

সবাইকে হ্যালো

তাই আজকে আমি ক্যালকুলাসে দুটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ ধারণা শুরু করব

যা একটি ফাংশনের ধারাবাহিকতা এবং ভিন্নতা এখন পর্যন্ত আমরা একটি বিন্দুতে একটি ফাংশনের সীমা বলতে আমরা কী বোঝায় তা অধ্যয়ন করেছি এবং আমরা দেখতে পাব যে বিন্দুর একটি ফাংশনের ধারাবাহিকতা এবং পার্থক্য নির্ধারণে সীমাগুলি কেন্দ্রীয় ভূমিকা পালন করে

এবং পরবর্তী বক্তৃতাগুলিতে আমরা এই ধারণাগুলির অনেকগুলি প্রয়োগ দেখতে পাব

তাই আমি একটি বিন্দুতে একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন বলতে কী বোঝায় তা সংজ্ঞায়িত করে শুরু করি

তাই আমি কী করব তা নিয়ে আলোচনা করব আমরা একটি বিন্দুতে একটি ফাংশনের ধারাবাহিকতা বলতে চাই

তাই আমরা সবসময় ধরে নেব f একটি ডোমেনে সংজ্ঞায়িত একটি বাস্তব মূল্যবান ফাংশন d

তাই ধরুন ফাংশনটি একটি ডোমেনে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে d যা r বাস্তব সংখ্যার একটি উপসেট এবং ধরুন একটি d

এর অন্তর্গত যে ফাংশন f টি a এর f এ সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে

তাই আমরা বলব যে আমরা বলব যে f একটি এ অবিচ্ছিন্ন যদি a এর f

ফাংশন x এর f এর সীমার সমান হয় x a এর কাছে আসে

তাই প্রত্যাহার করুন যে xx -এর f সীমার জন্য একটি ফাংশন বিদ্যমান থাকার জন্য x -এর f কে

কিছু ব্যবধানে সংজ্ঞায়িত করতে হবে কিছু খোলা ব্যবধান

যাতে a থাকে

তাই আমরা বলি যে f এ অবিচ্ছিন্ন a যদি f থাকে তাহলে x এর f অবিচ্ছিন্ন থাকে x এর সমান যদি দুটি শর্ত প্রথমে x

এর f এর সীমা x a এর কাছে আসে

তাই প্রথমত x এর কাছে যাওয়ার ফাংশনের সীমাটি a থাকা উচিত এবং a এর দ্বিতীয় f অবশ্যই x এর f এর সীমার

সমান হতে হবে

যেহেতু x একটি আহের কাছে আসে আমি এখানে বলে রাখি যে সীমাটি বিদ্যমান থাকার জন্য আমরা চাই যে ফাংশনটি কিছু ব্যবধানে সংজ্ঞায়িত করা হোক যাতে a থাকে তবে অপরিহার্যভাবে নয়

x সমান ডানে

তাই সীমার জন্য আমাদের ফাংশনটির প্রয়োজন নেই x এর সমান a এর সাথে সংজ্ঞায়িত করা হবে কিন্তু ধারাবাহিকতার

সংজ্ঞা হল যে a এ ফাংশনের মান অবশ্যই সীমার সমান হতে হবে

তাই f অবিচ্ছিন্ন হওয়ার জন্য f এর অবিচ্ছিন্ন হওয়ার জন্য f একটি ফাংশনের সমান x এ অবিচ্ছিন্ন হতে হবে।

x এ অবশ্যই একটি এবং f এর সমান x -এর কাছে x -এর f -এর সীমার সমান a -এ,

তাই আসুন আমরা কিছু উদাহরণ উদাহরণ দেখি,

তাই x -এর f বিবেচনা করি যা 0 -এর কম x এর জন্য 0 এর সমান এবং x -এর জন্য 1 -এর সমান শূন্যের চেয়ে বড়

তাই আপনি যদি এর গ্রাফ আঁকেন এই ফাংশনটি এই ফাংশনটি সমস্ত x নেতিবাচকের জন্য শূন্য এবং x এর চেয়ে বড়

জন্য শূন্যের সমান f এক এর সমান

তাই এটি আমার xy এবং এটি x এর f এর সমান y এর গ্রাফ

তাই এখানে আমরা যা জানি তা হল এখানে সীমা x এর f x 0 এ পৌঁছেছে এটি বিদ্যমান নেই কারণ x এর f এর শূন্যে বাম হাতের সীমা এটি শূন্যের সমান যা শূন্যের ডান হাতের সীমার সমান নয়

তাই যেহেতু সীমাটি বিদ্যমান নেই সুতরাং x এর f অবিচ্ছিন্ন নয় x সমান শূন্যতে যদিও x এর f x শূন্যের সমান হয়

আমাদের কাছে শূন্যের f শূন্য একের সমান কিন্তু আপনি যদি শূন্য ছাড়া অন্য কোনো বিন্দু নেন তবে a যদি শূন্যের সমান না হয় তারপর x এর f -এর সীমা যখন x a এর কাছে আসে এটি 1 এর সমান যদি a কঠোরভাবে ধনাত্মক হয় এবং এটি

শূন্যের সমান যদি a কঠোরভাবে ঋণাত্মক ডানদিকে এটি আপনি এই গ্রাফ থেকে দেখতে পাচ্ছেন যে যদি আমরা যেকোনও a কে ধনাত্মক হিসাবে নিই তবে ফাংশনটি একটি ব্যবধানে ধ্রুবক হবে এই বিন্দুটি a এবং

তাই বাম হাতের সীমা এবং ডান হাত সীমা উভয়ই একের সমান কিন্তু যদি আপনার a এখানে কোথাও ঋণাত্মক হয় তবে

এই ব্যবধানে ফাংশনটি একইভাবে শূন্য

তাই সীমাটিও শূন্য a এর f ও সমান 1 যদি a ধনাত্মক হয় এবং 0 যদি a ঋণাত্মক হয়

তাই ফাংশনটি x এর f

সব বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন থাকে x সমান শূন্য ডান ব্যতীত আবার যদি x অবিচ্ছিন্ন না হয় x সমান a এর সমান আমরা বলব

যে x এর f অবিচ্ছিন্ন x সমান a

তাই স্বজ্ঞাতভাবে ধারাবাহিকতা মানে ধারাবাহিকতার স্বজ্ঞাত অর্থ কী

তাই যদি আমরা ফাংশনের গ্রাফটি আঁকতে পারি এবং ধরুন আমাদের কাছে এই বিন্দুটি a আছে

তাই এটি a এর একটি কমা f বিন্দু

তাই যদি আমরা

x এর f এর সমান y ফাংশনের গ্রাফটি আঁকতে পারি তাহলে

x এর f এর ধারাবাহিকতা x equ a এর মানে হল যে গ্রাফটি গ্রাফে a -এর কমা f বিন্দুর কাছে ভাঙা হয়নি

তাই যার মানে হল যে আপনি এই ফাংশনের গ্রাফটিকে এই বিন্দুর কাছে একটি কমা f আঁকতে পারেন আপনার কলম না

তুলেই কিন্তু আমরা দেখতে পাবেন যে এই স্বজ্ঞাত সংজ্ঞাটি ধারাবাহিকতার রিগ্রেশন করার জন্য যথেষ্ট নয়

তাই

উদাহরণস্বরূপ, পূর্ববর্তী উদাহরণের

জন্য 0 এর চেয়ে বড় x এর জন্য 1 এর সমান $f(x)$ এবং x শূন্যের চেয়ে কম x এর জন্য 0 বা আমরা বলেছি শূন্যের চেয়ে বেশি এর জন্য এটি একটি যদি আপনি এই বিন্দুর কাছে গ্রাফটি আঁকেন তাহলে

শূন্যের চেয়ে বড় x -এর জন্য কমা একটি দেখতে পাবেন কিন্তু $x = 0$ -এর চেয়ে কম হলে এটি 0 হবে।

সুতরাং আপনি এই ফাংশনের জন্য এটি ভাঙা না থাকতে পারেন,

তাই এখানে আপনি গ্রাফের প্রভাবগুলি দেখতে পাচ্ছেন।

শূন্য কমা ওয়ানের কাছে গ্রাফ ভাঙা হয়েছে

তাই এই উদাহরণটি

তাই আগের উদাহরণটি ছিল যেখানে ফাংশনটি একটি বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন বা অবিচ্ছিন্ন ছিল না কারণ সেই বিন্দুতে সীমাটি বিদ্যমান ছিল না কিন্তু পরবর্তী উদাহরণটি x এর ফাংশনটি বিবেচনা করা যাক যা $\text{equ } a \leq x < b$ থেকে 1 যদি $x = 0$ এর সমান না হয় এবং $x = 0$ শূন্যের সমান হয়

তাই এই ফাংশনটি শূন্য ব্যতীত সব বিন্দুতে একটি

তাই আমরা এখানে একটি খোলা বৃত্ত আঁকি এবং এটি হল মান এক এবং x শূন্যের সমান এটি শূন্য সুতরাং এটি হল x এর $f(x)$ ফাংশনের গ্রাফ

তাই এই ক্ষেত্রে আবার স্বজ্ঞাত অর্থ ব্যবহার করে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে এই গ্রাফটি বিন্দুতে ভাঙা হয়েছে এই বিন্দুতে শূন্য কমা এক

তাই ফাংশনটি শূন্যের সমান x এ অবিচ্ছিন্ন নয় ক্ষেত্রে যদি আপনি দেখতে পান যে x এর $f(x)$ এর সীমা $x = 0$ এর কাছে আসে এটি বিদ্যমান এবং এটি 1 এর সমান কিন্তু 0 এ ফাংশনের মান 0 এর সমান যা x হিসাবে x এর $f(x)$ এর সীমার সমান নয় শূন্যের কাছে আসে

তাই x এর ফাংশনটি

শূন্যের সমান x এ বিচ্ছিন্ন হয়

তাই আমরা দুটি উদাহরণ দেখেছি একটিতে ফাংশনের সীমা একটি বিন্দুতে বিদ্যমান ছিল না এবং সেই কারণে ফাংশনটি সেই বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন হতে পারে না আরেকটি উদাহরণ ছিল যেখানে সীমা বিদ্যমান ফাংশন যে পয়েন্টে সংজ্ঞায়িত করা হয় কিন্তু মান ফাংশনের e সীমার সমান নয়

তাই আবার সেই সময়ে ফাংশনটি বিচ্ছিন্ন হয় এখন আসুন x এর এই উদাহরণটি বিবেচনা করা যাক যা x এর x গুণ $\sin(x)$ এর 1 দ্বারা x এর সমান এবং কারণ আমি 1 দ্বারা x লিখছি x এর সমান 0 এর জন্য কোন অর্থ নেই

তাই আমি এটিকে সংজ্ঞায়িত করেছি x এর জন্য ফাংশনের মান শূন্যের সমান নয় এবং এটি x সমান শূন্যের জন্য সংজ্ঞায়িত নয়

তাই x সমান 0 এর জন্য আমি ফাংশনের মান নির্ধারণ করব 0 হতে হবে।

সুতরাং এটি হল সেই ফাংশন যা 0 এ 0 এবং যেকোন নন-জিরো x এর জন্য ফাংশনটি x গুণ সাইন 1 দ্বারা x

তাই এখানে আপনি কী বলতে পারেন $f(x)$ অবিচ্ছিন্ন x শূন্যের সমান

তাই এই ক্ষেত্রে যদি আপনি দেখুন যদি আপনি x বার সাইন ফাংশনের গ্রাফটি x বার করে একটি করে আঁকার চেষ্টা করেন তবে এটি 0 বিন্দুর কাছে আঁকা খুব কঠিন কারণ আপনি 0 এর কাছাকাছি গেলে এই ফাংশন সাইন 1 x এটি

দৌল্যমান থাকে

তাই এখানে আমি এটি বলি

গ্রাফ আঁকা কঠিন

তাই গ্রাফটি ভাঙা কি না তা দেখা কঠিন কিন্তু let $u = \sin(x)$ সীমা গণনা করার চেষ্টা করুন যদি আমরা তা করতে পারি তবে আমরা কি x এর সীমার সীমা গণনা করতে পারি x এর 0 $f(x)$ এ গিয়ে

নিম্নরূপ গণনা করা যেতে পারে আমার মনে হয় আমরা এই উদাহরণটি আগেও দেখেছি

তাই আমি কীভাবে করব যাতে সীমাটি বিদ্যমান থাকে সুতরাং আপনি যদি x এর $f(x)$ দেখেন তাহলে দেখা যাক x এর $\text{mod } f(x)$ কি এটা x এর $\text{mod } f(x)$ এর সমান x গুণ সাইন 1 x x যা $\text{mod } x$ গুণ $\text{mod } \sin(x)$ এর সমান

এবং যেহেতু $\sin(x)$ of one by x x আমরা জানি যে এটি সর্বদা বিয়োগ এক এবং সকলের জন্য এক এর মধ্যে থাকে x শূন্যের সমান নয় অবশ্যই x এর জন্য শূন্য চিহ্নের জন্য x এক দ্বারা x সংজ্ঞায়িত করা হয় না তবে যে কোনো x শূন্যের সমান নয় আমরা জানি যে y এর সাইন সর্বদা এর মধ্যে থাকে বিয়োগ এক এবং এক

তাই মোড সিন এক দ্বারা x এটি একের চেয়ে কম

তাই $x \sin(1)$ দ্বারা x এর মোড এটি $\text{mod } x$ এর সমান এবং অবশ্যই এটি কারণ আমরা নিচ্ছি পরম মান মোড এটি এর থেকে বড় 0 এর সমান।

এখন আমরা স্যান্ডউইচ থিওরেম দেখেছি

তাই যেহেতু x এর সীমা x এর 0 এ যাচ্ছে তা হল 0 যা $a \leq x < b$ বাম দিকের সীমার সমান 0 হিসাবে x স্যান্ডউইচ

উপপাদ্য দ্বারা 0 এ যাচ্ছে x

এর সীমা $x \sin(1)$ দ্বারা x আমরা $\text{mod } x \sin(1)$ by x লিখি যেহেতু $x = 0$ এ যায় এটি 0 এর সমান এবং এটি সীমা বোঝায় x এর $\sin(1)$ by x শূন্য

তাই ফাংশনের সীমা

তাই আমাদের কাছে 0 এর $f(x) = 0$ এর সমান বলে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এবং এটি x এর $f(x)$ সীমার সমান যেহেতু $x = 0$ এর

কাছে আসে

তাই ধারাবাহিকতার সংজ্ঞা অনুসারে সুতরাং x এর f শূন্যের সমান x এ অবিচ্ছিন্ন

তাই এই উদাহরণটি গুরুত্বপূর্ণ কারণ এখানে ফাংশনের গ্রাফ অঙ্কন করা এবং তারপর অনুমান করা যে ফাংশনটি x সমান 0 এ অবিচ্ছিন্ন কিনা তা কঠিন কিন্তু ফাংশনের সীমা গণনা করে 0 এ আমরা দেখেছি যে এটি 0 এর f ফাংশনের মানের সমান এবং

তাই ফাংশনটি শূন্যতে অবিচ্ছিন্ন

তাই পরে আমরা কিছু ফাংশনের আরও কিছু উদাহরণ দেখব যেখানে ফাংশনটি কিনা তা অনুমান করা খুব সহজ নয় একটি বিন্দুতে ক্রমাগত বা না কিন্তু আমাকে যাক এগিয়ে যান এবং অন্য একটি ধারণা নিয়ে আলোচনা করুন যা একটি ফাংশনের ভিন্নতা, সুতরাং x এর f একটি বাস্তব মূল্যবান ফাংশন হতে দিন যার অর্থ হল ফাংশনের পরিসরটি বাস্তব সংখ্যার একটি উপসেট $f(x)$ একটি বাস্তব মূল্যবান ফাংশন হতে দিন যখন আমরা বলি যে x এর $f(x)$ এর সমান এ পার্থক্যযোগ্য যদি h এর সীমা সীমা f এর f এর শূন্যে চলে যায় একটি প্লাস h বিয়োগ f এর একটি h দ্বারা ভাগ করলে এটি বিদ্যমান থাকে

তাই মনে রাখবেন যে $f(x)$ এর জন্য x এর একটি ফাংশনের f এর সমান পার্থক্যযোগ্য হতে হবে x কে অবশ্যই একটি খোলা অন্তরে সংজ্ঞায়িত করতে হবে যাতে

x এর সমান e থাকে কারণ দেখুন আমরা বলছি যে এই সীমাটি f এর x প্লাস f এর একটি প্লাস h বিয়োগ f এর একটি h দ্বারা ভাগ করলে এই সীমাটি বিদ্যমান থাকা উচিত

তাই প্রথমে আপনি দেখতে পাবেন যে এখানে a এর f আছে

তাই আমাদের অবশ্যই f কে সংজ্ঞায়িত করা উচিত x এর সমান a এছাড়াও আমরা f লিখছি a প্লাস h এর এবং তারপর সীমাটিকে h হিসাবে নিচ্ছি শূন্যে যাচ্ছে যাতে এর মানে h ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে এবং বাস্তব সংখ্যা ছোট

তাই ফাংশন কিছুতে সংজ্ঞায়িত করা আবশ্যিক ব্যবধান

তাই যদি আমার কাছে a থাকে তবে এর কাছাকাছি কিছু ব্যবধানে অবশ্যই ফাংশনটিকে সংজ্ঞায়িত করতে হবে তবেই আমরা ফাংশনের পার্থক্য সম্পর্কে কথা বলতে পারি

তাই এখন আমাকে ব্যাখ্যা করা যাক এই অনুপাতটি যা আমি a এর f যোগ h বিয়োগ f লিখেছি h দ্বারা

তাই যদি আপনি ফাংশনের গ্রাফের দিকে তাকান তাহলে আমাকে জ্যামিতিক ব্যাখ্যা লিখতে দিন

তাই আমাকে একটি ফাংশন আঁকতে দিন

এবং আমাকে এই বিন্দুটিকে $x = a$ -এর সমান হতে দিন

তাই এটি a এর f এখন আমার কাছে এই বিন্দুটি আছে যা let হয় আমি এই বিন্দুটিকে p বলে বলছি

যার স্থানাঙ্কগুলি a এর একটি কমা f এবং আরেকটি বিন্দু দেখা যাক যা একটি যোগ h এখানে আমি h পজিটিভ নিচ্ছি তারপর এখানে আরেকটি বিন্দু q আছে যার স্থানাঙ্কগুলি a এর একটি যোগ h এবং f প্লাস h

তাই আমাদের কাছে আছে এটি একটি প্লাস h এর f এখন আপনি যদি দেখেন যদি আমি এই রেখার অংশটি আঁকি p এবং q বিন্দুতে যোগ করে এবং আমি এখানে একটি অনুভূমিক রেখা আঁকি তাহলে এই অংশটি হল h এবং এই উল্লম্ব অংশটি হল একটি এর f a এর প্লাস h বিয়োগ f

তাই এই অনুপাত f এর অনুপাত a প্লাস h বিয়োগ f a এর h দ্বারা এটি আর কিছুই নয়, রেখার ঢাল হল p বিন্দুর সাথে মিলিত হওয়া যা a এবং q এর af দ্বারা দেওয়া হয়েছে যা একটি প্লাস h এর বিন্দু a প্লাস hf এখন $h = 0$ এর কাছে আসার সাথে সাথে কী হবে

তাই আমাদের জিজ্ঞাসা করতে হবে যে এটি কিনা এই ফাংশনের সীমা এই অনুপাতটি $h = 0$ এর কাছে যাওয়ার সাথে সাথে এই অনুপাতটি বিদ্যমান আছে বা না

তাই যদি আপনি এই গ্রাফ থেকে দেখেন যে $h = 0$ এর কাছে আসে এই বিন্দু q p এর কাছে আসে h হিসাবে 0 বিন্দু q প্রবণতা p এর দিকে যায় এবং কি হয় এবং সেক্যান্টটি হল রেখার অংশটি বক্ররেখার এই বিন্দুতে যোগদানকারী রেখার অংশটি হল

p এবং q বিন্দুতে স্পর্শক রেখার কাছে আসে a এর একটি কমা f

তাই হয়ত আমাকে আরেকটি ডায়গ্রাম আঁকতে দিন আমাদের এখানে এই বিন্দু p আছে এবং এখানে এই স্পর্শক রেখা রয়েছে এই q এই বিন্দুটি চলে এবং কাছে আসে p সেকেন্ট রেখাটি এই স্পর্শক রেখার কাছে আসে এবং সেকেন্ট রেখার ঢাল স্পর্শক রেখার কাছে আসে

তাই f এর সীমা f যোগ h বিয়োগ f একটি h দ্বারা ভাগ করলে এটি স্পর্শক রেখার ঢাল প্রদান করা হয় সীমা বিদ্যমান ঠিক আছে

তাই যদি ফাংশনটি ডিফারেনশিয়াল হয়

তাই x এর f যদি x এর সমান a এর সাথে পার্থক্য করা হয় তবে আমরা f প্রাইম a দ্বারা বোঝাই এই সীমা f একটি প্লাস h বিয়োগ f এর একটি h ডান দ্বারা বিভক্ত

তাই যদি ফাংশনটি পার্থক্যযোগ্য হয় এই সীমাটি বিদ্যমান থাকে তাহলে এই সীমাটিকে f prime a হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় এবং f prime a কে x এর f এর ডেরিভেটিভ বলা হয় x সমান ডানদিকে

তাই ডেরিভেটিভ হল এই পার্থক্য কোসাইনের সীমা যদি এই সীমাটি থাকে এবং যদি সীমা থাকে বিদ্যমান নেই তাহলে আমরা বলব যে ফাংশনটি পার্থক্যযোগ্য নয় যদি পার্থক্য কোসাইনের সীমা যা f এর f যোগ h বিয়োগ f এর a দ্বারা h থাকে না তাহলে আমরা বলব যে x এর $f(x)$ এর সমান এ পার্থক্যযোগ্য নয় এখন আমরা কিছু উদাহরণ দেখি

তাই উদাহরণের জন্য প্রথমে একটি সহজ ফাংশন হল $f(x) = x^2$ থেকে x পর্যন্ত যেখানে x এর f সমান ca ধ্রুবকের সমান
 তাই আসুন x এর ধ্রুবক ফাংশন দেখি সব x এর জন্য c এর সমান r এখন এখানে এফ কি
 তাই কোন একটি জন্য $r = f(a)$ এর প্লাস h বিয়োগ f এর a এর সমান c বিয়োগ c যা সকল h এর জন্য 0
 তাই f এর সীমা a প্লাস h বিয়োগ f এর a এর h দ্বারা এটি শূন্যের সমান কারণ লবটি শূন্য
 তাই f হল a এর প্রতিটি a এবং f প্রাইম এ ডিফারেনশিয়াল শূন্যের সমান
 তাই ধ্রুবক ফাংশনের জন্য ডেরিভেটিভটি সর্বত্র 0 হয় পরবর্তী উদাহরণে আসুন x এর সমান fx দেখি এখন আবার সীমা
 গণনা করার চেষ্টা করা যাক যাতে f প্রাইম a এটি সমান হয় h -এর সীমা শূন্য f -তে গিয়ে a প্লাস h বিয়োগ f -এর সীমা h
 দ্বারা বিভক্ত যা h -এর সীমার সমান যা একটি প্লাস h -এর শূন্য f -এ যাচ্ছে একটি প্লাস h বিয়োগ f -এর একটি হল h দ্বারা
 ভাগ এখানে একটি বিয়োগ a বাতিল করে
 তাই এটি h এর উপর h এর শূন্য যাওয়া সীমার সমান এবং h এর উপর যে কোনো h অ শূন্যের জন্য h এক
 তাই এই সীমাটি একের

সমান

তাই fx এর জন্য x এর ডেরিভেটিভ f প্রাইম x সবার জন্য একের সমান x ঠিক আছে, আসুন আরও একটি গণনা
 করার চেষ্টা করি আসুন x বর্গক্ষেত্রের সমান fx দেখি এখন যদি আমি x এর f এর সাথে h বিয়োগ f এর x ভাগ দেখি
 d দ্বারা h যদি এই সীমাটি h শূন্যের কাছে পৌঁছায় তাহলে সেটি হবে ডেরিভেটিভ f prime x
 তাই এটি x যোগ h বর্গ বিয়োগ x বর্গকে h দ্বারা ভাগ করলে আমরা x যোগ h বর্গকে x বর্গ প্লাস $2h$ বার x লিখি
 প্লাস h বর্গ বিয়োগ x বর্গকে h দ্বারা বিভক্ত তারপর x বর্গ এবং x বর্গ বাতিল করে
 তাই এটি আমরা সর্বদা h নট সমান শূন্যের জন্য লিখছি এবং এটি h গুণিত
 দুই x যোগ h দ্বারা h এর সমান
 তাই এটি দুই x যোগ h এর সমান এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি দুই x এ যায় যেমন x যায় h শূন্যে যায়
 তাই f prime x যা h এর সীমা x এর f এর শূন্য এবং h বিয়োগ f এর x
 $2x$ এর সমান।

আরও একটি স্বরলিপি চালু করুন

তাই এই f প্রাইম x কে x

এর f এর dx দ্বারা বা dx দ্বারা dy দ্বারা চিহ্নিত করা হয় যেখানে $y = x$ এর f এর সমান

তাই আমরা এখন পর্যন্ত যা পেয়েছি

তাই আমরা যেকোনো ধ্রুবকের dx দ্বারা d লিখতে পারি ফাংশন শূন্য d দ্বারা dx ফাংশনের fx সমান x সমান এক
 এবং আমরা দেখেছি যে $d(x^2) = 2x dx$ এটি এখন পর্যন্ত $2x$ এর সমান আমরা এই তিনটি ডেরিভেটিভ দেখেছি এখন
 একটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হল যে ধরুন x এর fx এবং g দুটি ফাংশন যা x এর সমান a এর সাথে পার্থক্যযোগ্য তারপর
 ফাংশন fx প্লাস gx এছাড়াও x এর সমান a এ পার্থক্যযোগ্য এবং আমরা ডেরিভেটিভ d লিখতে পারি dx দ্বারা
 তাই আমরা এটি লিখব x এর সমান a এর fx প্লাস gx এটি d এর সমান fx এর dx এর x সমান a প্লাসের সমান x
 এ gx এর ডেরিভেটিভ a এর সমান যা এটি f prime a প্লাসের সমান g prime a

তাই আসুন প্রমাণ দেখি

তাই আমাকে fx প্লাস gx এর সমান ux লিখতে দিন তারপর আমরা দেখতে চাই যে আপনি a এ পার্থক্যযোগ্য
 তাই আমি যদি u লিখি a যোগ h বিয়োগ এর u একটি h দ্বারা ভাগ করলে এটি সমান হয় f এর a প্লাস h প্লাস g এর
 a প্লাস h এর u যে a যোগ h এর এই বিয়োগ a এর f a প্লাস g এর একটি h দ্বারা ভাগ করা হয়েছে এবং এটি একটি
 যোগ h বিয়োগ f এর f এর যোগফল হিসাবে লেখা যেতে পারে a দ্বারা ভাগ করা h যোগ g এর a যোগ h বিয়োগ g
 এর a ভাগ করা h দ্বারা

তাই যে কোনো h অ শূন্যের জন্য আমাদের এটি আছে এবং আমরা যা জানি তা হল $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$ সীমা উভয় সীমা
 বিদ্যমান

তাই u এর সীমা a প্লাস h বিয়োগ u এর a দ্বারা h হিসাবে h শূন্যে যায় এটি h এর সীমার সমান হয়
 f এর শূন্যে যাচ্ছে a প্লাস h বিয়োগ f এর a দ্বারা h যোগ সীমা g এর একটি প্লাস h বিয়োগ g এর একটি h দ্বারা
 বিভক্ত এটি সীমার যোগফলের নিয়ম দ্বারা আমরা সীমার জন্য দেখেছি যে যদি fx এবং gx এর সীমা কোনো সময়ে
 বিদ্যমান থাকে তবে যোগফলের সীমাও বিদ্যমান এবং যোগফলের সীমা হল সীমার যোগফল

তাই আমরা যা ব্যবহার করছি এবং এটি একই কথা বলে যে u prime a বিদ্যমান n সমান f prime a প্লাস g
 prime এর আরেকটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হল যে আমি যদি u লিখি x বাস্তব সংখ্যার কিছু ধ্রুবক c এর জন্য x এর কিছু
 ধ্রুবক বারের সমান এবং f প্রাইম a বিদ্যমান যা f হল a তে পার্থক্যযোগ্য তারপর u প্রাইম a বিদ্যমান এবং a এর u
 প্রাইম c গুণ f প্রাইম a এর সমান

তাই এটি প্রমাণ করতে আবার আমরা লিখি a যোগ h বিয়োগ u -এর u কত? a এর ভাগ h এর সমান যা আমি c কমন
 নিতে পারি এবং তারপর আমার কাছে f এর a প্লাস h বিয়োগ f এর a ভাগ h দ্বারা এবং আমরা জানি যে এই সীমাটি
 সমান

তাই আমি কেবল এটি লিখব c বার f হয় প্রাইম a হিসাবে h শূন্য হয়

তাই u প্রাইম a সমান c গুণ f প্রাইম a

তাই এই দুটি ফলাফল ব্যবহার করে আমরা আরও সাধারণভাবে বলতে পারি যে যদি x এর $u = c$ গুণ fx প্লাস c হয় x

এর 2 গুণ এবং f প্রাইম ag prime a বিদ্যমান তাহলে u প্রাইম এ a সমান c 1 গুণ f প্রাইম a প্লাস c 2 গুণ g প্রাইম a এটি কেবল আগের দুটি বৈশিষ্ট্যকে একত্রিত করছে

তাই আমরা জানি যে a এর u প্রাইম সমষ্টির নিয়ম অনুসারে এটি সমান d দ্বারা dx এ x সমান a c এর এক f এর x যোগ d দ্বারা d x c এর দুই g x x এর সমান a এবং ধ্রুবক গুণিতক দ্বারা এটি সমান c এক গুণ f প্রাইম a প্লাস c দুই গুণ g প্রাইম a পূর্ববর্তী দুটি ফলাফল দ্বারা ঠিক আছে

তাই চলুন বলি কিছু ডেরিভেটিভ গণনা করতে এই ফলাফলটি ব্যবহার করুন

তাই উদাহরণ fx সমান x বর্গ বিয়োগ thr ee x প্লাস দুই গণনা করুন f প্রাইম 3 এ যদি এটি বিদ্যমান থাকে তাহলে আমরা যা জানি তা হল x এর ডেরিভেটিভ x বর্গক্ষেত্রের ডেরিভেটিভ এবং ধ্রুবকের ডেরিভেটিভ

তাই যেহেতু d দ্বারা x বর্গক্ষেত্রের dx দুই xd x এর dx একটি এবং ধ্রুবক দুইটির ডেরিভেটিভ শূন্য আমাদের কাছে আছে যে x বর্গ বিয়োগ 3 x যোগ 2

এর ডেরিভেটিভ সমান 2 x বিয়োগ তিন গুণ x এর ডেরিভেটিভ এক এবং প্লাস শূন্য

তাই এটি আসলে x এর f প্রাইম ছাড়া কিছুই নয় যেকোন x-এর জন্য ডেরিভেটিভটি x-এ বিদ্যমান এবং দুই x বিয়োগ তিন দ্বারা দেওয়া হয় এবং

তাই তিন-এ f প্রাইম আপনাকে শুধু x সমান থিতে প্লাগ ইন করতে হবে দুই গুণ তিন বিয়োগ তিন যা তিন ডানের সমান

তাই এই যোগফলের নিয়ম ব্যবহার করে এবং ধ্রুব মাল্টিপল নিয়ম লা আমরা

এই ফাংশনগুলির সংমিশ্রণের জন্য এর ডেরিভেটিভ গণনা করতে পারি যদি আমি তাদের প্রতিটির ডেরিভেটিভ জানি

তাই আমরা এখানে থামব এবং পরবর্তী ক্লাসে আমরা আরও কিছু বৈশিষ্ট্য শিখব এবং তারপর আরও কিছু ফাংশনের

ডেরিভেটিভ গণনা করব ধন্যবাদ আপনি আপনি