طلباء کو تعین کرنے والے کے پانچویں لیکچر میں خوش آمدید کہتا ہوں جیسا کہ میں نے آخری لیکچر کے اختتام پر کہا تھا کہ اس کلاس میں میں
میٹرکس الٹا کے بارے میں بات کروں گا تاہم میٹرکس الٹا پر بحث کرنے سے پہلے مجھے تعین کرنے والوں کے بارے میں ایک مسئلہ حل کرنے دو
a to the power omega a to the power 2 omega a مکعب مائنس 1 a مربع aa کے برابر ہے a کہ تعین کنندہ کیا ہے؟
to the power 3 omega minus 1 and a to the power omega square a to the power 2 omega
square a to the power 3 omega مربع مائنس 1 جہاں اومیگا اتحاد کا مکعب جڑ ہے اور ہم جانتے ہیں کہ ایک جمع اومیگا جمع
اومیگا مربع صفر کے برابر ہے اگر ہم میٹرکس کو دیکھیں
سے پاور تھری اومیگا اور a تو ہم دیکھتے ہیں کہ تیسرے کالم کے تمام عناصر دراصل دو مقداروں کا مجموعہ ہے ایک مکعب اور مائنس ایک
سے پاور تھری اومیگا اسکوائر مائنس 1 ہم جانتے ہیں کہ ایسی صورت حال میں ہم تعین کنندہ کو دو تعین کنندگان کے مجموعہ کے a مائنس 1 اور
سے a سے پاور 2 اومیگا a سے پاور اومیگا a مکعب a مربع aa کا تعین کنندہ re a طور پر لکھ سکتے ہیں اور ہم بالکل وہی کرتے ہیں۔
a مربع 1 aa کا طاقت 3 کے متعین ہے اومیگا اسکوائر مائنس a سے پاور 2 اومیگا مربع a کے لئے پاور اومیگا مربع a پاور 3 اومیگا اور
سے پاور 2 اومیگا اسکوائر اور 1۔ اس لیے اصل a سے پاور اومیگا اسکوائر a سے پاور 2 اومیگا اور 1 a کا تعین کرنے والا پاور اومیگا
کے تعین کنندہ نے اس کے تعین کنندہ کے طور پر لکھا ہے۔ اس میٹرکس اور دوسرے میٹرکس کے ڈیٹرمیننٹ کے درمیان فرق آئیے ہم ai میٹرکس
کہتے ہیں۔ اب 1 کا ڈیٹرمیننٹ برابر ہے اگر ہم اسے دیکھیں 2 a انہیں 1 اور
تو ہم پہلی قطار سے ایک کامن لے سکتے ہیں ہم ایک اومیگا اے لے سکتے ہیں۔ دوسری قطار سے پاور اومیگا کامن تک اور ہم تیسری قطار سے پاور
لے سکتے ہیں لہذا اگر ہم ان شرائط کو نکالیں جو ہمیں ایک ڈاٹ اے سے پاور اومیگا ڈاٹ اے کو پاور اومیگا اسکوائر کو a اومیگا اسکوائر کامن میں
تعین کرنے والے میں حاصل ہوتا ہے۔ اب کے اگر ہم اے او لے لیتے ہیں۔ پہلی قطار میں سے یہ ایک اے اے مربع بن جاتا ہے اگر میں دوسری
لیتا ہوں a قطار میں سے پاور اومیگا میں
کو دوسری قطار میں سے لیتا ہوں تیسری a سے پاور 2 اومیگا بن جاتا ہے اور اگر میں پاور اومیگا اسکوائر میں a سے پاور اومیگا a تو یہ 1
کے پاور 1 پلس اومیگا پلس اومیگا اسکوائر 1 کا a سے پاور 2 اومیگا اسکوائر برابر ہے a سے پاور اومیگا اسکوائر بن جاتا ہے a قطار یہ 1
سے پاور ٹو اومیگا اسکوائر چونکہ یہ a سے پاور اومیگا اسکوائر a سے پاور 2 اومیگا اور ایک a سے پاور اومیگا a تعین کرنے والا مربع 1
سے پاور اومیگا اسکوائر اے a سے پاور 2 اومیگا 1 a سے پاور اومیگا a مقدار صفر کے برابر ہے اس لیے ایک کا تعین کنندہ ایک مربع ایک
سے پاور 2 اومیگا اسکوائر اب ایک دو کا تعین کنندہ اے اے اسکوائر ون اے سے پاور اومیگا اے سے پاور ٹو اومیگا ون اے سے پاور ٹو اومیگا
اسکوائر اے سے پاور ٹو اومیگا اسکوائر کے برابر ہے اور ایک اب اگر ہم میٹرکس اے 1 اور میٹرکس اے 2 کو چیک کرتے ہیں۔ معلوم کریں کہ ہم
پہلے کالم ایک کو کالم تین کے ساتھ تبدیل کرکے ایک سے دو حاصل کرسکتے ہیں لہذا یہ ایک ایک یہاں جاتا ہے اور یہ کالم پہلے کالم کے طور پر
آتا ہے اس کے بعد اگر ہم ان دونوں کو تبدیل کرتے ہیں
تو ہمیں یہ میٹرکس ملتا ہے پھر کالم ایک کا تبادلہ کرتے ہیں اور کالم دو ہم جانتے ہیں کہ اگر ہم دو کالموں یا دو قطاروں کا تبادلہ کرتے ہیں
تو مطلق قدر میں تعین کنندہ ایک ہی رہتا ہے لیکن اس کا نشان بدل جاتا ہے لہذا ہر انٹرچینج کے ساتھ جمع سے مائنس کی علامت کی تبدیلی ہوتی ہے
کیونکہ ہم ایک سے دو حاصل کرتے ہیں۔ ایک 2 کے دو انٹرچینج کا تعین کرنے والا مائنس 1 مربع کا تعین کرنے والا 1 کے برابر ہے یا ایک دو کا
کا تعین کرنے والا ایک کے متعین کے برابر ہے ایک دو کا تعین کرنے والا صفر کے برابر ہے a تعین کرنے والا ایک کے تعین کے برابر ہے لہذا
کسی بھی میٹرکس کے جس کا تعین کنندہ 0 ہے اسے واحد میٹرکس کہا جاتا ہے اسی طرح غیر صفر متعین کے ساتھ میٹرکس کو غیر واحد میٹرکس
ایک غیر واحد میٹرکس ہے a کہا جاتا ہے واحد اور غیر گناہ کا تصور میٹرکس کے الٹا کمپیوٹنگ میں گلر میٹرکس بہت اہم ہے لہذا اگر
تو ہم ایک اور غیر واحد میٹرکس تلاش کرسکتے ہیں اصل میں یہ دونوں مربع میٹرکس ہیں کیونکہ ہم ان کے تعین کرنے والوں کے بارے میں بات کر
کے b کا ضرب a ایک ہی جہت کا یا ایک ہی ترتیب کا اس طرح کہ b رہے ہیں لہذا جب ہم دوسرے میٹرکس کے بارے میں بات کر رہے ہیں
کراسنگ میٹرکس ہیں سوال یہ ہے کہ دی گئی b n اور a کے شناختی میٹرکس کے برابر ہے جہاں n ترتیب a سے ضرب b برابر ہے
کے a میٹرکس اے اس لیکچر میں ہم ڈیٹرمیننٹس کی مدد سے ایک الٹا کمپیوٹنگ کو دیکھیں گے ہم n کراس n کو الٹا کیسے حاصل کیا جائے ah
کے ملحقہ سے واقف ہیں کیونکہ آخری میں لیکچر میں ہم a کا جوڑ جوڑیں گے آپ سب a ڈیٹرمیننٹ کی مدد سے ایک الٹا شمار کریں گے اور
کے متعین a کا ملحقہ تقسیم a کے متعین کے برابر ہوتا ہے لہذا a in کا متصل a نے اس پر تفصیل سے بحث کی ہے ہم جانتے ہیں کہ
کے a کے متعین کرنے والے کا میٹرکس اس طرح سے ملحق ہوتے ہیں کہ a کے برابر ہوتا ہے۔ ہستی میٹرکس اس لیے ہم اکثر id سے
سے ضرب کیا a کا ملحقہ برابر ہوتا ہے a کے متعین پر a کے متعین ہونے کا وقت شناخت کے برابر ہوتا ہے اور اسی طرح a متصل اور
کا غیر واحد عامل ہے غیر صفر ہے اس لیے ایک کے تعین کے لحاظ سے تقسیم معنی رکھتی ہے a جاتا ہے کیونکہ شناخت کے برابر ہوتا ہے ۔
اور اس لیے اس طرح ہم ایک میٹرکس کو پکڑ سکتے ہیں یعنی ایک اس کے متصل کا متصل اس طرح کہ جس کو کسی بھی پہلے ضرب سے ضرب
دیا جائے یا ضرب کے بعد یہ شناخت دیتا ہے اب سوال یہ ہے کہ کیا میٹرکس کے دو الٹے ہو سکتے ہیں جواب ہے نہیں کیوں اگر ممکن ہو
کے برابر c ہے c ہے شناخت کے برابر ہے اور ایک دفعہ a کے برابر b برابر ہے b کے دو الٹے اس لیے ایک دفعہ cb a اور b تو
b کے برابر ہے c کے برابر ہے ایک ضرب b سے c کے برابر ہے شناخت میٹرکس کو ضرب c برابر ہے شناخت کے اس لیے a ہے
کے a کے برابر ہے یا دوسرے لفظوں میں b ملتا ہے c کے برابر ہے لہذا ہمیں b کے برابر ہے شناخت b سے c کے برابر ہے ضرب
اور a دو الٹے برابر ہیں اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہم ہر ایک غیر واحد میٹرکس کے مطابق ایک منفرد شناخت رکھ سکتے ہیں جسے کہتے ہیں
کے ساتھ ملحقہ میٹرکس کا a ہم دیکھا ہے کہ ہم اس شناختی میٹرکس کی گنتی کر سکتے ہیں یا ہم اس شناختی میٹرکس کو تلاش کر سکتے ہیں
کراسنگ میٹرکس ہیں ہم n دو b اور a کا الٹا کیا ہے جہاں ab حساب لگا کر اور اسے ایک دلچسپ نتیجہ کے تعین کنندہ سے تقسیم کر کے
aia کے برابر ہے a inverse کے برابر ہے inverse a inverse abb inverse سے ضرب b کو ab جانتے ہیں کہ
ab کے برابر ہے شناخت کے برابر ہے لہذا ہم معکوس کی انفرادیت سے کہہ سکتے ہیں کہ aa inverse کے برابر ہے inverse
غیر واحد میٹرکس ہیں b اور a سے ضرب الٹا ایک اور نتیجہ اگر a کو b inverse برابر ہے inverse
کا b اوقات میں der ab کے ملحقہ سے ضرب ہے consi کے ملحقہ کے برابر ہے جو ثبوت b کا ملحق پروڈکٹ میٹرکس ab تو
کے ملحقہ سے اب ہم جانتے ہیں a کا ملحقہ ضرب b ضرب سے a کے ساتھ ملحق ہے میٹرکس ضرب کی رفاقت کے برابر ہے a ملحقہ
کے a کے تعین کنندہ کے برابر ہے شناخت کے ساتھ ضرب b کا a کے متعین کے برابر ہے شناخت میں ملحقہ b کے ملحقہ میں b کہ
a کے متعین میں a کے متعین کے برابر ہے b کے متصل میں a سے ضرب a کے متعین کے برابر ہے b ملحقہ کے ساتھ ضرب کیا گیا
کے ملحق سے ضرب کیا جائے ab کو ab کا متصل اس طرح ہے ab کے متصل ہے کیونکہ
کے متعین کرنے والے کو شناخت میں اس لیے ہمیں b کے متعین کرنے والے کے a کے متعین کرنے والے کے برابر ہے شناخت میں ab تو
کا تعین b کا تعین کرنے والے کو a کے ساتھ برابر ہے a کے ملحقہ b کے برابر ہے ab کے ملحقہ ab اور eb معلوم ہوتا ہے کہ
کا جوڑ ملحق کے برابر ہے میں ab الٹا سے ضرب کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں ab کرنے والے کو شناخت میں اس لیے دونوں اطراف کو
کا تعین کنندہ ایک کے برابر ہے دو میں سے a کا الٹا حساب برابر ہے 1 مائنس 1 2 0 2 مائنس 3 3 مائنس 2 چار اب a ایک مثال دیتا ہوں کہ
چار مائنس مائنس 3 میں مائنس 2 اگر میں پہلے کالم جمع 3 کے ساتھ ساتھ مائنس 1 میں مائنس 3 مائنس 2 میں 2 کے برابر 8 مائنس 6 جمع 3 میں

کے a غیر واحد ہے کیونکہ یہ ہے 0 کے برابر نہیں ہے لہذا ہم پہلے a مائنس 4 کے برابر 2 مائنس 3 برابر مائنس 1 کے برابر ہے لہذا 3
برابر ہے ایک مائنس ایک دو صفر a ملحقہ کی گنتی کرکے اور پھر اسے عامل یعنی مائنس ون سے تقسیم کرکے ایک الٹا حساب کر سکتے ہیں اب
دو مائنس تین تین منفی دو چار اس لیے ایک ایک برابر ہے 4 سے 2 مائنس مائنس 3 میں مائنس 2 کے برابر 8 مائنس 6 برابر 2 کے برابر 1 2 اس
کے کوفیکٹر کے برابر ہے مائنس 1 پوری طاقت 1 جمع 2 0 میں 4 مائنس مائنس 3 میں 3 ہے مائنس 9 کے برابر 1 3 صفر کے برابر مائنس ٹو
برابر چار میں ایک مائنس تین میں دو برابر 2 2 a مائنس تین میں دو برابر ہے مائنس چھ ایک دو ایک برابر مائنس 4 مائنس 2 مائنس 2 کے برابر 0
مائنس ٹو کے برابر اور ایک دو تین برابر مائنس ون سے پاور دو جمع تین ضرب ایک سے مائنس دو مائنس ایک میں تین برابر مائنس مائنس دو جمع تین
برابر مائنس ایک تین ایک اسی طرح تین مائنس چار برابر مائنس ون کے برابر ایک تین دو برابر ہے مائنس تین مائنس صفر کے برابر ہے
کے جوڑ پر ہم اس a تو مائنس تین لیکن نشان بدل جائے گا اس لیے جمع تین اور ایک تین تین برابر ہے 2 مائنس 0 کے برابر ہے 2 اس لیے
میٹرکس کا ٹرانسپوز لکھ کر حاصل کرتے ہیں۔ 2 مائنس 9 مائنس 6 0 مائنس 2 مائنس 1 مائنس 1 3 2 کے برابر ہے لہذا ایک الٹا ہمیں مائنس 1
سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے اور اس وجہ سے یہ مائنس 2 0 1 9 2 ہوگا مائنس 3 اور 6 1 مائنس 2 تصدیق کریں کہ ایک بار الٹا
ہے اسے میں آپ کے لیے ایک مشق کے طور پر چھوڑتا ہوں اب i3 بھی a تھری جو ترتیب تین کی شناخت ہے اور ایک الٹا ڈاٹ i برابر ہے۔
کا تعین کنندہ ہے a سوال یہ ہے کہ الٹا کا تعین کنندہ کیا ہے یعنی اگر ہمارے پاس
تو کیا ہونے والا ہے؟ معکوس کا تعین کرنے والا ہم جانتے ہیں کہ ایک معکوس کا تعین کرنے والا شناخت کے برابر ہے لہٰذا ایک معکوس کا تعین
کے متعین کے برابر ہے اب چونکہ مصنوع کا تعین کرنے والا عامل کے مصنوع کے برابر ہے لہذا ایک کا تعین کرنے والا معکوس i کرنے والا
کا تعین کرنے والا ایک کے برابر ہوتا ہے یا معکوس کا تعین کرنے والا ایک کے تعین پر ایک کے برابر ہوتا ہے لہذا اگر ہم ایک کا تعین کرنے والے
کو جانتے ہیں
اور cos alpha sine alpha برابر ہے a 0 0 0 1 تو ہم جانتے ہیں کہ اس کا متقابل معکوس مثال کا تعین کرنے والا ہے جو الٹا ہے
ہمیں اس میٹرکس کے الٹا حساب کرنے کی ضرورت ہے ہم اسے کیسے کریں cos alpha مائنس zero sine alpha
مائنس سائن الفا میں سائن الفا برابر cos alpha مائنس cos alpha برابر ہے ors کے 1 1 aa تو ہم پہلے کوفیکٹ کی گنتی کریں
مائنس صفر گنا سائن الفا صفر cos alpha برابر ہے 0 گنا مائنس 2 1 a مربع الفا مائنس گناہ مربع الفا برابر ہے مائنس ون cos ہے مائنس
الفا مائنس صفر cos الفا صفر کے برابر ہے دو ایک صفر کے برابر ہے مائنس cos برابر 0 گنا سائن الفا مائنس 0 گنا 3 1 a کے برابر ہے
اوقات سائن الفا صفر کے برابر ہے دو دو برابر ہے مائنس کوس الفا مائنس صفر مائنس کوس الفا کے برابر ہے اسی طرح ایک دو تین برابر ہے
مائنس ون کے برابر پاور 2 جمع 3 میں 1 سائن الفا مائنس 0 مائنس گناہ الفا کے برابر ہے تین ایک صفر کے برابر ہے گناہ الفا مائنس صفر میں کوس
الفا صفر کے برابر ایک تین دو برابر مائنس ایک بار ایک گناہ الفا مائنس صفر مائنس گناہ الفا کے برابر اور آخر میں تین تین تین تین میں سائن الفا صفر
مائنس سائن cos alpha کا ملحقہ مائنس 1 0 0 0 مائنس a الفا کے برابر ہے اس لیے us 0 cos کے برابر ہے کوس الفا منٹ میں 1
کے برابر ہے الفا cos alpha sine alpha 0 sine کا ملحقہ 1 0 0 0 a اس لیے cos alpha الفا صفر مائنس سائن الفا
الفا پہلی قطار کے برابر ہے پہلا کالم مائنس cos الفا مائنس گناہ الفا صفر مائنس گناہ الفا cos الفا ضرب مائنس 1 0 0 0 مائنس cos مائنس
ایک کے برابر ہے پہلی قطار دوسرا کالم صفر کے برابر ہے پہلی قطار تیسرا کالم دوبارہ صفر ہے دوسری قطار کا پہلا کالم صفر کے برابر ہے
cos alpha مربع الفا کے برابر ہے اور دوسری قطار کا تیسرا کالم مائنس sin مربع الفا مائنس cos دوسری قطار کا دوسرا کالم مائنس
sin alpha پلس cos alpha sin alpha تیسری قطار کا پہلا کالم صفر ہے تیسری قطار دوسری کالم مائنس cos alpha sine
alpha plus cos alpha sine alpha مربع الفا کے cos کے برابر ہے اور تیسری قطار کا تیسرا کالم مائنس سائن مربع الفا مائنس
برابر ہے مائنس 1 0 0 0 مائنس 1 0 0 0 مائنس 1 جو مائنس 1 گنا ہے آرڈر 3 کی شناخت ایک کے تعین a کا ملحقہ a برابر ہے لہذا
کے الٹا ملحقہ کو تقسیم کرنے والے کے ذریعہ مائنس ایک a کرنے والے کے آرڈر 3 کی شناخت کے برابر ہے لہذا ہم بھی حساب لگا سکتے ہیں
پوری تقسیم مائنس 1 cos alpha in sin alpha 0 minus sin alpha مائنس cos alpha صفر کے برابر ہے 0 0 مائنس
cos alpha مائنس sine alpha اور cos alpha sine alpha 0 کے برابر ہے 1 0 0 0
شناختی میٹرکس کے برابر ہے a تو یہ الٹا ہے دیا گیا میٹرکس میں چاہتا ہوں کہ آپ اس بات کی تصدیق کریں کہ ایک الٹا ایک الٹا ایک کے برابر ہے
تین i میں ایک اور مثال پیش کرتا ہوں کہ میٹرکس ایک دو 2 2 1 2 2 2 2 1 مربع مائنس 4 کی مساوات کو پورا کرتا ہے۔ ایک مائنس پانچ گنا
a کہتے ہیں کیونکہ a آرڈر 3 کراس 3 کا 0 میٹرکس ہے اوپر والے میٹرکس کا الٹا بھی معلوم کریں مجھے اسے o کے برابر ہے جہاں o
کے برابر ہے 1 2 2 2 1 2 2 2 1 ضرب 1 2 2 2 1 2 2 2 a مربع ایک کے برابر ہے a برابر ہے 1 2 2 2 1 2 2 2 1
برابر ہے 9 8 8 8 9 8 8 8 9 مائنس 4 ضرب 1 2 2 2 a مربع مائنس 4 s سے 8 8 9 8 8 8 9 کے برابر ہے لہذا 8 9 1
برابر a برابر ہے 3 آرڈر کے شناختی میٹرکس کے 5 گنا کے برابر ۔ لہذا ایک مربع مائنس چار 5 0 0 0 0 5 0 0 0 1 2 2 2 1
i برابر ہے پانچ a آرڈر 3 کراس 3 کے 0 میٹرکس کے برابر ہے لہذا ایک مربع مائنس 4 i اس لیے مربع مائنس چار ایک مائنس پانچ i پانچ
کے برابر شناختی میٹرکس الٹا 5 گنا کے برابر ہے لہذا ایک الٹا مائنس 4 گنا کے برابر ہے شناختی میٹرکس کو 5 سے تقسیم کیا گیا 1 2 2 2 1
مائنس چار صفر صفر صفر چار صفر صفر صفر چار تقسیم پانچ ہے مائنس 3 سے 2 2 مائنس 3 2 2 دو مائنس تین کو پانچ سے 1 2 2 2
تقسیم کرنے کے برابر ہے منفی تین ضرب پانچ دو دو سے پانچ دو بذریعہ پانچ مائنس تین بذریعہ پانچ دو بذریعہ پانچ دو بذریعہ پانچ مائنس تین
بذریعہ پانچ مائنس تین بائے پانچ
تو ایک بار میٹرکس کی مساوات اس طرح دی جائے
شناخت کے برابر ہے میں نے اس a تو ہم آسانی سے دیے گئے میٹرکس کے معکوس کا حساب لگا سکتے ہیں۔ ایک الٹا ایک معکوس کے برابر ہے
کے متصل کا تعین کیا جاتا ہے a لیکچر کو ایک مشکل سوال کے ساتھ ختم کیا جب
کے ملحقہ کا تعین کرنے والا ترتیب کی شناخت کے تعین کرنے a کے متصل کا تعین کرنے والا کیا ہے a تو ہم جانتے ہیں کہ
اس n کراس n ہے a کی شناخت میں جہاں n کے متعین کرنے والے کے برابر ہے n کراس n ہے a جہاں n والے کے برابر ہے
طاقت کے پورے کے n کے تعین کنندہ سے ضرب کیا جاتا ہے a کراس کی ترتیب کے n میٹرکس کے تعین کنندہ کے برابر ہے کیا شناخت کو
a اس لیے n کی طاقت a کے ملحقہ کے تعین کرنے والے کے برابر ہے a کا تعین کرنے والا a لہذا n تعین کرنے والے کے برابر ہے
n کے ملحقہ کا تعین کرنے والا قوت a مائنس 1 کے پورے کے تعین کرنے والے کے برابر ہے اس لیے n کے ملحق کا تعین کرنے والا طاقت
کے متصل کے معکوس عامل a کے متعین کے برابر ہے 1 اس لیے ایک میٹرکس کو دیکھتے ہوئے ہم a مائنس کے لیے n مائنس 1 پوری طاقت
کا تعین کر سکتے ہیں اور ایک ٹھیک دوس
توں کے ملحقہ کے متعین کے بھی تعین کر سکتے ہیں، میں آج اگلی کلاس میں یہاں رکتا ہوں، میں خاص طور پر لکیری کے نظام کو حل کرنے میں
تعین کرنے والوں کا کچھ اطلاق دکھاؤں گا۔ مساوات آپ کا شکریہ