

पिछले दो व्याख्यानों में निर्धारकों पर तीसरे व्याख्यान में छात्रों का स्वागत है हमने परिभाषित किया है कि एक वर्ग मैट्रिक्स के लिए एक निर्धारक क्या है और हमने परिभाषित किया है या हमने इस व्याख्यान में एक निर्धारक के कई गुण देखे हैं, हम निर्धारक की गणना करेंगे उन गुणों का उपयोग करके कई मैट्रिक्स ताकि मूल मैट्रिक्स सरल हो जाए और सारणिक की गणना आसान हो जाए, उदाहरण पर विचार करें कि एक का सारणिक

एक xx वर्ग x वर्ग एक

xxx वर्ग के बराबर है, बेशक हम पहले से इसके निर्धारक की गणना कर सकते हैं सिद्धांत जो एक पंक्ति या एक स्तंभ के साथ विस्तार करके है, लेकिन हम निर्धारकों के कुछ गुणों का दोहन करेंगे ताकि हम इसे सरल बना सकें क्योंकि हम जानते हैं कि दो पंक्तियों को जोड़ने से हम सारणिक के मूल्य को नहीं बदलते हैं

इसलिए हम इसका उपयोग करने का प्रयास करेंगे संपत्ति यहाँ कहते हैं उदाहरण के लिए मैं पंक्ति 1 को पंक्ति एक और पंक्ति दो के योग के रूप में बदलता हूँ

इसलिए का निर्धारक एक पंक्ति एक और पंक्ति दो को जोड़ने के निर्धारक के बराबर है, हम पाते हैं कि एक प्लस एक्स वर्ग एक प्लस 1 एक्स वर्ग प्लस एक्स पंक्ति 2 वही रहता है पंक्ति तीन भी वही रहता है अब मैं देख सकता हूँ कि हमारे पास एक प्लस एक्स स्कायर वन है पहली पंक्ति में प्लस एक्सएक्स स्कायर प्लस एक्स लेकिन तीसरी पंक्ति में हमारे पास एक्स है हमारे पास एक्स स्कायर है और हमारे पास एक है तो क्या होता है यदि मैं पहली पंक्ति को पहली पंक्ति और तीसरी पंक्ति के योग के रूप में प्रतिस्थापित करता हूँ तो एक का निर्धारक बराबर होता है 1 प्लस x प्लस x वर्ग का निर्धारक अब मैं इसे इस 1 प्लस x प्लस x वर्ग में जोड़ रहा हूँ और इस 1 प्लस x प्लस x वर्ग में 1 जोड़ रहा हूँ अन्य पंक्तियाँ

अब वही रहती हैं जो हम पाते हैं कि मैट्रिक्स में पहले के सभी तत्व पंक्ति एक प्लस एक्स प्लस एक्स वर्ग है

इसलिए ए का निर्धारक 1 1 1 एक्स वर्ग 1 एक्स और एक्सएक्स वर्ग 1 के निर्धारक में 1 प्लस 6 प्लस एक्स वर्ग के निर्धारक के बराबर है अब हम कॉलम के संबंध में बहुत समान काम करते हैं हम कॉलम एक को कॉलम के अंतर से बदलें ई और कॉलम दो

इसलिए हम कॉलम एक लिखते हैं अब सी एक माइनस सी दो है

इसलिए ए का सारणिक 1 प्लस एक्स प्लस एक्स वर्ग के बराबर है घटाव के बाद मुझे 0 1 1 एक्स वर्ग शून्य से एक एक्स एक्स घटा एक्स वर्ग एक्स वर्ग एक मिलता है हम क्या करते हैं हम कॉलम दो से कॉलम तीन घटाते हैं ऐसा करने के बाद हम पाते हैं कि ए का सारणिक बराबर है 1 जमा 6 जमा x वर्ग गुणा 0 x वर्ग घटा 1 x गुणा 1 घटा x 0 1 घटा xx वर्ग घटा 1 1 x 1 क्या लाभ यह है कि अब पहली पंक्ति में हमारे पास दो शून्य और केवल एक गैर-शून्य तत्व है जो एक है

इसलिए यदि मैं अब इसे पंक्ति 1 के साथ विस्तारित करता हूँ तो मुझे लगता है कि एक का निर्धारक 1 प्लस x प्लस x के बराबर है 0 0 के सारणिक में वर्ग 1 x वर्ग घटा 1 1 घटा xxx गुणा 1 घटा xx वर्ग घटा 1 गुणा 1 बराबर है इस घटा का 1 गुना यह जो कि x वर्ग घटा 1 पूरा वर्ग घटा x गुणा 1 घटा x पूरा वर्ग है 1 जमा x जमा x वर्ग के बराबर है अब मैं t

कर सकता हूँ ake x घटा एक पूर्ण वर्ग दोनों पदों से समान है,

इसलिए मैं इसे वैसे ही लिखता हूँ जैसे कि यहाँ क्या बचा है हमारे पास x जमा 1 पूर्ण वर्ग घटा x बराबर 1 जमा x जोड़ x वर्ग गुणा x घटा 1 पूर्ण वर्ग इसमें है मुझे एक्स स्कायर प्लस 6 प्लस वन देता है क्योंकि दो एक्स टर्म आएंगे और वहाँ से एक एक्स घटाया जाता है यह एक्स माइनस 1 गुणा एक्स स्कायर प्लस एक्स प्लस 1 के बराबर है एक्स माइनस 1 गुणा एक्स स्कायर प्लस 6 प्लस 1 जो 1 माइनस 6 क्यूब पूरे वर्ग के बराबर है

इसलिए प्राथमिक पंक्ति संचालन या स्तंभ संचालन करके जहाँ हमारे पास है जहाँ हम एक कॉलम को दो कॉलम या एक पंक्ति के बीच के अंतर से दो पंक्तियों के योग या अंतर से बदल रहे हैं, हमने पूरे को सरल बना दिया है एक ऋण x घन होने का उत्तर पाने के लिए बात ठीक है छात्रों तो मुझे एक संख्यात्मक समस्या करने दें जड़ ग्यारह का निर्धारक खोजें प्लस रूट 3 रूट 20 रूट 5 रूट 15 प्लस रूट 22 रूट 25 रूट 10 3 प्लस रूट 55 रूट 15 रूट 25 हम जानते हैं यदि किसी मैट्रिक्स की कुछ पंक्ति या उप-स्तंभ प्रत्येक तत्व को दो राशियों के योग के रूप में लिखा जा सकता है तो हम दो निर्धारकों के योग के पूरे निर्धारक को लिख सकते हैं

क्योंकि हमारे यहाँ जोड़ चिह्न है, हम सोच सकते हैं कि हम इसे विभाजित कर सकते हैं दो भागों में लेकिन हमें थोड़ा और सावधान रहना होगा क्योंकि रूट 11 है और रूट 22 है और रूट 55 है, हम देख सकते हैं कि दोनों में रूट इलेवन है

इसलिए हम इसे अलग करने में विवेकपूर्ण होंगे

इसलिए मुझे लिखने दें जैसा कि a का सारणिक पहले मैट्रिक्स के बराबर है, रूट 11 रूट 22 रूट 55 शेष चीजें समान हैं रूट 20 रूट 25 रूट 15 रूट 5 रूट 10 रूट 25 इस प्लस डिटरमिनेंट ऑफ रूट 3 रूट 15 और 3 जिसे हम इसे इस प्रकार लिखते हैं रूट 3 गुना रूट 3.

रूट 20 रूट 25 रूट 15 और रूट 5 रूट 10 और रूट 25 अब चूंकि सभी तत्वों में रूट 11 है इस पहले में मैं रूट 11 को निकाल सकता हूँ और मुझे एक मैट्रिक्स का निर्धारक मिलता है इसी तरह इन सभी में है जड़ 5 सामान्य

इसलिए मैं इसमें से 5 रूट ले सकता हूँ और इसी तरह इन सभी में रूट 5 आम है और मैं इसमें से 5 रूट ले सकता हूँ ताकि नोटेशन को सरल बनाने के लिए मुझे इसे एक के एक प्लस निर्धारक के रूप में दो के निर्धारक के रूप में लिखने दें एक एक के बराबर है 11 रूट 5 रूट 5 को निकालने के बाद जो हमारे पास बचा है वह 1 रूट 2 रूट 5 2 रूट 5 रूट 3 और 1 रूट 2 रूट 5 है।

अब इस मैट्रिक्स को देखते हुए क्योंकि दो कॉलम समान हैं, हम जानते हैं कि सारणिक शून्य होने जा रहा है

इसलिए एक का निर्धारक शून्य के बराबर है

इसलिए हम एक का निर्धारक लिख सकते हैं जो एक दो के निर्धारक के समान है जो मूल तीन के निर्धारक के बराबर है

पंद्रह मूल तीन जड़ तीन जड़ 20 जड़ 25 रूट 15 और रूट 5 रूट 10 और रूट 25 अब इसे देखते हुए हम देख सकते हैं कि हम पहले कॉलम में से 3 कॉमन रूट ले सकते हैं रूट 5 हम दूसरे कॉलम से कॉमन ले सकते हैं वही कॉलम 3 के लिए है

इसलिए ए का निर्धारक बराबर है 1 तीन को जड़ से पांच में जड़ में पांच में एक जड़ के निर्धारक में 5 जड़ 3 2 जड़ 5 जड़ 3 और एक जड़ दो जड़ पांच तो मैं इसके सारणिक की गणना मूल पांच में मूल पांच में घटाकर 6 को घटाता हूँ तो 5 घटा जड़ 6 इस उत्पाद में माइनस 2 से इस उत्पाद में जो 5 माइनस रूट 6 प्लस 1 में रूट 15 माइनस रूट पंद्रह यह ज़ीरो के बराबर है इसलिए हमारे पास माइनस एक से पांच माइनस रूट सिक्स के बराबर रूट छह माइनस फाइव के बराबर है

इसलिए का निर्धारक a , पांच मूल तीन गुणा छह घटा पांच के बराबर है,

इसलिए यह समग्र निर्धारक उदाहरण का उत्तर है 3 एक ऋणात्मक का सारणिक खोजें b घटा c दो a दो a से bb घटाना c घटा a से b से c से cc घटा a माइनस बी हमें सारणिक की गणना करने की आवश्यकता है अब हम पाते हैं कि यदि हम पंक्तियों को जोड़ते हैं तो क्या होने वाला है तो मुझे एक बार में दो काम करने दें r एक जाता है r एक प्लस r दो प्लस r तीन पिछले उदाहरण में मैंने किया है यह दो चरणों में पहले टी पंक्ति दो को पंक्ति एक में जोड़ा गया था और फिर पंक्ति तीन को पंक्ति एक में जोड़ा गया था, लेकिन अब मुझे इसे एक बार में करने दें,

इसलिए मैं जो कर रहा हूँ, मैं इन दो पंक्तियों को पहली पंक्ति में जोड़ रहा हूँ, फिर हमें वह निर्धारक मिलता है।

के निर्धारक के रूप में मैं 2 बी और 2 सी जोड़ता हूँ, मुझे प्लस बी प्लस सी मिलता है क्योंकि मेरे पास बी माइनस सी माइनस ए और 2 सी जोड़ रहा है मुझे बी प्लस सी प्लस ए मिलता है और जैसा कि मैं 2 बी प्लस सी माइनस जोड़ रहा हूँ एक माइनस द्वि फिर से एक प्लस बी प्लस सी प्राप्त कर रहा है और अन्य पंक्तियां बनी हुई हैं,

इसलिए यह वह संरचना है जो मुझे मिलती है इसका फायदा यह है कि अब मैं पहली पंक्ति से प्लस बी प्लस सी आम ले सकता हूँ

इसलिए निर्धारक का ए बराबर है बी प्लस सी में 1 1 1 2 बीबी माइनस सी माइनस ए टू बी 2 सी 2 सीसी माइनस ए माइनस बी अब मैं क्या करता हूँ मैं इसे सरल बनाने की कोशिश करूंगा मैं इसे कैसे करूंगा मैं घटाऊंगा कॉलम एक से कॉलम तीन

इसलिए सी एक सी के बराबर है सी एक माइनस सी तीन उस ऑपरेशन को करने के बाद मुझे एक प्लस के बराबर एक का निर्धारक मिलता है बी प्लस सी बार एक माइनस एक शून्य है दो बी माइनस दो बी शून्य है और दो सी माइनस सी माइनस ए प्लस बी पूरी चीज बन जाएगी प्लस बी प्लस सी अन्य कॉलम वही रहता है क्या फायदा अब फायदा यह है कि अब हम केवल इस शब्द और संबंधित उप मैट्रिक्स को लेकर निर्धारक का विस्तार कर सकते हैं, मुझे इस बारे में परेशान होने की आवश्यकता नहीं है कि इसके साथ क्या हो रहा है और इसके साथ क्या हो रहा है

इसलिए ए का निर्धारक ए प्लस बी प्लस सी के बराबर है अब ध्यान दें कि यह तीसरा है पंक्ति पहला कॉलम

इसलिए माइनस 1 से घात 3 प्लस 1 इसमें ए प्लस बी प्लस सी इस मैट्रिक्स के निर्धारक में है जो 2 बी माइनस बी माइनस सी माइनस ए के बराबर है यह मुझे एक प्लस बी प्लस सी देता है यह मुझे देता है एक ए प्लस बी प्लस सी और यह मुझे एक और ए प्लस बी प्लस सी भी देगा और संकेत सकारात्मक है

इसलिए उत्तर ए प्लस बी प्लस सी पूरा घन है,

इसलिए यह उत्तर है एक और उदाहरण

एक्सएक्स वर्ग

$yzyy$ वर्ग zx के निर्धारक का पता लगाएं तथा zz वर्ग xy जैसा कि हम देख सकते हैं कि यदि हम जोड़ या घटाकर पंक्ति संचालन करते हैं तो हम कुछ प्राप्त कर सकते हैं

इसलिए हम जो करते हैं वह ρ 1 के बराबर होता है ρ 1 घटा ρ 2 तो एक का निर्धारक वही होता है जो मुझे मिल रहा है।

एक्स माइनस वाई जो मुझे यहां मिल रहा है वह है एक्स स्क्वायर माइनस वाई स्क्वायर जो एक्स माइनस वाई गुणा एक्स प्लस वाई है और जो मुझे यहां मिल रहा है वह है जेड गुणा वाई माइनस एक्स और अन्य पंक्तियां वही रहती हैं अब हम देख सकते हैं कि हम एक्स ले सकते हैं ऋण y को ρ one से उभयनिष्ठ होना चाहिए,

इसलिए a का सारणिक x ऋण y के बराबर है जो $1x$ जमा y घटा z के

सारणिक में है क्योंकि पद y घटा x था

इसलिए ऋण चिह्न yy वर्ग $zxzz$ वर्ग xy अब इसी तरह से आएगा।

अब मैं पंक्ति 2 से पंक्ति 3 घटाऊंगा।

इसका मतलब है कि पंक्ति दो घटा ρ तीन अब पंक्ति दो में जाती है

इसलिए a का निर्धारक x घटा y के बराबर है $1x$ जमा y घटा zy घटा zy घटा z गुणा y जमा z में x गुणा z घटा yz वर्ग xy

इसलिए सारणिक a के बराबर है अब मैं पंक्ति दो से y घटा z लेता हूँ और हमारे पास $1x$ जमा y घटा z $1y$ जमा z घटा xzz वर्ग xy बचा है अब हम क्या करेंगे हम इस पंक्ति से इस पंक्ति को घटाएंगे क्या होगा यह होगा इसे 0 बनाएं और यह इसे माइनस x प्लस z बना देगा

इसलिए फिर से r 2 करना r 2 माइनस r 1 के

बराबर है, हमारे पास a बराबर x माइनस y गुणा y माइनस z गुणा एक x प्लस y माइनस का सारणिक है z θ z माइनस xz माइनस x और zz स्क्वायर xy अब इस पंक्ति से हम ले सकते हैं z माइनस x कॉमन बराबर x माइनस y गुणा y माइनस z अगर मैं z माइनस x कॉमन लेता हूँ तो जो बचा है वह है $1x$ प्लस y माइनस z θ 1 1 zz वर्ग xy यह निर्धारक क्या है तो मुझे पहले इसे x घटा y के रूप में y घटा z में z घटा x में b के निर्धारक के रूप में लिखने दें, जहां यह मैट्रिक्स b है तो आइए हम b के निर्धारक की गणना करें ताकि यदि मैं साथ में विस्तार करूँ पहला कॉलम यह एक गुणा xy घटा z वर्ग जोड़ z गुणा x जोड़ y घटा ऋण z बराबर x .

है y घटा z वर्ग जोड़ x जोड़ y जमा z गुणा z बराबर xy घटा z वर्ग जोड़ xz जोड़ yz जोड़ z वर्ग है और यह कैसिल xy जमा yz जमा zx के बराबर है

इसलिए अब यदि हम तीसरे कॉलम के साथ विस्तार करते हैं तो

हमारे पास केवल एक शेष शून्य है

इसलिए ए का निर्धारक बराबर है से n फैक्टोरियल में घटा 1 से घटा 1 जमा 3 गुणा n जमा 1 पूर्ण वर्ग घटा n बराबर n गुणनखंड गुणा n वर्ग प्लस n जमा y है तो आइए हम इसे एक साधारण n के लिए सत्यापित करें मान लीजिए कि आप n के लिए सत्यापित करना चाहते हैं टू टू टू

इसलिए हम जानते हैं कि ए दो भाज्य के बराबर है एक तीन भाज्य तीन एक चार भाज्य चार एक

इसलिए का सारणिक

2 2 1 3 6 1 4 24 1 के सारणिक के बराबर है या एक का सारणिक 2 2 1 के बराबर है 3 6 1 1 18 0 थि s हम r^3 को r^3 घटा r^2 के बराबर बनाने पर प्राप्त करते हैं, 2 2 2 1 1 4 0 1 18 शून्य के सारणिक के बराबर होता है और यह हमें r दो बनाने से r दो के बराबर होता है r एक अब के बराबर होता है अगर मैं इस तीसरे कॉलम के साथ विस्तार करता हूँ तो हमें केवल एक का निर्धारक मिलता है जो 1 गुणा 18 के बराबर है घटा चार अब चौदह के बराबर है अगर आपको याद है कि हमें सामान्य n निर्धारक के लिए मिला है a का गुणनखंड चार गुणा n वर्ग प्लस n प्लस एक डाल रहा है n दो के बराबर है हमारे पास n गुणनखंड गुणा n वर्ग जमा n जमा 1 बराबर 2 भाज्य गुणा 2 वर्ग जमा 2 जमा 1 बराबर 2 गुणा 4 जमा 2 जमा 1 बराबर 2 गुणा 7 बराबर 40 है.

इसलिए हम सत्यापित करते हैं कि n के साथ उत्तर 2 के बराबर है,

इसलिए यह हमें n के क्रमपरिवर्तन के साथ स्पष्ट रूप से जटिल मैट्रिक्स का निर्धारक देता है

और ठीक दोस्तों के अंदर n सूत्र के संयोजन के साथ मैं आज यहां इस कक्षा में रुकता हूँ हमने कई समस्याओं को हल किया है जो कि विश्वास आपको समझेगा कि कैसे निपटना है पहले कुछ उपयुक्त पंक्ति और स्तंभ संचालन निष्पादित करके निर्धारकों की गणना करने की समस्या, जो निर्धारकों की गणना करेगी जो अगली कक्षाओं में सारणिक की गणना को सरल बना देगी मैं क्षेत्र की गणना के संबंध में निर्धारक के कुछ गुणों को देखूंगा एक त्रिभुज और साथ ही मैं वर्ग मैट्रिक्स के निर्धारकों के संबंध में नाबालिगों कोफैक्टर्स से जुड़े मैट्रिक्स वगैरह के बारे में बात करूंगा, ठीक है छात्रों को बहुत बहुत धन्यवाद आप