിർവചിക്കുന്നതിൽ പരിധികൾ പ്രധാന പങ്ക് വഹിക്കുന്നു, തുടർന്നുള്ള പ്രഭാഷണങ്ങളിൽ ഈ ആശയങ്ങളുടെ നിരവധി പ്രയോഗങ്ങൾ നമുക്ക് കാണാം, അതിനാൽ ഒരു ഘട്ടത്തിലെ തുടർച്ചയായ ഫംഗ്ഷൻ എന്താണ് അർത്ഥമാക്കുന്നത് എന്ന് നിർവചിച്ചുകൊണ്ട് ഞാൻ ആരംഭിക്കാം, അതിനാൽ എന്താണ് ചെയ്യേണ്ടതെന്ന് ഞാൻ ചർച്ച ചെയ്യും. ഒരു ബിന്ദുവിലെ ഒരു ഫംഗ്ഷന്റെ തുടർച്ചയാണ് ഞങ്ങൾ അർത്ഥമാക്കുന്നത്, അതിനാൽ d ഒരു ഡൊമെയ്നിൽ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു യഥാർത്ഥ മൂല്യമുള്ള ഫംഗ്ഷൻ ഞങ്ങൾ എപ്പോഴും അനുമാനിക്കും, അതിനാൽ r യഥാർത്ഥ സംഖ്യയുടെ ഉപഗണമായ ഒരു ഡൊമെയ്നിലാണ് ഫംഗ്ഷൻ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത് എന്ന് കരുതുക, ഒപ്പം a എന്ന് കരുതുക. d യുടേതാണ്, അതായത് f എന്ന ഫംഗ്ഷൻ നിർവചിക്കപ്പെട്ടത് a യുടെ f -ൽ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു, അതിനാൽ x a അടുക്കുമ്പോൾ f ന്റെ a x ന്റെ ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധിക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ a -ൽ f തുടർച്ചയായി എന്ന് നമ്മൾ പറയും. xx ന്റെ പരിധി a ലേക്ക് പോകുന്നതിന്, x ന്റെ f ഫംഗ്ഷൻ ചില ഇടവേളകളിൽ നിർവചിക്കേണ്ടതുണ്ട്, അതിനാൽ a അടുത്തു ചില തുറന്ന ഇടവേളകൾ നിർവചിക്കേണ്ടതുണ്ട്, അതിനാൽ f എന്നത് a യിൽ തുടർച്ചയായി ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ പറയുന്നു. x എന്ന രണ്ട് വ്യവസ്ഥകളും ആദ്യം a ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ x - ന്റെ പരിധി x - നെ സമീപിക്കുമ്പോൾ x -ന്റെ പരിധി നിലവിലുണ്ട്, അതിനാൽ x -നെ സമീപിക്കുമ്പോൾ ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധി ആദ്യം നിലനിൽക്കണം, a -ന്റെ രണ്ടാമത്തെ f x -ന്റെ പരിധിക്ക് തുല്യമായിരിക്കണം. x a ah സമീപിക്കുമ്പോൾ ഞാൻ ഇവിടെ പറയട്ടെ, നിലവിലിരിക്കാനുള്ള പരിധിക്ക് ഫംഗ്ഷൻ ചില ഇടവേളകളിൽ നിർവചിക്കണമെന്ന് ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, എന്നാൽ നിർബന്ധമായും ആവശ്യമില്ല, പക്ഷേ x -ൽ വലത്തിന് തുല്യമായിരിക്കണമെന്നില്ല, അതിനാൽ പരിധിക്ക് നമുക്ക് ഫംഗ്ഷൻ ആവശ്യമില്ല. x ന് തുല്യമായി നിർവചിക്കാം, എന്നാൽ a യിലെ ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യം പരിധിക്ക് തുല്യമായിരിക്കണം എന്നതാണ്, അതിനാൽ f തുടർച്ചയായിരിക്കണമെങ്കിൽ f എന്നതിന് fx ന് തുടർച്ചയായിരിക്കണമെങ്കിൽ x ന് തുല്യമായ ഫംഗ്ഷൻ നിർവചിക്കേണ്ടതുണ്ട്. x -ൽ നിർബന്ധത്തിന്റെ a , f എന്നിവയ്ക്ക് തുല്യമാണ് x -ന്റെ f -ന്റെ പരിധി x -ന്റെ അടുത്ത് വരുമ്പോൾ, നമുക്ക് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം, അതിനാൽ x -ന്റെ f എന്നത് പരിഗണിക്കുക, അത് 0 - നേക്കാൾ x -ന് 0 - നും x -ന് 1 -ന് പുജ്യത്തേക്കാൾ വലുതും, അങ്ങനെ നിങ്ങൾ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ ഈ ഫംഗ്ഷൻ എല്ലാ x നെഗറ്റീവിനും പുജ്യമാണ്, കൂടാതെ പുജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ന് തുല്യമായ എഫ്എക്സ് ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇത് എന്റെ xy ആണ്, ഇതാണ് y യുടെ ഗ്രാഫ് x ന്റെ f ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇവിടെ നമുക്ക് അറിയാവുന്നത് ഇതാണ്. f ന്റെ x -ന്റെ x 0 -ൽ എത്തുന്നു, ഇത് നിലവിലില്ല, കാരണം x -ന്റെ f -ന്റെ പുജ്യത്തിലെ ഇടത് കൈ പരിധി പുജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, ഇത് പുജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, ഇത് പുജ്യത്തിലെ വലതു കൈ പരിധിയായതിനാൽ പരിധി നിലവിലില്ല. അതിനാൽ, പുജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ൽ നിർവചിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിലും, പുജ്യത്തിന്റെ f എന്നത് പുജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ൽ തുടർച്ചയായി അല്ല അപ്പോൾ x -ന്റെ f ന്റെ പരിധി, x a സമീപിക്കുമ്പോൾ, a കർശനമായി പോസിറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ 1 -ന് തുല്യമാണ് കൂടാതെ a കർശനമായി നെഗറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ ഇത് പുജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, ഈ ഗ്രാഫിൽ നിന്ന് നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും, നമ്മൾ ഏതെങ്കിലും a പോസിറ്റീവ് ആയി എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഈ പോയിന്റ് a അടുത്തു ഒരു ഇടവേളയിൽ ഫംഗ്ഷൻ സ്ഥിരമായ ഒന്നാണെന്നും അതിനാൽ ഇടത് കൈ പരിധിയും വലതു കൈയും പരിധി രണ്ടും ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, എന്നാൽ നിങ്ങളുടെ എ ഇവിടെ എവിടെയെങ്കിലും നെഗറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ, ഈ ഇടവേളയിൽ ഫംഗ്ഷൻ ഒരേപോലെ പുജ്യമാണ്, അതിനാൽ പരിധി പുജ്യമാണ്, a യുടെ പരിധി പുജ്യമാണ്, a യുടെ പരിധി a പോസിറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ 1 നും a നെഗറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ 0 നും തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഫംഗ്ഷൻ x ന്റെ f എന്നത് പുജ്യത്തിന് തുല്യമായ x ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ പോയിന്റുകളിലും തുടർച്ചയായതാണ്, കൂടാതെ x ന് തുല്യമായ x -ൽ തുടർച്ചയായി ഇല്ലെങ്കിൽ, x ന്റെ f എന്നത് x -ൽ തുടർച്ചയായി തുടരുന്നില്ല എന്ന് ഞങ്ങൾ പറയും, അങ്ങനെ അവബോധജന്യമായി തുടർച്ച എന്നാൽ തുടർച്ചയുടെ അവബോധപരമായ അർത്ഥം എന്താണ്. നമുക്ക് ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ, നമുക്ക് ഈ പോയിന്റ് a ഉണ്ടെന്ന് കരുതുക, അതിനാൽ ഇത് a യുടെ കോമ f ആണ്, അതിനാൽ y ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് x -ന്റെ f -ന് തുല്യമായി വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ x - ന്റെ തുടർച്ചയായി at x x equ al to a എന്നതിനർത്ഥം ഗ്രാഫിലെ a യുടെ ഒരു കോമ f എന്ന പോയിന്റിന് സമീപം ഗ്രാഫ് തകർന്നിട്ടില്ല എന്നാണ്, അതിനാൽ നിങ്ങളുടെ പേന ഉയർത്താതെ തന്നെ ഈ ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് ഈ പോയിന്റിന് സമീപം a യുടെ ഒരു കോമ f വരയ്ക്കാം. ഈ അവബോധജന്യമായ നിർവചനം തുടർച്ചയുടെ റിഗ്രഷനുകൾ ഉണ്ടാക്കാൻ പര്യാപ്തമല്ലെന്ന് കാണും, അതിനാൽ മുമ്പത്തെ ഉദാഹരണത്തിന് fx 1 ന് തുല്യമാണ് 0 -നേക്കാൾ വലുത് x -ന് 0 , പുജ്യത്തേക്കാൾ x കുറവ് അല്ലെങ്കിൽ പുജ്യത്തിന് തുല്യമായി നേക്കാൾ വലുത് എന്ന് ഞങ്ങൾ പറഞ്ഞു. ഈ പോയിന്റിന് സമീപം നിങ്ങൾ ഗ്രാഫ് വരച്ചാൽ പുജ്യത്തേക്കാൾ x -ന് നിങ്ങൾ കാണുന്ന പുജ്യം കോമ ഒന്ന്, എന്നാൽ 0 -ൽ താഴെയുള്ള x -ന് ഇത് 0 ആണ്. അതിനാൽ നിങ്ങൾക്ക് ഈ ഫംഗ്ഷനിൽ ഇത് തകർക്കാൻ കഴിയില്ല, അതിനാൽ ഗ്രാഫ് ഇഫക്റ്റുകൾ ഇവിടെ നിങ്ങൾ കാണുന്നു. പുജ്യം കോമ ഒന്നിന് സമീപം ഗ്രാഫ് തകർത്തു, അതിനാൽ ഈ ഉദാഹരണം ഒരു ഘട്ടത്തിൽ ഫംഗ്ഷൻ തുടർച്ചയായി അല്ലെങ്കിൽ തുടർച്ചയായി നിലവിലില്ല എന്നതായിരുന്നു മുമ്പത്തെ ഉദാഹരണം, കാരണം ആ ഘട്ടത്തിൽ പരിധി നിലവിലില്ല, എന്നാൽ അടുത്ത ഉദാഹരണം x ന്റെ ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കാം. a 1 മുതൽ 1 വരെ x എന്നത് പുജ്യത്തിന് തുല്യമല്ലെങ്കിൽ x -ൽ 0 , പുജ്യം ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ പോയിന്റുകളിലും ഇത് ഒന്നാണ്, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഇവിടെ ഒരു തുറന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു, ഇതാണ് മൂല്യം ഒന്ന്, പുജ്യത്തിന്

തുല്യമായ x -ൽ ഇത് പൂജ്യമാണ്. അതിനാൽ ഇത് x ന്റെ ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫാണ്, അതിനാൽ ഈ സാഹചര്യത്തിൽ വീണ്ടും അവബോധജന്യമായ അർത്ഥം ഉപയോഗിച്ച് ഈ ഗ്രാഫ് ഈ പോയിന്റ് സീറോ കോമ വൺ പോയിന്റിൽ തകർന്നതായി നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും, അതിനാൽ ഫംഗ്ഷൻ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ൽ തുടർച്ചയായി അല്ല. $x = 0$ ലേക്ക് അടുക്കുമ്പോൾ x ന്റെ f യുടെ പരിധി നിങ്ങൾ ഇവിടെ കാണുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് നിലവിലുണ്ട്, 1 ന് തുല്യമാണ്, എന്നാൽ 0 എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യം 0 ന് തുല്യമാണ്, ഇത് x ന്റെ f ന്റെ പരിധിക്ക് തുല്യമല്ല. പൂജ്യത്തെ സമീപിക്കുന്നു, അതിനാൽ x -ന്റെ ഫംഗ്ഷൻ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ൽ തുടർച്ചയായി സംഭവിക്കുന്നില്ല, അതിനാൽ ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധി ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിലവിലില്ല എന്ന രണ്ട് ഉദാഹരണങ്ങൾ ഞങ്ങൾ കണ്ടു, അതിനാൽ ആ ഘട്ടത്തിൽ ഫംഗ്ഷൻ തുടർച്ചയായി തുടരാൻ കഴിയില്ല, മറ്റൊരു ഉദാഹരണമാണ് പരിധി. ഫംഗ്ഷൻ ആ ഘട്ടത്തിൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു, പക്ഷേ മൂല്യം ഫംഗ്ഷന്റെ e പരിധിക്ക് തുല്യമല്ല, അതിനാൽ ആ ഘട്ടത്തിൽ ഫംഗ്ഷൻ തുടർച്ചയായി തുടരുന്നില്ല, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് x ന്റെ ഈ ഉദാഹരണം നോക്കാം, ഇത് x ന്റെ x ന്റെ x തവണ സൈൻ 1 ന്റെ x ന് തുല്യമാണ്, കാരണം ഞാൻ 1 by x ഇത് എഴുതുന്നു x ന് തുല്യമായ 0 ന് അർത്ഥമില്ല, അതിനാൽ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമല്ലാത്ത x എന്നതിന്റെ ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യമാണ് ഞാൻ നിർവ്വചിച്ചത്, ഇത് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ x ന് നിർവ്വചിച്ചിട്ടില്ല, അതിനാൽ x ന് തുല്യമായ 0 ന് ഞാൻ ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യം നിർവ്വചിക്കും 0 ആകും. അതിനാൽ ഇത് 0 -ൽ 0 ആയ ഫംഗ്ഷനാണ്, കൂടാതെ ഏത് പൂജ്യമല്ലാത്ത x -ന്റെ ഫംഗ്ഷൻ x -ന്റെ സൈൻ 1 -ന്റെ x -ന്റെ ഇരട്ടിയും ആണ്, അതിനാൽ ഇവിടെ നിങ്ങൾക്ക് എന്ത് പറയാൻ കഴിയും, പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ൽ എഫ് തുടർച്ചയായി, ഈ സാഹചര്യത്തിൽ നിങ്ങളാണെങ്കിൽ നിങ്ങൾ ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് x ടൈംസ് സൈനിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കുകയാണെങ്കിൽ അത് പോയിന്റ് 0 ന് സമീപം വരയ്ക്കുന്നത് വളരെ ബുദ്ധിമുട്ടാണ്, കാരണം നിങ്ങൾ 0 യുടെ അടുത്തേക്ക് പോകുമ്പോൾ ഈ ഫംഗ്ഷൻ സൈൻ 1 സൈൻ x ആന്ദോളനം തുടരുന്നു, അതിനാൽ ഇവിടെ ഞാൻ അത് പറയാം ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കാൻ ബുദ്ധിമുട്ടാണ്, അതിനാൽ ഗ്രാഫ് തകർന്നോ ഇല്ലയോ എന്ന് കാണാൻ ബുദ്ധിമുട്ടാണ്, പക്ഷേ നിങ്ങളെ അനുവദിക്കുക നമുക്ക് കഴിയുമെങ്കിൽ പരിധി കണക്കാക്കാൻ ശ്രമിക്കുക, പക്ഷേ നമുക്ക് പരിധിയുടെ പരിധി കണക്കാക്കാൻ കഴിയുമോ x x ന്റെ 0 f ലേക്ക് പോകുന്നത് ഇനിപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കാം, ഈ ഉദാഹരണം ഞങ്ങൾ മുമ്പ് കണ്ടിട്ടുണ്ടാകാം, അതിനാൽ ഞാൻ എങ്ങനെ പരിധി നിലനിൽക്കും അതിനാൽ നിങ്ങൾ x ന്റെ x നോക്കുകയാണെങ്കിൽ, x ന്റെ $\text{mod } f$ എന്താണെന്ന് നോക്കാം, ഇത് x ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ mod ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ mod ന് തുല്യമാണ്, ഇത് $\text{mod } x$ തവണ mod sin ഒന്ന് x ന് തുല്യവും സൈൻ ഓഫ് one by നും തുല്യമാണ് x ഇത് എല്ലായ്പ്പോഴും മൈനസ് ഒന്നിനും ഒന്നിനും ഇടയിലാണെന്ന് നമുക്കറിയാം, തീർച്ചയായും x പൂജ്യത്തിന് തുല്യമല്ല, തീർച്ചയായും x ന് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ ചിഹ്നം ഒന്ന് നിർവ്വചിച്ചിട്ടില്ല, എന്നാൽ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമല്ലാത്ത ഏത് x നും y യുടെ സൈൻ എപ്പോഴും ഇടയിലാണെന്ന് നമുക്കറിയാം. മൈനസ് ഒന്ന്, ഒന്ന്, അതിനാൽ മോഡ് sin one by x ഇത് ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ x sin 1 ന്റെ x ഇത് $\text{mod } x$ -ന് തുല്യമായതിനേക്കാൾ കുറവാണ്, തീർച്ചയായും ഇത് നമ്മൾ സമ്പൂർണ്ണ മൂല്യം mod എടുക്കുന്നതിനാലാണ് ഇത് കൂടുതൽ വലുത് 0 ന് തുല്യമാണ്. ഇപ്പോൾ നമ്മൾ സാൻഡ്വിച്ച് സിദ്ധാന്തം കണ്ടു, അതിനാൽ x ന്റെ പരിധി x ന്റെ 0 ലേക്ക് പോകുന്നത് 0 ആണ്. 0 ഇടത് വശത്തെ പരിധിക്ക് തുല്യമാണ് 0 , സാൻഡ്വിച്ച് സിദ്ധാന്തം $x = 0$ ലേക്ക് പോകുമ്പോൾ x sin 1 ന്റെ പരിധി x ഞങ്ങൾ മോഡ് x sin 1 by x എന്ന് എഴുതുന്നു, $x = 0$ ലേക്ക് പോകുമ്പോൾ ഇത് 0 ന് തുല്യമാണ്, ഇത് പരിധി സൂചിപ്പിക്കുന്നു x ന്റെ x sin one by x ഉം പൂജ്യമാണ്, അതിനാൽ ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധി 0 -ന്റെ f എന്നത് 0 -ന് തുല്യമാണെന്ന് നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു, ഇത് $x = 0$ -നെ സമീപിക്കുമ്പോൾ x -ന്റെ f -ന്റെ പരിധിക്ക് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ തുടർച്ചയുടെ നിർവ്വചനം പ്രകാരം അതിനാൽ f ന്റെ x പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ x -ൽ തുടർച്ചയായാണ്, അതിനാൽ ഈ ഉദാഹരണം പ്രധാനമാണ്, കാരണം ഇവിടെ ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുകയും തുടർന്ന് 0 -ന് തുല്യമായ x -ൽ ഫംഗ്ഷൻ തുടർച്ചയായുണ്ടോ എന്ന് അനുമാനിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത് ബുദ്ധിമുട്ടാണ്, പക്ഷേ ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധി കണക്കാക്കുന്നതിലൂടെ 0 -ൽ, അത് 0 -ന്റെ f ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യത്തിന് തുല്യമാണെന്നും അതിനാൽ ഫംഗ്ഷൻ പൂജ്യത്തിൽ തുടർച്ചയാണെന്നും ഞങ്ങൾ കണ്ടു, അതിനാൽ ഫംഗ്ഷൻ ആണോ എന്ന് ഊഹിക്കാൻ അത്ര എളുപ്പമല്ലാത്ത ചില ഫംഗ്ഷനുകളുടെ കുറച്ച് ഉദാഹരണങ്ങൾ നമുക്ക് പിന്നീട് നോക്കാം. ഒരു ഘട്ടത്തിൽ തുടർച്ചയായി അല്ലെങ്കിൽ അല്ലെങ്കിലും എന്നെ അനുവദിക്കുക മുന്നോട്ട് പോയി ഒരു ഫംഗ്ഷന്റെ വ്യതിരിക്തതയുള്ള മറ്റൊരു ആശയം ചർച്ച ചെയ്യുക, അതിനാൽ f ന്റെ x ഒരു യഥാർത്ഥ മൂല്യമുള്ള ഫംഗ്ഷൻ ആയിരിക്കട്ടെ, അതായത് ഫംഗ്ഷന്റെ ശ്രേണി യഥാർത്ഥ സംഖ്യയുടെ ഒരു ഉപഗണമാണ് എന്നാണ് അർത്ഥമാക്കുന്നത്, നമ്മൾ x ന്റെ f എന്ന് പറയുമ്പോൾ fx ഒരു യഥാർത്ഥ മൂല്യമുള്ള ഫംഗ്ഷനായിരിക്കട്ടെ. h ന്റെ പരിധി f ന്റെ f ന്റെ പൂജ്യത്തിലേക്ക് പോകുകയാണെങ്കിൽ, x ന് തുല്യമായി വ്യത്യാസപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്, ഇത് h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ h മൈനസ് f ന്റെ f ന്റെ പൂജ്യത്തിലേക്ക് പോകുകയാണെങ്കിൽ ഇത് നിലനിൽക്കുന്നു, അതിനാൽ fx ന് f എന്ന ഫംഗ്ഷൻ x ന് തുല്യമായിരിക്കണമെന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക x എന്നത് ഒരു തുറന്ന ഇടവേളയിൽ നിർവ്വചിക്കേണ്ടതാണ്, കാരണം x ന്റെ f ന്റെ x പ്ലസ് f ന്റെ x പ്ലസ് f ന്റെ ഒരു പ്ലസ് h മൈനസ് f ന്റെ ഈ പരിധി h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഈ പരിധി നിലനിൽക്കണം എന്നാണ്. ഇവിടെ a യുടെ f ഉണ്ട്, അതിനാൽ f എന്നത് x -ൽ നിർവ്വചിക്കപ്പെടണം, ഞങ്ങൾ a പ്ലസ് h ന്റെ f എഴുതുന്നു, തുടർന്ന് h പൂജ്യത്തിലേക്ക് പോകുമ്പോൾ പരിധി എടുക്കുന്നു, അതായത് h പോസിറ്റീവ് അല്ലെങ്കിൽ നെഗറ്റീവ് ആകാം എന്നാണ്. യഥാർത്ഥ സംഖ്യ ചെറുതായതിനാൽ ഫംഗ്ഷൻ ചിലതിൽ നിർവ്വചിക്കേണ്ടതാണ് ഇടവേള അങ്ങനെയെങ്കിൽ എനിക്ക് ഇവിടെ a ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിനടുത്തുള്ള ഏതെങ്കിലും ഇടവേളയിൽ ഫംഗ്ഷൻ നിർവ്വചിക്കേണ്ടതാണ്, അപ്പോൾ മാത്രമേ നമുക്ക് ഫംഗ്ഷന്റെ വ്യതിരിക്തതയെക്കുറിച്ച് സംസാരിക്കാൻ കഴിയൂ, അതിനാൽ ഇപ്പോൾ ഞാൻ എഴുതിയ ഈ അനുപാതം എന്താണെന്ന് വിശദീകരിക്കാം. h ആണ്,

നിങ്ങൾ ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് നോക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഞാൻ ജ്യോമിതീയ വ്യാഖ്യാനം എഴുതട്ടെ, അതിനാൽ ഞാൻ ഒരു ഫംഗ്ഷൻ വരയ്ക്കട്ടെ, ഈ പോയിന്റ് a ന്റെ x തുല്യമായി എടുക്കാം, അതിനാൽ ഇത് a യുടെ f ആണ്, ഇപ്പോൾ എനിക്ക് ഈ പോയിന്റ് ഉണ്ട്. ഞാൻ ഈ പോയിന്റിനെ p എന്ന് വിളിക്കുന്നു, അതിന്റെ കോർഡിനേറ്റുകൾ a യുടെ കോമ f ആണ്, കൂടാതെ മറ്റൊരു പോയിന്റ് നോക്കാം പ്ലസ് h ആണ് ഇവിടെ ഞാൻ h പോസിറ്റീവ് ആയി എടുക്കുന്നു, പിന്നെ ഇവിടെ മറ്റൊരു പോയിന്റ് q ഉണ്ട്, അതിന്റെ കോർഡിനേറ്റുകൾ a യുടെ പ്ലസ് h ഉം f ഉം ആണ് പ്ലസ് h ആയതിനാൽ നമുക്ക് ഇപ്പോൾ ഇത് ഒരു പ്ലസ് h ന്റെ f ആണ്, നിങ്ങൾ നോക്കുകയാണെങ്കിൽ p , q എന്നീ പോയിന്റുമായി ചേരുന്ന ഈ ലൈൻ സെഗ്മെന്റ് ഞാൻ വരയ്ക്കുകയും ഇവിടെ ഒരു തിരശ്ചീന രേഖ വരയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ, ഈ ഭാഗം h ഉം ഈ ലംബമായ ഭാഗം a യുടെ f ഉം ആണ് a ന്റെ പ്ലസ് h മൈനസ് എഫ്, അതിനാൽ ഈ അനുപാതം a -ന്റേ a പ്ലസ് h മൈനസ് f -ന്റേ അനുപാതം f h കൊണ്ട് ഇത് മറ്റൊന്നുമല്ല, p എന്ന ബിന്ദുക്കളുമായി ചേരുന്ന രേഖയുടെ ചരിവാണ്, അത് a ന്റെ a , q ന്റെ പോയിന്റ് a പ്ലസ് hf ആണ്, hf ആണ് ഇപ്പോൾ h 0 -നെ സമീപിക്കുമ്പോൾ എന്താണ് സംഭവിക്കുന്നത്, അതിനാൽ ഇതാണോ എന്ന് നമ്മൾ ചോദിക്കണം. ഈ ഫംഗ്ഷന്റെ പരിധി h 0 ലേക്ക് അടുക്കുമ്പോൾ ഈ അനുപാതം നിലവിലുണ്ടോ ഇല്ലയോ ഈ ഗ്രാഫിൽ നിന്ന് h സമീപിക്കുമ്പോൾ 0 ഈ പോയിന്റ് q സമീപിക്കുന്നു, h 0 ലേക്ക് പോകുമ്പോൾ p എന്ന പോയിന്റ് p ലേക്ക് പ്രവണത കാണിക്കുന്നു, എന്താണ് സംഭവിക്കുന്നത്, അത് സെക്കന്റ് ആണ് വക്രത്തിൽ ഈ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന ലൈൻ സെഗ്മെന്റാണ് p , q എന്നിവ ചേരുന്ന ലൈൻ സെഗ്മെന്റ്, a എന്ന കോമ f എന്ന പോയിന്റിൽ ടാൻജന്റ് ലൈനിലേക്ക് അടുക്കുന്നു, അതിനാൽ ഞാൻ മറ്റൊരു ഡയഗ്രാം വരയ്ക്കട്ടെ, ഇവിടെ ഈ പോയിന്റ് p ഉണ്ട്, ഈ ടാൻജന്റ് രേഖയുണ്ട്. ഈ q ഈ ബിന്ദുവിലേക്ക് നീങ്ങുകയും സമീപിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു p സെക്കന്റ് രേഖ ഈ ടാൻജന്റ് രേഖയെ സമീപിക്കുന്നു, സെക്കന്റ് രേഖയുടെ ചരിവ് ടാൻജന്റ് ലൈനിലേക്ക് അടുക്കുന്നു, അതിനാൽ f യുടെ ഒരു പ്ലസ് h മൈനസ് f യുടെ പരിധി h കൊണ്ട് ഹരിക്കുക ഇതാണ് ടാൻജന്റ് രേഖയുടെ ചരിവ്. പരിധി നിലവിലുണ്ട് ശരിയാണ്, ഫംഗ്ഷൻ ഡിഫറൻഷ്യബിൾ ആണെങ്കിൽ, x ന്റെ f എന്നത് x ന് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഞങ്ങൾ f പ്രൈം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഈ പരിധി നിലവിലുണ്ടെങ്കിൽ, ഈ പരിധി f പ്രൈം a ആയി നിർവ്വചിക്കപ്പെടുന്നു, f പ്രൈം a യെ x ന്റെ f ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് എന്ന് വിളിക്കുന്നു x ഒരു വലത്തിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഈ പരിധി നിലവിലുണ്ടെങ്കിൽ ഈ വ്യത്യാസം കോസൈനിന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് ആണ്. നിലവിലില്ല അപ്പോൾ നമ്മൾ പറയും വ്യത്യാസം കോസൈനിന്റെ പരിധി f ന്റെ പ്ലസ് h മൈനസ് f ന്റെ h ന്റെ പരിധി നിലവിലില്ലെങ്കിൽ പിന്നെ x ന്റെ f എന്നത് x ന് തുല്യമായ x -ൽ വ്യത്യാസമില്ല എന്ന് നമ്മൾ പറയും ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം, അതിനാൽ ആദ്യം നമുക്ക് ഏറ്റവും ലളിതമായ ഫംഗ്ഷൻ r -ൽ നിന്ന് r -ലേക്ക് എടുക്കാം, ഇവിടെ f ന്റെ x ca സ്ഥിരാങ്കത്തിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് എല്ലാ x -നും c -ന്റേ x -ന്റേ സ്ഥിരമായ ഫംഗ്ഷൻ നോക്കാം. r -ൽ ഇപ്പോൾ ഇവിടെ rf -ലെ ഏതെങ്കിലും a -യ്ക്ക് എന്താണ് f a യുടെ a പ്ലസ് h മൈനസ് f , ഇത് c മൈനസ് c ന് തുല്യമാണ്, ഇത് എല്ലാ h നും 0 ആണ്, അതിനാൽ a ന്റെ a പ്ലസ് h മൈനസ് f ന്റെ പരിധി h ന്റെ പരിധി പുജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, കാരണം ന്യൂമറേറ്റർ പുജ്യമാണ് അതിനാൽ f ആണ് a യുടെ എല്ലാ a , f പ്രൈം എന്നിവ പുജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ സ്ഥിരമായ പ്രവർത്തനത്തിന് എല്ലായിടത്തും ഡെറിവേറ്റീവ് 0 ആണ്, അടുത്ത ഉദാഹരണം x ന് തുല്യമായ fx നോക്കാം, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് പരിധി വീണ്ടും കണക്കാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, അതിനാൽ f പ്രൈം a ഇത് തുല്യമാണ് h ന്റെ പുജ്യം f ലേക്ക് പോകുന്നതിന്റെ പരിധി h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ h മൈനസ് f ആണ്, ഇത് h ന്റെ പരിധിക്ക് തുല്യമാണ്, ഇത് a plus h ന്റെ പുജ്യം f ലേക്ക് പോകുന്നു, a പ്ലസ് h ആണ് മൈനസ് f എന്നത് h ആണ് ഇവിടെ ഒരു മൈനസ് a റദ്ദാക്കുന്നു, അതിനാൽ ഇത് h ന് മുകളിൽ h ന്റെ പുജ്യത്തിലേക്ക് പോകുന്ന പരിധിക്ക് തുല്യമാണ്, കൂടാതെ h ന് മുകളിലുള്ള h പുജ്യമല്ലാത്ത h എന്നത് ഒന്നാണ്, അതിനാൽ ഈ പരിധി ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ fx ന് തുല്യമാണ് x ഡെറിവേറ്റീവ് f പ്രൈം x എല്ലാവർക്കും തുല്യമാണ് x ൽ r ശരി ഒന്ന് കൂടി കണക്കാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം ഞാൻ x ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ h മൈനസ് f ന്റെ x വിഭജനം നോക്കുകയാണെങ്കിൽ ഇപ്പോൾ x ചതുരത്തിന് തുല്യമായ fx നോക്കാം h പുജ്യത്തോട് അടുക്കുമ്പോൾ ഈ പരിധി നിലവിലുണ്ടെങ്കിൽ, അത് f പ്രൈം x ആയിരിക്കും, അതിനാൽ ഇത് x പ്ലസ് h സ്ക്വയർ മൈനസ് x ചതുരം h കൊണ്ട് ഹരിച്ചതിന് തുല്യമാണ്, തുടർന്ന് നമ്മൾ x പ്ലസ് h ചതുരം x ചതുരമായി 2 h തവണ x എന്ന് എഴുതുന്നു പ്ലസ് h സ്ക്വയർ മൈനസ് x ചതുരം h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ x ചതുരവും x ചതുരവും റദ്ദാക്കുന്നു, അതിനാൽ ഇത് ഞങ്ങൾ എപ്പോഴും h എഴുതുന്നത് പുജ്യത്തിന് തുല്യമല്ല, ഇത് h ന്റെ രണ്ട് x പ്ലസ് h കൊണ്ട് h ന് തുല്യമാണ് അതിനാൽ ഇത് രണ്ട് x പ്ലസ് h ന് തുല്യമാണ് x പോകുമ്പോൾ h പുജ്യത്തിലേക്ക് പോകുമ്പോൾ ഇത് രണ്ട് x ലേക്ക് പോകുന്നതായി നമ്മൾ കാണുന്നു, അതിനാൽ f പ്രൈം x , x ന്റെ പുജ്യത്തിലേക്ക് പോകുന്ന h ന്റെ പരിധി x ന്റെ h പ്ലസ് h മൈനസ് f ന്റെ x ന്റെ 2 x ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ എന്നെ അനുവദിക്കൂ ഒരു നൊട്ടേഷൻ കൂടി അവതരിപ്പിക്കുക, അതിനാൽ ഈ f പ്രൈം x നെ x ന്റെ f ന്റെ d കൊണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ dy കൊണ്ട് dx കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു, ഇവിടെ y എന്നത് x ന്റെ f ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് ഇതുവരെ ലഭിച്ചത് d എന്ന് എഴുതാം. ഫംഗ്ഷൻ പുജ്യമാണ് dx ഫംഗ്ഷന്റെ fx തുല്യമായ x എന്നത് ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, കൂടാതെ x ചതുരത്തിന്റെ d ന്റെ dx ഇത് ഇതുവരെ 2 x ന് തുല്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ കണ്ടു ഈ മൂന്ന് ഡെറിവേറ്റീവുകളും നമ്മൾ ഇപ്പോൾ കണ്ടിട്ടുണ്ട്, fx ഉം x ന്റെ g ഉം രണ്ട് ഫംഗ്ഷനുകളാണെന്ന് കരുതുക, അത് x -ൽ a ന് തുല്യമാണ്, തുടർന്ന് fx പ്ലസ് gx ഫംഗ്ഷൻ a - ന് തുല്യമായ x -ൽ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു, കൂടാതെ നമുക്ക് d എന്ന ഡെറിവേറ്റീവ് എഴുതാം. dx എന്നതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഇത് x -ൽ എഴുതാം, ഇത് fx - ന്റെ a ന്റെ dx -ന്റേ dx -ന്റേ dx -ന്റേ dx -ന്റേ x -ന്റേ x - ൽ x -ന്റേ വ്യത്യാസം, x -ന്റേ gx -ന്റേ ഡെറിവേറ്റീവ്. g പ്രൈം a അതിനാൽ നമുക്ക് തെളിച്ച് നോക്കാം,

അതിനാൽ fx പ്ലസ് gx ന് തുല്യമായ ux എഴുതാൻ അനുവദിക്കുക, അപ്പോൾ നിങ്ങൾ a യിൽ വ്യത്യാസം കാണിക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഞാൻ u എന്നതിന്റെ പ്ലസ് h മൈനസ് u എന്ന് എഴുതുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഇത് തുല്യമാണ് f ന്റെ a പ്ലസ് h പ്ലസ് g ന്റെ a plus h ന്റെ u ആണ്, അത് a പ്ലസ് h ന്റെ ഈ മൈനസ് u എന്നത് a ന്റെ a plus g യുടെ f ആണ്, h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഇത് f ന്റെ a പ്ലസ് h മൈനസ് f എന്നതിന്റെ ആകെത്തുകയായി എഴുതാം. a യുടെ h പ്ലസ് g കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ a പ്ലസ് h മൈനസ് g ന്റെ a h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏത് h നും നമുക്ക് ഇത് ഉണ്ട്, നമുക്കറിയാവുന്നത് അതാണ് വലത് വശത്തെ e പരിധി രണ്ട് പരിധികളും നിലവിലുണ്ട്, അതിനാൽ h പൂജ്യത്തിലേക്ക് പോകുമ്പോൾ h ന്റെ u എന്ന പ്ലസ് h മൈനസ് u യുടെ പരിധി h ന്റെ പരിധിക്ക് തുല്യമാണ് h മൈനസ് f a ന്റെ h പ്ലസ് പരിധി g ന്റെ a പ്ലസ് h മൈനസ് g ന്റെ a h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഇത് പരിധികളുടെ ആകെ നിയമമാണ്, fx , gx എന്നിവയുടെ പരിധി ഏതെങ്കിലും ഘട്ടത്തിൽ നിലവിലുണ്ടെങ്കിൽ പിന്നെ തുകയുടെ പരിധിയും നിലവിലുള്ളതും തുകയുടെ പരിധിയും പരിധിയുടെ ആകെത്തുകയാണ്, അതാണ് ഞങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത്, u പ്രൈം a നിലവിലുണ്ട് n എന്നത് f പ്രൈം a പ്ലസ് g പ്രൈമിന് തുല്യമാണ് എന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ് മറ്റൊരു പ്രധാന സ്വത്ത്, ഞാൻ u എന്ന് എഴുതുകയാണെങ്കിൽ x യഥാർത്ഥ സംഖ്യയിലെ ചില സ്ഥിരാങ്കങ്ങൾക്ക് x -ന്റെ ചില സ്ഥിരാങ്ക സമയങ്ങൾക്ക് തുല്യമാണ്. ഞങ്ങൾ വീണ്ടും എഴുതുന്നത് u എന്നത് ഒരു പ്ലസ് എച്ച് മൈനസ് യു ബൈ എ ബൈ എച്ച് ആണ്, ഇത് എ പ്ലസ് എച്ച് മൈനസ് സി ടൈംസ് എഫ് ന്റെ സി തവണ f ന് തുല്യമാണ് ഒരു h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ എനിക്ക് c കോമൺ എടുക്കാം, തുടർന്ന് എനിക്ക് a പ്ലസ് h മൈനസ് f ന്റെ f ഉണ്ട്, h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഈ പരിധി തുല്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾക്കറിയാം, അതിനാൽ ഞാൻ ഇത് c തവണ f ആയി എഴുതാം. പ്രൈം a h പൂജ്യമായി മാറുന്നതിനാൽ u പ്രൈം a c തവണ f പ്രൈം a ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഈ രണ്ട് ഫലങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് പൊതുവായി പറയാം, x ന്റെ u c 1 മടങ്ങ് fx ആണെങ്കിൽ c 2 മടങ്ങ് g x , f പ്രൈം ag എന്നിവ പ്രൈം a നിലവിലുണ്ടെങ്കിൽ, a യിലെ u പ്രൈം c 1 മടങ്ങ് f പ്രൈം a പ്ലസ് c 2 മടങ്ങ് g പ്രൈം a ന് തുല്യമാണ്, ഇത് മുമ്പത്തെ രണ്ട് ഗുണങ്ങളെ സംയോജിപ്പിക്കുന്നതാണ്, അതിനാൽ a യുടെ u പ്രൈം തുല്യമായ നിയമപ്രകാരം തുല്യമാണെന്ന് നമുക്കറിയാം. d to d to dx at x at x to a c of c one f ന്റെ x പ്ലസ് d കൊണ്ട് dx c ന്റെ dx ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ x ന്റെ x ന് തുല്യം a ന് തുല്യമാണ്, സ്ഥിരമായ ഗുണിതം കൊണ്ട് ഇത് c ഒരു തവണ f പ്രൈം a പ്ലസ് c രണ്ട് മടങ്ങ് g ആണ് മുമ്പത്തെ രണ്ട് ഫലങ്ങളിൽ a പ്രൈം ചെയ്യുക, അതിനാൽ ചില ഡെറിവേറ്റീവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ഈ ഫലം ഉപയോഗിക്കാമെന്ന് പറയാം, ഉദാഹരണത്തിന് x ചതുരശ്ര മൈനസ് thr -ന് തുല്യമായ fx ee x പ്ലസ് $ടു$ എഫ് പ്രൈം നിലവിലുണ്ടെങ്കിൽ അത് മുന്നിൽ കണക്കാക്കുക, അതിനാൽ നമുക്ക് അറിയാവുന്നത്, x ന്റെ x ചതുരത്തിന്റെ ഡെറിവേറ്റീവിന്റെയും സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ ഡെറിവേറ്റീവിന്റെയും ഡെറിവേറ്റീവ് നമുക്കറിയാം, അതിനാൽ x ന്റെ dx ന്റെ dx രണ്ട് xd by dx ന്റെ dx ആണ്. സ്ഥിരമായ രണ്ടിന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് പൂജ്യമാണ്, x സ്ക്വയർ മൈനസ് 3 x പ്ലസ് 2 ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് 2 x മൈനസിന് തുല്യമാണ്, x ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവിന്റെ മുന്നിരട്ടിയും പ്ലസ് പൂജ്യവുമാണ്, അതിനാൽ ഇത് x ന്റെ f പ്രൈം അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല. ഏതെങ്കിലും x എന്നതിന് ഡെറിവേറ്റീവ് x -ൽ നിലവിലുണ്ട്, രണ്ട് x മൈനസ് മൂന്ന് ആണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്, അതിനാൽ f പ്രൈം മുന്നിൽ പ്ലസ് ഇൻ ചെയ്യേണ്ടതുണ്ട്, x സമം മുന്നിന് രണ്ട് തവണ മൂന്ന് മൈനസ് മൂന്ന് ആണ്, അത് മൂന്ന് വലത്തിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഈ തുക വൂൾ ഉപയോഗിച്ച് കോൺസ്റ്റന്റ് മൾട്ടിപ്പിൾ വൂൾ ലാ ഈ ഫംഗ്ഷനുകളുടെ സംയോജനത്തിന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് കണക്കാക്കാം, അവയിൽ ഓരോന്നിന്റെയും ഡെറിവേറ്റീവ് എനിക്കറിയാമെങ്കിൽ, ഞങ്ങൾ ഇവിടെ നിർത്താം, അടുത്ത ക്ലാസിൽ ഞങ്ങൾ കുറച്ച് പ്രോപ്പർട്ടികൾ പഠിക്കും, തുടർന്ന് കുറച്ച് ഫംഗ്ഷനുകളുടെ ഡെറിവേറ്റീവ് കണക്കാക്കാം നന്ദി നിങ്ങൾ നിങ്ങൾ