

समीकरणांच्या रेखीय प्रणाली सोडवण्यामध्ये निर्धारकांच्या भूमिकेचा अभ्यास करण्यासाठी या व्याख्यानामध्ये आपले स्वागत आहे, म्हणून आज आपण ज्या विषयावर बोलणार आहोत तो समीकरणांची रेखीय प्रणाली सोडवणे आहे, म्हणून मागील तीन व्याख्यानांमध्ये आपण निर्धारकांच्या विविध पैलूंकडे पाहिले आहे.

ते कोठून उद्भवू शकतात

त्यामुळे प्रेरक उदाहरणांपैकी एक म्हणजे खरे तर समीकरणांची रेखीय प्रणाली सोडवण्याची पद्धत होती मग आम्ही त्यांना भूमितीय व्याख्या कशी आहे हे देखील पाहिले अह मग आम्ही निर्धारक परिभाषित केले जेणेकरून ते पुढील पहिल्या व्याख्यानात होते व्याख्यानात आम्ही काही गुणधर्म पाहिले जे निर्धारक मूल्यांची कार्यक्षमतेने गणना करण्यास मदत करतील मग आम्ही निर्धारकांचा एक अनुप्रयोग पाहिला आम्ही पाहिले की निर्धारक चौरस मॅट्रिक्सच्या व्युत्क्रमांची गणना करण्यासाठी कसे उपयुक्त ठरू शकतात या अटी दिल्या आहेत की मॅट्रिक्समध्ये व्यस्त असेल की नाही आणि ती रेषा आज आपण समीकरणांची रेखीय प्रणाली सोडवण्यास कशी मदत करतात ते पाहतो

त्यामुळे कल्पना पुन्हा  $str$  आहे  $aight$  फॉरवर्ड आणि हे एक सामान्यीकृत साधे समीकरण आहे जे आपण सामान्यतः पाहतो त्यामुळे आपल्याला  $2 \times 3$  सारखी समीकरणे दिसू शकतात आणि आपल्याला  $x$  व्हेरिबलचे निराकरण करायचे आहे जेव्हा आपल्याकडे एकापेक्षा जास्त समीकरणे असतील तर समजा आपल्याकडे अनेक समीकरणे आहेत.

अज्ञात  $x$  आणि  $y$  किंवा  $xy$  आणि  $z$  सामान्यतः  $n$  समीकरणे मग आपण या प्रतिनिधित्वांना मॅट्रिक्स प्रतिनिधित्वात रूपांतरित कसे करू शकतो हे पाहिले आहे जेणेकरून आपण  $b$  च्या बरोबरीचे एक सामान्य समीकरण अक्ष लिहू शकतो जेथे  $a$  सामान्य  $n$  बाय  $n$  स्केअर मॅट्रिक्स असेल तर तेथे  $n$  अज्ञात आहेत आणि कोणतीही समीकरणे आहेत आणि नंतर आम्हाला ते सोडवायचे आहे, म्हणून येथे आपण या समस्येचे निराकरण करण्यासाठी निर्धारकांचा वापर कसा करू शकतो हे

पाहणार आहोत आणि आपण हे पाहणार आहोत की निर्धारक किंवा निर्धारकांची गणना कशी करावी संबंधित मॅट्रिक्स आहे एक उपाय आहे की नाही किंवा अनेक उपाय योग्य आहेत हे शोधण्यासाठी एक अट देईल जेणेकरून आमचे ध्येय इतकेच आहे की आम्ही पूर्वी इ.

काउंटर केलेली समीकरणे जसे की  $ax$  equal to  $b$  जेथे  $a$  काही स्केलर असू शकते  $b$  देखील एक स्केलर आहे आणि  $x$  एक अज्ञात आहे ज्याचे निराकरण करणे आवश्यक आहे ज्यासाठी निराकरण करणे आवश्यक आहे आणि ही सर्व स्केलर मूल्ये आहेत कारण  $a$  नसल्यास आपण ठीक म्हणू शकतो शून्याच्या बरोबरीने  $x$  आणि  $x$  च्या बरोबरीने आता आपण या  $ah$  चे सामान्यीकरण करतो तेव्हा आपण दोन अज्ञातांमध्ये समीकरण म्हणू या  $ax$  plus  $by$  equal to  $m$  आणि  $cx$  plus  $dy$  equal to  $n$  जेथे आता  $x$  आणि  $y$  अज्ञात आहेत

त्यामुळे दोन अज्ञात आहेत आणि दोन समीकरणे आपण याचे निराकरण कसे शोधू आणि आपल्याला माहित आहे की आपण हे मॅट्रिक्स प्रस्तुतीकरण  $abcd$  मध्ये लिहू शकतो आणि तेथे  $xy$  आणि नंतर  $m$  आणि  $n$  बरोबर आहे म्हणून हे मॅट्रिक्सची भूमिका बजावते हे एक अज्ञात सदिश आहे म्हणून नोटेशनमध्ये गोंधळ होऊ नये म्हणून आपण असे म्हणूया की हा एक सदिश  $x$  आहे आणि अंडरबारसह हा  $x$  स्केलर आहे हा एक वेक्टर आहे, म्हणून मी फक्त एक लक्षात ठेवू की या प्रकरणात हा वेक्टर उजवा द्विमितीय आहे आणि याला आता  $a$  is देखील ज्ञात स्थिरांक आहेत ज्ञात आहे आणि समीकरणाच्या उजव्या बाजूची ही गोष्ट देखील ज्ञात आहे परंतु  $x$  अज्ञात आहे, म्हणून ज्ञात मूल्याच्या  $x$  समान गुणाकाराचे हे प्रतिनिधित्व आपण  $b$  चे भांडवल  $b$  बरोबर असे म्हणूया तर  $x$  चे मूल्य कसे मिळेल इथे तर आपण एका परिमाणात जे पाहतो त्याचे समान सामान्यीकरण आहे हे दोन आयामांमध्ये आहे आणि सर्वसाधारणपणे आपली परिस्थिती  $n$  परिमाणांमध्ये असू शकते तर आपण या समीकरणांची प्रणाली कशी सोडवायची या समीकरणांची रेखीय प्रणाली अहो भूमिका काय आहे यातील निर्धारकांचे हे या व्याख्यानाचे उद्दिष्ट आहे, तर तुम्ही निर्धारक कसे वापरता या समीकरणांचे निराकरण कसे करायचे ते आम्ही त्यांचे अस्तित्व किंवा उपाय तपासण्यासाठी परिस्थिती कशी तयार करू शकतो किंवा नाही, म्हणून आम्ही संबंधित संकल्पना पाहू आणि ते देखील पाहू.

येथे काही समस्या पहा ठीक आहे, तर फक्त मागील उदाहरणासह पुढे जाण्यासाठी आपल्याकडे  $abct$

गुणा  $xy$  समान  $m$  आणि  $n$  असे काहीतरी आहे म्हणून आपण म्हटले आहे की हे एक अज्ञात सदिश आहे  $x$  हे आता ठीक आहे आम्ही आताच म्हटल्याप्रमाणे उद्दिष्ट म्हणजे  $x$  बरोबर कसे सोडवायचे हे शोधणे आणि म्हणूनच नोटेशन बदल फक्त एक मुद्दा आहे जो आम्ही वापरणार आहोत जेव्हा आम्हाला बाधक संदर्भ स्पष्ट झाले की आम्ही म्हणणार आहोत आम्ही  $x$  च्या जागी फक्त सामान्य नोटेशन  $x$  हे स्केलर  $x$  द्वारे गोंधळात टाकू नये म्हणून योग्य संदर्भात आम्ही वेक्टर मूल्य दर्शविण्यासाठी  $x$  वापरतो जरी आम्ही कोणताही गोंधळ टाळण्यासाठी अंडरबारसह  $x$  वापरण्याचा सावधगिरी बाळगण्याचा प्रयत्न करू ठीक आहे म्हणून आता आमच्याकडे हे आहे द्विमितीय  $ah$  प्रणालीचे उदाहरण म्हणजे दोन अज्ञात आहेत आणि दोन समीकरणे आहेत  $ah$  फक्त पूर्णतेसाठी आपण त्रिमितीय समीकरण प्रणाली लिहू या आणि नंतर संबंधित प्रमाणांची व्याख्या तीन बाय तीन उदाहरण एक त्रिमितीय उदाहरण त्रिमितीय उदाहरण ठीक आहे, म्हणून येथे आपण म्हणतो की तीन समीकरणे आहेत  $a$  एक एक  $x$  अधिक एक दोन  $y$  अधिक एक तीन  $z$  समान  $b$  एक ओके हे समीकरण एक आहे दुसरे समीकरण दोन एक  $x$  अधिक असू शकते  $a$  दोन दोन  $y$  अधिक  $a$  दोन तीन  $z$  समान  $b$  दोन आणि तिसरे समीकरण तीन एक  $x$  अधिक  $a$  तीन दोन  $y$  अधिक  $a$  तीन तीन  $z$  समान  $b$  तीन आहे म्हणून हे

तीन अज्ञात  $xy$  आणि  $z$  असलेल्या तीन समीकरणांचे उदाहरण आहे त्यातील प्रत्येक स्केलर आहेत,

त्यामुळे आपण हे सर्वसाधारण मॅट्रिक्सच्या प्रतिनिधित्वामध्ये कसे लिहावे, आपण द्विमितीय प्रणालीसाठी केलेल्या चौरस मॅट्रिक्समध्ये अशा संज्ञा एकत्रित करू शकतो ज्याला आपण कॉल करणार आहोत  $a$  आपण त्याला कॉल करणार आहोत कॅपिटल  $a$  आणि नंतर अज्ञात वेक्टर  $x$  अंडर बारसह जो एक स्तंभ वेक्टर आहे ज्यामध्ये अज्ञात मूल्ये  $xy$  आणि  $z$  आहेत आणि नंतर समीकरणाच्या उजव्या बाजूला  $b$  one  $b$  दोन  $b$  तीन नोंदी असलेला दुसरा स्तंभ वेक्टर असेल जो तुम्हाला पाहिजे कॅपिटल  $b$  ला कॉल करा म्हणजे आपण हे मॅट्रिक्स म्हणून लिहू शकतो एक एक एक एक दोन एक तीन एक दोन एक दोन दोन दोन तीन तीन तीन एक तीन दोन तीन तीन आणि

नंतर अह स्तंभ व्हेक्टर येथे  $xyz$  आणि नंतर व्हेक्टर  $b$  एक बी दोन बी तीन म्हणून हे सूचित केले जाऊ शकते कॅपिटल म्हणून  $a$  हा  $x$  बार आहे आणि हे भांडवल  $b$  आहे

त्यामुळे आपल्याकडे असलेले समीकरण  $x$  बारच्या बरोबरीचे आहे आणि येथे आपले लक्ष  $x$  शोधणे आहे म्हणून  $ah$  ची त्रिमितीय प्रणाली लिहिण्याचा उद्देश होता जेव्हा तुम्ही द्विमितीय प्रणालीशी तुलना करता तेव्हा हे दाखवण्यासाठी की सर्वसाधारणपणे तुम्ही  $n$  समीकरणे आणि  $n$  अज्ञात असलेल्या  $n$  आयामी प्रणालीसाठी हे लिहून ठेवू शकता, म्हणून येथे फक्त  $n$  च्या 3 साठी एक केस आहे आपण सर्वसाधारणपणे  $ax$  बार घेऊ शकतो.

आणि  $b$  हे त्यांचे योग्य  $n$  मितीय प्रमाण असण्यासाठी विशेषतः  $a$   $n$  बाय  $n$  स्केअर मॅट्रिक्स  $x$  एक बाय 1 वेक्टर असेल आणि  $b$  हा 1 व्हेक्टर असेल

त्यामुळे सर्वसाधारणपणे हे  $n$  बाय  $n$  स्केअर मॅट्रिक्स असेल हा एक बाय 1 वेक्टर आहे आणि हा  $n$  बाय 1 वेक्टर आहे म्हणून ही समीकरणांच्या  $ba$  रेखीय प्रणालीच्या बरोबरीची  $ax$  सेट अप केलेली समस्या आहे आपण उपाय कसे शोधायचे आपण ज्या परिस्थितीसाठी उपाय आहेत किंवा नाहीत ते कसे तपासायचे? सामान्य प्रणाली खालील अक्ष समान आहे  $b$  आता येथे मला या संदर्भात वारंवार वापरल्या जाणाऱ्या दोन संज्ञा परिभाषित करण्याची संधी घ्यायची आहे अहो ते एकमेकांच्या विरुद्ध आहेत म्हणून एक संज्ञा सुसंगत आहे म्हणून समीकरणांची प्रणाली सुसंगत आहे असे म्हटले जाते जर त्यावर उपाय असेल तर ते एक किंवा अधिक उपाय असू शकतात आणि जर काही उपाय नसतील तर ते विसंगत असल्याचे म्हटले जाते, म्हणून मी हे खाली लिहू दे पण या अशा संज्ञा आहेत ज्या समीकरणांची प्रणाली असणे आणि या अज्ञात मूल्यांच्या सुसंगततेसाठी सोडवण्याचा प्रयत्न करणे या संदर्भात परिभाषित केल्या आहेत.

समीकरणांची प्रणाली जसे की येथे दर्शविलेली एक सोल्यूशन अस्तित्वात असल्यास सुसंगत असल्याचे म्हटले जाते आणि अर्थातच एक उपाय किंवा एकापेक्षा जास्त उपाय असू शकतात आणि विसंगतीची समान व्याख्या ही

समीकरणांची प्रणाली विसंगत असल्याचे म्हटले जाते जर एक सोल्यूशन अस्तित्वात नाही म्हणून आपण ते पुन्हा पाहू या म्हणून ही समीकरणांची प्रणाली आहे ज्याचा येथे उल्लेख केला आहे समीकरणांची प्रणाली समीकरणांची प्रणाली असे म्हटले जाते समाधान अस्तित्वात असल्यास सुसंगत म्हणजे  $x$  मध्ये एक सोल्यूशन आहे किंवा एकापेक्षा जास्त सोल्यूशन विसंगती आहे जर समाधान अस्तित्वात नसेल तर समीकरणांची प्रणाली विसंगत असल्याचे म्हटले जाते याचा अर्थ असा की *matrices*  $a$  च्या दिलेल्या मूल्यांसाठी हे समाधान देणारे कोणतेही  $x$  नाही  $b$  ठीक आहे म्हणून या अह संज्ञा सुसंगतता आणि विसंगती म्हणण्याचे उद्दिष्ट म्हणजे  $x$  च्या  $ah$  सोल्यूशन्स हाताळण्यासाठी किंवा त्याबद्दल बोलण्यासाठी एक लहान फॉर्म अभिव्यक्ती देणे आहे म्हणून आपण म्हणू की समीकरणांची प्रणाली सुसंगत आहे किंवा समीकरणांची प्रणाली विसंगत आहे आणि याचा अर्थ असा होईल त्या नोडवर सोल्यूशन आहे की नाही हे सांगण्यासाठी  $ah$  शॉर्ट फॉर्म मी नमूद करणे आवश्यक आहे की अनेक अदलाबदल करण्यायोग्य संज्ञा वापरल्या जातात  $ah$ , उदाहरणार्थ समीकरणांच्या प्रणालीमध्ये फक्त एक उपाय असल्यास आम्ही म्हणतो की त्याला एक अद्वितीय समाधान आहे अनन्य अर्थ एक उपाय काहीवेळा ते क्षुल्लक नसलेल्या समाधानाबद्दल बोलतात नॉन क्षुल्लक म्हणजे तुम्हाला  $x$  मिळत असलेले समाधान शून्याच्या बरोबरीचे नाही म्हणून हे काही ओटी आहेत तिच्या अटी ज्या आमच्या उद्देशांसाठी संदर्भात वापरल्या जातात त्या आम्ही सोप्या ठेवतो आणि फक्त सातत्य आणि विसंगती वापरतो ठीक आहे, मग आम्ही हे कसे सोडवायचे आहे त्यामुळे  $b$  च्या बरोबरीने सातत्य गुणधर्म काय आहेत हे जाणून घ्यायचे आहे विसंगती म्हणजे काय? सुसंगत विसंगत बरोबर कसे तपासायचे हे आम्ही समीकरणांची प्रणाली सुसंगत आहे की नाही हे कसे तपासायचे हे शोधण्यासाठी ठरवले आहे आणि येथेच आता आपण निर्धारकांच्या भूमिकेबद्दल बोलतो, विशेषतः मॅट्रिक्स अ इन्व्हर्टेबल आहे की नाही हे ठरवण्यासाठी.

प्रोग्राम खालीलप्रमाणे आहे आपण ठीक म्हणू जसे आपण मागील लेक्चरमध्ये पाहिले आहे की मॅट्रिक्स एकवचनी किंवा नॉन एकवचनी असू शकते याचा निर्धारक 0 आहे की नाही यावर अवलंबून आहे जर तो एकवचनी नसलेला असेल म्हणजे जर निर्धारक 0 असेल तर तो इन्व्हर्टेबल आहे आणि जर ते इन्व्हर्टेबल असेल तर आपल्याकडे मॅट्रिक्स व्युत्क्रम आहे ज्याला आपण व्यस्त असे म्हणतो ज्याने आपण ही समीकरणे गुणाकार करू शकता आणि अशा स्थितीत जेव्हा आपण समीकरण डाव्या हाताच्या  $sid$  च्या व्यस्त ने गुणाकार करतो.

$e$   $ah$  ची व्युत्क्रम गुणा  $x$  गुणा  $x$  होईल आणि उजव्या हाताची बाजू व्यस्त गुणा  $b$  होईल आणि जर आपण व्याख्येनुसार ओळखत असलेल्या व्यस्त गुणा  $a$  ही ओळख असेल तर आपल्याकडे  $x$  साठी तयार उपाय आहे मग आपण दुसरी केस पाहतो जेव्हा ते उलट करता येण्याजोगे नाही आणि मग तिथे काय घडते ते पाहू या, मग आपण आता काय बोललो ते लिहू या, जर आपण पहिले केस बघू की  $a$  गैर-एकवचनी आहे याचा अर्थ असा होतो की

$a$  चा निर्धारक आहे शून्याच्या बरोबरीचे नाही तात्काळ तात्पर्य व्युत्क्रम अस्तित्वात आहे ठीक आहे, जर व्यस्त अस्तित्वात असेल तर आपण या समीकरणांच्या दोन्ही बाजूंना व्युत्क्रमाने गुणाकार करू या,

आपल्याला काय मिळेल की व्यस्त कुन्हाडीची पट्टी व्युत्क्रम गुणांच्या बरोबरीची आहे  $b$  हे आपल्याला माहित आहे ओळख म्हणजे जर ती द्विमितीय मॅट्रिक्स असेल तर ही द्विमितीय ओळख आहे जी सर्वसाधारणपणे एक शून्य शून्य आहे जर ती मितीय मॅट्रिक्स असेल तर ती एक मितीय ओळख आहे म्हणून त्यात  $n$  पंक्ती आणि स्तंभ आहेत आणि सर्व कर्णप्रविष्टी आहेत एक म्हणून ओळखले जाते  $tity$  गुणा  $x$  हा  $x$  आहे

त्यामुळे आपल्याला  $x$  हा एक व्यस्त गुणा  $b$  मिळतो

त्यामुळे  $a$  गैर एकवचनी असेल तर आपल्याला मिळणारे समाधान  $x$  हे व्युत्क्रम  $b$  च्या बरोबर आहे, तर ही पहिली केस आहे ज्यामध्ये ते गैर- एकवचनी जो निर्धारक आहे तो शून्य नसलेला आहे म्हणून आमच्याकडे यासाठी एक तयार उपाय आहे ठीक आहे आता इतर केसचे काय तर आम्ही मॅट्रिक्स व्युत्क्रम विशेषतः संयुक्त मॅट्रिक्स परिभाषित करण्यासाठी विकसित केलेली साधने पुन्हा वापरतो .

निर्धारक 0 असेल तर आपण सहज पाहू शकतो की गुणिले  $a$  चा संलग्नक 0 बरोबर आहे कारण पूर्वी आपण या संबंधात आलो होतो की गुणिले भांडवल  $a$  ची संलग्नता ही ओळख गुणा  $a$  च्या निर्धारकाच्या समान असते आणि जर निर्धारक 0 असेल तर म्हणजे  $a$  गुणिले 0

ची बेरीज 0 आहे मग आपण बघूया काय होते म्हणून दुसरी केस जर एक एकवचनी असेल जी a शून्य असेल तर आपण पाहिलं आहे की वेळा a चा बेरीज हा वेळा ओळखीचा निर्धारक आहे कारण हे 0 आहे हे समान आहे 0 मॅट्रिक्स आणि म्हणून आपण समीकरणांच्या प्रणालीला a च्या संलग्नतेने गुणाकार करून हे वापरतो , जर तुम्ही हे गुणाकार केले तर आपल्याला गुणा x बारचा संलग्नक गुणा b च्या जोडणीएवढा आहे म्हणून मला येथे एक गहाळ आहे.

उजवीकडे गुणा x बारचा सांधा असावा म्हणजे त्याचा अर्थ होतो कारण डाव्या हाताला ax bar आहे म्हणून आपल्याकडे वेळा ax bar चा adjoint आहे आणि नंतर a times b चा adjoint आहे इथून आपल्याला कळते की ही संज्ञा शून्य आहे तर डाव्या हाताची बाजू शून्य आहे आणि नंतर आपल्याकडे गुणा b चा एक संयुक्त आहे म्हणून आता दोन प्रकरणे आहेत उप केस एक लहान a आहे जर गुणा b चा संलग्नक 0 असेल तर आपण काहीही सांगू शकत नाही म्हणून आपण करू शकत नाही सुसंगतता किंवा विसंगती सुसंगतता किंवा विसंगती बदल काहीही सांगा म्हणून तो एक अनिर्णायक परिणाम आहे जर a चा संलग्न असेल तर हे प्रकरण दोन b आहे जर a गुणिले b चा संलग्न शून्य बरोबर नसेल तर आपल्याला समस्या आहे कारण उजवा हात बाजू शून्य नाही तर डाव्या हाताची बाजू 0 आहे.

तर या प्रकरणात आपण असे म्हणतो की सिस्टम योग्य विसंगत आहे, म्हणून येथे प्रश्न आहेत की हे किती चांगले आहे कारण डाव्या हाताची बाजू 0 आहे उजवीकडे 0 नाही 0 नाही तर या प्रकरणात आपण 2 उजवीकडे कसे समीकरण करू शकतो a हा एकवचनी आहे बहुतेक निष्कर्ष जे आपण काढू शकतो ते खालीलप्रमाणे आहेत आम्ही कार्यपद्धतीची पद्धत म्हणजे आम्ही म्हणतो ठीक आहे आम्ही मागील केसमध्ये व्युत्क्रमाप्रमाणे गुणाकार करणार आहोत.

पूर्वी ही परिस्थिती खूप सोपी होती कारण आपल्याला माहित आहे की व्यस्त अस्तित्वात आहे आणि त्याच्या व्यस्त गुणाकार एक ओळख आहे आणि म्हणून आपण x साठी तयार उपाय मिळवू शकतो येथे ते थोडे अधिक क्लिष्ट आहे कारण येथे आपल्याला माहित नाही की काय आहे व्युत्क्रम हे खरे तर आपल्याला माहित आहे की ते अस्तित्वात नाही म्हणून आपण पूर्वी जे केले ते आपण करू शकत नाही, म्हणून आपण येथे जे करतो ते म्हणजे आपण त्या सांधेने गुणाकार करतो आणि नंतर अशा स्थितीत जेव्हा b मॅट्रिक्सचा समभाग वरील स्थिर मॅट्रिक्स असतो.

गु ची उजवी बाजू e समीकरण हे 0 आहे की नाही यावर अवलंबून आहे, तर आपण निष्कर्ष काढला आहे की आपण फक्त ठीक लिहून ठेवले आहे,

त्यामुळे आपण निर्धारकांची कल्पना कशी वापरतो आणि विशेषतः सुसंगततेबद्दलच्या समस्यांचे निराकरण करण्यासाठी मॅट्रिक्स व्युत्क्रम ठरवण्यात त्याची भूमिका कशी वापरली जाते.

आणि समीकरणांच्या एका रेषीय प्रणालीतील विसंगती आपण आतापर्यंत

दोन आयामी किंवा त्रिमितीय उदाहरणे वापरून प्रेरित केलेल्या फ्रेमबद्दल बोललो आहोत आणि आता आपण समस्येस प्रवृत्त केले आहे आणि नंतर म्हटले आहे की आपण सामान्य n बाय n चौरस मॅट्रिक्सचा विचार करू या कोणत्याही समीकरणाविषयी आणि अज्ञातांबद्दल आहे आणि मग त्याला उपाय आहे की नाही या समस्येचे निराकरण करण्यासाठी आम्ही एक सामान्य मार्ग शोधून काढला आहे आणि म्हणून आपण ज्या गोष्टीकडे पाहू इच्छितो त्यामागील ही एक वैचारिक समज आहे.

समीकरण सोडवण्याच्या पद्धतीबद्दल पुढे आपण काही उदाहरणे पाहू आणि या उदाहरणांद्वारे या समस्यांचा शोध घेण्याचा किंवा त्याचा अर्थ लावण्याचा प्रयत्न करू.

ठीक आहे, म्हणून पहिले उदाहरण जे मला सादर करायचे आहे.

जे आपण आधी पाहिले आहे ते आपण या बीजगणितीय शिरामध्ये पुढे चालू ठेवूया की आपल्याला कोणते परिणाम मिळतात म्हणून आपण पहिल्या व्याख्यानात लिहिलेल्या या समीकरण प्रणालीचे मॅट्रिक्स a 1 1 ah 4 वजा 1 गुणा xy होते आणि हे होते दहा शून्याच्या बरोबरीने म्हणून हे a ची भूमिका बजावते हे x बार ची भूमिका बजावते आणि हे b मॅट्रिक्सची भूमिका बजावते सर्व ठीक आहे म्हणून या मूल्यांमध्ये फक्त काही संख्या ठेवायची आहेत फक्त

आपण प्रत्यक्षात कसे आहोत याची कल्पना घेण्यासाठी मुद्द्याकडे लक्ष द्या म्हणून आपण पहिली गोष्ट म्हणजे उपाय आहेत की नाही हे तपासणे आणि यासाठी आपण काय करणार आहोत ते म्हणजे एक दोन बाय दोन मॅट्रिक्स निर्धारक हे तुलनेने सोपे असले पाहिजे.

जर मी हे समजू शकलो तर येथे a चा निर्धारक दोन बाय दोन मॅट्रिक्सच्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपण एकतर एक वजा एक म्हणजे वजा एक वजा चार वजा पाच करू शकतो किंवा आपण um ही व्याख्या वापरून करू शकतो जी फक्त खाली उकळते.

समान अभिव्यक्ती म्हणून आपण 1 वजा 1 चा गुणाकार करत आहोत म्हणजे वजा 1 म्हणून ही संज्ञा येते आणि नंतर येथे तुमच्याकडे उणे 4 गुणिले 1 आहे

त्यामुळे वजा 4 हे उणे 5 आहे आणि लक्षात घेण्यासारखी महत्त्वाची गोष्ट म्हणजे ती 0 च्या बरोबरीची नाही आणि म्हणून हे आहे आपण लागू केलेले पहिले प्रकरण

आणि हे आपल्याला जे सांगते ते ठीक आहे या समीकरणांच्या प्रणालीमध्ये एक उपाय आहे खरे तर जेव्हा आपण सोल्यूशन शोधण्याचा प्रयत्न करताना व्युत्क्रमाचा वापर शोधतो तेव्हा आपण पाहतो की आपण सोल्यूशन देखील तयार करू शकतो

त्यामुळे समाधान हे असे म्हणते की याला एक उपाय आहे याचा अर्थ असा आहे की याला एक उपाय आहे um म्हणजे उपाय काय आहे ते कसे शोधायचे हे

x चे समाधान एक व्यस्त गुणा b बरोबर आहे म्हणून निर्धारक शून्य नाही हे तथ्य वापरून आपण असे म्हणू शकतो की हे a आहे समीकरणाची सुसंगत प्रणाली म्हणजे तेथे उपाय काय आहे आपल्याकडे हा x बार हा व्यस्त गुणा b आहे तर या प्रकरणात व्युत्क्रम काय आहे व्युत्क्रम 1 बाय 5 वेळा मॅट्रिक्स a च्या जागी संयुक्त सह म्हणजे उणे 1 1 वजा 1 वजा 4 म्हणून माझा विश्वास आहे की हा i आहे मॅट्रिक्सचा nverse आपण या समीकरणाचा गुणाकार करून देखील तपासू शकतो आणि असे दिसून येते की ही ओळख सर्व बरोबर आहे, म्हणून हे व्यस्त आहे आणि समाधान आहे,

त्यामुळे व्यस्त गुणाकार काय आहे हे उणे 1 बाय 5 आहे मी फक्त वजा 1 वजा 1 वजा 4 1 आणि नंतर 10 0 पुन्हा एक व्युत्क्रम लिहितो

म्हणजे  $x$  बार म्हणजे वजा 1 बाय 5 आणि वजा 1 म्हणजे उणे 10 आणि उणे चार वजा चाळीस म्हणजे हे दोन आणि आठ आहे.

सोल्यूशन योग्य आहे म्हणून आपण येथे काय केले आहे ते प्रथम आपण या समीकरणांच्या प्रणालीमध्ये समाधान आहे की नाही हे तपासले आहे आणि असे करताना आपण प्रथम निर्धारक निर्धारक शून्य नाही म्हणून गणना करतो म्हणून ते एकवचन नसलेले मॅट्रिक्स आहे.

समीकरणांची एक सुसंगत प्रणाली आणि नंतर आपण म्हणतो की ते सुसंगत असेल तर समाधान काय आहे आणि हे सोल्यूशनच्या बांधकामात आहे आणि आपण पूर्वी पाहिले आहे की सोल्यूशनचा व्यस्त गुणा  $b$  आहे आणि म्हणून आपण एका व्यस्त गुणाकाराने गणना करतो  $b$  आणि नंतर आपल्याला समाधान मिळाले आता आपण निश्चितपणे तपासू शकतो की दोन आठचे हे समाधान दोन वैयक्तिक समीकरणे पूर्ण करते की नाही, म्हणून आपण तपासूया की  $x$  बार 2 स्वल्पविराम 2 8 समीकरणे पूर्ण करतो की नाही हे तपासूया.

समीकरणे म्हणून आता आपण ती त्यांच्या मूळ बीजगणितीय रूपात लिहू या जिथे तुमच्याकडे दोन अज्ञात समीकरणे आहेत त्यामुळे  $4x$  वजा 5 बरोबर आहे म्हणून समजा तुम्ही  $x$  बरोबर दोन आणि  $y$  बरोबर आठ ठेवले तर होय आपण पाहतो की  $x$  अधिक  $y$  दहा च्या बरोबर आहे कारण दोन अधिक आठ म्हणजे दहा समजा तुम्ही हे इथे ठेवले तर  $x$  दोन म्हणजे चार म्हणजे दोन म्हणजे आठ वजा आठ म्हणजे शून्य, म्हणून हे समाधान मूळ समीकरणे पूर्ण करते, म्हणून ही फक्त एक विवेकी तपासणी आहे की आम्ही घेऊन आलो आहोत का? आपल्यापैकी काहींसाठी उपाय शोधण्याचा एक नवीन मार्ग आहे आणि आम्ही पाहतो की जर तुम्हाला समाधान मिळाले तर थेट प्रतिस्थापन तंत्राद्वारे आम्ही तपासणी किंवा समाधान  $eq$  चे समाधान करते की नाही हे तपासण्याचा मार्ग शोधू शकतो.

uations आणि होय आम्हाला आढळले की समाधान हे या समीकरणांचे योग्य समाधान आहे ठीक आहे, आतापर्यंत आम्ही या समस्येकडे बीजगणितीयदृष्ट्या पाहिले आहे, विशेषतः कारण हे द्विमितीय उदाहरण आहे आणि आम्ही जात आहोत या समस्येच्या भूमितीय पैलूची कल्पना करणे सोपे आहे.

विशेषतः ते आहे पाहण्यासाठी आम्ही या निकालांचा भौमितिक दृष्टिकोनातून अर्थ लावणार आहोत आणि समीकरणांच्या प्रणालीची सुसंगतता किंवा विसंगती या मुद्द्याला भौमितिक स्तर समजून घेण्यासाठी पर्यायी समजून घेण्यासाठी आम्ही तेच उदाहरण पाहू.

एक भौमितिक दृष्टिकोन म्हणजे या उदाहरणाची भूमिती म्हणजे ही दोन अह समीकरणे आहेत म्हणून ही होती  $x$  अधिक  $y$  समान दहा आणि चार  $x$  उणे  $y$  समान शून्य आहे आता ही  $e$  दोन समीकरणे भौमितिक दृष्टिकोनातून पाहत आहेत रेषा ही समन्वय चौकटीतील रेषांची समीकरणे आहेत म्हणून मी लिहू दे की ती खाली काढा म्हणजे ही एक समन्वय चौकट आहे असे म्हणू या हा  $x$  अक्ष आहे हा  $y$  अक्ष  $x$  प्लस आहे  $sy$  इक्वल टू 10 ही अशी एक ओळ आहे ज्याचे येथे बिंदू आहेत 10 0 आणि 0 10.

हे एक ढोबळ स्केच आहे परंतु येथे कल्पना अशी आहे की या रेषांचा सामान्य आकार योग्य चार  $x$  वजा  $y$  शून्याच्या बरोबरीने मिळवा ही एक ओळ आहे.

जसे की हे  $4x$  उणे  $y$  बरोबर 0 आहे आणि हे  $x$  अधिक  $y$  बरोबर 10 आहे आणि आपण यावर उपाय शोधण्याचा प्रयत्न करत असताना आपण काय करण्याचा प्रयत्न करीत आहोत आपण लहान  $x$  मूल्यांचा संच शोधण्याचा प्रयत्न करीत आहोत लहान  $y$  जे या दोन्ही समीकरणांचे समाधान करेल म्हणून भौमितिक दृष्टिकोनातून आपण हे पाहण्याचा प्रयत्न करीत आहोत की या दोन रेषा एका बिंदूला छेदतात की नाही हे का आहे कारण जर ते एका बिंदूला छेदतात तर तो बिंदू समाधानी होईल दोन्ही ओळींचे समीकरणे म्हणून या बिंदूने हे समीकरण आणि हे समीकरण दोन्ही पूर्ण केले पाहिजे आणि उदाहरणाच्या मागील विश्लेषणाच्या आधारे आपण म्हणतो की हा बिंदू दोन स्वल्पविराम आठ आहे आणि आपण पाहिले आहे की तो या रेषेवर आणि वर देखील आहे ही ओळ त्यामुळे छेदनबिंदू पूर्ण होतो दोन्ही रेषांचे समीकरण जुळते आणि हेच समाधान आहे जे आपण बरोबर शोधत आहोत त्यामुळे ही समीकरणांची एक सुसंगत प्रणाली आहे  $um$  या कल्पनेतून पुढे जाऊ या की ठीक आहे आपण या दोन रेषांना भूमितीयदृष्ट्या खालीलप्रमाणे दृश्यमान करू शकतो कोणत्या परिस्थितीत कोणत्या दोन रेषांना या अर्थाने कोणतेही समाधान नाही की कोणत्या दोन रेषांना छेदनबिंदू नसतील तसेच एक शक्यता अशी आहे की जर दोन रेषा एकमेकांना समांतर असतील तर व्याख्येनुसार त्या एकमेकांना छेदत नाहीत आणि

त्यामुळे अशी परिस्थिती असू शकते जिथे समाधान आहे विसंगत होणार आहे की समीकरणांच्या प्रणालीला कोणतेही समाधान नसणार आहे आणि त्यास विसंगत असे लेबल केले जाईल, म्हणून आपण या उदाहरणाच्या आधारे आपण समीकरणांची प्रणाली तयार करू शकतो का ते पाहू या ज्याला कोणतेही समाधान नाही म्हणून समजा आपल्याकडे आहे लक्षात ठेवा की आपण

एक विसंगत प्रणाली तयार करणार आहोत म्हणून समजा आपण फेज समतल दोन ओळींमध्ये पुन्हा पाहतो तर हे मूळ आहे  $x$  अधिक  $y$  बरोबर दहा समजा आपल्याकडे आणखी एक प्रणाली आहे जी  $x$  अधिक  $y$  बरोबर वीस आहे ही  $x$  ही  $y$  आहे आणि स्पष्टपणे या दोन समांतर रेषा आहेत म्हणून जर आपण ही समीकरणे लिहिली तर  $x$  अधिक  $y$  दहा  $x$  अधिक  $y$  समान वीस आणि आपण प्रयत्न करू या दोन समीकरणांची मॅट्रिक्स आवृत्ती घेऊन येण्यासाठी आणि आमच्या मागील मार्गाने तपासा की याचे निराकरण होणार आहे किंवा भूमितीबद्दलच्या आमच्या समजावर आधारित आहे कारण या समांतर रेषा आहेत त्यामध्ये छेदनबिंदू नसावा आणि म्हणून तेथे असावे उपाय नाही पण आपण फक्त कल्पना तपासूया की ठीक आहे काय घडत आहे हे आपल्याला माहित आहे परंतु आपण प्रस्थापित कार्यपद्धती तपासूया ज्यामध्ये खूप काही आहे की नाही हे पाहण्याचा आपण प्रयत्न करीत आहोत मग आपण काय कराल ते म्हणजे आपण हे ठीक आहे असे म्हणूया.

1 1 1 1  $xy$  आणि 10 20 सारखे काहीतरी आहे.

आणि आम्हाला हे जाणून घ्यायचे आहे की ही प्रणाली एकवचनी आहे की नाही म्हणून प्रथम निर्धारक 0 आहे याची गणना करा आणि नंतर आम्ही म्हणू की  $a$  चा निर्धारक 1 वजा 1 आहे म्हणजे 0 आहे.

इतके स्पष्टपणे आम्ही करू शकत नाही  $t$  तुम्ही पाहत आहात त्याप्रमाणे उलट वेळा  $b$   $um$  च्या संदर्भात पूर्वीप्रमाणे एक उपाय तयार करू या, जेव्हा आपण  $a$  चा सांधा पाहतो तेव्हा काय होते ते पाहू या  $a$  च्या  $aa$  संयुक्तचा सांधा एक एक वजा एक वजा एक बदलत आहे तर हे  $a$  चा जॉइंट आहे कारण एकाचा cofactor हा एक आहे म्हणून आपण इथे टाकू या एकाचा cofactor वजा एक आहे आणि तो अर्थातच तीच एंटी इथे ठेवली आहे

त्यामुळे ती सममितीय मॅट्रिक्स आहे पण सर्वसाधारणपणे असे असण्याची गरज नाही.

गुणिले  $d$  च्या जोडाचे मूल्य काय आहे का ते तपासेल

, तर या प्रकरणात हे  $b$  आहे, तर  $b$  गुणानुरूप काय आहे हे 1 वजा 1 वजा 1 1 गुणिले 10 20 आहे आणि हे 10 वजा 20 होणार आहे. वजा 10 आणि नंतर अधिक 10.

त्यामुळे आपल्याकडे अशी परिस्थिती आहे की ज्या समीकरणाची उजवी बाजू आपण  $b$  च्या बरोबरीच्या  $ax$  पट्टीच्या संलग्नकाचा गुणाकार करून मिळवली आहे ती शून्य नसलेली आहे परंतु उजवीकडील डावी बाजू आहे कारण गुणा  $a$  चा जोड शून्य आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की आपण येथे थेट  $z$  आहे हे तपासू शकतो  $ero$

त्यामुळे ही परिस्थिती समोर येईल जिथे 0 बरोबर आहे जी 0 नाही,

त्यामुळे याला अर्थ नाही आणि म्हणूनच आम्ही त्याला विसंगत असे लेबल लावले आणि भौमितिक दृष्टिकोनातून आपण पाहू शकतो की या दोन समांतर रेषा आहेत.

कोणताही उपाय नसावा आणि

ते समीकरणांच्या सुसंगत प्रणालीच्या आमच्या कल्पनेच्या धर्तीवर आहे, म्हणून या व्यायामाचे उद्दीष्ट पूर्णपणे बीजगणित मॉटिक्सच्या दृष्टिकोनातून ठीक आहे असे म्हणायचे आहे, कदाचित ते का आहे हे इतके स्पष्ट नाही ज्या केसला आपण येथे विसंगत असे लेबल करतो त्या बाबतीत आपण त्याकडे भौमितीयदृष्ट्या पाहू शकतो आणि असे म्हणू शकतो की समांतर रेषा छेदनबिंदू नाही समाधान नाही म्हणून व्याख्येच्या व्याख्येनुसार ते विसंगत आहेत ठीक आहे, म्हणून येथे एक उदाहरण आहे जेथे आता कोणतेही समाधान नाही हे लक्षात ठेवा अह हे सुसंगत म्हणून परिभाषित करताना आम्हाला असे म्हणायचे होते की तेथे एक उपाय असू शकतो किंवा एकापेक्षा जास्त उपाय असू शकतात आणि आम्ही एक उदाहरण पाहिले आहे जेथे अह एक उपाय आहे अह आम्ही ई चा विचार करू शकतो? उदाहरण जेथे एकापेक्षा जास्त उपाय असू शकतात आणि विशेषतः अनंत संख्येत सोल्यूशन्स असू शकतात, या भूमितीय कल्पनेकडे परत जाऊया की या समतल रेषा आहेत असे म्हणूया की दोन ओळी समान समीकरणाचे वर्णन करतात तेव्हा काय होते ते जर तुमच्याकडे दोन असतील तर तुम्ही समान समीकरणाचे वर्णन करत असलेल्या ओळी किंवा मी दिलगीर आहोत जर मी म्हंटले असेल तर दोन समीकरणे एकाच रेषेचे वर्णन करत असतील तर काय होईल, मग दोन ओळी एकमेकांच्या वर आहेत

त्यामुळे रेषेवर असलेला कोणताही बिंदू  $x$  आणि  $y$  असेल समीकरणांची प्रणाली सोडवा म्हणजे भौमितिक दृष्टिकोनातून आमच्याकडे एकापेक्षा जास्त उपाय आहेत असे जेव्हा आपण म्हणतो तेव्हा त्याचा अर्थ असा होतो की त्या दोन समान रेषा परिभाषित करतात म्हणून पूर्णतिसाठी

आपण जे पाहत आहोत त्याचे उदाहरण पाहू या शक्यतो असीम अनेक सोल्यूशन्सच्या उदाहरणावर, तर भौमितीयदृष्ट्या कल्पना करूया की जर तुमच्याकडे  $xy$  सारखे समान समीकरण असेल आणि हे  $x$  अधिक  $y$  दहाच्या बरोबरीचे समीकरण असेल तर आमच्याकडे  $x$  अधिक  $y$  असेल.

दहा  $ah$  च्या बरोबरीचे आणि  $x$  अधिक  $y$  च्या बरोबरीचे दहा ते थेट  $x$  अधिक  $y$  च्या बरोबरीचे असू शकत नाही दोन  $x$  अधिक दोन  $y$  समान दहा ते दोन किंवा वीस असे काहीतरी असू शकते कारण आपण पाहतो की हे फक्त प्रतिनिधित्व आहे रेषेचे समीकरण म्हणून आपल्याकडे अनंतपणे अनेक उपाय आहेत कारण या रेषेवरील कोणताही बिंदू केवळ पडताळणीसाठी या दोन सोडवणार आहे जर तुम्ही हे सिस्टीम 1 1 2 2 वेळा  $xy$  आणि 10 20 असे लिहून ठेवले तर मॅट्रिक्स  $a$  तेथे  $a$  चा निर्धारक काय आहे जो 0 देखील आहे, त्यामुळे सारख्याच्या संलग्नकाबद्दल काय आहे याचे निराकरण करणे सरळ पुढे नाही, पूर्वी आपण  $a$  चे संलग्नक लिहिणार आहोत म्हणजे तो सांघा काय आहे? एक एकाचा एक संयुक्त 1 चा कोफॅक्टर एक्सक्यूज मी आहे 2 1 आणि नंतर उणे 1 वजा 2.

तर हा  $aah$  चा एक संयुक्त आहे जो  $a$  मध्ये  $b$  च्या शेजारचा भाग

0 आणि 0 असेल.

ही अशी स्थिती आहे जिथे डाव्या हाताची बाजू आणि उजवी बाजू 0 असेल.

म्हणून आम्ही याबद्दल काहीही बोलू शकत नाही

त्यामुळे प्रक्रियेनुसार आम्ही इथून सुसंगतता किंवा विसंगतीबद्दल निष्कर्ष काढू शकत नाही म्हणून आम्हाला काहीतरी वेगळे हवे आहे आणि म्हणून हे अर्थपूर्ण आहे कारण भूमितीय कल्पनेच्या दृष्टिकोनातून अनेक उपाय आहेत म्हणून आम्ही वापरू शकतो.

ती सुसंगत आहे की नाही हे शोधण्यासाठी परिस्थितीची भूमिती,

म्हणून या तीन प्रकरणांमध्ये किंवा तीन उदाहरणांमध्ये आपण

समीकरणांच्या प्रणालीच्या वेगवेगळ्या आवृत्त्या पाहिल्या आहेत, पहिल्या प्रकरणात ते समाधानाचा एक बिंदू असेल आणि आम्हाला आढळले तो खरोखरच समाधानाचा एक बिंदू होता कारण तो रेषांच्या छेदनबिंदूचा एक बिंदू होता मग पुढच्या प्रकरणात आपण पाहिले की या दोन समांतर रेषा आहेत आणि

त्यामुळे कोणतेही समाधान नव्हते आणि ते देखील आपल्याला या प्रणालीमध्ये आढळलेल्या गोष्टींशी सुसंगत होते.

समीकरणे विसंगत आहेत आणि शेवटी या प्रकरणात आम्ही एक केस घेऊन येतो जिथे आम्ही सुसंगतता किंवा विसंगतीबद्दल काहीही निष्कर्ष काढू शकत नाही आणि काही इतर गोष्टींची आवश्यकता असू शकते आणि आम्हाला माहित आहे की अंतर्निहित भूमितीय चित्रावरून कोणती ही समीकरणांची सुसंगत प्रणाली आहे कारण तेथे अनेक निराकरणे आहेत म्हणून मी हे सारणीच्या संदर्भात लिहितो म्हणून मागील तीन उप उदाहरणे मागील उदाहरणे तीन भिन्नता आणि सारांश खालीलप्रमाणे पहिल्या प्रकरणात  $a$  चा एक निर्धारक शून्य नव्हता म्हणून मग आपण असे म्हणू शकतो की उत्तराची व्युत्क्रम  $b$  काय आहे आणि अंतर्निहित भूमितीय चित्र हा एक छेदनबिंदूचा दुसरा बिंदू होता आणि जेव्हा निर्धारक होता तेव्हा विशिष्ट

शून्याच्या बरोबरीचे होते म्हणून आम्ही ते पाहू शकत नाही पण आम्हाला जे आढळले ते म्हणजे ही समांतर रेषा होती

त्यामुळे आम्हाला आढळले की हे प्रत्यक्षात विसंगत आहे आणि भूमितीयदृष्ट्या या समांतर रेषा आहेत मला विश्वास आहे की हे असे होते अह दोन बी होय म्हणून ही होती प्रकरण दोन ब जे आम्ही प्रक्रियेत काय केले याच्याशी संबंधित आम्ही पाहिले होते आणि केस दोन अ हा

होता जेव्हा  $a$  चा निर्धारक 0 होता परंतु आम्ही सह निष्कर्ष काढू शकत नाही परंतु अंतर्निहित भूमितीवरून आम्हाला माहित होते की ही एकच रेषा आहे

त्यामुळे अनंत अनेक निराकरणे अनंत अनेक निराकरणे योग्य आहेत म्हणून हे समजून घेण्यासाठी एका उदाहरणाच्या पद्धतशीर अन्वेषणासारखे आहे

विशेषतः कारण समजून घेण्यासाठी आपण परिस्थितीची भूमिती पाहू शकतो सिस्टममध्ये उपाय आहे किंवा त्याला सुसंगत किंवा विसंगत म्हटले जाते किंवा त्याचे विश्लेषण सामान्य मॅट्रिक्सच्या दृष्टिकोनातून कसे करायचे याचे विश्लेषण आपण कसे करतो जेणेकरून ती तीन बाय तीन किंवा त्याहून अधिक असतात तेव्हा तीच प्रक्रिया अधिक सामान्य परिस्थितीत पाहिली जाऊ शकते सामान्यतः  $n$  द्वारे  $n$  मॅट्रिक्स  $ah$  आणि येथे आपण हायलाइट करू इच्छितो की संबंधित मॅट्रिक्सचे निर्धारक कसे तपासून आपण बरेच निष्कर्ष काढू शकतो यापुढे समीकरणांच्या प्रणालीमध्ये  $ah$  सोल्यूशन आहे की नाही हे शोधण्याचे दुसरे उदाहरण पाहू.

म्हणून हे विशिष्ट उदाहरण  $jee$  समस्येवर आधारित आहे विशेषतः हे  $jee$  प्रगत वेबसाइट <https://www.iiit.ac.in/jee> डॉट वरून आहे  $jee$  अँडव्हान्स डॉट एसी डॉट इन स्लॅश नमुना प्रश्न 2016 p2 डॉट पीडीएफ, म्हणून मी थोडक्यात स्पष्ट करतो की हा प्रश्न काय आहे आणि अधिक सामान्यपणे संपूर्ण विधान सांगणाऱ्या वेबसाइटवरील समस्या पाहू शकतो म्हणून आम्ही येथे जात आहोत.

समीकरणांच्या द्विमितीय प्रणालीचा विचार करा अल्फा  $x$  अधिक दोन  $y$  समान  $\lambda ah$  आणि तीन  $x$  उणे दोन  $y$  समान  $\mu$  आणि  $\alpha \lambda common \mu$  या वास्तविक संख्या आहेत

त्यामुळे एकंदर समस्येला अनेक पर्याय आहेत आणि एकापेक्षा अधिक एक किंवा एकापेक्षा अधिक आहेत खरे असू शकते परंतु आपण फक्त त्यापैकी एक पाहू आणि ते विधान खरे आहे असे म्हणता येईल की नाही हे पाहण्याचा प्रयत्न करू या म्हणून एक विशिष्ट पर्याय म्हणून प्रश्न असा आहे की आपण पुढील सत्य आहे का ते पाहणार आहोत

की जर अल्फा हे वजा 3 च्या बरोबरीचे नाही तर सिस्टीममध्ये सर्व लॅम्बडासाठी एक अनोखा उपाय आहे आणि  $\mu$  हा प्रश्न अर्थपूर्ण आहे का म्हणून हा या वेब पृष्ठावरून या pdf फाईलमध्ये प्रवेश केला जाऊ शकतो अशा समस्येवर आधारित आहे आणि प्रगत वेबसाइटमधील समस्येवर आधारित हा याचा एक उप भाग आहे

आणि हा त्याचा एक भाग आहे जो आम्ही काय केले आहे यावर आधारित आम्ही समजून घेण्याचा प्रयत्न करत आहोत त्यामुळे आमच्याकडे दोन आयामी समीकरणांची प्रणाली आहे आणि आम्हाला जाणून घ्यायचे आहे.

की जर अल्फा उणे तीनच्या बरोबरीचा असेल तर त्याला एक अद्वितीय उपाय आहे की नाही, मग आपण हे कसे शोधू शकतो की आपण हे सहजपणे मॅट्रिक्स अल्फा दोन तीन वजा दोन आणि नंतर  $xy$  नुसार दर्शवू शकतो तर आपल्याकडे  $\lambda \mu$  आहे.

आमचे नोटेशन हे मॅट्रिक्स आहे  $a$  हे मॅट्रिक्स  $x$  बर आहे आणि हे  $b$  आहे आणि आपल्याला हे तपासायचे आहे की त्याला एक अद्वितीय सोल्यूशन आहे की नाही, म्हणून युनिक म्हणजे आमचा अर्थ फक्त एकच आहे, म्हणून सर्वप्रथम आपण त्यास सोल्यूशन आहे की नाही हे तपासूया.

आम्ही हे कसे तपासू शकत नाही की प्रथम  $a$  चा निर्धारक मोजून आम्ही तपासतो की मॅट्रिक्सचा निर्धारक उणे 2 अल्फा वजा 6 आहे आणि आम्ही लक्षात घेतो की हा निर्धारक शून्याच्या समान नाही जर अल्फा उणे तीनच्या बरोबर नसेल कारण जर अल्फा उणे तीन टी बरोबर आहे हे निर्धारक शून्य आहे म्हणून जर ते उणे तीन च्या बरोबर नसेल तर ते शून्य नाही आता विधान काय म्हणते की ठीक आहे जर  $a$  चा निर्धारक शून्य बरोबर नसेल कारण ते असे म्हणतात की अल्फा उणे तीन च्या बरोबर नाही तर काय करू शकते आपण समीकरण प्रणालीबद्दल म्हणतो मग आपण आपोआप म्हणतो की ती एक सुसंगत प्रणाली आहे परंतु लॅम्बडा आणि म्यूच्या सर्व मूल्यांसाठी तिच्याकडे एक उपाय आहे की नाही आपण ते कसे तपासू या आपण फक्त व्युत्क्रम बांधून तपासू या उणे किंवा 1 बाय उणे 2 अल्फा वजा 6 होणार आहे आणि नंतर मॅट्रिक्सला समीपने बदलणे म्हणजे उणे 2 अल्फा दोन वजा दोन वजा तीन आणि नंतर लॅम्बडा म्यू तर आपल्याकडे येथे उणे एक बाय दोन अल्फा अधिक सहा आहे आणि उणे दोन वजा दोन

त्यामुळे उणे 2 लॅम्बडा वजा 2  $\mu$  आणि उणे 3 लॅम्बडा अधिक अल्फा यू जसे की आपण पाहू शकता की

दिलेल्या लॅम्बडा स्वल्पविराम  $\mu$  आणि अल्फासाठी एकच उपाय आहे आणि अल्फा वजा समान नाही म्हणून दिलेला आहे म्हणून होय तेथे हा एक अनोखा उपाय आहे कारण  $\lambda$  आणि  $\mu$  च्या कोणत्याही व्हॅल्यूसाठी जोपर्यंत अल्फा उणे तीनच्या बरोबरीचे होत नाही तोपर्यंत आपण याचे एक मूल्य घेऊन येऊ शकतो, होय म्हणून हे विधान खरे आहे म्हणून समस्येमध्ये आणखी तीन पर्याय दिलेले आहेत आणि आम्ही या पद्धतीचा वापर करून यापैकी प्रत्येकाची तपासणी केली जाऊ शकते का,

त्यामुळे या प्रगत समस्येचा हा भाग सादर करण्याचे हे उद्दिष्ट

आहे की, संकल्पना आणि समस्यांची क्रमवारी लावणे आणि आपण करत असलेली चर्चा ही देखील एक चाचणी आहे.

अधिक प्रगत पातळी आणि तीच साधने जी आम्ही केली आहेत, याचा अर्थ असा होतो की निर्धारक लगेच चित्रात येतो

आह सिस्टीम सुसंगत आहे की नाही हे आम्हाला लगेच समजले आहे की ते चित्रात येते ते देखील पाहू शकता आणि मी तुम्हाला ते करण्यास प्रोत्साहित करतो

त्यामुळे या विशिष्ट समस्येचे भौमितिक चित्र पाहण्यासाठी आणि ठीक आहे हे पाहण्याचा प्रयत्न करा की तो छेदनबिंदूचा सरळ बिंदू असेल की परिस्थितीची क्रमवारी लावली जाते की रेषा समांतर होतात आणि असेच पुढे

म्हणून या व्याख्यानाचे उद्दिष्ट सारांशित करण्यासाठी समीकरणांची रेखीय प्रणाली समीकरणे सोडवण्यामध्ये निर्धारकांच्या भूमिकेचा अभ्यास करणे हे होते आणि आम्ही ते केले सामान्य  $n$  साठी  $n$  बाबतीत आम्ही पाहिले की सिस्टीमची रचना साध्या दोन बाय दोन किंवा तीन बाय तीन उदाहरणे आणि नंतर आम्ही consistency inconsistency या शब्दांची व्याख्या केली आणि नंतर inverses matrix chapter मध्ये जे शिकलो ते वापरून पाहिले की मॅट्रिक्स व्युत्क्रमांबद्दलचे मागील व्याख्यान कसे वापरले जाऊ शकते विशेषतः निर्धारक ठरवतो की ते एकच मॅट्रिक्स आहे की नाही.

नाही कारण ते तुम्हाला उलट अस्तित्वात आहे की नाही याची कल्पना देऊ शकते आणि नंतर ते सोल्यूशन तयार करण्यासाठी वापरले जाऊ शकते किंवा सोल्यूशन तयार केले जाऊ शकत नाही की नाही याबद्दल काहीतरी सांगण्यासाठी वापरले जाऊ शकते म्हणून हे पुन्हा

समीकरणांच्या रेखीय प्रणाली सोडवताना निर्धारकांचे महत्त्व स्पष्ट करते.

म्हणून मी ते फक्त सारांश विधान म्हणून लिहितो जेणेकरून या व्याख्यानाने निर्धारकांच्या रोलवर प्रकाश टाकला.

समीकरणांची रेखीय प्रणाली सोडवताना ठीक आहे, म्हणून मी तुमचे लक्ष दिल्याबद्दल आभारी आहे आणि मला आशा आहे की आम्ही येथे चर्चा केलेल्या संकल्पना आणि समस्या निर्धारकांबद्दलच्या कल्पना समजून घेण्यासाठी उपयुक्त ठरतील.

धन्यवाद

Prutor@iitk