निर्धारक पर पांचवें व्याख्यान में छात्रों का स्वागत है जैसा कि मैंने पिछले व्याख्यान के अंत में कहा था कि इस कक्षा में मैं मैट्रिक्स व्युत्क्रम के बारे में बात करूंगा, हालांकि मैट्रिक्स व्युत्क्रम पर चर्चा करने से पहले मुझे निर्धारकों पर एक समस्या का समाधान करना चाहिए जो कि एक का निर्धारक है एक वर्ग के बराबर एक घन माइनस 1 ए से पावर ओमेगा ए से पावर 2 ओमेगा ए से पावर 3 ओमेगा माइनस 1 और ए पावर ओमेगा स्क्वायर ए से पावर 2 ओमेगा स्क्वायर ए पावर 3 ओमेगा स्क्वायर माइनस 1 जहां ओमेगा एकता का घनमूल है और हम जानते हैं कि एक प्लस ओमेगा प्लस ओमेगा वर्ग शून्य के बराबर है यदि हम मैट्रिक्स को देखते हैं तो हम देखते हैं कि तीसरे कॉलम में सभी तत्व वास्तव में दो मात्राओं का योग है एक घन और शून्य से एक ए तक घात तीन ओमेगा और माइनस 1 और ए से घात 3 ओमेगा वर्ग माइनस 1 हम जानते हैं कि ऐसी स्थितियों में हम सारणिक को दो निर्धारकों के योग के रूप में लिख सकते हैं और हम ठीक वैसा ही करते हैं

इसलिए एक का निर्धारक एए के निर्धारक के बराबर होता है । वर्ग एक घन a शक्ति के लिए ओमेगा ए से शक्ति 2 ओमेगा ए से शक्ति 3 ओमेगा और ए शक्ति के लिए ओमेगा वर्ग ए से शक्ति 2 ओमेगा वर्ग ए से शक्ति 3 ओमेगा वर्ग माइनस एए वर्ग 1 ए का निर्धारक शक्ति ओमेगा ए शक्ति 2 ओमेगा और 1 ए से शक्ति ओमेगा वर्ग ए से शक्ति 2 ओमेगा वर्ग और 1.

इसलिए मूल मैट्रिक्स के निर्धारक को मैंने इस मैट्रिक्स के निर्धारक और दूसरे मैट्रिक्स के बीच अंतर के निर्धारक के रूप में लिखा है, आइए हम कॉल करें उन्हें एक 1 और एक 2। अब 1 का निर्धारक बराबर है अगर हम इसे देखते हैं तो हम पहली पंक्ति से एक आम ले सकते हैं हम दूसरी पंक्ति से शक्ति ओमेगा आम के लिए एक ओमेगा ले सकते हैं और हम एक ले सकते हैं शक्ति ओमेगा वर्ग तीसरी पंक्ति से आम है

इसलिए यदि हम शर्तों को लेते हैं जो हमें एक बिंदु मिलता है तो शक्ति ओमेगा डॉट ए को शक्ति ओमेगा वर्ग में अब निर्धारक में यदि हम पहली पंक्ति से बाहर निकलते हैं तो यह एक हो जाता है वर्ग अगर मैं दूसरी पंक्ति से शक्ति ओमेगा को लेता हूं तो यह शक्ति ओमेगा के लिए 1 ए हो जाता है ए टू पावर 2 ओमेगा और अगर मैं तीसरी पंक्ति से पावर ओमेगा स्क्वायर में ले जाता हूं तो यह 1 ए से पावर ओमेगा स्क्वायर में ए से पावर 2 ओमेगा स्क्वायर के बराबर है पावर 1 प्लस ओमेगा प्लस ओमेगा 1 के निर्धारक में वर्ग 1 के रूप में वर्ग 1 ए को शक्ति ओमेगा ए को शक्ति 2 ओमेगा और एक ए को शक्ति ओमेगा वर्ग ए से शक्ति दो ओमेगा वर्ग क्योंकि यह मात्रा शून्य के बराबर है

इसलिए एक का निर्धारक निर्धारक के बराबर है एक का एक वर्ग एक ए से शक्ति तक ओमेगा ए से शक्ति 2 ओमेगा 1 ए से शक्ति ओमेगा वर्ग ए से शक्ति 2 ओमेगा वर्ग अब दो का निर्धारक आ वर्ग के निर्धारक के बराबर है एक ए से शक्ति ओमेगा ए तक पावर दो ओमेगा एक ए से पावर ओमेगा स्क्वायर ए से पावर दो ओमेगा स्क्वायर और एक अब अगर हम मैट्रिक्स ए 1 और मैट्रिक्स ए 2 की जांच करते हैं तो हम पाते हैं कि हम कॉलम तीन के साथ पहले कॉलम को इंटरचेंज करके एक से दो प्राप्त कर सकते हैं।

इसलिए यह एक यहाँ जाता है और यह कॉलम उसके बाद पहले कॉलम के रूप में आता है यदि हम स्वाइप करते हैं एपी इन दोनों तो हमें यह मैट्रिक्स मिलता है फिर कॉलम एक और कॉलम दो को आपस में बदलना हम जानते हैं कि यदि हम दो कॉलम या दो पंक्तियों को आपस में बदलते हैं तो निर्धारक निरपेक्ष मान में समान रहता है लेकिन इसका चिन्ह बदल जाता है

इसलिए प्रत्येक इंटरचेंज के साथ एक संकेत का परिवर्तन होता है प्लस से माइनस तक क्योंकि हमें एक से दो इंटरचेंज मिलते हैं , एक 2 का निर्धारक माइनस 1 के बराबर होता है , या दो का सारणिक एक के निर्धारक के बराबर होता है,

इसलिए ए का निर्धारक बराबर होता है दो का एक ऋण निर्धारक शून्य के बराबर होता है कोई भी मैट्रिक्स जिसका निर्धारक 0 होता है उसे एकवचन मैट्रिक्स कहा जाता है इसी तरह गैर शून्य निर्धारक के साथ एक मैट्रिक्स को एक गैर एकवचन मैट्रिक्स कहा जाता है , एकवचन और गैर-एकवचन मैट्रिक्स की अवधारणा उलटा कंप्यूटिंग में बहुत महत्वपूर्ण है एक मैट्रिक्स का

इसलिए यदि a एक गैर-एकवचन मैट्रिक्स है तो हम एक और गैर-एकवचन मैट्रिक्स पा सकते हैं , वास्तव में वे दोनों वर्ग मैट्रिक्स हैं क्योंकि हम उनके निर्धारकों के बारे में बात कर रहे हैं,

इसलिए जब हम बात कर रहे हैं एक ही आयाम के अन्य मैट्रिक्स बी या ए के समान क्रम के जैसे कि बी से गुणा बी के बराबर बी गुणा ए के बराबर है ऑर्डर एन के पहचान मैट्रिक्स के बराबर है जहां ए और बी एन क्रॉसिंग मैट्रिस प्रश्न है कि व्युत्क्रम कैसे प्राप्त करें दिए गए एएच एन क्रॉस एन मैट्रिक्स ए इस व्याख्यान में हम निर्धारकों की मदद से एक व्युत्क्रम की गणना करेंगे, हम एक के निर्धारक की मदद से एक व्युत्क्रम की गणना करेंगे और आप सभी के जोड़ को जोड़ेंगे जो कि ए के आस-पास से परिचित हैं । पिछले व्याख्यान में हमने इसके बारे में विस्तार से चर्चा की है, हम जानते हैं कि ए के आस-पास एक के निर्धारक के बराबर है

इसलिए ए के निर्धारक द्वारा विभाजित एक पहचान मैट्रिक्स के बराबर है

इसलिए हम अक्सर एक पर एक मैट्रिक्स संलग्न करते हैं ऐसे का निर्धारक जो a के साथ का समय और a के निर्धारक द्वारा पहचान के बराबर होता है और इसी तरह a के सारणिक के बराबर होता है a से गुणा के बराबर होता है, पहचान के बराबर होता है क्योंकि a का गैर-एकवचन निर्धारक होता है। शून्य

इसलिए निर्धारित द्वारा विभाजन एक समझ में आता है और

इसलिए इस तरह से हम एक मैट्रिक्स को पकड़ सकते हैं, जिसका नाम एक के निर्धारक द्वारा विभाजित है, जो कि जब या तो पूर्व गुणन या पोस्ट गुणन से गुणा किया जाता है तो यह पहचान देता है अब सवाल यह है कि क्या दो व्युत्क्रम हो सकते हैं एक मैट्रिक्स उत्तर नहीं है, यदि संभव हो तो बी और सीबी दो व्युत्क्रमों को ए के दो व्युत्क्रमों को एक बार बी के बराबर बी के बराबर है और एक बार सी के बराबर है सी बार एक पहचान के बराबर है

इसलिए सी पहचान के बराबर है मैट्रिक्स को c से गुणा किया जाता है, b के बराबर होता है a को c से गुणा किया जाता है, b के बराबर होता है a को c से गुणा किया जाता है, b के बराबर होता है, पहचान के बराबर b होता है

इसलिए हमें c मिलता है b के समान होता है या दूसरे शब्दों में a के दो व्युत्क्रम होते हैं बराबर यह दर्शाता है कि हमारे पास प्रत्येक गैर-एकवचन मैट्रिक्स के अनुरूप एक विशिष्ट पहचान हो सकती है, जिसे ए कहा जाता है और हमने देखा है कि हम उस पहचान मैट्रिक्स की गणना कर सकते हैं या हम उस पहचान मैट्रिक्स को ए के अनुरूप आसन्न मैट्रिक्स की गणना करके और इसे विभाजित करके पा सकते हैं। का निर्धारक ए एक दिलचस्प परिणाम एबी का उलटा क्या है जहां ए और बी दो एन क्रॉसिंग मैट्रिसेस हैं हम जानते हैं कि एबी गुणा बी द्वारा उलटा एक उलटा एबी उलटा के बराबर है एक उलटा एआईए के बराबर है व्युत्क्रम एए के बराबर है व्युत्क्रम पहचान के बराबर है

इसलिए हम व्युत्क्रम की विशिष्टता से कह सकते हैं कि एब व्युत्क्रम बी व्युत्क्रम के बराबर है एक व्युत्क्रम से गुणा किया गया एक और परिणाम यदि ए और बी गैर-एकवचन मैट्रिक्स हैं तो उत्पाद मैट्रिक्स के आस-पास उत्पाद मैट्रिक्स बी के बराबर के बराबर है एक सबूत के आसन्न से गुणा ए के आसन्न में बी के आस- पास के समय पर विचार करें, मैट्रिक्स गुणन की संबद्धता के बराबर है ए को बी के गुणा से गुणा करके ए के आसन्न से गुणा किया जाता है, हम जानते हैं कि बी के बगल में बी के निर्धारक के बराबर है। a, b के निर्धारक के बराबर है , पहचान के साथ गुणा किया जाता है, a के जोड़ से गुणा किया जाता है, b के सारणिक के बराबर होता है, a से a से गुणा किया जाता है , b के निर्धारक के बराबर होता है। ab ऐसा है कि ab को ab के जोड़ से गुणा किया जाता है, पहचान में ab के निर्धारक के बराबर होता है

इसलिए पहचान में b के निर्धारक के बराबर होता है

इसलिए हम पाते हैं कि eb में ab का जोड़ ab के बराबर होता है, b से आसन्न में का ए , बी के निर्धारक में ए के निर्धारक के बराबर है,

इसलिए दोनों पक्षों को एबी व्युत्क्रम के साथ गुणा करने पर हमें एबी के आस-पास बी के बराबर के बराबर मिलता है, मैं एक उदाहरण देता हूं, गणना

करता हूं कि ए का व्युत्क्रम बराबर है 1 माइनस 1 2 0 2 माइनस 3 3 माइनस 2 फोर अब ए का सारणिक बराबर है एक गुणा दो गुणा चार घटा घटा 3 घटा घटा 2 बराबर 8 घटा 6 जमा 3 गुणा 3 घटा 4 बराबर 2 घटा 3 बराबर ऋण 1 है

इसलिए एक गैर-एकवचन है क्योंकि यह 0 के बराबर नहीं है

इसलिए हम पहले ए के आसन्न की गणना करके व्युत्क्रम की गणना कर सकते हैं और फिर इसे सारणिक अर्थात् माइनस वन नाउ ए से विभाजित करके ऑन . के बराबर है ई माइनस एक दो शून्य दो माइनस तीन तीन माइनस दो चार

इसलिए एक एक बराबर 4 गुणा 2 घटा 3 गुणा घटा 2 बराबर 8 घटा 6 बराबर 2 है ए 1 2 इसके कोफ़ेक्टर के बराबर है माइनस 1 पूर्ण से घात 1 जमा 2 0 गुणा 4 घटा घटा 3 गुणा 3 माइनस 9 के बराबर है a 1 3 बराबर है शून्य गुणा दो घटा तीन गुणा दो बराबर है माइनस छह ए टू वन बराबर माइनस 4 माइनस 2 गुणा माइनस 2 बराबर 0 a 2 2 बराबर चार गुणा एक घटा तीन गुणा दो बराबर है माइनस दो और एक दो तीन बराबर माइनस एक से घात दो जमा तीन गुणा एक से घटा दो घटा घटा एक गुणा तीन के बराबर है माइनस टू प्लस थ्री बराबर माइनस वन ए थ्री वन इसी तरह तीन माइनस फोर के बराबर है माइनस वन ए थ्री टू बराबर माइनस थ्री माइनस ज़ीरो तो माइनस थ्री लेकिन साइन होगा परिवर्तन

इसलिए जोड़ तीन और एक तीन तीन बराबर है 2 घटा 0 बराबर 2 है

इसलिए एक के जोड़ पर हम स्थानान्तरण लिखकर प्राप्त करते हैं उस मैट्रिक्स का बराबर है 2 घटा 9 घटा 6 0 घटा 2 घटा 1 घटा 1 3 2

इसलिए व्युत्क्रम बराबर है जो हम इसे घटा 1 से विभाजित करके प्राप्त करते हैं और

इसलिए यह शून्य से 2 0 1 9 2 घटा 3 और होने वाला है 6 1 माइनस 2 सत्यापित करें कि एक व्युत्क्रम i तीन के बराबर है जो क्रम तीन की पहचान है और एक व्युत्क्रम बिंदु a भी i3 है, यह मैं आपके लिए एक अभ्यास के रूप में छोड़ता हूं अब प्रश्न यह है कि व्युत्क्रम का निर्धारक क्या है जिसका अर्थ है यदि हमारे पास एक का निर्धारक है तो एक व्युत्क्रम का निर्धारक क्या होगा हम जानते हैं कि एक व्युत्क्रम पहचान के बराबर है

इसलिए व्युत्क्रम में एक का निर्धारक बराबर है मैं के निर्धारक के बाद से अब एक के बराबर है उत्पाद सारणिक के उत्पाद के बराबर है

इसलिए एक प्रतिलोम के सारणिक का निर्धारक एक के बराबर है या एक व्युत्क्रम का सारणिक एक के सारणिक के बराबर है

इसलिए यदि हम एक के निर्धारक को जानते हैं तो हम जानते हैं कि इसका पारस्परिक जा रहा है व्युत्क्रम उदाहरण के निर्धारक होने के लिए जो at का व्युत्क्रम 1 0 0 0 के बराबर है, क्योंकि अल्फा साइन अल्फा और शून्य साइन अल्फा माइनस कॉस अल्फा है, हमें इस मैट्रिक्स के व्युत्क्रम की गणना करने की आवश्यकता है, हम इसे कैसे करते हैं,

इसलिए हम पहले ए के कोफ़ैक्टर्स की गणना करते हैं 1 1 है बराबर कॉस अल्फा गुणा माइनस कॉस अल्फा माइनस साइन अल्फा इन साइन अल्फा बराबर है माइनस कॉस स्क्वायर अल्फा माइनस साइन स्क्वायर अल्फा बराबर है माइनस वन ए 1 2 बराबर है 0 गुना माइनस कॉस अल्फा माइनस जीरो गुना साइन अल्फा शून्य के बराबर है ए 1 3 बराबर है 0 गुना साइन अल्फा माइनस 0 गुना कॉस अल्फा शून्य के बराबर है एक दो शून्य शून्य के बराबर है कॉस अल्फा माइनस शून्य गुना साइन अल्फा शून्य के बराबर है ए दो दो माइनस कॉस अल्फा माइनस शून्य के बराबर है माइनस कॉस अल्फा के बराबर है इसी तरह से ए टू थ्री बराबर माइनस वन टू पावर 2 प्लस 3 गुणा 1 इन साइन अल्फा माइनस 0 बराबर माइनस पाप अल्फा ए थ्री वन बराबर जीरो इन पाप अल्फा माइनस जीरो इन cos alpha बराबर है शून्य a तीन दो बराबर ऋण एक गुना एक गुना पाप अल्फा शून्य शून्य बराबर है माइनस पाप अल्फा और अंत में एक तीन तीन साइन अल्फा के बराबर है तीन तीन में शून्य 1 के बराबर है कॉस अल्फा माइनस 0 बराबर कॉस अल्फा के बराबर है

इसलिए ए के बराबर शून्य से 1 0 0 0 माइनस कॉस अल्फा माइनस साइन अल्फा है शून्य माइनस साइन अल्फ़ा कॉस अल्फ़ा

इसलिए ए इन ए एडजॉइंट ए के बराबर है 1 0 0 0 कॉस अल्फा साइन अल्फ़ा 0 साइन अल्फ़ा माइनस कॉस अल्फ़ा गुणा माइनस 1 0 0 0 माइनस कॉस अल्फ़ा माइनस साइन अल्फ़ा ज़ीरो माइनस सिन अल्फ़ा कॉस अल्फ़ा बराबर है पहली पंक्ति के लिए पहला कॉलम माइनस एक के बराबर है पहली पंक्ति का दूसरा कॉलम शून्य के बराबर है पहली पंक्ति का तीसरा कॉलम फिर से शून्य है दूसरी पंक्ति का पहला कॉलम शून्य के बराबर है दूसरी पंक्ति का दूसरा कॉलम माइनस कॉस स्क्वायर के बराबर है माइनस पाप स्क्वायर अल्फा और दूसरा पंक्ति तीसरा कॉलम माइनस कॉस अल्फा साइन अल्फा प्लस कॉस अल्फा साइन अल्फा के बराबर है तीसरी पंक्ति पहली कॉलम शून्य है तीसरी पंक्ति दूसरा कॉलम माइनस कॉस अल्फा साइन अल्फा प्लस कॉस अल्फा साइन अल्फा के बराबर है और तीसरी पंक्ति तीसरा कॉलम माइनस साइन के बराबर है वर्ग अल्फा माइनस कॉस स्क्वायर अल्फा हैं

इसलिए ए के आस-पास एक शून्य से 1 0 0 0 शून्य 1 0 0 0 शून्य 1 के बराबर है जो शून्य से 1 गुना है आदेश 3 की पहचान क्रम 3 की पहचान में एक के निर्धारक के बराबर है

इसलिए हम व्युत्क्रम की गणना भी कर सकते हैं का ए के बराबर है एक के सारणिक द्वारा विभाजित शून्य शून्य शून्य 0 0 शून्य से कॉस अल्फा माइनस साइन अल्फा 0 माइनस साइन अल्फा इन कॉस अल्फा पूरे माइनस 1 से विभाजित 1 0 0 0 कॉस अल्फा साइन अल्फा और 0 के बराबर है साइन अल्फा माइनस कॉस अल्फा

इसलिए यह दिए गए मैट्रिक्स का व्युत्क्रम है, मैं चाहता हूं कि आप यह सत्यापित करें कि एक व्युत्क्रम में एक व्युत्क्रम के बराबर है एक पहचान मैट्रिक्स के बराबर है मुझे एक और उदाहरण दिखाने दें कि मैट्रिक्स एक दो 2 2 1 2 2 2 1 समीकरण को संतुष्ट करता है एक वर्ग माइनस 4 ए माइनस पांच गुना मैं तीन बराबर ओ है जहां ओ ऑर्डर 3 का 0 मैट्रिक्स है क्रॉस 3 भी उपरोक्त मैट्रिक्स के व्युत्क्रम का पता लगाएं मुझे इसे कॉल करने दें क्योंकि ए बराबर है से 1 2 2 2 1 2 2 2 1 वर्ग बराबर होता है a गुणा a बराबर होता है 1 2 2 2 1 2 2 2 1 गुणा 1 2 2 2 1 2 2 2 1 9 8 से 8 8 9 8 8 8 9 के बराबर है

इसलिए वर्ग माइनस 4 ए बराबर 9 8 8 8 9 8 8 8 9 माइनस 4 गुना 1 2 2 2 1 2 2 2 1 5 0 0 0 के बराबर है 5 0 0 0 5, क्रम 3 के पहचान मैट्रिक्स के 5 गुना के बराबर है ।

इसलिए एक वर्ग माइनस चार ए पांच के बराबर है

इसलिए एक वर्ग माइनस फोर ए माइनस फाइव i, ऑर्डर 3 क्रॉस 3 के 0 मैट्रिक्स के बराबर है

इसलिए एक वर्ग माइनस 4 ए पांच के बराबर है मैं पहले से एक व्युत्क्रम से एक वर्ग में गुणा कर रहा हूं घटा चार ए बराबर पांच गुना एक व्युत्क्रम में है या एक माइनस 4 पहचान मैट्रिक्स में 5 गुना एक व्युत्क्रम के बराबर है

इसलिए एक व्युत्क्रम बराबर है एक माइनस 4 गुना पहचान मैट्रिक्स 5 से विभाजित 1 2 2 2 1 2 2 2 1 माइनस चार शून्य शून्य शून्य चार शून्य शून्य शून्य चार को पांच से विभाजित करने के बराबर है माइनस 3 से 2 2 घटा 3 2 2 दो घटा तीन विभाजित बटा पांच बराबर माइनस तीन बटा पांच दो बटा पांच दो बटा पांच घटा तीन बटा पांच दो बटा पांच दो घटा पांच घटा तीन बटा पांच घटा तीन बटा पांच है

इसलिए एक बार मैट्रिक्स समीकरण दिया जाता है इस तरह हम बहुत आसानी से दिए गए मैट्रिक्स के व्युत्क्रम की गणना कर सकते हैं ai चाहते हैं कि आप सत्यापित करें कि एक व्युत्क्रम एक व्युत्क्रम के बराबर है एक पहचान के बराबर है मैं इस व्याख्यान को एक मुश्किल सवाल के साथ समाप्त करता हूं कि एक के आसन्न के निर्धारक क्या है जब a का सारणिक दिया जाता है, तो हम जानते हैं कि a का सारणिक a के आसन्न में, a के निर्धारक के बराबर होता है, a के निर्धारक के बराबर होता है, क्रम n की पहचान में होता है, जहां a n क्रॉस n निर्धारक के निर्धारक के बराबर होता है। एन की पहचान में जहां ए एन है क्रॉस एन इस मैट्रिक्स के निर्धारक के बराबर है जो कि एन क्रॉस एन के क्रम के निर्धारक द्वारा गुणा की गई पहचान है , एक पूरे के निर्धारक के बराबर शक्ति एन के बराबर है

इसलिए ए का निर्धारक ए के आस-पास का निर्धारक, ए से घात n के निर्धारक के बराबर होता है,

इसलिए a के आसन्न का निर्धारक, घात n घटा 1 के लिए एक संपूर्ण के निर्धारक के बराबर होता है,

इसलिए a के निकटवर्ती का निर्धारक, a के निर्धारक के बराबर होता है शक्ति n माइनस 1 संपूर्ण घात n माइनस 1
इसलिए एक मैट्रिक्स दिया गया है, हम a के आस-पास के व्युत्क्रम निर्धारक के निर्धारक की गणना कर सकते हैं और साथ ही एक ठीक दोस्तों के आसन्न के निर्धारक की गणना कर सकते हैं, मैं आज यहां अगली कक्षा में कुछ दिखाऊंगा विशेष रूप से रैखिक समीकरणों की प्रणालियों को हल करने में निर्धारकों का अनुप्रयोग धन्यवाद