নির্ধারকদের উপর ষষ্ঠ এবং শেষ বক্তৃতায় শিক্ষার্থীদের স্বাগত জানাই
যেমনটি আমি এই বক্তৃতায় আগে বলেছিলাম আমি রৈখিক সমীকরণের সিস্টেমগুলির সমাধান সম্পর্কে কথা বলব আপনি জানেন যে একটি সমীকরণ রৈখিক বলা হয় যদি
অন্তর্নিহিত ভেরিয়েবলের সূচকের একটি থাকে যেমন x প্লাস বাই c এর সমান বা বলুন দুই x প্লাস তিন y সমান পাঁচটি এখানে অন্তর্নিহিত ভেরিয়েবল হল x এবং y এবং যেহেতু তাদের সকলের সূচক একটির সমান এইগুলি রৈখিক সমীকরণগুলি যখন আমরা রৈখিক সমীকরণের সিস্টেমগুলির কথা বলি তখন আমরা বিবেচনা করি একাধিক ভেরিয়েবল সহ একাধিক সমীকরণ এবং আমরা ভেরিয়েবলগুলির জন্য সমাধান করতে চাই যাতে প্রাপ্ত মানগুলি একই সাথে সমস্ত সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে এই শ্রেণীতে আমরা দুটি চলক সহ দুটি সমীকরণ বা তিনটি চলক সহ তিনটি সমীকরণ
এখন একটি সমীকরণকে সমীকরণের একটি সিস্টেম বিবেচনা করব যেমন দুই x যোগ তিন y সমান পাঁচ এবং বলি x যোগ দুই y সমান তিন আমরা জানি t দ্বারা x একের সমান এবং y সমান এক উভয় সমীকরণকে একই সাথে সন্তুষ্ট করে কি এটা সব সময়ই হয় এমন কোনো উদাহরণ বিবেচনা করবেন না দুই x যোগ তিন y সমান পাঁচ এবং চার x যোগ ছয় y পনেরটির সমান ধরুন আপনি এই ধরনের দুটি সমীকরণ দিলে এটা খুবই স্পষ্ট যে এখানে কোনো x এবং y থাকতে পারে না যা একই সাথে উভয়কেই সন্তুষ্ট করে কারণ আমি এই সমীকরণ 1 এর বাম দিকেকে 2 দিয়ে গুণ করলে আমরা 4 x যোগ 6 y পাব কিন্তু ডানদিকে আমরা পাব 15
তাই এটি
সন্তুষ্ট হতে পারে না অন্যদিকে যদি আমরা বিবেচনা করি 2 x যোগ 3 y সমান 5 এবং 4 x যোগ 6 y সমান 10 তাহলে এই সমীকরণটিকে 2 দ্বারা গুণ করলে আমরা দ্বিতীয় সমীকরণটি পাই।

উপরের সমীকরণের সিস্টেমের জন্য একাধিক সমাধান পেতে পারেন উদাহরণস্বরূপ x সমান এক y সমান এক
তাই দুই x যোগ তিন y সমান পাঁচ চার x যোগ ছয় y সমান দশ উভয়ই সন্তুষ্ট x সমান বিয়োগ পাঁচ y হয় পাঁচের সমান
তাই দুই x যোগ তিন y সমান বিয়োগ দশ যোগ পনের সমান পাঁচ চার x 4 বিয়োগ 5 যোগ 3 যোগ 5 সমান বিয়োগ 20 যোগ 30 সমান 10 x সমান 2 y সমান 1 দ্বারা 3 সুতরাং দুই x যোগ তিন y সমান চার যোগ এক সমান পাঁচ এবং চার ভাগ দুই যোগ ছয় এক দ্বারা তিন সমান আট যোগ দুই সমান দশ
তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি এক দুই তিন আসলে আমরা সীমিত সংখ্যায় গণনা করতে পারি এই ধরনের সমীকরণ পদ্ধতির জন্য যেকোনো সমাধান
তাই সমীকরণের একটি সিস্টেম দেওয়া হলে আমাদের তিনটি সম্ভাব্য পরিস্থিতি থাকতে পারে হয় আমাদের একটি সমাধান থাকতে পারে বা আমাদের একাধিক সমাধান থাকতে পারে বা আমাদের কোনো সমাধান থাকতে পারে না প্রশ্ন হল কীভাবে? রৈখিক সমীকরণের একটি প্রদত্ত সিস্টেমের পরিস্থিতি কী তা আমরা বিচার করি
তাই আমরা ম্যাট্রিক্স এবং ম্যাট্রিক্স বিপরীত ভিত্তিক কৌশল প্রয়োগ করি নিম্নরূপ সমীকরণের সিস্টেমগুলিকে এক এক গুণ x এক যোগ এক দুই গুণ x দুই প্লাস 1 n গুণ xn হয় সমান b 1 a 2 1 বার x 1 প্লাস a 2 2 বার x 2 প্লাস a 2 n গুণ xn সমান b 2 আমি পছন্দ করি যে একটি 1 গুণ x 1 যোগ একটি 2 গুণ x 2 প্লাস ann গুণ xn সমান bn বা ইন অন্য কথায় আমরা n অজানা সমীকরণগুলি দেখছি যেমন x এক x দুই xn মনে রাখবেন যে আমরা একটি ম্যাট্রিক্স আকারে এমন একটি সমীকরণের সিস্টেমকে উপস্থাপন করতে পারি
ax এর সমান b যেখানে a n ক্রস nx হল একটি ভেক্টর বা একটি এক মাত্রিক n সারিগুলির ম্যাট্রিক্স এবং ভেরিয়েবলের একটি কলাম এবং b হল ডানদিকে আবার n সারি এবং একটি কলাম বা একটি এক এক পর্যন্ত এক na দুই এক পর্যন্ত দুই nan 1 পর্যন্ত ann গুণ x 1 x 2 xn সমান b 1 b 2 পর্যন্ত bn এইভাবে খুব সুন্দরভাবে আমরা একটি ম্যাট্রিক্স ফর্মের ক্ষেত্রে রৈখিক সমীকরণের পুরো সিস্টেমটিকে উপস্থাপন করতে পারি ,
ধরুন a অ-একবচন তাহলে কী হবে আমরা জানি যে আমরা একটি বিপরীত গণনা করতে পারি যা আমরা আমাদের শেষ দেখেছি শ্রেণী
তাই একটি বিপরীতকে অক্ষে পূর্বে গুণ
করে একটি বিপরীত b বা x এর সমান একটি বিপরীত b এর সমান সুতরাং a যদি অ-একবচন হয় তবে আমরা রৈখিক সমীকরণের সিস্টেমের জন্য অনন্য সমাধান পাই
উদাহরণ বিবেচনা করুন দুই x প্লাস তিন y সমান আট তিন x বিয়োগ y সমান
তাই ম্যাট্রিক্স নোটেশনে দুই তিন তিন বিয়োগ এক xy দ্বারা গুন করলে আটটি এখন একটি এর নির্ধারক কোনটি এই ম্যাট্রিক্স সমান দুইটির নির্ধারক তিন তিন বিয়োগ এক সমান বিয়োগ দুই বিয়োগ নয় সমান বিয়োগ এগার সমান শূন্য নয়
তাই একটি বিপরীত বিদ্যমান আছে কিভাবে একটি গণনা করা যায় ইনভার্স আমরা জানি একটি ইনভার্স একটি বিভক্ত একটি এর সংযোজকের সমান এখন ম্যাট্রিক্স 2 3 3 বিয়োগ 1
তাই a এর সন্ধি সমান আমরা জানি যে আমরা দুটি তির্যক উপাদান পরিবর্তন করি এবং তির্যক দুটির চিহ্ন পরিবর্তন করি উপাদান
তাই একটি বিপরীত বিয়োগ সমান 1 বিয়োগ 3 বিয়োগ 3 2 এর উপর বিয়োগ 11 এগার সমান এক দ্বারা এগারো তিন দ্বারা এগারো তিনটি এবং বিয়োগ দুই দ্বারা এগারো
তাই a in শ্লোক b সমান 1 বাই 11 3 বাই 11 3 বাই 11 বাই বিয়োগ 2 বাই 11 বি ভেক্টরের ডান দিকে যা 8 1 সমান 8 বাই 11 যোগ 3 বাই 11 এবং 24 বাই 11 বিয়োগ 2 বাই 11 1 2 এর সমান এইভাবে আমরা সমীকরণ পদ্ধতির জন্য একটি অনন্য সমাধান পেয়েছি এখন আমি আরেকটি সমস্যা সমাধান করি, ধরুন

4 কেজি পেঁয়াজের দাম 3 কেজি গম এবং 2 কেজি চালের দাম 2 এর দাম 60 টাকা।
পেঁয়াজের কেজি 4 কেজি গম এবং 6 কেজি চালের দাম 90 টাকা এবং 6 কেজি পেঁয়াজের দাম 2 কেজি ওজন এবং তিন কেজি চালের দাম 70 টাকা পৃথক খরচ বের করুন
তাই আমরা সমীকরণের পদ্ধতিটিকে চার তিন দুই হিসাবে উপস্থাপন করি।
2 4 6 6 2 3 xyz দ্বারা গুন করলে ষাট নব্বই সত্তর সমান যেখানে x হল প্রতি কেজি পেঁয়াজের দাম y হল প্রতি কেজি গমের দাম এবং z হল প্রতি কেজি দামের দাম আমাদের xyz এর মান খুঁজে বের করতে হবে তিনটি সমীকরণই সন্তুষ্ট
তাই আমাদের একটি বিপরীত গণনা করতে হবে আমরা ইতিমধ্যেই জানি যে a এর নির্ণায়ক দ্বারা বিভক্ত একটি এর সন্নিবেশের সমান
তাই আমরা aa এক এর সংযোজন গণনা করি এক সমান 4 এর 3 বিয়োগ 6 এর 2 সমান 0 a 1 2 সমান বিয়োগ 1 থেকে 2 এর 3 বিয়োগ 6 ইন 6 সমান 30 একটি 1 3 সমান 2 2 বিয়োগ ছয় 4 সমান বিয়োগ একটি দুই এক সমান বিয়োগ এক 3 3 বিয়োগ 2 2 2 সমান বিয়োগ 5 একটি 2 2 সমান থেকে 4 থেকে 3 বিয়োগ 6 মধ্যে 2 সমান 0 একটি 2 3 সমান বিয়োগ 1 থেকে 4 থেকে 2 বিয়োগ 6 থেকে 3 সমান যোগ 10 একটি 3 1 সমান তিন থেকে ছয় বিয়োগ চারটি দুইটি যোগের সমান দশ একটি তিন দুই সমান বিয়োগ এক এর 4 থেকে 6 বিয়োগ 2 2 এর সমান বিয়োগ 20 এবং একটি 3 3 সমান চারের সমান চার বিয়োগ তিন ভাগ দুই সমান দশের সমান
তাই আমরা যখন কোফ্যাক্টরগুলি পাই তখন আমরা লিখতে পারি a এর সন্নিহিত শূন্য বিয়োগ পাঁচ দশ 30 0 বিয়োগ 20 বিয়োগ 20 10 10
তাই একটি বিপরীত গণনা করতে আমরা এখন নির্ণায়ক খুঁজে বের করতে হবে a-এর নির্ণায়ক সমান যদি আমরা প্রথম সারি বরাবর প্রসারিত করি তাহলে আমরা তাদের কোফ্যাক্টরগুলির সাথে পদটিকে গুণ করি
তাই আমরা যা পাই তা হল 4 থেকে 0 যোগ 3 থেকে 30 যোগ 2 থেকে বিয়োগ 20 0 যোগের সমান 90 বিয়োগ 40 সমান 50 যা শূন্য নয়
তাই 50 দ্বারা বিভাজন অর্থপূর্ণ
তাই একটি বিপরীত 0 বিয়োগ 5 10 ত্রিশ শূন্য বিয়োগ বিশ বিয়োগ দশ দশ ভাগ পঞ্চাশ দ্বারা সমান শূন্য বিয়োগ এক দ্বারা দশ এক দ্বারা পাঁচ তিন দ্বারা পাঁচ শূন্য বিয়োগ দুই দ্বারা পাঁচ বিয়োগ দুই দ্বারা পাঁচ এক দ্বারা পাঁচ এবং এক দ্বারা পাঁচ
তাই সমীকরণের সমাধান আমরা পেতে পারি এটি একটি বিপরীত b ভেক্টরের সাথে গুণ করে যা আমাদের কাছে 60 90 এবং 70 হিসাবে দেওয়া হয়েছে সুতরাং xyz এর সাথে এর গুণফলের সমান এবং এটি 0 বিয়োগ 9 যোগ 14 সমান 5 36 বিয়োগ 28 সমান 8 বিয়োগ 24 যোগ 18 সমান বিয়োগ 6 যোগ 14 সমান 8 হিসাবে বেরিয়ে আসে।

পেঁয়াজের দাম i s সমান পাঁচ টাকা গমের দাম আট টাকা সমান এবং চালের দাম আট টাকা সমান
খাঁচা আমি আরেকটি সমস্যা সমাধান করি
, তিনটি সংখ্যার যোগফল ছয় হয় যদি আমরা দ্বিতীয়টিকে তৃতীয় সংখ্যাটিকে গুণ করি এবং প্রথমটির সাথে যোগ করি তাহলে আমরা সাতটি পাই এবং যদি আমরা দ্বিতীয় এবং তৃতীয় সংখ্যাটি যোগ করি এবং প্রথম সংখ্যার 3 গুণে যোগ করি তাহলে আমরা বারোটি তিনটি সংখ্যা খুঁজে পাব
তাই উপরের বর্ণনাটি আমাদের তিনটি সমীকরণ দেয় প্রথমটি হল x যোগ y যোগ z সমান 6 x যোগ 2 z সমান 7 3 x যোগ y যোগ z সমান 12 বা 1 1 1 1 0 2 3 1 1 গুন করলে xyz 6 7 এবং 12 এর সমান
তাই আগে আমরা প্রথমে পরীক্ষা করে দেখি এর নির্ধারক কি? একটি 1 থেকে 0 বিয়োগ 2 বিয়োগ 1 থেকে 1 বিয়োগ 6 যোগ 1 থেকে 1 বিয়োগ 0 সমান বিয়োগ 2 যোগ 5 যোগ 1 সমান 4 এর সমান নয় 0
তাই আমরা গণনা করতে পারি একটি বিপরীত একটি নির্ধারক দ্বারা বিভক্তের সন্নিহিত সমান একটি
তাই আগের মত আমরা কোফ্যাক্টরগুলি গণনা করি দয়া করে পরীক্ষা করুন যে আমরা নিম্নলিখিতটি পেয়েছি একটি 1 1 সমান বিয়োগ দুই একটি এক দুই সমান পাঁচটি এক তিন সমান একটি 2 1 সমান 0 একটি 2 2 সমান বিয়োগ 2 এবং a 2 3 সমান যোগ 2 a 3 1 সমান 2 a 3 2 সমান বিয়োগ 1 এবং a 3 3 আবার বিয়োগ 1 এর সমান
তাই এটিকে ম্যাট্রিক্স আকারে লিখলে a এর সংযোজন পাওয়া যাবে বিয়োগ 2 5 এর সমান 1 0 বিয়োগ 2 2 2 বিয়োগ 1 বিয়োগ এক অতএব একটি বিপরীত সমান সমান এটিকে চার দ্বারা ভাগ করলে বিয়োগ দুই শূন্য দুই পাঁচ বিয়োগ দুই বিয়োগ এক এক দুই বিয়োগ এক
তাই সমীকরণের সমাধান একটি বিপরীত b সমান এক থেকে চারে বিয়োগ দুই শূন্য দুই পাঁচ বিয়োগ 2 বিয়োগ 1 1 2 বিয়োগ 1 গুন 6 7 12 সমান 1 দ্বারা 4 বিয়োগ 12 যোগ 24 30 বিয়োগ 14 বিয়োগ বারো ছয় যোগ চৌদ্দ বিয়োগ বারো সমান এক দ্বারা চার বারো 4 8 এর সমান 3 1 2
তাই 3টি সংখ্যা 3 1 এবং 2।
আমি পরামর্শ দিচ্ছি t হ্যাট আপনি এই মানগুলিকে সমীকরণে রাখুন এবং আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে তিনটি সমীকরণই এই তিনটি মান দ্বারা সন্তুষ্ট হয়েছে সমাধানের আরেকটি উপায় হল যাকে ব্যাকরণের নিয়ম বলা হয় এখানে আমরা স্পষ্টভাবে বিপরীত গণনা করব না বরং আমরা বিভিন্ন গণনা করে সমীকরণের সিস্টেমটি সমাধান করব নির্ধারক এবং এর সাহায্যে আমরা মানগুলি গণনা করব
ধারণাটি যদি প্রদত্ত সমীকরণের সিস্টেমটি ax এর সমান হয় যেখানে a হল nnx হল n ক্রস এক b হল n ক্রস হল একটি অ একবচন এবং b সমান নয় শূন্য ভেক্টর থেকে যা একটি ক্রস ওয়ান ম্যাট্রিক্স যেখানে সমস্ত মান শূন্য

তাই b যদি শূন্য ভেক্টর না হয় এবং a অ-একবচন হয় তবে তিনটি সমাধান তাহলে তিনটি সমীকরণের সমাধান গণনা করা যেতে পারে নিম্নরূপ আমি তিনটি দ্বারা চিত্রিত করি তিন
তাই let d এর নির্ণায়কের সমান একটি let d one হবে a এর প্রথম কলামটিকে b ভেক্টর দিয়ে প্রতিস্থাপন করে প্রাপ্ত ম্যাট্রিক্স যা d একটি b 1 b 2 এর নির্ধারকের সমান b 3 a 1 2 a 1 3 a 2 2 a 2 3 a তিন দুই একটি তিন তিন অনুরূপভাবে d দুই ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক a one b 1 a 1 3 a 2 1 b 2 a 2 3 a 3 1 b 3 a 3 3 অর্থাৎ আমরা একটি ম্যাট্রিক্সের দ্বিতীয় কলামটিকে b ভেক্টর দ্বারা প্রতিস্থাপিত করেছি এবং একইভাবে একটি 1 1 a 1 2 b 1 a 2 1 a 2 2 b 2 a 3 1 a 3 2 b 3 এর নির্ধারক হিসাবে d তিনটি গণনা করেছি।
তাহলে x এর সমান d 1 এর উপর dy সমান d এর উপর 2 এবং z এর সমান d 3 এর উপর di এটা প্রমাণ করছি না কিন্তু আমি এটিকে একই উদাহরণ দিয়ে যাচাই করছি যা আমরা এখন করেছি
তাই যাচাইকরণ a হল 1 এর সমান 1 1 1 0 2 3 1 1 xyz এর সমান 6 বারো আমরা জানতাম উত্তরটি তিন এক দুই
তাই আমরা ব্যাকরণের নিয়ম ব্যবহার করে এটি সমাধান করি
আমরা জানি d এর নির্ধারক সমান
চার d এর নির্ধারক 6 1 1 7 0 2 12 1 1 সমান 6 এর 0 বিয়োগ 2 বিয়োগ 1 থেকে 7 বিয়োগ 24 যোগ 1 7 এর সমান বিয়োগ 12 বিয়োগ 7 যোগ 24 যোগ 7 সমান 12
তাই এর মান প্রথম চলকটি বারোটির চারের সমান এখন তিনটির সমান এখন d 2
1 6 1 1 7 2 2 3 12 1 এর নির্ধারকের সমান এবং এটি আমরা দ্বিতীয় কলামটিকে b ভেক্টর 6 7 এবং 12 দিয়ে প্রতিস্থাপন করে পাই।

তাই এর নির্ধারক 1 থেকে 7 বিয়োগ 24 বিয়োগ 6 থেকে 1 বিয়োগ 6 যোগ 1 থেকে 12 বিয়োগ 20 1 সমান বিয়োগ 17 যোগ 30 বিয়োগ 9 সমান 4
তাই y এর মান 4 দ্বারা 4 সমানভাবে একের সমান d তিনটি 1 1 6 1 0 7 3 1 12 এর নির্ধারকের সমান আমরা v ভেক্টর দিয়ে তৃতীয় কলামটি প্রতিস্থাপন করেছি 1 থেকে 0 বিয়োগ 7 বিয়োগ 1 থেকে 12 বিয়োগ 21 প্লাস 6 এর মধ্যে 1 বিয়োগ 0 সমান বিয়োগ 7 প্লাস 9 প্লাস 6 সমান 8
তাই z সমান 8 বাই 4 সমান 2
তাই আমরা দেখতে পাই যে ক্র্যামারের নিয়ম ব্যবহার করে যেখানে আমরা স্পষ্টভাবে একটি বিপরীত গণনা করিনি আমরা সমীকরণের সিস্টেমগুলি সমাধান করতে পারি যে সমস্ত সমস্যা আমরা সমাধান করেছি আছে একটি ম্যাট্রিক্স অ একবচন এবং
তাই a-এর নির্ধারক অ-শূন্য প্রশ্ন হল a যদি একবচন হয় তাহলে a-এর নির্ধারক 0 হলে কী হবে
তাই আমাদেরকে নিম্নলিখিতটি করতে হবে a এর নির্ধারক যদি 0 এর সমান হয় এবং একটি b দ্বারা গুণিত হয় তাহলে 0 এর সমান হয় তাহলে
সমীকরণের সিস্টেমের জন্য আমাদের একাধিক সমাধান থাকবে এবং b যদি
a-এর নির্ধারক 0 হয় এবং b দ্বারা গুনিত 0-এর সমান না হয় তাহলে কোন সমাধানের উদাহরণ থাকবে না,
বিবেচনা করুন দুই x যোগ তিন y সমান পাঁচ এবং চার x প্লাস 6 y 10 এর সমান।
এখন a সমান 2 3 4 6
তাই a এর নির্ধারক 0 এর সমান
তাই
আমরা
a এর সংযোজন b তে গণনা করি সমান আমরা জানি যে দুটি ক্রস দুটি ম্যাট্রিকের জন্য সেই জয়েন্টটি গণনা করতে আমরা তির্যক উপাদানগুলিকে বিনিময় করি এবং আমরা তির্যক উপাদানগুলির চিহ্ন পরিবর্তন করি
তাই এই ম্যাট্রিক্সের সংলগ্ন 6 বিয়োগ 3 বিয়োগ 4 2 এবং যদি আমরা এটিকে 5 10 দিয়ে গুণ করি তবে আমরা
30 বিয়োগ 30 বিয়োগ 20 যোগ 20 পাব 0 0 এর সমান 0 এর সমান
তাই a-এর নির্ধারক হল 0 এবং আমরা b-এর সংযোজক 0 দিয়ে গুণ করলে
দেখতে পাই
তাই আমরা দেখেছি অসীমভাবে অনেকগুলি সমাধান আছে কিন্তু ধরুন আমাদের কাছে নতুন উদাহরণ আছে দুই x যোগ তিন y সমান পাঁচ এবং চার x যোগ ছয় y সমান পনেরো থেকে
তাই a-এর নির্ধারক সমান 0 এবং b ভেক্টরে a-এর সংলগ্ন সমান 6 বিয়োগ 3 বিয়োগ 4 2 গুণিত 5 এবং 15 সমান 30 বিয়োগ 45 এবং বিয়োগ 20 যোগ ত্রিশ সমান বিয়োগ পনের দশ এই একটি শূন্য ভেক্টর নয় একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স আকারের দুই ক্রস ওয়ান
তাই যেমন আমরা দেখেছি a এর নির্ণায়ক সমান শূন্য কিন্তু b দ্বারা গুণিত এর সংযোজকটি শূন্য নয়
তাই এই সমীকরণ বা এই পদ্ধতির কোন সমাধান নেই
প্রদত্ত সমীকরণ পদ্ধতিটি অসঙ্গতিপূর্ণ ঠিক আছে ছাত্ররা এর সাথে আমি নির্ধারকগুলির উপর আমার বক্তৃতাগুলির সিরিজটি শেষ করছি আমি আশা করি যে আপনি বক্তৃতাগুলি এবং উদাহরণগুলি খুঁজে পাবেন যা আমি অন্যান্য অনেক সমস্যা সমাধানে কার্যকর করেছি ধন্যবাদ আপনাকে ch আপনি