کے iit paul طلباء کو تعین کرنے والوں کے پہلے لیکچر میں خوش آمدید کہتا ہوں میں فرض کرتا ہوں کہ آپ سب میٹرکس سے واقف ہیں
پہلے لیکچرز میں ہم نے میٹرکس پر بڑی تفصیل سے بحث کی ہے لہذا میں فرض کرتا ہوں کہ آپ جانتے ہیں کہ میٹرکس اصلی یا پیچیدہ نمبروں کی
میٹرکس ہے a ایک مستطیل صف ہے۔ اگر
جہاں میٹرکس کی am 1 am 2 amn کہہ کر ظاہر کرتے ہیں جیسے a 1 na 2 1 a 2 2 a 2 n تک a 1 2 تو ہم اسے 1 1
کالم پوزیشن پر عنصر کو ظاہر کرتا ہے ہم اس طرح aij th row jth قطاریں ہیں اور کالموں میں اور m ہے یعنی n کراس m ترتیب
ایک حقیقی یا aij جہاں ہر aij is equal to one to mj is equal to one to n کے میٹرکس کو ظاہر کرتے ہیں جیسے
پیچیدہ نمبر ہے میں مزید فرض کرتا ہوں کہ آپ میٹرکس کے علاوہ گھٹاؤ ضرب اور ٹرانسپوز کو جانتے ہیں اگر آپ کو یہ یاد نہیں ہے
تو براہ کرم واپس جائیں اور اس پر نظر ثانی کریں کہ میٹرکس پر ان کارروائیوں کو کس طرح انجام دیا جائے تعین کرنے والوں پر لیکچر کی اس
سیریز کے لیے میرا فرض ہے کہ آپ اس سے واقف ہیں اس کے ساتھ اور اس پس منظر کے ساتھ میں اسے شروع کروں گا جسے ہر مربع
میٹرکس کے مطابق ایک تعین کن کہا جاتا ہے ہم ایک عدد کو جوڑتے ہیں جسے اس کا تعین کن کہا جاتا ہے
تو مربع میٹرکس کیا ہے ایک مربع میٹرکس وہ ہے جس میں قطاروں کی تعداد عدد کے برابر ہو کالم یا مربع میٹرکس کی نشاندہی کی جا سکتی ہے
کے برابر ہے یعنی میٹرکس کی قطاروں کی تعداد اور کالموں کی تعداد دونوں برابر n سے 1 j کے برابر ہے اور n سے aiji 1 کیونکہ
آرڈر 1 کراس 1 کا ہے اس کا مطلب ہے a ہیں اس صورت میں ہم اسے مربع میٹرکس کہتے ہیں۔ فیصلہ کن کی وضاحت کیسے کی جاتی ہے اگر
ہے ایک مستقل کہنا ہے a میں صرف ایک قطار ہے اور ایک کالم ہے جو کہ a کہ اگر
بطور ایک ایک ایک دو ایک دو ایک دو a دو کراس دو ہے جو کہ 2 قطاریں اور 2 ہیں کالم پھر ہم لکھ سکتے ہیں a تو اس کا تعین کنندہ ہے اگر
دو اور اس کے تعین کنندہ کو ہمیں اس طرح بیان کرنا چاہئے کہ یہ 1 1 میں 2 2 مائنس 2 1 میں 1 2 کے برابر ہے یعنی یہ ہے دیا کی
کا تعین کنندہ ایک کے a کے برابر ہے پھر a 1 2 3 4 مصنوعات کا فرق گونل عناصر اور آف اخترن عناصر کی پیداوار مثال کے طور پر
b مائنس ba برابر ہے ایک جمع بی سی جمع بی سی مائنس a برابر چار مائنس تین میں دو برابر چار مائنس 6 برابر ہے مائنس 2 دوسری مثال
اگر یہ میٹرکس ہے
تو یہ چار مختلف اسکیلرز ہیں
کے برابر ہے مربع b ایک مربع جمع مائنس b مائنس c میں b جمع c مائنس b کا تعین کنندہ ایک جمع بی کے برابر ہے مائنس a تو
مائنس cos theta sine theta برابر ہے a مربع کے برابر ہے تیسری مثال c مربع جو ایک مربع مائنس b مربع مائنس c مائنس
مربع تھیٹا مائنس سائن تھیٹا کے برابر ہے انٹو مائنس cos کا تعین کنندہ a کچھ صوابدیدی تھیٹا کے لیے پھر sin theta cos theta
برابر ہے a اسکوائر تھیٹا کے علاوہ سائن اسکوائر تھیٹا برابر ہے ایک آخری مثال کے ساتھ دو کراس 2 کے ساتھ اگر cos تھیٹا برابر ہے sin
1 2 2 4
کا تعین کنندہ 1 سے 4 مائنس 2 کے برابر ہے 2 ہے 4 مائنس 4 کے برابر صفر کے برابر ہے ایک بار جب ہم دو کراس ٹو میٹرکس کا تعین a تو
کرنے والے کو جان لیں
تو ہم اعلیٰ ترتیب والے میٹرکس کے لیے ڈیٹرمیننٹ تیار کر سکتے ہیں مثال کے طور پر اب غور کریں کہ جو 3 کراس 3 میٹرکس ہے اس کا مطلب
کا a اس صورت میں a 3 2 a 3 3 یا a 2 2 a 2 3 1 3 ایک ہو ایک ایک دو ایک تین ایک a 1 2 ہے کہ 3 کالم اور تین قطاریں ہیں۔
تعین کرنے والا مساوی ہے اسے پہلی قطار کے گرد پھیلا دے گا لہذا میں 1 پر غور کرتا ہوں۔ 1 اور اسے اس ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ سے
کا تعین کرتا ہے میں اب پہلی قطار کے دوسرے کالم کی اصطلاح a 1 2 minus a 2 3 a 3 2 a 3 3 ضرب کیا جائے گا جو 2 2
لے رہا ہوں جیسا کہ میں نے کہا کہ میں
توسیع کر رہا ہوں۔ میٹرکس کی پہلی قطار کے ساتھ تعین کنندہ اور اس کو ذیلی میٹرکس سے ضرب دیا جائے گا جس کی ہم ذیل میں شناخت کر
سکتے ہیں کیونکہ میں 1 2 لے رہا ہوں میں اس پر غور نہیں کروں گا اور اس کالم پر غور نہیں کروں گا
تین تین ایک تین تین 2 a کو 2 l 1 1 ول a 1 2 اور مائنس a 3 3 اور a 2 3 a 3 1 تو جو باقی ہے یہ ذیلی میٹرکس اے 2 1
سے ضرب کیا جائے اس ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ کے علاوہ اب صرف ایک موڈ عنصر باقی رہ گیا ہے جو کہ 1 3 ہے لہذا ذیلی میٹرکس کا 1
a 2 گنا تعین کنندہ جو ہمیں پہلے کو حذف کرنے کے بعد ملتا ہے۔ قطار اور تیسرا کالم اس لیے آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ ایک 2 1 3
a مائنس a 2 3 میں بڑھا سکتا ہوں۔ a 3 2 کا فیصلہ کن ہے جسے اب میں 1 1 گنا 2 2 کے طور پر 3 3 مائنس a 3 1 a 3 2 2
میں دو ایک میں تین تین مائنس دو تین میں تین میں تین تین ایک کے علاوہ ایک تین میں دو ایک میں تین دو مائنس دو دو میں تین میں اگر میں اسے a 1 2 2
بڑھاتا ہوں مزید میں سمجھتا ہوں کہ یہ ایک ایک دو 2 3 3 مائنس 1 1 3 2 2 3 مائنس 1 2 2 1 3 3 پلس 1 2 2 3 3 1 پلس 1 3
میں۔ a 1 3 a 2 2 3 1 مائنس a 3 2 اے 2 1
برابر ہے ایک دو تین j سے ظاہر کرتے ہیں ایک سے تین کے برابر ہے اور aiji میٹرکس کا تعین کرنے والا ہے جیسے ہم cos 3 تو یہ 3
ایک دو تین 4 5 6 3 1 2 کے برابر ہے۔ ample a سابق کے
تو جو ہوگا وہ تعین کرنے والا 1 1 ہے جو 1 کو اس ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ سے ضرب دیا جائے گا جو 5 سے 2 مائنس 6 میں 1 مائنس 2
ہے کیونکہ ایک 1 2 ہے 2 2 اس ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ میں 4 میں 2 مائنس 3 میں 6 جمع یہ 3 ہے لہذا 3 گنا 4 میں 1 مائنس تین میں پانچ
برابر ہے ایک گنا دس مائنس چھ مائنس دو گنا آٹھ مائنس اٹھارہ جمع 3 اوقات 4 مائنس 15 برابر 4 جمع 20 مائنس 33 برابر 24 مائنس 33 برابر
مائنس 9 جو کہ اس 3 کراس 3 میٹرکس کا تعین کرنے والا ہے ہم اس کلاس میں بہت سے دوسرے میٹرکس کے لیے کمپیوٹنگ پر کام کریں گے لیکن
مجھے پہلے بتانے دو چند نکات کا تذکرہ کریں، کیا یہ ضروری ہے کہ صرف ایک قطار کے ساتھ بڑھایا جائے جیسا کہ آپ نے دیکھا ہے کہ میں
نے قطار سے شرائط لے کر اور اسے ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ سے ضرب دے کر اور جمع یا مائنس کا نشان لگا کر حساب کیا ہے ۔ لہذا
فارمولہ فطری سوال یہ ہے کہ کیا آپ کو ہمیشہ پہلی قطار کے ساتھ جانے کی ضرورت ہوتی ہے جواب نہیں درحقیقت ہم اسے کسی بھی قطار یا
کسی کالم کے ساتھ بڑھا سکتے ہیں لیکن ہمیں صحیح ذیلی میٹرکس اور نشان کے انتخاب میں محتاط رہنا ہوگا جیسا کہ آپ نے کچھ میں دیکھا ہے۔
کچھ اصطلاحات میں جو ہم جمع کا نشان لگاتے ہیں ان میں ہم مائنس کا نشان لگاتے ہیں اس کا تعین کیسے کیا جا سکتا ہے خیال درج ذیل ہے اگر ہم
ویں قطار کے ساتھ پھیل رہے ہیں
mi سے ضرب کر کے لکھنے دیں۔ ذیلی میٹرکس میں اسے determinant کو کے ai 1 برابر ہے مجھے determinant کا a تو
پر مائنس 1 کا نشان ہوگا جو کہ قطار کا دوسرا عنصر ہے جس کو ذیلی ai 2 پلس 2 i پلس 1 پلس مائنس 1 پر پاور i کہوں گا اور پاور 1
قطار اور دوسرے کالم کو حذف ith میٹرکس کے تعین کنندہ سے ضرب کیا گیا ہے۔ سب میٹرکس ایم آئی 2 جہاں ایم آئی 2 اصل میٹرکس سے
پلس نین کا تعین کرنے والے کو مائنس 1 لکھیں i کے پاور min کرکے حاصل کیا جاتا ہے جیسے کہ ہم جائیں گے اور آخر میں ہم ذیلی میٹرکس
قطار اور نویں کالم کو حذف کرکے حاصل کیا جاسکتا ہے تاکہ فارمولہ ہر نقطہ پر واضح ہو اس بات پر منحصر ہے ith گے۔ میٹرکس اے کے
کہ ہم کس قطار کو بڑھا رہے ہیں ہمیں متعلقہ ذیلی میٹرکس لینے ہوں گے اور انہیں شرائط سے ضرب کرنا ہوگا لیکن اس کا نشان قطار نمبر اور
کالم نمبر سے طے کیا جائے گا کہ عنصر کا وہ عنصر جس پر ہم اب
کے مصنوعہ کی aij ہو جائے گا جو j پلس i پلس 1 عام طور پر مائنس 1 سے پاور i توسیع کر رہے ہیں اور یہ مائنس 1 سے پاور

سے ضرب کیا جاتا ہے لہذا میں اس کی وضاحت کرتا ہوں مثال کے طور پر ایک ہی میٹرکس پر determinant mij نشانی ہونے والا ہے جو
کا تعین کنندہ مائنس نو کے برابر ہے پہلی قطار کو پہلے کالم کے ساتھ a غور کریں ایک دو تین چار پانچ چھ تین ایک دو اور ہم نے حساب کیا ہے
کا تعین کنندہ برابر ہے ایک ضرب پانچ سے دو مائنس ایک میں چھ جمع مائنس 1 سے طاقت 2 اور 1 کو عنصر سے ضرب a پھیلاتے ہیں اس لیے
کو دوسری قطار اور پہلے کالم کو حذف کرنے سے حاصل کردہ ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ سے ضرب کیا جاتا ہے لہذا یہ دو میں دو ent 4
مائنس تین میں ایک جمع مائنس 1 ہو جائے گا اس عنصر کی طاقت سے یہ تیسری قطار کا پہلا کالم عنصر ہے لہذا یہ ہے 3 جمع 1 کو 3 سے 2
میں 6 مائنس 3 سے 5 کا ضرب برابر ہے 1 ضرب 10 مائنس 6 مائنس 4 گنا 4 مائنس 3 جمع 3 گنا 12 مائنس 15 برابر 1 سے 4 مائنس 4 میں 1
ہے a جمع 3 مائنس 3 ہے 4 مائنس 4 مائنس نو کے برابر ہے مائنس نو کے برابر ہے اب مجھے تیسرے کالم کے ساتھ پھیلانے دیں ہمارے پاس
کا تعین کنندہ برابر ہے مائنس 1 کو پاور میں یہ پہلی a ایک کے برابر دو تین چار 5 6 3 1 2 اور ہم تیسرے کالم کے ساتھ پھیل رہے ہیں لہذا
قطار ہے تیسرا کالم ایک جمع تین اس ذیلی میٹرکس کا تعین کرنے والا میں چار میں ایک مائنس تین میں 5 جمع مائنس 1 سے پاور دوسری قطار اور
کا تعین کنندہ اس کا سب میٹرکس ایک دو تین ایک اس لیے یہ ایک ڈاٹ ایک مائنس t تیسرے کالم کا عنصر 6 ہے اور میں اسے ضرب دے رہا ہوں
تھری ڈاٹ ٹو پلس مائنس ون سے پاور تھرڈ قطار تیسرے کالم میں ہوگا کہ عنصر دو کو ایک ڈاٹ سے ضرب پانچ مائنس 2 ڈاٹ 4 اس کے برابر ہے
اس لیے 1 ہے 4 مائنس 15 یہ مائنس 6 میں 1 مائنس 6 پلس 2 میں 5 مائنس 8 برابر ہے مائنس گیارہ کے برابر ہے معذرت، میں یہاں تین کو یاد
کرتا ہوں اس لیے اس کو تین سے ضرب کرنا ہوگا اس لیے یہ مائنس تینتیس ہوگا یہ مائنس ہے 5 مائنس 6
تو یہ جمع 30 ہے یہ مائنس 3 میں 2 ہے لہذا مائنس سکس مائنس نو کے برابر ہے لہذا ہم حقیقت میں دیکھ سکتے ہیں کہ اسے مختلف قطار اور
مختلف کالم کے ساتھ پھیلانے سے ہمیں ایک ہی جواب مل رہا ہے تاکہ اسے ایک کے لیے تصور کیا جا سکے۔ جنرل میٹرکس پر غور کریں کہ تین
دو دو تین تین ایک تین دو تین تین اس کا تعین ہے جب قطار پہلی کے ساتھ a 1 2 a 1 3 a 2 1 a برابر ہے a 1 1 بائی تین میٹرکس
میں 3 3 مائنس 2 3 میں 3 2 مائنس 1 2 میں 2 1 میں 3 3 مائنس 2 3 میں a 1 1 int oa 2 2 پھیلایا جائے جیسا کہ ہم جانتے ہیں
3 1 1 1 مائنس a 2 2 a 3 3 جمع 1 3 میں 2 1 میں 3 2 مائنس 2 2 میں 3 1. جو کہ برابر ہے a 1 1 a 2 3 a 3 2
جب ہم minus a 1 2 a 2 1 a 3 3 2 1 جمع a دو تین تین ایک پلس ایک تین a 2 1 a 3 2 مائنس a 1 3 a 2 2 a 3 1
قطار 3 کے ساتھ پھیلتے ہیں
دو دو مائنس ایک تین دو میں ایک ایک میں دو تین a میں 3 a 1 3 مائنس a 2 3 کا تعین کنندہ 3 1 کے برابر ہوتا ہے a 2 1 تو ہمارے پاس
3 1 منفی a 2 1 1 1 مائنس a 1 3 a 2 2 مائنس 1 3 a 3 1 مائنس 1 2 میں 2 1 جو کہ برابر ہے a 2 2 2 1 جمع 3 3 میں
اب a 3 3 1 a 2 2 مائنس 1 3 3 2 2 a پلس a 2 3 a 3 2 plus a 1 3 a 2 1 a 3 2 1 1 مائنس a 3 1 1 1
اگر ہم ان دونوں
توسیعات کا موازنہ کریں
یہاں بھی ہے مائنس a11 a23 a32 مائنس a11 a22 a33 تو ہمیں جمع ایک ایک دو دو تین تین تین ملتے ہیں یہاں بھی ہمارے پاس جمع
A 1 2 a 2 1 a 3 3 ہے یہاں بھی ہمارے پاس مائنس a 1 2 a 2 1 a 3 3 پھر ہمارے پاس مائنس a 1 1 a 2 3 a 3 2
ہے ایک یہاں بھی ہمارے پاس جمع ہے ایک دو دو تین تین ایک جمع ایک تین ایک دو ایک a 1 2 a 2 3 a three ہے اگلی اصطلاح جمع
اور ہمارے پاس مائنس ہے ایک تین ایک دو سے تین ایک اس لیے a 2 2 a 3 1 مائنس a 2 1 a 3 2 3 1 تین دو ہمارے پاس ہے 1 3
ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اسے صف اول کے ساتھ پھیلانے کے بجائے اگر ہم نے اسے قطار 3 کے ساتھ بڑھا دیا ہے
تو ہمیں آپ کے یقین کے لیے وہی جواب ملتا ہے، اب میں دوسرے کالم کے ساتھ پھیلوں گا ایک ایک دو ایک تین تین دو ایک 2 2 2 3 3 1 3 2
اس لیے دوسرے کالم کے ساتھ پھیلنے کا تعین کرنے والا مائنس ایک دو ہے کیونکہ دوسرا کالم یہ ہے اور میں ایک سے شروع کر رہا ہوں دو 3 3
ایک جمع دو تین ہے جو طاق عدد ہے اس لیے مائنس ایک سے پاور تھری برابر ہے مائنس مائنس ایک دو میں دو ایک تین تین منفی تین ایک میں ایک دو
تین جمع ایک 2 2 میں 1 1 3 3 مائنس ایک تین تین ایک مائنس 3 2 میں 1 1 میں 2 3 چونکہ میں تین دو استعمال کر رہا ہوں اب ایک ایک دو کا
تعین کنندہ ہے تین مائنس ایک تین ایک 2 1 جس کو پھیلانے پر ہمیں مائنس 1 دو ایک دو ایک تین جمع ایک دو دو تین تین 3 1 جمع 1 1 2 2 3
اب میں نتائج کا موازنہ اس a 1 1 a 2 3 a 3 2 plus a 1 3 a 2 1 a 3 2 مائنس a 3 1 ملے گا a 2 2 مائنس 1 3 3
سے کرتا ہوں جو ہمیں پہلی قطار کے ساتھ پھیلانے سے حاصل ہوا ہے ہمارے پاس ایک ایک اور دو دو ہے ایک تین تین یہاں بھی ہمارے پاس ایک ایک
جمع a 1 2 a دو دو تین تین منفی ایک دو تین تین تین دو منفی 1 1 2 3 3 2 مائنس 1 2 2 2 1 3 3 مائنس 1 2 a 2 1 a 3 3
دو تین تین ایک جمع ایک تین دو ایک تین دو جمع ایک تین دو ایک تین دو اور آخر میں مائنس a 1 3 a 2 2 3 a 3 1 plus a 1 2 a
سے 3 1 اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ جب ہم پہلی قطار یا تیسری قطار یا دوسرے کالم کے ساتھ a 1 3 a 2 مائنس a 3 1 2
توسیع کرتے ہیں
تو ہمیں کسی بھی جنرل میٹرکس کے لیے ایک ہی جواب ملتا ہے، یہ کوئی ثبوت نہیں ہے لیکن آپ اسی طرح تصدیق کر سکتے ہیں کہ آیا آپ اسے
کا تعین کنندہ ایک ہی ہے قطع نظر اس کے کہ ہم نے a قطار 2 کے ساتھ بڑھاتے ہیں یا کالم 1 یا کالم 3 میں آپ کو ایک ہی ایکسپریشن ملے گا لہذا
اس کی
توسیع کے لیے جس قطار یا کالم پر غور کیا ہے میں چاہتا ہوں کہ آپ
توسیع کے فارمولے کو یاد رکھیں ہمیں کسی بھی قطار یا کسی کالم کے ساتھ شرائط پر غور کرنا ہے۔ اسے مناسب ذیلی میٹرکس کے تعین کنندہ کے
واں عنصر ہے ij ذریعہ مناسب سے ضرب کرنا ہوگا اور ہمیں عنصر پر غور کرکے نشان کو صحیح طریقے سے لگانا ہوگا اگر یہ
اور پھر جب ہم اسے پھیلاتے ہیں j پلس ہوگا۔ i تو اس کا نشان مائنس ون سے پاور
تو اس کا تعین کرنے والا مل جائے گا ، میں تجویز کرتا ہوں کہ آپ دوسری قطاروں یا دوسرے کالموں کے ساتھ پھیل کر اس کی تصدیق کریں اب
کا ایک تعین کنندہ 2 کراس 2 کے لیے ای ٹرانسپوز کے متعین کے برابر ہے ہم y آئیے ڈیٹرمیننٹ پراپرٹ کی کچھ خصوصیات کو دریافت کریں۔
آسانی سے
کے برابر ہے اگر اسے کہا جاتا ہے bc پر غور کریں ہم جانتے ہیں کہ اس کا ڈیٹرمینٹ اڈ مائنس abcd توثیق کر سکتے ہیں
کے برابر ہے اور اس کا تعین کنندہ اڈ مائنس بی سی کیا یہ ایک بی ہے آئیے اب ہم اسے تین بائی تھری میٹرکس کے حوالے adbc تو ٹرانسپوز
برابر ایک ایک دو ایک تین تین ایک دو دو تین تین تین ایک تین 2 اے 3 3 لہذا ایک ٹرانسپوز a 1 1 سے واضح کرتے ہیں a 1 2 a 1 3
قطار لکھ کر میٹرکس کا ٹرانسپوز حاصل کرتے ہیں. ith دو ایک دو دو تین تین ایک تین دو تین تین کے برابر ہے آپ جانتے ہیں کہ ہم a
کالم اس لیے پہلی قطار پہلا کالم بن جاتی ہے دوسری قطار دوسری کالم بن جاتی ہے اور تیسری قطار تیسرا کالم بن جاتی ہے ith جیسا کہ
تو ٹرانسپوز کا تعین کرنے والا کیا ہے آئیے ہم دوبارہ پہلی قطار کے ساتھ پھیلتے ہیں
تین مائنس اب میں پہلی قطار کے ساتھ بڑھا رہا ہوں o سے ضرب کیا جاتا ہے۔ تین تین منفی ایک تین دو دو a تو یہ 1 1 کو دو دو ڈاٹ
میں 2 میں 1 3 کے a 2 تو یہ ہے 1 2 کو ضرب ایک 1 2 سے 3 3 مائنس 1 3 کو 3 2 میں اور 3 1 کو 1 2 سے ضرب 2 3 مائنس
برابر ہے اگر ہم اب پھیلاتے ہیں
1 1 a 2 2 a 3 3 1 1 مائنس a 3 2 a 2 3 1 2 مائنس a 1 2 a 3 3 1 2 جمع a 1 3 ملتا ہے۔ a 3 2 تو ہمیں ایک

آئیے اس کا موازنہ ان نتائج کے ساتھ کریں جو ہمیں کچھ دیر پہلے حاصل a 3 1 a 2 2 a 1 3 مائنس a 3 1 a 1 2 a 2 3 جمع ہوتے ہیں یہ وہی ہے جو ہمیں بطور تعین کنندہ کے طور پر ملا جب ہم نے اسے اس کے ساتھ بڑھایا۔ پہلی قطار یہ وہی ہے جو ہمیں پہلے کالم کے ساتھ پھیلانے پر ملی ہے، آئیے ہم اصطلاحات کا موازنہ کریں مائنس ایک ایک تین دو تین دو تین مائنس ایک دو دو دو ایک تین تین مائنس دو ایک ایک دو تین کے جیسی ہے۔ a تین تین جمع ایک دو دو تین تین تین جمع ایک دو دو تین تین تین ایک لہذا یہ اصطلاح اس اصطلاح کے علاوہ ایک تین اور دو ایک تین دو ایک تین ایک دو ایک تین دو اور منفی ایک تین ایک دو دو تین تین ایک منفی ایک تین دو دو تین تین ایک لہذا شرائط مناسب نشان کے ساتھ ایک جیسی کا تعین کنندہ ہے اسی طرح ٹرانسپوز کا تعین کرنے والا یہ پراپرٹی ایک خاصیت ہے دو ایک اخترن میٹرکس کا تعین a ہیں اور اسی وجہ سے مربع میٹرکس کے لیے درست ہے لیکن ہم یہاں تین n کراس n کرنے والا اس کے اخترن عناصر کی پیداوار ہے جس طرح سے یہ خاصیت تمام کراس تین یا دو کے ساتھ کر رہے ہیں۔ دو کو کراس کریں

ایک کے برابر ہے ایک ایک دو دو تین تین اور دوسرے عناصر تمام زیرو ہیں کیونکہ یہ ایک میٹرکس ہے اس لیے اس کا a تو آئیے غور کریں کہ فیصلہ کن ہے اگر ہم اسے پہلی قطار کے ساتھ بڑھانا چاہتے ہیں

تو یہ ایک ہوگا 1 1 کو 2 2 سے 3 3 مائنس 0 مائنس 0 بار میں ضرب کیا گیا یہ تعین ہے جسے میں اس لیے نہیں لکھ رہا ہوں کیونکہ یہ صفر اس لیے یہ تمام اصطلاح غائب 0 y ضرب ہے۔ b جمع 0 سے ضرب ہونے والا ہے اس تعین کنندہ کو میں دوبارہ نہیں لکھ رہا ہوں کیونکہ یہ ایک اخترن میٹرکس ہے a اس طرح اگر a 2 2 a 3 3 ہو جاتی ہے جو باقی ہے وہ ہے 1 1

تو اس کا تعین کنندہ اس کے اخترن عناصر کی خاصیت کا نتیجہ ہوگا 3 ایک مثلث میٹرکس کا تعین کرنے والا مصنوعہ ہے۔ اس کے اخترن عناصر کا تعین کنندہ اس a پھر a 3 3 0 0 a 2 3 a 2 2 0 a 1 3 a 1 2 برابر ہے a 1 1 میں سے مثال کے طور پر غور کریں کہ کے برابر ہے اگر ہم پہلے کالم کے ساتھ پھیلائیں

مائنس 0 گنا میں 2 3 مائنس 0 بار اس عامل کو جو میں اس لیے نہیں لکھ رہا ہوں کہ اس کو 0 سے ضرب کیا a 3 3 ایک 2 2 a 1 1 تو جاتا ہے اور اس 0 سے اس عامل کو لیکن یہ مواد ہے کیونکہ اسے 0 سے ضرب کیا جا رہا ہے اس لیے ہم کیا کرتے ہیں ایک 1 1 ایک دو دو اور تین تین کے ساتھ رہ گیا ہے لہذا جب ہمیں کوئی اخترن یا مثلث میٹرکس دیا جاتا ہے

تو ہمیں کسی پہلی قطار یا پہلے کالم کے ساتھ

tr توسیع کرتے ہوئے عامل کا حساب لگانے کی زحمت نہیں کرنی پڑے گی ہم صرف اس پر غور کریں گے اور ہم سمجھتے ہیں کیونکہ یہ ایک k ہے۔ اینگولر میٹرکس اس کا تعین کنندہ اخترن عناصر کی خاصیت چار کا نتیجہ ہو گا اگر ہم قطار یا کالم کے ہر عنصر کو مستقل کہے سے ضرب دیں

دو ایک دو a سے a 1 3 1 کے برابر ہے a a 1 1 سے ضرب دیا جائے گا یا دوسرے لفظوں میں اگر k کو بھی determinant تو کے ساتھ ضرب دیں k ملتا ہے جو کہ پہلی قطار کو b دو دو تین تین تین ایک تین دو تین تین تین اور ہمیں ایک نیا میٹرکس

کا ایک دو کا ایک تین ایک دو ایک دو دو دو تین تین ایک تین دو تین تین پھر ب کا تعین کنندہ ہے ک ایک کا ایک 1 1 k کے عناصر ہیں b تو ہم گنا ایک تین کو دو ایک سے k جمع a 2 3 a 3 1 مائنس a 3 3 ایک میں دو دو تین تین منفی ایک 2 3 اے 3 2 مائنس کا 1 2 میں 2 1 کے ساتھ ضرب کیا k تین میں دو منفی دو دو کو تین میں اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ تینوں اصطلاحات ہیں ایک

کو عام سمجھتا ہوں k تو اگر میں

ٹو ٹی ہوتا ہے۔ تین میں تین دو مائنس ایک دو میں دو ایک تین تین مائنس تین ایک دو تین a تو مجھے جو ملتا ہے وہ بنیادی طور پر ایک ایک میں مائنس جمع ایک تین میں دو ایک تین دو مائنس دو دو تین تین میں اس لیے یہ ٹھیک ہے دوس

تو میں آج یہاں رکتا ہوں اگلی کلاس میں میں کچھ اور پراپرٹیز تلاش کروں گا اور تعین کرنے والوں کے ساتھ کچھ اور مسائل حل کرنے کی کوشش کروں گا شکریہ آپ کا