

બધાને નમસ્તે,

તેથી આજે હું કલનશાસ્ત્રમાં બે ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ ખ્યાલો શરૂ કરીશ જે એક કાર્યની સાતત્ય અને ભિન્નતા છે અત્યાર સુધી આપણે અભ્યાસ કર્યો છે કે એક બિંદુ પર ફંક્શનની મર્યાદાઓ દ્વારા આપણો શું અર્થ થાય છે અને અમે જોશું કે બિંદુના કાર્યની સાતત્યતા અને તફાવતને વ્યાખ્યાયિત કરવામાં મર્યાદાઓ કેન્દ્રિય ભૂમિકા ભજવે છે અને પછીના પ્રવચનોમાં આપણે આ ખ્યાલોના ઘણા એપ્લિકેશનો જોશું.

તેથી યાલો હું એક બિંદુ પર સતત કાર્યનો અર્થ શું છે તે વ્યાખ્યાયિત કરવા સાથે શરૂ કરીએ

તેથી હું ચર્ચા કરીશ કે શું કરવું અમારો મતલબ એક બિંદુ પર ફંક્શનની સાતત્યથી થાય છે

તેથી અમે હંમેશા માર્ગોને  $f$  એ ડોમેન  $D$  પર વ્યાખ્યાયિત વાસ્તવિક મૂલ્યવાન કાર્ય છે

તેથી ધારો કે ફંક્શન ડોમેન  $D$  પર વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે જે  $r$  વાસ્તવિક સંખ્યાનો સબસેટ છે અને ધારો કે  $a, d$  નું છે કે ફંક્શન  $f$  એ  $a$  ના  $f$  પર વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે

તેથી અમે કહીશું કે અમે કહીશું કે  $f$  એ  $a$  પર સતત છે જો  $a$  નું  $f$  એ  $x$  ની  $f$  ફંક્શનની મર્યાદા જેટલી હોય ત્યારે  $x$   $a$  ની નજીક આવે છે

તેથી યાદ કરો કે યાદ કરો કે

$xx$  ની મર્યાદા  $f$  માટે  $a$  પર જવા

માટે  $x$  નું ફંક્શન  $f$  અમુક અંતરાલમાં વ્યાખ્યાયિત કરવું આવશ્યક છે જેમાં  $a$  સમાવિષ્ટ ખુલ્લા અંતરાલ છે

તેથી આપણે કહીએ છીએ કે  $f$  સતત છે  $a$  જો  $f$  હોય તો  $x$  નું  $f$  સતત છે  $x$   $a$  ની બરાબર છે જો બે શરત પહેલા  $x$  ની  $f$  ની મર્યાદા  $x$   $a$  ની નજીક પહોંચે ત્યારે અસ્તિત્વમાં છે

તેથી  $x$  ની નજીક પહોંચે ત્યારે ફંક્શનની તમામ મર્યાદા પ્રથમ અસ્તિત્વમાં હોવી જોઈએ અને  $a$  ની બીજી  $f$   $x$  ની  $f$  ની મર્યાદા જેટલી હોવી જોઈએ

જેમ  $x$  એ આહની નજીક આવે છે તેમ હું અહીં કહું છું કે મર્યાદા અસ્તિત્વમાં રહે તે માટે આપણે ઈચ્છીએ છીએ કે ફંક્શનને અમુક અંતરાલમાં વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે જેમાં  $a$  હોય પરંતુ જરૂરી નથી પરંતુ જરૂરી નથી કે  $x$  બરાબર અધિકાર હોય

તેથી મર્યાદા માટે આપણને ફંક્શનની જરૂર નથી  $x$  બરાબર  $a$  પર વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે પરંતુ સાતત્યની વ્યાખ્યા એ છે કે  $a$  પર ફંક્શનનું મૂલ્ય મર્યાદાની બરાબર હોવું જોઈએ

તેથી  $f$  સતત રહેવા માટે  $f$  માટે  $fx$  એ  $x$  બરાબર  $a$  ફંક્શન પર સતત હોવું જોઈએ.

$x$  પર  $a$  અને  $f$  એક આવશ્યક છે

$x$  ની  $f$  ની મર્યાદા  $x$  ની નજીક  $a$  પર આવે છે તો યાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ એક તો  $x$  નું  $f$  ધ્યાનમાં લઈએ જે 0 કરતા ઓછા  $x$  માટે 0 બરાબર છે અને  $x$  માટે 1 શૂન્ય કરતા મોટા છે

તેથી જો તમે ગ્રાફ દોરો આ ફંક્શન આ ફંક્શન બધા  $x$  નેગેટિવ માટે શૂન્ય છે અને  $x$  માટે શૂન્ય કરતાં મોટા માટે  $fx$  બરાબર એક છે

તેથી આ મારું  $xy$  છે અને આ  $x$  ના  $f$  બરાબર  $y$  નો ગ્રાફ છે

તેથી અહીં આપણે જાણીએ છીએ કે અહીં ની મર્યાદા  $x$  નો  $f$   $x$  0 ની નજીક પહોંચે છે આ અસ્તિત્વમાં નથી કારણ કે  $x$  ના  $f$  ના શૂન્ય પર ડાબા હાથની મર્યાદા શૂન્યની બરાબર છે જે શૂન્ય પર જમણી બાજુની મર્યાદા સમાન નથી

તેથી મર્યાદા અસ્તિત્વમાં નથી

તેથી  $x$  નું  $f$  એ  $x$  બરાબર શૂન્ય પર સતત નથી, ભલે  $x$  નું  $f$   $x$  શૂન્યની બરાબર પર વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે તો પણ આપણી પાસે શૂન્યનો  $f$  એક બરાબર છે પરંતુ જો તમે શૂન્ય સિવાય અન્ય કોઈ બિંદુ લો પણ

જો  $a$  શૂન્યની બરાબર ન હોય પછી  $x$  ની  $f$  ની મર્યાદા જેમ જેમ  $x$   $a$  ની નજીક આવે છે તે 1 ની બરાબર છે જો  $a$  સખત રીતે હકારાત્મક હોય અને આ શૂન્ય બરાબર છે જો  $a$  સખત રીતે નકારાત્મક જમણે હોય તો તમે આ આવેખ પરથી જોઈ શકો છો કે જો આપણે કોઈપણ  $a$  ને હકારાત્મક મારી લઈએ તો

આ બિંદુ  $a$  ધરાવતા અંતરાલમાં ફંક્શન સ્થિર એક છે અને

તેથી ડાબા હાથની મર્યાદા અને જમણો હાથ મર્યાદા બંને એક સમાન છે પરંતુ જો તમારું  $a$  અહીં ક્યાંક નેગેટિવ છે તો આ અંતરાલમાં ફંક્શન સમાન રીતે શૂન્ય છે

તેથી મર્યાદા પણ શૂન્ય છે  $a$  ની  $f$  પણ 1 ની બરાબર છે જો  $a$  સકારાત્મક હોય અને 0 જો  $a$  નકારાત્મક હોય તો

તેથી ફંક્શન  $x$  નું  $f$  એ  $x$  બરાબર શૂન્ય જમણે સિવાયના તમામ બિંદુઓ પર સતત છે પણ જો  $x$  એ  $a$  ની બરાબર  $x$  પર સતત ન હોય તો આપણે કહીશું કે  $x$  નું  $f$  એ  $x$  ની બરાબર પર અખંડિત છે

તેથી સાહજિક રીતે સાતત્યનો અર્થ સાતત્યનો સાહજિક અર્થ શું થાય છે જો આપણે ફંક્શનનો આવેખ દોરી શકીએ અને ધારો કે આપણી પાસે આ બિંદુ  $a$  છે તો આ બિંદુ  $a$  નો અલ્પવિરામ  $f$  છે

તેથી જો આપણે

$x$  ના  $f$  બરાબર ફંક્શન  $y$  નો ગ્રાફ દોરી શકીએ તો  $x$  ના  $f$  ની સાતત્ય

$x$  સમ  $a1$  નો અર્થ એ છે કે ગ્રાફ પર  $a$  ના અલ્પવિરામ  $f$  બિંદુની નજીક ગ્રાફ તૂટી ગયો નથી

તેથી જેનો અર્થ છે કે તમે તમારી પેન ઉપાડ્યા વિના  $a$  નો અલ્પવિરામ  $f$  આ બિંદુની નજીક આ ફંક્શનનો ગ્રાફ દોરી શકો છો, પરંતુ અમે જોશે કે આ સાહજિક વ્યાખ્યા સાતત્યના રીગ્રેસન કરવા માટે પૂરતી નથી

તેથી

ઉદાહરણ તરીકે અગાઉના ઉદાહરણ

માટે 0 કરતાં વધુ  $x$  માટે 1 અને શૂન્ય કરતાં ઓછા  $x$  માટે 0 સમાન  $fx$  અથવા આપણે કહ્યું કે શૂન્ય કરતાં વધુ માટે તે એક છે જો

તમે આ બિંદુની નજીક આવેખ દોરો છો તો શૂન્ય અલ્પવિરામ એક તમે જુઓ છો  $x$  માટે શૂન્ય કરતા મોટા આ એક છે પરંતુ  $x \neq 0$  કરતા ઓછા માટે તે 0 છે.

તેથી તમે આ ફંક્શન માટે આ તૂટ્યું નથી  
તેથી અહીં તમે જોશો કે ગ્રાફની અસરો  
શૂન્ય અલ્પવિરામ એકની નજીકનો ગ્રાફ તૂટી ગયો છે  
તેથી આ ઉદાહરણ

તેથી અગાઉનું ઉદાહરણ એ હતું કે જ્યાં ફંક્શન એક બિંદુ પર સતત અથવા અખંડિત ન હતું કારણ કે તે બિંદુ પર મર્યાદા અસ્તિત્વમાં ન હતી પરંતુ આગળનું ઉદાહરણ યાલો  $x$  ના ફંક્શનને ધ્યાનમાં લઈએ જે  $e^{1/x}$  છે  $x \neq 0$  ની બરાબર નથી અને  $x \neq 0$  બરાબર શૂન્ય છે તો આ ફંક્શન શૂન્ય સિવાયના તમામ બિંદુઓ પર એક છે

તેથી આપણે અહીં એક ખુલ્લું વર્તુળ દોરીએ છીએ અને આ મૂલ્ય એક છે અને  $x$  બરાબર શૂન્ય પર આ શૂન્ય છે  
તેથી આ  $x$  ના ફંક્શન  $f$  નો ગ્રાફ છે

તેથી આ કિસ્સામાં ફરીથી સાહજિક અર્થનો ઉપયોગ કરીને તમે જોઈ શકો છો કે આ આવેખ બિંદુ પર તૂટી ગયો છે આ બિંદુ શૂન્ય અલ્પવિરામ વન

તેથી આમાં શૂન્યની બરાબર  $x$  પર કાર્ય સતત નથી જો તમે અહીં જોશો કે  $x$  ની  $f$  ની મર્યાદા  $x \neq 0$  ની નજીક આવે છે ત્યારે આ અસ્તિત્વમાં છે અને 1 ની બરાબર છે પરંતુ 0 પર ફંક્શનની કિંમત 0 ની બરાબર છે જે  $x$  ની  $f$  ની  $x$  તરીકેની મર્યાદા જેટલી નથી શૂન્ય સુધી પહોંચે છે

તેથી  $x$  નું કાર્ય  $f$

શૂન્યની બરાબર  $x$  પર અખંડિત છે

તેથી આપણે એકમાં બે ઉદાહરણો જોયા છે કે એક બિંદુ પર ફંક્શનની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં નથી અને

તેથી તે બિંદુ પર ફંક્શન સતત હોઈ શકતું નથી બીજું ઉદાહરણ હતું જ્યાં મર્યાદા અસ્તિત્વમાં કાર્ય તે બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે પરંતુ મૂલ્ય ફંક્શનની  $e$  મર્યાદાની બરાબર નથી

તેથી તે સમયે ફરીથી ફંક્શન અવ્યવસ્થિત છે હવે યાલો જોઈએ  $x$  ના આ ઉદાહરણને ધ્યાનમાં લઈએ જે 1 બાય  $x$  ની  $x$  ગુણ્યા સાઈન બરાબર છે અને કારણ કે હું 1 બાય  $x$  લખી રહ્યો છું  $x$  બરાબર 0 નો અર્થ નથી

તેથી મેં આને  $x$  માટે ફંક્શનની કિંમત તરીકે વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે જે શૂન્યની બરાબર નથી અને આ  $x$  બરાબર શૂન્ય માટે વ્યાખ્યાયિત નથી

તેથી  $x$  બરાબર 0 માટે હું ફંક્શનની કિંમત વ્યાખ્યાયિત કરીશ 0 છે.

તેથી આ ફંક્શન છે જે 0 પર 0 છે અને કોઈપણ બિન-શૂન્ય  $x$  માટે ફંક્શન  $x$  ગુણ્યા સાઈન 1 બાય  $x$  છે તો અહીં તમે શું કહી શકો છો કે

$x$  શૂન્યની બરાબર પર  $f$  સતત છે

તેથી આ કિસ્સામાં જો તમે જો તમે ફંક્શનનો ગ્રાફ  $x$  ગુણ્યા સાઈન એક બાય  $x$  દોરવાનો પ્રયાસ કરો છો, તો તેને બિંદુ 0 ની નજીક દોરવાનું ખૂબ જ મુશ્કેલ છે કારણ કે જેમ તમે 0 ની નજીક જાઓ છો આ ફંક્શન સાઈન 1 બાય  $x$  તે ઓસીલેટીંગ યાલુ રાખે છે

તેથી હું તેને અહીં કહું છું ગ્રાફ દોરવો મુશ્કેલ છે

તેથી ગ્રાફ તૂટી ગયો છે કે નહીં તે જોવું મુશ્કેલ છે પરંતુ યાલો યુ  $s$  મર્યાદાની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરો જો આપણે આમ કરી શકીએ, પરંતુ શું આપણે મર્યાદાની ગણતરી કરી શકીએ છીએ  $x$  ની 0  $f$  પર જઈને

નીચે પ્રમાણે ગણતરી કરી શકાય છે મને લાગે છે કે આપણે આ ઉદાહરણ કદાચ પહેલા પણ જોયું છે તો હું કેવી રીતે કરી શકું જેથી મર્યાદા અસ્તિત્વમાં રહે

તેથી જો તમે  $x$  નું  $f$  જુઓ તો યાલો જોઈએ કે  $x$  નો મોડ  $f$  શું છે તે 1 બાય  $x$  ના  $x$  ગુણ્યા સાઈન ના મોડ જેટલો છે જે  $\text{mod } x$  ગુણ્યા મોડ  $\sin$  એક બાય  $x$  કરતા ઓછો છે અને ત્યારથી એક બાય એકની સાઈન  $x$  આપણે જાણીએ છીએ કે તે હંમેશા એક બાદબાકી અને બધા માટે એક વચ્ચે હોય છે  $x$  શૂન્યની બરાબર નથી અલબત્ત  $x$  માટે શૂન્યની સમાન નિશાની એક બાય  $x$  વ્યાખ્યાયિત નથી પરંતુ કોઈપણ  $x$  માટે શૂન્યની બરાબર નથી, આપણે જાણીએ છીએ કે  $y$  ની સાઈન હંમેશા વચ્ચે હોય છે માઈનસ વન અને એક

તેથી મોડ  $\sin$  one by  $x$  આ એક કરતા ઓછું છે

તેથી  $x \sin 1$  બાય  $x$ નું મોડ આ  $\text{mod } x$  કરતા ઓછું છે અને અલબત્ત આ એટલા માટે છે કારણ કે આપણે નિરપેક્ષ મૂલ્ય મોડ લઈ રહ્યા છીએ તે કરતાં વધુ છે 0 ની બરાબર.

હવે આપણે સેન્ડવીચ પ્રમેય જોયો છે

તેથી

$x$  ની મર્યાદા 0 ની 0 છે જે  $a \leq b$  છે  $0 \leq a$  બાજુની 0 ની મર્યાદાની બરાબર છે કારણ કે  $x$  સેન્ડવીચ પ્રમેય દ્વારા 0 પર જાય છે  $x$  ની મર્યાદા  $x \sin 1$  બાય  $x$  આપણે  $\text{mod } x \sin 1$   $x \neq 0$  પર જાય છે તેમ લખીએ છીએ આ 0 ની બરાબર છે અને આ મર્યાદા સૂચવે છે  $x$  નું પાપ એક બાય  $x$  પણ શૂન્ય છે

તેથી કાર્યની મર્યાદા

તેથી આપણી પાસે છે કે 0 નો  $f$  0 ની બરાબર છે અને આ  $x$  ની  $f$  મર્યાદા બરાબર છે કારણ કે  $x \neq 0$  ની નજીક આવે છે

તેથી સાતત્યની વ્યાખ્યા દ્વારા

તેથી  $x$  નો  $f$  શૂન્યની બરાબર  $x$  પર સતત છે

તેથી આ ઉદાહરણ મહત્વપૂર્ણ છે કારણ કે અહીં ફંક્શનનો ગ્રાફ દોરો અને પછી અનુમાન લગાવવું કે શું  $x$  બરાબર 0 પર ફંક્શન સતત છે કે નહીં તે મુશ્કેલ છે પરંતુ ફંક્શનની મર્યાદાની ગણતરી કરીને 0 પર આપણે જોયું કે તે 0 ના ફંક્શન  $f$  ની કિંમતની બરાબર છે અને

તેથી ફંક્શન શૂન્ય પર સતત છે

તેથી પછી આપણે કેટલાક ફંક્શનના વધુ ઉદાહરણો જોઈશું જ્યાં ફંક્શન છે કે કેમ તે અનુમાન કરવું ખૂબ સરળ નથી.

એક બિંદુ પર સતત અથવા ન પરંતુ મને દો આગળ વધો અને અન્ય ખ્યાલની ચર્ચા કરો જે ફંક્શનની ડિફરન્સિબિલિટી છે

તેથી  $x$  નું  $f$  એ વાસ્તવિક મૂલ્યવાળું ફંક્શન છે જેનો અર્થ છે કે ફંક્શનની શ્રેણી વાસ્તવિક સંખ્યાનો સબસેટ છે

જ્યારે આપણે કહીએ કે  $x$  નું  $f(x)$  એ વાસ્તવિક મૂલ્યવાળું કાર્ય છે.

જો  $h$  ની મર્યાદા  $f$  ના  $f$  ના શૂન્ય પર જઈને  $a$  વતી  $h$  માઈનસ  $f$  ની  $h$  વડે વિભાજિત કરવામાં આવે તો તે અસ્તિત્વમાં છે તેથી નોંધ કરો કે  $f(x)$  માટે  $f$  ના કાર્ય  $f$  ની બરાબર  $x$  પર તફાવત કરી શકાય તેવું છે  $x$  ને  $e$  ની બરાબર  $x$  ધરાવતા ખુલ્લા અંતરાલમાં વ્યાખ્યાયિત કરવું આવશ્યક છે કારણ કે જુઓ આપણે કહીએ છીએ કે  $f$  ની આ મર્યાદા  $x$  વતી  $f$  વતી  $h$  વડે ભાગ્યા  $f$  ની આ મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોવી જોઈએ

તેથી સૌ પ્રથમ તમે જુઓ કે અહીં  $a$  નું  $f$  છે

તેથી આપણી પાસે એ હોવું જોઈએ કે  $f$  એ  $x$  બરાબર  $a$  પર વ્યાખ્યાયિત થયેલ હોવું જોઈએ પણ આપણે એક વતી  $h$  નું  $f$

લખીએ છીએ અને પછી મર્યાદા લઈએ છીએ જેમ કે  $h$  શૂન્ય થઈ જાય છે જેથી તેનો અર્થ એ કે  $h$  હકારાત્મક અથવા નકારાત્મક હોઈ શકે અને વાસ્તવિક સંખ્યા નાની છે

તેથી ફંક્શનને અમુકમાં વ્યાખ્યાયિત કરવું આવશ્યક છે ઈન્ટરવલ

તેથી જો મારી પાસે  $a$  અહીં છે તો આની નજીકના અમુક અંતરાલમાં ફંક્શનને વ્યાખ્યાયિત કરવું આવશ્યક છે તો જ આપણે

ફંક્શનની ભિન્નતા વિશે વાત કરી શકીએ છીએ

તેથી હવે મને સમજાવું કે આ ગુણોત્તર શું છે કે મેં  $a$  નું  $f$  વતી  $h$  માઈનસ  $f$  લખ્યું છે.

$h$  દ્વારા છે

તેથી જો તમે ફંક્શનના ગ્રાફને જુઓ તો મને ભૌમિતિક અર્થઘટન લખવા દો

તેથી મને એક ફંક્શન દોરવા દો અને હું આ બિંદુને  $x$  બરાબર  $a$  માટે લઈશ

તેથી આ  $a$  નું  $f$  છે હવે મારી પાસે આ બિંદુ છે જે  $let$  છે હું આ બિંદુને  $p$  તરીકે કહું છું

જેનાં કોઓર્ડિનેટ્સ  $a$  નો અલ્પવિરામ  $f$  છે અને ચાલો બીજા બિંદુને જોઈએ જે એક વતી  $h$  છે અહીં હું  $h$  પોઝિટિવ લઈ રહ્યો છું તો અહીં બીજો બિંદુ  $q$  છે જેના કોઓર્ડિનેટ્સ  $a$  નો વતી  $h$  અને  $f$  છે વતી  $h$

તેથી અમારી પાસે આ એક વતી  $h$  નો  $f$  છે હવે જો તમે જુઓ કે જો હું બિંદુ  $p$  અને  $q$  ને જોડતો આ રેખા ભાગ દોરું અને હું અહીં આડી રેખા દોરું તો આ ભાગ  $h$  છે અને આ ઊભો ભાગ આ  $a$  નો  $f$  છે  $a$  ના વતી  $h$  ઓછા  $f$

તેથી આ ગુણોત્તર  $a$  નો ગુણોત્તર  $f$  વતી  $h$  ઓછા  $f$   $a$  ના  $h$  દ્વારા આ કંઈ નથી પણ

$p$  ને જોડતી રેખાનો ઢોળાવ છે જે  $a$  અને  $q$  ના  $a$  દ્વારા આપવામાં આવે છે જે  $a$  વતી  $h$  નો બિંદુ  $a$  વતી  $h$  છે હવે  $h$   $0$  ની નજીક આવે ત્યારે શું થાય છે

તેથી આપણે પૂછવું પડશે કે શું આ આ ફંક્શનની મર્યાદા આ ગુણોત્તર જેમ જેમ  $h$   $0$  ની નજીક પહોંચે છે તે અસ્તિત્વમાં છે કે નહીં

તેથી જો તમે આ આલેખમાંથી જોશો કે  $h$   $0$  ની નજીક આવે છે ત્યારે આ બિંદુ  $q$   $p$  ની નજીક આવે છે કારણ કે  $h$   $0$

તરફ આવે છે  $q$  બિંદુ  $p$  તરફ વલણ ધરાવે છે અને શું થાય છે અને સેકન્ટ જે છે વળાંક પરના આ બિંદુઓને જોડતો રેખા ખંડ એ  $p$

અને  $q$  એ બિંદુ પર સ્પર્શરેખાની નજીક પહોંચે છે  $a$  ના અલ્પવિરામ  $f$  એટલે કદાચ હું બીજો આકૃતિ દોરું કે આપણી પાસે આ

બિંદુ  $p$  છે અને ત્યાં આ સ્પર્શરેખા છે જેથી કરીને આ  $q$  આ બિંદુ તરફ આગળ વધે છે અને આ બિંદુ સુધી પહોંચે છે  $p$  સેકન્ટ રેખા

આ સ્પર્શરેખાની નજીક આવે છે અને સેકન્ટ રેખાનો ઢોળાવ સ્પર્શરેખાની નજીક આવે છે

તેથી  $f$  વતી  $h$  ના ઓછા  $f$  ની મર્યાદા  $h$  વડે ભાગ્યા તે સ્પર્શરેખાનો ઢોળાવ છે .

મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે ઠીક છે

તેથી જો ફંક્શન ડિફરન્સિએબલ હોય તો જો  $x$  નું  $f$  એ  $x$  ની બરાબર  $x$  પર વિભેદક હોય, તો આપણે  $f$  દ્વારા દર્શાવીએ છીએ  $a$  વતી  $h$  ની આ મર્યાદા  $f$  વતી  $h$  ઓછા  $f$  એ ભાગ્યા  $h$  જમણે

તેથી જો ફંક્શન ડિફરન્સિએબલ હોય તો તે છે આ મર્યાદા અસ્તિત્વમાં છે તો આ મર્યાદા  $f$  prime  $a$  તરીકે વ્યાખ્યાયિત

કરવામાં આવે છે અને  $f$  prime  $a$  એ  $x$  નું  $f$  નું વ્યુત્પન્ન  $x$  બરાબર  $x$  પર અધિકાર કહેવાય છે

તેથી વ્યુત્પન્ન એ આ તફાવત કોસાઇનની મર્યાદા છે જો આ મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોય અને જો મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોય તો

અસ્તિત્વમાં નથી તો આપણે કહીશું કે ફંક્શન ડિફરન્સિએબલ નથી જો ડિફરન્સ કોસાઇનની મર્યાદા જે  $f$  વતી  $h$  બાદ  $a$  બાય  $h$

ની હોય છે તે અસ્તિત્વમાં ન હોય તો આપણે કહીશું કે  $x$  નું  $f$  એ  $x$  ની બરાબરી પર તફાવત કરી શકતું નથી.

હવે ચાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ

તેથી ઉદાહરણો તો પ્રથમ એક સરળ કાર્ય છે કે ચાલો આપણે  $f$  ને  $r$  થી  $r$  સુધી લઈએ જ્યાં  $x$  નું  $f$  બરાબર  $ca$  કોન્સ્ટન્ટ છે તો ચાલો બધા  $x$  માટે  $c$  ની બરાબર  $f$  નું સ્થિર કાર્ય જોઈએ  $r$  માં હવે અહીં

કોઈ પણ  $a$  in  $r$  માટે એક શું છે  $a$  નું વતી  $h$  ઓછા  $f$   $a$  નું આ  $c$  માઈનસ  $c$  બરાબર છે જે બધા  $h$  માટે 0 છે

તેથી  $f$  ની મર્યાદા વતી  $h$  ઓછા  $f$  ની  $a$  બાય  $h$  આ શૂન્યની બરાબર છે કારણ કે અંશ શૂન્ય છે

તેથી  $f$  છે  $a$  ના દરેક  $a$  અને  $f$  પ્રાઇમ પર વિભેદક શૂન્ય સમાન છે

તેથી સતત કાર્ય માટે વ્યુત્પન્ન દરેક જગ્યાએ 0 છે આગળનું ઉદાહરણ ચાલો જોઈએ  $f(x)$  બરાબર  $x$  હવે ચાલો ફરીથી મર્યાદાની

ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી  $f$  પ્રાથમ  $a$  આ બરાબર છે  $h$  ની મર્યાદા  $a$  વત્તા  $h$  ના શૂન્ય  $f$  પર જાય છે  $a$  નું  $h$  વડે ભાગ્યા  $h$  જે  $h$  ની મર્યાદા બરાબર છે  $a$  વત્તા  $h$  ના શૂન્ય  $f$  પર જાય છે  $a$  વત્તા  $h$  ઓછા  $f$   $a$  ની  $h$  વડે ભાગ્યા છે અહીં એક ઓછા  $a$  રદ કરે છે

તેથી આ મર્યાદા  $h$  બરાબર છે જે  $h$  પર  $h$  ના શૂન્ય પર જાય છે અને કોઈપણ  $h$  બિન શૂન્ય  $h$  માટે  $h$  પર એક છે તેથી આ મર્યાદા એકની બરાબર છે

તેથી  $fx$  બરાબર  $x$  માટે વ્યુત્પન્ન  $f$  પ્રાથમ  $x$  બધા માટે એક સમાન છે  $x$  માં  $r$  બરાબર ચાલો એક વધુ ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, ચાલો જોઈએ  $fx$  બરાબર  $x$  ચોરસ હવે જો હું  $x$  નો  $f$  વત્તા  $h$  માઈનસ  $f$  જોઉં તો  $x$  ભાગાકાર  $d$  દ્વારા  $h$  જો આ મર્યાદા  $h$  શૂન્યની નજીક આવે તો તે અસ્તિત્વમાં છે તે  $f$  prime  $x$  વ્યુત્પન્ન હશે તેથી આ બરાબર છે  $x$  વત્તા  $h$  ચોરસ ઓછા  $x$  ચોરસને  $h$  વડે ભાગ્યા પછી આપણે  $x$  વત્તા  $h$  વર્ગને  $x$  વર્ગ વત્તા  $2h$  ગુણ્યા  $x$  તરીકે લખીશું.

વત્તા  $h$  ચોરસ ઓછા  $x$  ચોરસને  $h$  વડે ભાગ્યા પછી  $x$  ચોરસ અને  $x$  ચોરસ રદ થાય છે તેથી આ આપણે હંમેશા  $h$  નોટ બરાબર શૂન્ય માટે લખી રહ્યા છીએ અને આ  $h$  ગુણ્યા બે  $x$  વત્તા  $h$  બરાબર છે તેથી આ બે  $x$  વત્તા  $h$  બરાબર છે હવે આપણે જોઈએ છીએ કે આ બે  $x$  પર જાય છે કારણ કે  $x$   $h$  જાય છે શૂન્ય પર જાય છે તેથી  $f$  અવિભાજ્ય  $x$  જે  $h$  ની મર્યાદા છે જે  $x$  ના  $f$  ના શૂન્ય પર જાય છે વત્તા  $h$  ની  $x$  ઓછા  $f$  ની ઉપર  $h$   $2x$  બરાબર છે.

વધુ એક સંકેત રજૂ કરો જેથી આ  $f$  પ્રાથમ  $x$  પણ  $x$

ના  $f$  ના  $dx$  દ્વારા અથવા  $dy$  દ્વારા  $dx$  દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે જ્યાં  $y$  એ  $x$  ના  $f$  બરાબર છે

તેથી આપણે અત્યાર સુધી જે મેળવ્યું છે તે છે જેથી આપણે કોઈપણ સ્થિરાંકના  $dx$  દ્વારા  $d$  લખી શકીએ ફક્શન શૂન્ય  $d$  બાય  $dx$  ફક્શનનું  $dx$  બરાબર  $x$  બરાબર છે અને આપણે જોઈએ કે  $d$  બાય  $dx$   $x$  ચોરસ આ અત્યાર સુધી  $2x$  બરાબર છે આપણે આ ત્રણ ડેરિવેટિવ જોયા છે હવે એક મહત્વપૂર્ણ ગુણધર્મ એ છે કે ધારો કે

$x$  નું  $fx$  અને  $g$  એ બે ફક્શન છે જે  $a$  ની બરાબર  $x$  પર વિભેદક છે તો ફક્શન  $fx$  વત્તા  $gx$  પણ  $x$  બરાબર  $a$  પર વિભેદક છે અને આપણે ડેરિવેટિવ  $d$  લખી શકીએ છીએ.

$dx$  દ્વારા

તેથી આપણે આને  $x$  બરાબર  $fx$  ખસ  $gx$  પર લખીશું આ બરાબર છે  $d$  બાય  $fx$  ના  $dx$  પર  $x$  બરાબર  $a$  ખસ પર  $gx$  નું વ્યુત્પન્ન  $x$  બરાબર  $a$  એટલે કે આ  $f$  prime  $a$  ખસ સમાન છે  $g$  prime  $a$  તો ચાલો સાબિતી જોઈએ તો ચાલો મને  $ux$  બરાબર  $fx$  plus  $gx$  લખવા દો પછી અમે બતાવવા માંગીએ છીએ કે તમે  $a$  પર તફાવત કરી શકો છો

તેથી જો હું  $u$  નો વત્તા  $h$  ઓછા  $u$  લખું તો  $h$  વડે ભાગ્યા આ બરાબર છે એક વત્તા  $h$  નું  $f$  વત્તા  $h$  વત્તા  $g$  કે જે  $a$  વત્તા  $h$  નું  $u$  છે આ  $a$  નું બાદબાકી છે  $f$   $a$  વત્તા  $g$  નું  $h$  વડે ભાગ્યા છે અને આને  $a$  વત્તા  $h$  ઓછા  $f$  ના  $f$  ના સરવાળા તરીકે લખી શકાય છે  $a$  ભાગ્યા  $h$  વત્તા  $g$  નું  $a$  વત્તા  $h$  નું માઈનસ  $g$  ભાગ્યા  $h$

તેથી કોઈપણ  $h$  બિન શૂન્ય માટે આપણી પાસે આ છે અને આપણે શું જાણીએ છીએ તે છે જમણી બાજુની  $e$  મર્યાદા બંને મર્યાદાઓ અસ્તિત્વમાં છે

તેથી  $u$  ની મર્યાદા  $a$  વત્તા  $h$  ઓછા  $u$  ની  $a$  બાય  $h$  જ્યારે  $h$  શૂન્ય પર જાય છે આ  $h$  ની મર્યાદા બરાબર છે

$f$  ની  $a$  વત્તા  $h$  ઓછા  $f$  ના શૂન્ય પર જતી  $a$  બાય  $h$  વત્તા  $g$  ની  $g$  ની વત્તા  $h$  ઓછા  $g$  ની  $h$  વડે ભાગ્યા આ મર્યાદાના સરવાળા નિયમ દ્વારા છે

અમે મર્યાદાઓ માટે જોઈએ છે કે જો કોઈ સમયે  $fx$  અને  $gx$  ની મર્યાદા અસ્તિત્વમાં હોય તો સરવાળાની મર્યાદા પણ અસ્તિત્વમાં છે અને સરવાળાની મર્યાદા એ મર્યાદાનો સરવાળો છે

તેથી આપણે તેનો ઉપયોગ કરી રહ્યા છીએ અને આ તે જ વાત છે જે કહે છે કે  $u$  prime  $a$  અસ્તિત્વમાં છે  $n$  એ  $f$  prime  $a$  plus  $g$  prime ની બરાબર છે અને બીજી મહત્વની મિલકત એ છે કે જો હું  $u$  લખું તો  $x$  વાસ્તવિક સંખ્યામાં અમુક સતત  $c$  માટે  $x$  ના અમુક સ્થિર ગુણ્યા  $f$  સમાન છે અને  $f$  અવિભાજ્ય  $a$  અસ્તિત્વમાં છે જે  $f$  છે  $a$  પર વિભેદક છે પછી  $u$  અવિભાજ્ય  $a$  અસ્તિત્વમાં છે અને  $a$  નું અવિભાજ્ય  $c$  ગુણ્યા  $f$  પ્રાથમ  $a$  ની બરાબર છે

તેથી આ સાબિત કરવા માટે ફરીથી આપણે લખીએ છીએ કે  $a$  વત્તા  $h$  ઓછા  $u$  માંથી  $a$  બાય  $h$  આ બરાબર  $c$  ગુણ્યા  $f$   $a$  વત્તા  $h$  ઓછા  $c$  ગુણ્યા  $f$   $a$  નો ભાગાકાર  $h$  જે બરાબર છે હું  $c$  સામાન્ય લઈ શકું છું અને પછી મારી પાસે  $a$  નો  $f$  વત્તા  $h$  ઓછા  $f$  નો ભાગાકાર  $h$  છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે આ મર્યાદા બરાબર છે

તેથી હું ફક્ત લખીશ કે આ  $c$  ગુણ્યા  $f$  તરફ વલણ ધરાવે છે અવિભાજ્ય  $a$  એય તરીકે શૂન્ય તરફ વલણ ધરાવે છે

તેથી  $u$  અવિભાજ્ય  $a$  એ  $c$  ગુણ્યા  $f$  પ્રાથમ  $a$  ની બરાબર છે

તેથી આ બે પરિણામોનો ઉપયોગ કરીને આપણે વધુ સામાન્ય રીતે કહી શકીએ કે જો  $x$ નો  $u$   $c$  1 ગણો  $fx$  વત્તા  $c$  2 ગણો  $g$   $x$  અને  $f$  અવિભાજ્ય  $ag$  છે પ્રાથમ  $a$  અસ્તિત્વમાં છે તો  $u$  અવિભાજ્ય એ  $c$  ની બરાબર છે 1 ગુણ્યા  $f$  પ્રાથમ  $a$  વત્તા  $c$  2 ગણા  $g$  પ્રાથમ  $a$  આ ફક્ત અગાઉના બે ગુણધર્મોને સંયોજિત કરી રહ્યું છે

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે  $a$  નો પ્રાથમ એ સરવાળો નિયમ દ્વારા સમાન છે આ બરાબર છે  $d$  બાય  $dx$  પર  $x$  બરાબર  $c$  ની એક  $f$  ની  $x$  વત્તા  $d$  બાય  $dx$   $c$  ની બે  $g$   $x$  પર  $x$  બરાબર  $a$  અને અચલ ગુણાંક દ્વારા આ  $c$  એક ગુણ્યા  $f$  પ્રાથમ  $a$  વત્તા  $c$  બે વખત  $g$  અગાઉના બે પરિણામો દ્વારા prime  $a$  બરાબર છે

તેથી ચાલો કહીએ કે કેટલાક ડેરિવેટિવ્સની ગણતરી કરવા માટે આ પરિણામનો ઉપયોગ કરીએ

તેથી ઉદાહરણ તરીકે  $fx$  બરાબર  $x$  ચોરસ ઓછા  $thr$  જો તે અસ્તિત્વમાં હોય તો  $EE$   $x$  વત્તા બે ગણો  $f$  પ્રાથમ ત્રણ પર,

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે  $x$  નું  $x$  ચોરસ વ્યુત્પન્ન અને અચલનું વ્યુત્પન્ન જાણીએ છીએ,  
તેથી

$x$  ચોરસના  $dx$  દ્વારા  $dx$  બે  $x$  નું  $dx$  એક છે અને અચળ બેનું વ્યુત્પન્ન શૂન્ય છે આપણી પાસે  $x$  ચોરસ ઓછા 3  $x$  વત્તા 2  
નું વ્યુત્પન્ન બરાબર 2  $x$  ઓછા ત્રણ ગણું  $x$  નું વ્યુત્પન્ન એક અને વત્તા શૂન્ય છે

તેથી આ  $x$  ના  $f$  પ્રાથમ સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી હકીકતમાં કોઈપણ  $x$  માટે વ્યુત્પન્ન  $x$  પર અસ્તિત્વમાં છે અને તે બે  $x$  ઓછા ત્રણ દ્વારા આપવામાં આવે છે અને

તેથી  $f$  પ્રાથમ ત્રણ પર તમારે ફક્ત  $x$  બરાબર ત્રણ એટલે બે ગુણ્યા ત્રણ ઓછા ત્રણ જે ત્રણ બરાબર છે ખગ ઇન કરવું પડશે

તેથી આ સરવાળા નિયમનો ઉપયોગ કરીને અને સતત બહુવિધ નિયમ 1a આપણે

આ ફંક્શનના સંયોજન માટેના વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરી શકીએ જો હું તેમાંથી દરેકનું વ્યુત્પન્ન જાણું તો આપણે અહીં રોકાઈશું અને  
પછીના વર્ગમાં આપણે કેટલીક વધુ ગુણધર્મો શીખીશું અને પછી કેટલાક વધુ કાર્યોના વ્યુત્પન્નની ગણતરી કરીશું આભાર તમે તમે