

নির্ধারক বিষয়ক প্রথম বক্তৃতায় ছাত্রদের স্বাগতম, আমি ধরে নিচ্ছি আপনি সকলেই ম্যাট্রিক্সের সাথে পরিচিত iit paul এর আগের বক্তৃতায় আমরা ম্যাট্রিক্স নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করেছি

তাই আমি ধরে নিচ্ছি যে আপনি জানেন যে একটি ম্যাট্রিক্স হল বাস্তব বা জটিল সংখ্যার একটি আয়তক্ষেত্রাকার বিন্যাস যদি একটি হয় একটি ম্যাট্রিক্স তারপর আমরা এটিকে একটি $1 \ 1 \ a \ 1 \ 2$ পর্যন্ত একটি $1 \ n \ a \ 2 \ 1 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 2 \ n$ বলে বোঝাই যেমন $a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{2n}$ যেখানে ম্যাট্রিক্সের ক্রম হল $m \times n$ অর্থাৎ m আছে সারি এবং কলামে এবং a_{ij} i th row j th কলাম অবস্থানে উপাদানটিকে বোঝায় আমরা এমন একটি ম্যাট্রিক্সকে বোঝাই যেমন $a_{ij} = i$ সমান এক থেকে m সমান এক থেকে n যেখানে প্রতিটি a_{ij} একটি বাস্তব বা জটিল সংখ্যা আমি আরও অনুমান করি যে আপনি জানেন ম্যাট্রিক্স যোগ বিয়োগ গুণ এবং স্থানান্তর যদি আপনি এটি মনে না রাখেন তাহলে অনুগ্রহ করে ফিরে যান এবং নির্ধারকদের উপর বক্তৃতার এই সিরিজের জন্য একটি ম্যাট্রিক্সে এই ক্রিয়াকলাপগুলি কীভাবে পরিচালনা করবেন তা সংশোধন করুন আমি ধরে নিচ্ছি যে আপনি এটির সাথে পরিচিত এবং সেই পটভূমিতে আমি কী শুরু করব প্রতিটি s এর সাথে সম্পর্কিত একটি নির্ধারক বলা হয় square matrix আমরা একটি সংখ্যা যুক্ত করি যাকে এর নির্ধারক বলা হয় তাই বর্গ ম্যাট্রিক্স কি একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স এমন একটি যার মধ্যে সারির সংখ্যা কলামের সংখ্যার সমান বা একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে চিহ্নিত করা যেতে পারে কারণ $a_{ij} = 1$ থেকে n এর সমান এবং $j = 1$ থেকে n এর সমান মানে ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যা এবং কলামের সংখ্যা উভয়ই সমান সেক্ষেত্রে আমরা একে বর্গাকার ম্যাট্রিক্স বলি কিভাবে নির্ধারককে সংজ্ঞায়িত করা হয় যদি একটি ক্রম 1×1 এর মানে হয় যদি একটি থাকে শুধুমাত্র একটি সারি এবং একটি কলাম যা a একটি স্কেলার বলে a তাহলে এর নির্ধারক হয় a যদি a হয় দুটি ক্রস দুটি যেটিতে 2টি সারি এবং 2টি কলাম থাকে তাহলে আমরা একটি হিসাবে লিখতে পারি একটি এক এক দুই দুই এক a দুই দুই এবং এর নির্ধারককে আমাদের বোঝাতে হবে এইভাবে একটি $1 \ 1$ এর মধ্যে $2 \ 2$ বিয়োগ একটি $2 \ 1$ এর মধ্যে $1 \ 2$ এর মানে এটি তির্যক উপাদানগুলির গুণফল এবং অফ তির্যক উপাদানগুলির গুণফলের পার্থক্য। উদাহরণস্বরূপ a সমান $1 \ 2 \ 3 \ 4$ তারপর a এর নির্ণায়ক সমান এক থেকে চার বিয়োগ তিন ভাগের সমান থেকে চার বিয়োগ 6 সমান বিয়োগ 2 আরেকটি উদাহরণ a সমান একটি প্লাস $b \ c$ প্লাস $b \ c$ বিয়োগ ba বিয়োগ b যদি এটি ম্যাট্রিক্স হয় এই চারটি ভিন্ন স্কেলার তাহলে a এর নির্ধারক একটি যোগ b এর বিয়োগ b এর সমান বিয়োগ g প্লাস x তে g বিয়োগ x সমান একটি বর্গ প্লাস বিয়োগ x বর্গ বিয়োগ g বর্গ বিয়োগ vi বর্গ যা একটি বর্গ বিয়োগ g বর্গক্ষেত্রের সমান তৃতীয় উদাহরণ a হল $\cos \theta \ \sin \theta$ থিটা বিয়োগ $\sin \theta \ \cos \theta$ for কিছু স্কেচচারী থিটা তাহলে a -এর নির্ধারক সমান $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ স্কেয়ার থিটা বিয়োগ সাইন থিটাতে বিয়োগ সিন থিটা সমান $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ বর্গ থিটা প্লাস সাইন বর্গ থিটা সমান এক এক শেষ উদাহরণ দুই ক্রস 2 সহ যদি a সমান হয় $1 \ 2 \ 2 \ 4$ তাহলে a এর নির্ণায়ক সমান 1 এর 4 বিয়োগ $2 \ 2$ এর সমান 4 বিয়োগ 4 সমান শূন্যের সাথে যখন আমরা দুটি ক্রস দুটি ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক জানি তখন আমরা উচ্চ ক্রম ম্যাট্রিক্সের জন্য নির্ধারক বিকাশ করতে পারি উদাহরণস্বরূপ এখন বিবেচনা করুন কোনটি 3 ক্রস 3 ম্যাট্রিক্স মানে 3টি কলাম এবং তিনটি সারি আছে তাই একটি হতে দিন একটি এক এক দুই এক তিন একটি $2 \ 1$ একটি $2 \ 2$ একটি $2 \ 3$ বা $3 \ 1$ একটি $3 \ 2$ একটি $3 \ 3$ এই ক্ষেত্রে a এর নির্ধারক সমান এটিকে প্রথম সারির চারপাশে প্রসারিত করবে তাই আমি একটি $1 \ 1$ বিবেচনা করি এবং এটিকে এই সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক দ্বারা গুণ করতে হবে যা একটি $2 \ 2 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 2 \ a \ 3 \ 3$ বিয়োগ $a \ 1 \ 2$ এর নির্ধারক আমি এখন প্রথম সারি দ্বিতীয় কলাম শব্দটি নিচ্ছি যেমন আমি বলেছিলাম আমি নির্ধারককে প্রসারিত করছি ম্যাট্রিক্সের প্রথম সারি বরাবর এবং এটিকে সাব ম্যাট্রিক্স দ্বারা গুণ করা হবে যা আমরা নিম্নরূপ সনাক্ত করতে পারি যেহেতু আমি একটি $1 \ 2$ নিচ্ছি আমি এটি বিবেচনা করব না এবং এই কলামটি বিবেচনা করব না তাই এই সাব ম্যাট্রিক্সটি $2 \ 1$ অবশিষ্ট আছে $a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 1$ এবং $a \ 3 \ 3$ এবং তাই বিয়োগ $a \ 1 \ 2$ কে $2 \ 1 \ a \ 2$ তিন তিন এক তিন তিন দ্বারা গুণ করা হবে এই সাব ম্যাট্রিক্স নির্ধারক প্লাস এখন শুধুমাত্র একটি মোড উপাদান অবশিষ্ট আছে যা একটি $1 \ 3$ তাই সাব ম্যাট্রিক্সের একটি $1 \ 3$ গুণ নির্ধারক যা আমরা প্রথম সারি এবং তৃতীয় কলামটি মুছে ফেলার পরে পাই তাই এটি হতে চলেছে আপনি সহজেই দেখতে পাচ্ছেন একটি $2 \ 1 \ a$ এর নির্ধারক $2 \ 2 \ a \ 3 \ 1 \ a \ 3 \ 2$ যা এখন আমি $1 \ 1$ বার $2 \ 2 \ 3 \ 3$ বিয়োগ $3 \ 2 \ 2 \ 3$ বিয়োগ 2 একটি $1 \ 2$ তে দুই এক তিন তিন বিয়োগ দুই তিন হিসাবে প্রসারিত করতে পারি একটি তিন এক যোগ একটি তিন একটি দুই এক মধ্যে একটি তিন দুই বিয়োগ দুই দুই একটি তিন এক যদি আমি এটি আরও প্রসারিত করি আমি এটি একটি এক এক দুই $2 \ 3$ 3 বিয়োগ একটি $1 \ 1$ একটি $3 \ 2 \ a \ 2 \ 3$ বিয়োগ $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 3$ প্লাস $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 1$ প্লাস $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 2$ বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 2$ এ $3 \ 1$ । সুতরাং এটি হতে চলেছে $3 \ \cos \ 3$ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক যাকে আমরা a_{ij} দ্বারা বোঝাই সমান এক থেকে তিন এবং j সমান এক দুই তিন উদাহরণ a সমান এক দুই তিন $4 \ 5 \ 6 \ 3 \ 1 \ 2 \ 1$ তাই যা হতে চলেছে তা নির্ধারক একটি $1 \ 1$ যা 1 এই সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক দ্বারা গুণ করা হয় যা 5 এর মধ্যে 2 বিয়োগ 6 থেকে 1 বিয়োগ 2 হয় কারণ একটি $1 \ 2$ হল $2 \ 2$ এই সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক 4 থেকে 2 বিয়োগ 3 থেকে 6 প্লাস 3 তাই 3 গুণ $4 \ 1$ বিয়োগ তিন গুণ পাঁচ সমান এক গুণ দশ বিয়োগ ছয় বিয়োগ দুই গুণ আট বিয়োগ আট en প্লাস 3 গুণ 4 বিয়োগ 15 সমান 4 যোগ 20 বিয়োগ 33 সমান 24 বিয়োগ 33 সমান বিয়োগ 9 যেটি এই 3 ক্রস 3 ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক আমরা এই শ্রেণীর অন্যান্য অনেক ম্যাট্রিক্সের জন্য কম্পিউটিংয়ের কাজ করব কিন্তু আমি প্রথমে কয়েকটি পয়েন্ট উল্লেখ করি একটি কি শুধুমাত্র সারি এক বরাবর প্রসারিত করা প্রয়োজন যেমন আপনি দেখেছেন আমি সারি থেকে পদগুলি নিয়ে এবং একটি সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারকের সাথে গুণ করে এবং যোগ বা বিয়োগ চিহ্ন বসিয়ে নির্ধারক গণনা করেছি সূত্র অনুযায়ী তাই স্বাভাবিক প্রশ্ন হল আপনাকে কি সর্বদা প্রথম সারি বরাবর যেতে হবে উত্তর হল না আসলে আমরা যেকোন সারি বা যেকোন কলাম বরাবর এটিকে প্রসারিত করতে পারি তবে আপনার মতো সঠিক সাব ম্যাট্রিক্স এবং সাইন বেছে নেওয়ার ক্ষেত্রে আমাদের সতর্ক থাকতে হবে দেখেছি কিছু পদে আমরা যোগ চিহ্ন রাখি কিছু পদে আমরা বিয়োগ চিহ্ন রাখি যে কীভাবে নির্ধারণ করা যায় ধারণাটি নিম্নরূপ যদি আমরা তম সারি বরাবর প্রসারিত করি তাহলে a এর নির্ধারক সমান হয় আমাদের a_{i1} লিখতে দিন একটি সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক দ্বারা গুণ করা যাক আমাদের a_{i1} এবং পাওয়ার i প্লাস 1 প্লাস মাইনাস 1 থেকে পাওয়ার i প্লাস 2 a_{i2} এর জন্য একটি বিয়োগ 1 চিহ্ন থাকবে যা সাব ম্যাট্রিক্স m_{i2} এর সাব ম্যাট্রিক্স নির্ধারক দ্বারা গুণিত সারির দ্বিতীয় উপাদান যেখানে m_{i2} আসল ম্যাট্রিক্স থেকে i th সারি এবং দ্বিতীয় কলাম মুছে ফেলার মাধ্যমে প্রাপ্ত হয় যেভাবে আমরা যাই এবং অবশেষে আমরা সাব ম্যাট্রিক্স মিন এর পাওয়ার i প্লাস নাইন নির্ধারকটিতে বিয়োগ 1 লিখব যা i th সারি মুছে ফেলার মাধ্যমে পাওয়া যেতে পারে এবং ম্যাট্রিক্স a এর n th কলাম তাই প্রতিটি বিন্দুতে সূত্রটি স্পষ্ট হয় যার উপর নির্ভর করে আমরা কোন সারিটি প্রসারিত করছি তার উপর নির্ভর করে আমাদের সংশ্লিষ্ট সাব ম্যাট্রিক্সগুলি নিতে হবে এবং সেগুলিকে পদ দ্বারা গুণ করতে হবে তবে এর চিহ্ন দ্বারা নির্ধারিত হবে সারি নম্বর এবং কলাম নম্বরটি সেই উপাদানটির যে উপাদানটির উপর আমরা এখন প্রসারিত করছি এবং এটি বিয়োগ 1 থেকে পাওয়ার i প্লাস 1 সাধারণভাবে বিয়োগ 1 থেকে পাওয়ার i প্লাস j যা চিহ্ন হতে চলেছে a_{ij} এর গুণফল নির্ধারক m_{ij} দ্বারা গুণিত তাই আমাদের অসুস্থ হতে দিন $ustrate \ it \ illustration$ একই ম্যাট্রিক্স বিবেচনা করুন এক দুই তিন চার পাঁচ ছয় তিন এক দুই

এবং আমরা গণনা করেছি a এর নির্ধারক সমান বিয়োগ নয়টি প্রথম সারি বরাবর প্রসারিত করে চলুন প্রথম কলাম বরাবর প্রসারিত করি তাই a এর নির্ধারক সমান এক দ্বারা গুণ করে পাঁচ থেকে দুই বিয়োগ এক থেকে ছয় যোগ বিয়োগ 1 থেকে শক্তি 2 এবং 1 উপাদান 4 দ্বারা গুণিত সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক দ্বারা গুণিত দ্বিতীয় সারি এবং প্রথম কলাম মুছে ফেলার ফলে এটি হবে দুই থেকে দুই বিয়োগ তিনে এক প্লাস বিয়োগ 1 এর শক্তিতে এই উপাদানটি এটি তৃতীয় সারির প্রথম কলামের উপাদান

তাই এটি 3 যোগ 1 গুণিত 3 দ্বারা 2 থেকে 6 বিয়োগ 3 থেকে 5 সমান 1 গুণ 10 বিয়োগ 6 বিয়োগ 4 গুণ 4 বিয়োগ 3 যোগ 3 বার 12 বিয়োগ 15 সমান 1 এর 4 বিয়োগ 4 1 যোগ 3 3 বিয়োগ 3 সমান 4 বিয়োগ 4 বিয়োগ নয় সমান বিয়োগ নাইন আমাকে এখন তৃতীয় কলাম বরাবর প্রসারিত করা যাক আমাদের কাছে একটি সমান এক দুই তিন চার 5 6 3 1 2 এবং আমরা তৃতীয় কলাম বরাবর প্রসারিত করছি অতএব a -এর নির্ধারক ঘাতের বিয়োগ 1 এর সমান এই সাব ম্যাট্রিক্সের প্রথম সারি তৃতীয় কলাম এক যোগ তিন এই সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক চারের এক বিয়োগ তিন থেকে 5 প্লাস বিয়োগ 1 থেকে পাওয়ার ২য় সারি এবং তৃতীয় কলাম এবং উপাদানটি হল 6 এবং আমি এটিকে এই সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক দ্বারা গুণ করছি এক দুই তিন এক

তাই এটি হতে চলেছে এক বিন্দু এক বিয়োগ তিন বিন্দু দুই যোগ বিয়োগ এক থেকে পাওয়ার তৃতীয় সারির তৃতীয় কলাম যে উপাদানটি দুই গুণ করে এক বিন্দু পাঁচ বিয়োগ 2 ডট 4 এর সমান এটি 1

তাই 4 বিয়োগ 15 এটি বিয়োগ 6 থেকে 1 বিয়োগ 6 যোগ 2 থেকে 5 বিয়োগ 8 বিয়োগ এগারের সমান দুঃখিত আমি এখানে তিনটি উপাদান মিস করছি

তাই এটিকে তিনটি দ্বারা গুণ করতে হবে

তাই এটি হল মাইনাস তেত্রিশ হবে এটা মাইনাস 5 মাইনাস 6

তাই এটা প্লাস 30 এটা মাইনাস 3 থেকে 2

তাই মাইনাস সিক্স সমান মাইনাস নাইন

তাই আমরা আসলে দেখতে পাচ্ছি বিভিন্ন সারি এবং বিভিন্ন কলাম দিয়ে প্রসারিত করে আমরা পাচ্ছি ভিজ্যুয়লাইজ করার জন্য একই উত্তর এটি একটি সাধারণ ম্যাট্রিক্সের জন্য বিবেচনা করুন একটি তিন বাই তিন ম্যাট্রিক্স a একটি $1 \ 1 \ a \ 1 \ 2 \ a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 1 \ a$ দুই দুই দুই তিন তিন এক তিন দুই তিন তিন সারি এক বরাবর প্রসারিত হলে এর নির্ধারক হয় যেমন আমরা জানি একটি $1 \ 1$ এর মধ্যে $2 \ 2$ এর মধ্যে $3 \ 3$ বিয়োগ একটি $2 \ 3$ এর মধ্যে $3 \ 2$ বিয়োগ একটি $1 \ 2 \ 2 \ 1$ এর মধ্যে $3 \ 3$ বিয়োগ $2 \ 3$ এর মধ্যে $3 \ 1$ প্লাস $1 \ 3$ এ $2 \ 1$ একটি $3 \ 2$ বিয়োগ একটি $2 \ 2$ একটি $3 \ 1$ এ। যা একটি $1 \ 1$ একটি $2 \ 2$ একটি $3 \ 3$ বিয়োগ একটি $1 \ 1$ একটি $2 \ 3$ একটি $3 \ 2$ বিয়োগ একটি $1 \ 2$ একটি $2 \ 1$ একটি $3 \ 3$ প্লাস একটি 1 এর সমান $2 \ a$ দুই তিন তিন এক প্লাস এক তিন $a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 2$ বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 1$ যখন আমরা সারি 3 বরাবর প্রসারিত করি তখন আমাদের কাছে a এর নির্ধারক একটি $3 \ 1$ এর সমান $1 \ 2 \ a \ 2$ হয় 3 বিয়োগ $a \ 1 \ 3$ এর মধ্যে দুই দুই বিয়োগ a তিন দুই এক এক এক দুই তিন বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 1$ প্লাস $a \ 3 \ 3$ এর মধ্যে $1 \ 1 \ a \ 2 \ 2$ বিয়োগ $a \ 1 \ 2$ এর মধ্যে $2 \ 1$ যা হল সমান $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 1$ বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 1$ বিয়োগ $a \ 1 \ 1 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 2$ প্লাস $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 2$ প্লাস $a \ 1 \ 1 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 3$ বিয়োগ $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 3$ এখন যদি আমরা এই দুটি সম্প্রসারণ তুলনা করি তাহলে আমরা একটি প্লাস একটি পাই এক এক দুই দুই তিন তিন এখানেও আমাদের প্লাস $a \ 1 \ 1 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 3$ বিয়োগ $a \ 1 \ 1 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 2$ এখানেও আমাদের বিয়োগ আছে $1 \ 1 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 2$ তারপর আমাদের বিয়োগ আছে $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 3$ এখানেও আমাদের আছে বিয়োগ $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 3$ পরের টার্ম হল প্লাস $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 1$ এখানেও আমাদের আছে প্লাস a এক দুই দুই তিন তিন এক প্লাস এক তিন দুই এক তিন দুই $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 2$ বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 1$ এবং আমাদের কাছে বিয়োগ আছে একটি এক তিন এবং দুই থেকে তিন এক

তাই আমরা দেখতে পাই যে এটিকে সারির এক বরাবর প্রসারিত করার পরিবর্তে যদি আমরা এটি বরাবর প্রসারিত করি সারি 3 আমরা আপনার প্রত্যয়ের জন্য একই উত্তর পেয়েছি আমি এখন দ্বিতীয় কলাম বরাবর প্রসারিত করব আমাদের ছিল একটি এক এক এক দুই এক তিন দুই এক $2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 1$ একটি $3 \ 2$ একটি 3

তাই নির্ধারক দ্বিতীয় কলাম বরাবর প্রসারিত হচ্ছে বিয়োগ একটি এক দুই যেহেতু দ্বিতীয় কলামটি এটি এবং আমি একটি দিয়ে শুরু করছি এক দুই এক যোগ দুই হল তিন যা বিজোড় সংখ্যা

তাই বিয়োগ এক থেকে ঘাত তিন বিয়োগ বিয়োগ একটি এক দুই এর সমান একটি দুই এক তিন তিন মিনুস a তিন এক এর মধ্যে দুই তিন যোগ $a \ 2 \ 2$ এর মধ্যে $1 \ 1 \ a \ 3 \ 3$ বিয়োগ a এক তিন তিন এক বিয়োগ $3 \ 2$ এর মধ্যে $1 \ 1$ এ $2 \ 3$ যেহেতু আমি একটি তিন দুই ব্যবহার করছি এখন a এর নির্ধারক এক এক দুই তিন বিয়োগ এক তিন এক $2 \ 1$ যা প্রসারিত করার সময় আমরা পাই বিয়োগ $a \ 1$ দুই a দুই এক তিন তিন প্লাস এক দুই দুই তিন $3 \ 1$ প্লাস $1 \ 1 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 3$ বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 1$ বিয়োগ $a \ 1 \ 1 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 2$ প্লাস $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 2$ এখন আমি ফলাফলের সাথে তুলনা করি যা আমরা প্রথম সারি বরাবর প্রসারিত করে পেয়েছি আমাদের কাছে একটি আছে এক এক দুই দুই তিন তিন এখানেও আমাদের আছে এক এক দুই দুই তিন তিন বিয়োগ এক এক দুই তিন তিন দুই বিয়োগ $1 \ 1$ একটি $2 \ 3$ একটি $3 \ 2$ বিয়োগ একটি $1 \ 2$ একটি $2 \ 1$ একটি $3 \ 3$ বিয়োগ $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 1 \ a \ 3 \ 3$ প্লাস $a \ 1 \ 2 \ a \ 2 \ 3 \ a \ 3 \ 1$ প্লাস $a \ 1 \ 2 \ a$ দুই তিন তিন এক প্লাস এক তিন দুই এক তিন দুই এক তিন দুই এবং অবশেষে বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2 \ 2 \ a \ 3 \ 1$ বিয়োগ $a \ 1 \ 3 \ a \ 2$ থেকে $a \ 3 \ 1$ এভাবে আমরা দেখতে পাই যে যখন আমরা প্রথম সারি বা তৃতীয় সারি বা দ্বিতীয় কলাম বরাবর প্রসারিত করি আমরা যেকোনো সাধারণ ম্যাট্রিক্সের জন্য একই উত্তর পাই একটি এটি একটি প্রমাণ নয় কিন্তু আপনি একইভাবে যাচাই করতে পারেন যে আপনি এটিকে সারি 2 বা কলাম 1 বা কলাম 3 বরাবর প্রসারিত করুন আপনি একই অভিব্যক্তি পাবেন

তাই a এর নির্ধারক হল আমরা যে সারি বা কলামের প্রসারণের জন্য বিবেচনা করেছি তা নির্বিশেষে আমি চাই যে আপনি সম্প্রসারণের সূত্রটি মনে রাখবেন আমাদের যে কোনও সারি বা যে কোনও কলামের সাথে শর্তাবলী বিবেচনা করতে হবে আমাদের উপযুক্ত সাব ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক দ্বারা উপযুক্ত দ্বারা গুণ করতে হবে এবং আমাদের বিবেচনায় উপাদানটিকে বিবেচনা করে সঠিকভাবে চিহ্নটি বসাতে হবে যদি এটি $i \ j$ তম উপাদান হয় তবে এর চিহ্নটি শক্তি i প্লাস j এর থেকে মাইনাস ওয়ান হবে এবং তারপর যখন আমরা প্রসারিত করব তখন এটি নির্ধারক পাবে আমি আপনাকে পরামর্শ দিচ্ছি অন্যান্য সারি বা অন্যান্য কলাম বরাবর প্রসারিত করে একই যাচাই করুন এখন আসুন আমরা নির্ধারক সম্পত্তির নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যগুলি অন্বেষণ করি 2×2 এর জন্য a এর নির্ধারক e ট্রান্সপোজের নির্ধারকের সমান আমরা সহজেই যাচাই করতে পারি $abcd$ বিবেচনা করি আমরা জানি determinant is equal to ad minus bc যদি একে a বলা হয় তাহলে একটি transpose হবে $adbc$ এর সমান এবং এর নির্ধারক হবে ad বিয়োগ bc যা একই

তাই এখন আমরা তিন বাই তিন ম্যাট্রিক্স a এর সাপেক্ষে এটিকে ব্যাখ্যা করি a এক এক এক দুই এক তিন তিন দুই এক দুই দুই তিন তিন তিন এক তিন $2 \ 3 \ 3$

তাই ট্রান্সপোজ সমান $1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 3$ একটি দুই এক দুই দুই দুই তিন এ তিন এক তিন দুই তিন তিন আপনি জানেন যে আমরা i th সারিকে i th কলাম হিসাবে লিখে একটি ম্যাট্রিক্সের স্থানান্তর পাই

তাই প্রথম সারিটি প্রথম কলাম দ্বিতীয় সারি দ্বিতীয় কলামে পরিণত হয় এবং তৃতীয় সারি তৃতীয় কলামে পরিণত হয়
তাই কী? একটি ট্রান্সপোজের নির্ধারক আসুন আমরা আবার প্রথম সারি বরাবর প্রসারিত করি যাতে এটি একটি 1 1 গুণিত একটি দুই দুই
বিন্দু একটি তিন তিন বিয়োগ একটি তিন দুই একটি দুই তিন বিয়োগ এখন আমি প্রথম সারি বরাবর প্রসারিত করছি
তাই এটি একটি 2 1 গুণিত a 1 2 থেকে a 3 3 বিয়োগ a 1 3 এর সাথে 3 2 যোগ a 3 1 কে 1 2 দিয়ে গুন করলে 2 3 বিয়োগ a
2 2 এর সাথে 1 3 সমান হয় যদি আমরা এখন প্রসারিত করি তাহলে আমরা পাব একটি 1 1 a 2 2 a 3 3 বিয়োগ a 1 1 a 3 2 a
2 3 বিয়োগ a 2 1 a 1 2 a 3 3 প্লাস a 2 1 a 1 3 a 3 2 প্লাস a 3 1 a 1 2 a 2 3 বিয়োগ a 3 1 a 2 2 a 1
3 আসুন আমরা এটির সাথে তুলনা করি যা আমরা কিছু সময় আগে প্রাপ্ত ফলাফলের সাথে এটিই পেয়েছি যখন আমরা এটিকে প্রথম সারি
বরাবর প্রসারিত করেছি তখন আমরা এটিকে নির্ধারক হিসাবে পেয়েছি। পেয়েছিলাম যখন আমরা এটিকে প্রথম কলাম বরাবর প্রসারিত
করেছি, আসুন আমরা পদগুলির তুলনা করি a 1 1 a 2 2 a 3 3 a 1 1 a 2 2 a 3 3 বিয়োগ a 1 1 a 3 2 a দুই তিন
বিয়োগ a এক এক তিন দুই a দুই তিন বিয়োগ a এক দুই দুই এক তিন তিন বিয়োগ দুই এক দুই এক তিন তিন প্লাস এক দুই দুই তিন তিন
তিন এক প্লাস দুই দুই তিন তিন তিন এক
তাই এই পদটি একই পদ যোগ a এক তিন a দুই এক তিন দুই এক তিন দুই এক তিন দুই এবং বিয়োগ এক তিন দুই দুই দুই তিন এক
বিয়োগ এক তিন দুই দুই তিন এক
তাই সঠিক চিহ্নের সাথে পদগুলো একই একই চিহ্ন এবং
তাই a এর নির্ধারক একটি স্থানান্তরের নির্ধারক হিসাবে একই এটি একটি সম্পত্তি একটি তির্যক ম্যাট্রিক্সের দুই নির্ধারক হল এটির তির্যক
উপাদানগুলির গুণফল যেভাবে এই বৈশিষ্ট্যটি সমস্ত n ক্রস n বর্গ ম্যাট্রিক্সের জন্য সত্য কিন্তু আমরা এখানে তিনটি ক্রস তিন বা দুটি ক্রস
টু দিয়ে করছি
তাই আসুন একটি বিবেচনা করা যাক এক এক দুই দুই তিন তিনের সমান এবং অন্যান্য উপাদানগুলি সবই শূন্য কারণ এটি একটি ম্যাট্রিক্স
তাই এর নির্ধারক যদি আমরা এটিকে প্রথম সারিতে প্রসারিত করতে চাই তাহলে এটি হবে 1 1 গুণিত 2 2 দ্বারা একটি 3 3 বিয়োগ 0 বিয়োগ 0
বার এই নির্ধারক যা আমি লিখছি না কারণ এটি শূন্য যোগ 0 দ্বারা গুণিত হতে চলেছে এই নির্ধারক যা আমি আবার লিখছি না কারণ এটি 0
দ্বারা গুণ করা হয়
তাই এই সমস্ত শব্দটি অদৃশ্য হয়ে যায় যা অবশিষ্ট থাকে একটি 1 1 a 2 2 a 3 3 এইভাবে a যদি একটি তির্যক ম্যাট্রিক্স হয় তবে এর
নির্ধারকটি এর তির্যক উপাদানের বৈশিষ্ট্যের গুণফল হতে চলেছে 3 একটি ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্সের নির্ধারক তার তির্যক উপাদানগুলির
গুণফল উদাহরণস্বরূপ বিবেচনা করুন a সমান একটি 1 1 একটি 1 2 একটি 1 3 0 পর্যন্ত a 2 2 a 2 3 0 0 a 3 3 তারপর a এর
নির্ধারক সমান যদি আমরা প্রথম কলাম বরাবর প্রসারিত করি তাহলে a 1 1 a 2 2 a 3 3 বিয়োগ 0 গুণ একটি 2 3 বিয়োগ 0 গুণ এই
নির্ধারক যা আমি লিখছি না কারণ এটিকে 0 দিয়ে গুন করা হয়েছে এবং এই নির্ধারককে 0 গুণ করা হয়েছে কিন্তু এটি উপাদান কারণ এটিকে
0 দ্বারা গুণ করা হচ্ছে
তাই আমাদের কাছে যা অবশিষ্ট আছে তা হল একটি 1 1 একটি দুটি দুটি তিনটি তিনটি
তাই যখন আমাদের কোন তির্যক দেওয়া হয় বা একটি ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স আমাদের কিছু প্রথম সারি বা প্রথম কলামের সাথে প্রসারিত করে
নির্ধারক গণনা করতে বিরক্ত করতে হবে না আমরা কেবল এটি দেখব এবং আমরা বুঝতে পারি যে এটি একটি ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স কারণ
এর নির্ধারকটি তির্যক উপাদান চারটির গুণফল হতে চলেছে যদি আমরা একটি সারি বা কলামের প্রতিটি উপাদানকে একটি ধ্রুবক বলে k
দ্বারা গুণ করি তাহলে নির্ধারককেও k দ্বারা গুণ করা হবে বা অন্য কথায় যদি a 1 1 a 1 থেকে 1 3 a দুই এক দুই দুই দুই এর
সমান হয় তিন a তিন এক তিন দুই তিন তিন এবং আমরা একটি নতুন ম্যাট্রিক্স b পাই যা বলে গুণ করে k এর সাথে প্রথম সারি তারপর
আমরা b এর উপাদান হল k 1 k a এক দুই k a এক তিন a দুই এক দুই দুই দুই তিন তিন এক তিন দুই তিন তিন তারপর b এর
নির্ধারক হল k এক এক ka এক এক দুই দুই তিন তিন বিয়োগ a 2 3 a 3 2 বিয়োগ ka 1 2 তে 2 1 a 3 3 বিয়োগ a 3 1 a
2 3 প্লাস k গুন এক তিন গুন করে দুই এক করে তিন দুই বিয়োগ একটি দুই দুই একটি তিন এক এইভাবে আমরা দেখতে পাই যে তিনটি
পদই এক k দিয়ে গুণ করা হয়েছে
তাই যদি আমি k কে সাধারণ হিসাবে নিই তাহলে আমি যা পাই তা হল একটি এক এক বিয়োগ দুই তিনে তিন দুই বিয়োগ এক দুই এক দুই
এক তিন তিন বিয়োগ তিন এক দুই তিন প্লাস এক তিন এক দুই এক তিন দুই বিয়োগ দুই দুই তিন তিন এক এবং এটি একটি নির্ধারক ছাড়া
আর কিছুই নয়
তাই এটি একটি ঠিক আছে k গুণ নির্ধারক বন্ধুরা আমি আজকে এখানে থামলাম পরের ক্লাসে আমি আরও কয়েকটি বৈশিষ্ট্য অনুসন্ধান
করব এবং নির্ধারকদের সাথে আরও কিছু সমস্যা সমাধান করার চেষ্টা করব ধন্যবাদ আপনাকে