निर्धारकों पर छठे और अंतिम व्याख्यान में छात्रों का स्वागत है जैसा कि मैंने इस व्याख्यान में पहले कहा था, मैं रैखिक समीकरणों की प्रणालियों के समाधान के बारे में बात करूंगा जो आप जानते हैं कि एक समीकरण को रैखिक कहा जाता है यदि अंतर्निहित चर में घातांक एक है उदाहरण के लिए x प्लस बाय है सी के बराबर या दो एक्स प्लस तीन वाई पांच के बराबर है, यहां अंतर्निहित चर एक्स और वाई हैं और चूंकि उन सभी के एक्सपोनेंट एक के बराबर हैं, ये रैखिक समीकरण हैं जब हम रैखिक समीकरणों की प्रणालियों के बारे में बात करते हैं तो हम कई समीकरणों पर विचार करते हैं कई चर और हम चर के लिए हल करना पसंद करते हैं जैसे कि प्राप्त मूल्य इस वर्ग में सभी समीकरणों को एक साथ संतुष्ट करते हैं हम दो चर के साथ दो समीकरणों या तीन चर के साथ तीन समीकरणों से निपटेंगे अब एक समीकरण को समीकरणों की एक प्रणाली पर विचार करें जैसे कि दो x जमा तीन y पांच के बराबर है और मान लीजिए x जमा दो y तीन के बराबर है हम जानते हैं कि x बराबर एक है और y बराबर है एक साथ दोनों समीकरणों को संतुष्ट करें y क्या यह हर समय होता है कोई उदाहरण दो x जमा तीन y पांच के बराबर है और चार x जोड़ छह y पंद्रह के बराबर है मान लीजिए आपको दो ऐसे समीकरण दिए गए हैं यह बहुत स्पष्ट है कि कोई भी x और y मौजूद नहीं हो सकता है जो संतुष्ट करता है दोनों एक साथ क्योंकि अगर मैं इस समीकरण 1 के बाएं हाथ को 2 से गुणा करता हूं तो हमें 4 x प्लस 6 y मिलता है लेकिन दायीं तरफ हमें 15 मिलता है

इसलिए दूसरी तरफ अगर हम 2 x प्लस 3 पर विचार करते हैं तो इसे संतुष्ट नहीं किया जा सकता है y 5 के बराबर है और 4 x जमा 6 y 10 के बराबर है तो हमें एक अलग समस्या का सामना करना पड़ता है क्योंकि इस समीकरण को 2 से गुणा करने पर हमें दूसरा समीकरण मिलता है, हम समीकरणों की उपरोक्त प्रणाली के लिए कई समाधान प्राप्त कर सकते हैं उदाहरण के लिए x एक के बराबर है y एक के बराबर है

इसलिए दो x जमा तीन y पांच के बराबर है चार x जमा छह y बराबर दस है दोनों संतुष्ट हैं x शून्य से पांच के बराबर है y पांच के बराबर है

इसलिए दो x जमा तीन y शून्य से दस प्लस के बराबर है पन्द्रह बराबर पाँच चार x 4 गुणा घटा 5 जमा 3 गुणा जोड़ 5 बराबर ऋण है 20 जमा 30 बराबर 10 x बराबर 2 y बराबर 1 बटा 3 है

इसलिए दो x जोड़ तीन y बराबर चार जमा एक पांच के बराबर है और चार गुणा दो जोड़ छह गुणा एक बटा तीन आठ जोड़ के बराबर है दो दस के बराबर है

इसलिए हम देखते हैं कि हम एक दो तीन पा सकते हैं वास्तव में हम परिमित संख्या में समीकरण की ऐसी प्रणाली के लिए किसी भी समाधान की गणना कर सकते हैं

इसलिए समीकरणों की एक प्रणाली को देखते हुए हमारे पास तीन संभावित स्थितियां हो सकती हैं या तो हमारे पास एक समाधान हो सकता है या हमारे पास कई समाधान हो सकते हैं या हमारे पास कोई समाधान नहीं हो सकता है प्रश्न यह है कि हम कैसे न्याय करते हैं कि रैखिक समीकरणों की दी गई प्रणाली की स्थिति क्या है,

इसलिए हम मैट्रिक्स और मैट्रिक्स व्युत्क्रम आधारित तकनीकों को निम्नानुसार लागू करते हैं, समीकरणों की प्रणाली को एक बार x एक जमा एक एक दो गुना x दो जमा एक 1 n गुना xn बराबर है b 1 a 2 1 गुना x 1 जमा 2 2 गुना x 2 जमा 2 n गुना xn b 2 के बराबर है मुझे यह पसंद है कि एक 1 गुना x 1 जमा 2 गुना x 2 जमा एन गुना xn बराबर bn है या दूसरे शब्दों में हम समीकरणों में देख रहे हैं n अज्ञात अर्थात् x एक x दो xn ध्यान दें कि हम एक मैट्रिक्स रूप में समीकरणों की ऐसी प्रणाली का प्रतिनिधित्व कर सकते हैं कुल्हाड़ी b के बराबर है जहां a n क्रॉस है nx n पंक्तियों का एक वेक्टर या एक आयामी मैट्रिक्स है और चर का एक स्तंभ है और b फिर से n पंक्तियाँ और एक स्तंभ या एक एक से एक तक दो नान एक से दो नान 1 वर्ष तक x 1 x 2 xn के बराबर b 1 b 2 से bn के बराबर है । बड़े करीने से हम एक मैट्रिक्स रूप में रैखिक समीकरणों की पूरी प्रणाली का प्रतिनिधित्व कर सकते हैं यदि कोई मान लेता है कि a गैर-एकवचन है तो क्या होगा हम जानते हैं कि हम एक व्युत्क्रम की गणना कर सकते हैं जिसे हमने अपनी पिछली कक्षा में देखा है

इसलिए एक व्युत्क्रम को कुल्हाड़ी में पूर्व गुणा करके एक व्युत्क्रम बी के बराबर है या एक्स एक व्युत्क्रम बी के बराबर है इस प्रकार यदि एक गैर-एकवचन है तो हमें रैखिक समीकरणों की प्रणाली के लिए अद्वितीय समाधान मिलता है उदाहरण के लिए दो एक्स प्लस तीन वाई आठ के बराबर है एक्स माइनस वाई एक के बराबर है

इसलिए मैट्रिक्स नोटेशन में दो तीन तीन घटा एक को xy से गुणा करने पर आठ के बराबर होता है जो अब एक का निर्धारक है क्या यह मैट्रिक्स दो तीन तीन के निर्धारक के बराबर है माइनस एक माइनस दो के बराबर है माइनस नौ बराबर माइनस ग्यारह है जो शून्य के बराबर नहीं है

इसलिए एक व्युत्क्रम मौजूद है कैसे एक व्युत्क्रम की गणना करने के लिए हम जानते हैं कि एक व्युत्क्रम विभाजित के आसन्न के बराबर है अब मैट्रिक्स का निर्धारक 2 3 3 माइनस 1 है

इसलिए ए का आसन्न बराबर है हम जानते हैं कि हम दो विकर्ण तत्वों को बदलते हैं और दो विकर्ण तत्वों के संकेत को बदलते हैं

इसलिए व्युत्क्रम माइनस 1 माइनस 3 माइनस 3 के बराबर है 2 बटा माइनस 11 ग्यारह बराबर एक बटा ग्यारह तीन बटा ग्यारह तीन बटा ग्यारह और माइनस टू बटा ग्यारह है

इसलिए व्युत्क्रम बी बराबर 1 बटा 11 3 बटा 11 3 बटा 11 गुणा माइनस 2 बटा 11 के दाहिने हाथ की ओर है बी सदिश जो 8 1 है 8 बटा 11 जमा 3 बटा 11 और 24 बटा 11 घटा 2 बटा 11 1 2 के बराबर है इस प्रकार हमें समीकरणों की प्रणाली के लिए एक अनूठा समाधान मिलता है मुझे अब एक और समस्या हल करने दें मान लीजिए कि यह दिया गया है कि 4 किलो प्याज का 3 किलो गेहूं और 2 किलो चावल का मूल्य 60 रुपये है , की लागत 2 किलो प्याज 4 किलो गेहूं और 6 किलो चावल 90 रुपये है और 6 किलो प्याज 2 किलो वजन और तीन किलो चावल 70 रुपये है, व्यक्तिगत लागत पाएं

इसलिए हम चार तीन के रूप में समीकरणों की प्रणाली का प्रतिनिधित्व करते हैं दो 2 4 6 6 2 3 को xyz से गुणा करने पर साठ नब्बे सत्तर के बराबर है जहां x प्रति किलो प्याज की कीमत है y प्रति किलो गेहूं की कीमत है और z प्रति किलो कीमत की कीमत है, हमें मूल्यों का पता लगाने की जरूरत है xyz ऐसा है कि सभी तीन समीकरण संतुष्ट हैं

इसलिए हमें एक व्युत्क्रम की गणना करने की आवश्यकता है जिसे हम पहले से ही जानते हैं कि एक के सारणिक द्वारा विभाजित के बराबर है

इसलिए हम गणना करते हैं कि एक एक के बराबर 4 गुणा 3 घटा 6 गुणा है 2 बराबर 0 है a 1 2 माइनस 1 गुणा 2 गुणा 3 घटा 6 गुणा 6 बराबर 30 है a 1 3 बराबर 2 गुणा दो घटा छह गुणा चार बराबर है माइनस बाईस एक बराबर माइनस एक गुणा 3 गुणा 2 गुणा 2 घटा 5 के बराबर है ए 2 2 बराबर 4 गुणा 3 घटा 6 गुणा 2 बराबर 0 ए 2 3 बराबर घटा 1 गुणा 4 गुणा 2 मिनट है s 6 गुणा 3 जोड़ 10 के बराबर है a 3 1 बराबर तीन गुणा छह घटा चार गुणा दो बराबर है जोड़ दस a तीन दो बराबर घटा एक गुणा 4 गुणा 6 घटा 2 गुणा 2 बराबर माइनस 20 है और एक 3 3 बराबर चार गुणा चार घटा तीन गुणा दो जमा दस के बराबर है

इसलिए एक बार जब हम सहकारक प्राप्त कर लेते हैं तो हम लिख सकते हैं कि ए के बराबर शून्य शून्य से पांच दस 30 0 घटा 20 घटा 20 10 10 है

इसलिए व्युत्क्रम की गणना करने के लिए हम एक के अब निर्धारक के निर्धारक को खोजने की जरूरत है , अगर हम पहली पंक्ति के साथ विस्तार करते हैं तो हम उनके कोफ़ैक्टर्स के साथ शब्द से गुणा करते हैं

इसलिए हमें जो मिलता है वह 4 गुणा 0 जमा 3 गुणा 30 जमा 2 घटा 20 बराबर 0 प्लस होता है 90 माइनस 40 बराबर 50 है जो गैर-शून्य है

इसलिए 50 से विभाजन समझ में आता है

इसलिए एक व्युत्क्रम 0 माइनस 5 10 तीस शून्य माइनस बीस माइनस ट्वेंटी टेन को पचास से विभाजित ज़ीरो माइनस एक बटा दस एक बटा पांच के बराबर है तीन बटा पांच शून्य घटा दो बटा पांच घटा दो बटा पांच एक बटा पांच और एक बटा पांच

इसलिए थ का हल ई समीकरण हम इसे बी वेक्टर के साथ एक व्युत्क्रम गुणा करके प्राप्त कर सकते हैं जो हमें 60 90 और 70 के रूप में दिया गया है
इसलिए xyz इसके साथ इसके उत्पाद के बराबर है और यह 0 शून्य से 9 जमा 14 के बराबर 5 है 36 माइनस 28 बराबर 8 माइनस 24 जमा 18 बराबर माइनस 6 जमा 14 बराबर 8 है.
इसलिए प्याज की कीमत पांच रुपये के बराबर है गेहूं की कीमत आठ रुपये के बराबर है और चावल की कीमत आठ रुपये के बराबर है . पिंजरा मुझे एक और समस्या हल करने दो तीन संख्याओं का योग छह है यदि हम दूसरी को तीसरी संख्या से गुणा करते हैं और पहले में जोड़ते हैं तो हमें सात मिलते हैं और यदि हम दूसरी और तीसरी संख्या जोड़ते हैं और पहली संख्या में 3 गुना जोड़ते हैं तो हम बारह प्राप्त करें तीन संख्याएँ ज्ञात करें
इसलिए उपरोक्त विवरण हमें तीन समीकरण देता है पहला है x जमा y जमा z बराबर 6 x जमा 2 z बराबर 7 3 x जमा y जमा z 12 या 1 1 1 1 के बराबर है 0 2 3 1 1 को xyz से गुणा करने पर 6 7 और 12 के बराबर होता है
इसलिए पहले की तरह हम पहले जांचते हैं कि एक का सारणिक क्या है 1 गुणा 0 घटा 2 घटा 1 घटा 1 घटा 6 जमा 1 घटा 1 घटा 0 बराबर माइनस 2 जमा 5 जमा 1 बराबर 4 है न कि 0 के बराबर है
इसलिए हम गणना कर सकते हैं कि व्युत्क्रम बराबर है एक के सारणिक द्वारा विभाजित के बराबर ए
इसलिए पहले की तरह हम सहकारकों की गणना करते हैं, कृपया जांच लें कि हमें निम्नलिखित मिलता है एक 1 1 शून्य से दो के बराबर है एक दो पांच के बराबर है एक एक तीन एक के बराबर है एक 2 1 के बराबर 0 ए 2 2 के बराबर है माइनस 2 और ए 2 3 बराबर है प्लस 2 ए 3 1 बराबर 2 ए 3 2 माइनस 1 के बराबर है और ए 3 3 माइनस 1 के बराबर है
इसलिए इसे फिर से मैट्रिक्स फॉर्म में लिखने पर ए के बराबर मिलेगा माइनस 2 5 1 0 माइनस 2 2 2 माइनस 1 माइनस वन
इसलिए एक व्युत्क्रम इसके बराबर है चार से विभाजित माइनस दो शून्य दो पांच माइनस दो माइनस एक दो माइनस एक के बराबर है
इसलिए समीकरणों का हल बराबर है प्रतिलोम b बराबर एक बटा चार गुणा घटा दो शून्य दो पांच घटा 2 घटा 1 1 2 घटा 1 गुणा 6 7 12 बराबर 1 बटा 4 घटा 12 जमा 24 30 घटा 14 है घटा बारह छः जमा चौदह घटा बारह एक बटा चार गुणा बारह के बराबर है 4 8 3 1 2 के बराबर है
इसलिए 3 संख्याएं 3 1 और 2 हैं। मेरा सुझाव है कि आप इन मानों को समीकरणों में रखें और आप देखते हैं कि तीनों समीकरण इन तीन मूल्यों से संतुष्ट हैं हल करने का एक और तरीका है जिसे व्याकरण नियम कहा जाता है, यहां हम स्पष्ट रूप से व्युत्क्रम की गणना नहीं करेंगे, बल्कि हम विभिन्न निर्धारकों की गणना करके समीकरणों की प्रणाली को हल करेंगे और इसकी मदद से हम उन मूल्यों की गणना करेंगे जो विचार है यदि समीकरणों की दी गई प्रणाली कुल्हाड़ी के बराबर है जहां ए एनएनएक्स है एन क्रॉस है तो बी एन क्रॉस वन है जैसे कि ए गैर एकवचन है और बी शून्य वेक्टर के बराबर नहीं है जो एक क्रॉस एक मैट्रिक्स है जहां सभी मान शून्य हैं
इसलिए यदि बी शून्य वेक्टर नहीं है और ए गैर-एकवचन है तो तीन समाधान तो तीन समीकरणों के समाधान की गणना निम्नानुसार की जा सकती है , मुझे तीन बटा तीन के साथ वर्णन करने दें तो डी एक के निर्धारक के बराबर है डी एक होने दें th . के स्थान पर प्राप्त आव्यूह e b वेक्टर के साथ a का पहला कॉलम, जो कि d है, b 1 b 2 b 3 a 1 2 a 1 3 a 2 2 a 2 3 a तीन दो a तीन तीन समान रूप से d दो मैट्रिक्स के निर्धारक के बराबर है। ए वन वन बी 1 ए 1 3 ए 2 1 बी 2 ए 2 3 ए 3 1 बी 3 ए 3 3 यानी हमने मैट्रिक्स के दूसरे कॉलम को बी वेक्टर से बदल दिया है और इसी तरह डी तीन को 1 1 के निर्धारक के रूप में गणना करें ए 1 2 बी 1 ए 2 1 ए 2 2 बी 2 ए 3 1 ए 3 2 बी 3 तो एक्स बराबर डी 1 बटा डी वाई बराबर डी 2 बटा डी और जेड बराबर डी 3 बटा डी मैं नहीं हूं इसे साबित करना लेकिन मैं इसे उसी उदाहरण से सत्यापित कर रहा हूं जो हमने अभी किया था
इसलिए सत्यापन ए बराबर है 1 1 1 1 0 2 3 1 1 गुणा xyz 6 बारह के बराबर है हमें पता था कि उत्तर तीन एक दो है
इसलिए हम इसे हल करते हैं व्याकरण के नियम का उपयोग करते हुए हम जानते हैं कि d बराबर है एक के निर्धारक के बराबर है d एक बराबर है 6 1 1 7 0 2 12 1 1 के बराबर है 6 गुणा 0 घटा 2 घटा 1 गुणा 7 घटा 24 जमा 1 गुणा 7 माइनस 12 माइनस 7 जमा 24 जमा 7 बराबर 12 है
इसलिए पहले वेरिएबल का मान है बारह बटा चार बराबर है अब तीन के बराबर है d 2 1 6 1 1 7 2 3 12 1 के सारणिक के बराबर है और यह हम दूसरे कॉलम को b वेक्टर 6 7 और 12 से बदलने पर प्राप्त करते हैं।
इसलिए इसका सारणिक 1 में 7 घटा 24 घटा 6 गुणा 1 घटा 6 जमा 1 घटा 12 घटा 20 1 बराबर घटा 17 जमा 30 घटा 9 बराबर 4 है
इसलिए y का मान 4 बटा 4 बराबर एक के बराबर है इसी तरह d तीन है 1 1 6 1 0 7 3 1 12 के सारणिक के बराबर हमने तीसरे कॉलम को वी वेक्टर के साथ बदल दिया है 1 गुणा 0 घटा 7 घटा 1 गुणा 12 घटा 21 जमा 6 गुणा 1 घटा 0 बराबर है माइनस 7 जमा 9 प्लस 6 बराबर 8 है
इसलिए z बराबर 8 बटा 4 है 2 के बराबर है
इसलिए हम देखते हैं कि क्रैमर के नियम का उपयोग करके जहां हमने स्पष्ट रूप से एक व्युत्क्रम की गणना नहीं की है, हम समीकरणों के सिस्टम को हल कर सकते हैं जो हमने हल की हैं। एक मैट्रिक्स गैर-एकवचन है और
इसलिए एक का निर्धारक गैर-शून्य प्रश्न है यदि एक एकवचन है तो क्या होता है ,
इसलिए इसका निर्धारक 0 है
इसलिए हम निम्नलिखित करने की आवश्यकता है a यदि a का सारणिक 0 के बराबर है और b से गुणा का आसन्न 0 के बराबर है, तो हमारे पास समीकरणों की प्रणाली के लिए कई समाधान होंगे और b यदि a का सारणिक 0 है और एक से गुणा किया गया है बी 0 के बराबर नहीं है तो कोई समाधान नहीं होगा उदाहरण दो एक्स प्लस तीन वाई पांच के बराबर है और चार एक्स प्लस 6 वाई 10 के बराबर है। अब ए 2 3 4 6 के बराबर है
इसलिए ए का निर्धारक बराबर है 0
इसलिए हम ए के आसन्न की गणना बी के बराबर करते हैं हम जानते हैं कि दो क्रॉस दो मैट्रिक्स के लिए उस जोड़ की गणना करने के लिए हम विकर्ण तत्वों का आदान-प्रदान करते हैं और हम विकर्ण तत्वों के संकेत को बदलते हैं
इसलिए इस मैट्रिक्स का आस-पास 6 माइनस 3 माइनस है 4 2 और अगर हम इसे 5 10 से गुणा करते हैं तो हमें 30 घटा 30 घटा 20 जमा 20 बराबर 0 होता है 0 0 के बराबर होता है
इसलिए ए का सारणिक 0 होता है और हम पाते हैं कि बी से गुणा करने पर 0 है,
इसलिए जैसा कि हमने देखा है अपरिमित रूप से कई समाधान हैं लेकिन मान लीजिए कि हमारे पास दो x जमा तीन का नया उदाहरण है y पाँच के बराबर है और चार x जोड़ छह y पंद्रह के बराबर है
इसलिए a का सारणिक 0 के बराबर है और a का b सदिश के बराबर 6 घटा 3 घटा 4 2 गुणा 5 और 15 बराबर 30 घटा है 45 और माइनस 20 प्लस तीस माइनस पंद्रह दस के बराबर है, यह एक शून्य वेक्टर नहीं है, आकार दो क्रॉस वन का एक शून्य मैट्रिक्स नहीं है,
इसलिए जैसा कि हमने देखा है कि ए का सारणिक बराबर है, लेकिन बी से गुणा का असंबद्ध गैर है- शून्य
इसलिए समीकरण की इस प्रणाली का कोई समाधान नहीं है या समीकरण की यह प्रणाली असंगत है ठीक है छात्रों के साथ मैं निर्धारकों पर व्याख्यान की अपनी श्रृंखला समाप्त करता हूं, मुझे आशा है कि आपको व्याख्यान और उदाहरण मिलेंगे जिन्हें मैंने कई हल करने में उपयोगी किया है अन्य समस्याएं आपको बहुत-बहुत धन्यवाद