میٹرکس الٹا میں تعین کرنے والوں کے کردار پر اس لیکچر میں خوش آمدید آہ ہم یہاں کیا کرنا چاہتے ہیں یہ دیکھنا ہے کہ میٹرکس کے تعین کنندگان کا پتہ لگانے سے ہمیں یہ جانچنے میں مدد ملتی ہے کہ آیا سب سے پہلے یہ الٹا ہے یا نہیں اور اس کے بعد اصل میں معکوس کی گنتی کریں اس لیے پہلے ہم نے دیکھا ہے کہ تعین کنندہ کی وضاحت کیسے کی جاتی ہے کہ ایک عامل کی گنتی کیسے کی جاتی ہے پھر ہم نے دیکھا کہ ہم مختلف تعین کن خصوصیات کو کیسے دیکھ سکتے ہیں جو اس کی تشخیص میں مدد کرتی ہیں اور یہاں ہم کمپیوٹنگ میں تعین کنندگان کے اطلاق کو دیکھنے جا رہے ہیں۔ میٹرکس الٹا ہے لہذا ہم میٹرکس الٹا میں تعین کنندگان کے کردار کو دیکھنے جا رہے ہیں اب ایک چیز کو یاد کرنا شاید اچھا ہے جیسا کہ میٹرکس الٹا کیا ہے ہمیں میٹرکس الٹا کی کیوں پرواہ کرنی چاہئے ہمیں عام طور پر الٹا کی پرواہ کیوں کرنی چاہئے؟ لہذا اگر آپ کو ایک میٹرکس الٹا کی تعریف یاد ہے

ہے b اس طرح ہے کہ ایک بار b تو یہ ہے کہ اگر آپ کے پاس ایک مربع میٹرکس ایک اور مربع میٹرکس

بائیں اور دائیں طرف h کی میٹرکس ضرب b bot اور a تو

کے برابر ہے شناختی میٹرکس کے برابر ہے ba برابر ab تو

کو میٹرکس کے الٹا پاور مائنس 1 سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہذا ہمارے پاس میٹرکس کا الٹا الٹا ہے میٹرکس ah تو یہ معکوس کی تعریف ہے اور ہم کے ذریعہ کی جاتی ہے اور یہ الٹا کے لئے a کی تعریف aa inverse equal to inverse a is equal to identity اشارے کا اشارہ ہے اس وقت معکوس کا بنیادی خیال کیا ہے

تو ایک معکوس کا خیال کیا ہے

تو آئیے اس کے بارے میں بھول جائیں میٹرکس یا آئیے ہم ایک سادہ سے ایک میٹرکس کو دیکھتے ہیں جو ایک اسکیلر کے سوا کچھ نہیں ہے تو آئیے نمبر دو کا کہنا ہے کہ ہم 2 کے الٹا کے بارے میں کیوں بات کرتے ہیں جیسے ہم 2 کے الٹا کے بارے میں بات کرتے ہیں کیا یہ اچھی برابر 1 ہے x طرح سے ضروری ہے کہ ہم چاہتے ہیں ٹھیک ہے کہیے اگر آپ کے پاس کوئی ایکسپریشن یا مساوات ہے جیسے کہ 2 گنا آدھے کے x ایک کے برابر یعنی x کو کیسے حل کریں گے یہ بہت سیدھا ہو سکتا ہے ٹھیک ہے دو x تو ہم ہم میں سے بہت سوں کے لیے میٹرکس الٹا سے ہے ah برابر لیکن بنیادی خیال کیا ہے کہ کیسے ہے؟ اس کا تعلق

ایک کے برابر اور یہ دو آپ اس کے بارے میں ایک ایک میٹرکس یا اسکیلر کے x اگر آپ کے پاس ایک مساوات ہے جیسے دو گنا 1 تو آئیے مساوی طور پر اس کے بارے میں سوچ سکتے ہیں کہ ہم اسے کیسے حل کریں گے کہ کیا دو کا الٹا کوئی طریقہ ہے؟ کیا دو کا الٹا اس کی صحیح ضرورت ہے

تو بنیادی طور پر جو ہم کہتے ہیں وہ یہ ہے کہ ضرب الٹا کا ایک تصور ہے جو یہ ہے کہ اگر آپ دو کو عدد نصف سے ضرب دیں جو کہ دو طاقت مائنس ایک کے سوا کچھ نہیں ہے

تو ہمیں جو ملے گا وہ ہے جو کچھ میں ہے ضرب کی شناخت کا احساس کریں اور اس مساوات کو حل کرنے میں ہم جو کچھ مؤثر طریقے سے کر نصف کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس x رہے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم دونوں اطراف کو آدھے سے ضرب کر رہے ہیں اور پھر ہم حاصل کر رہے ہیں دو مائنس ایک x ہے لہذا ہم دونوں اطراف کو 2 طاقت سے ضرب دیتے ہیں۔ مائنس 1 تاکہ آپ کو 2 مائنس ملے ایک میں دو گنا x کے برابر 2 1 دو طاقت مائنس 1 یا نصف x ہے اور یہ ہم آہ سے جانتے ہیں کہ ہم تقسیم ضرب کی وضاحت کیسے کرتے ہیں کہ یہ ایک ہے اس کا مطلب ہے کہ ہے

تو یہ اس کا تصور ہے میں ضرب آیت جس میں بڑے پیمانے پر بولتے ہوئے ہم ایک میٹرکس الٹا رائٹ کے تصور تک پھیلا رہے ہیں

تو یہ بڑے پیمانے پر بول رہا ہے جو ہم کہہ رہے ہیں کہ ہم ایک الٹا ہونا چاہتے ہیں اور ہم ایک میٹرکس الٹا کیوں چاہتے ہیں کیونکہ یہاں کی طرح برابر ہے ایک x ہمارے پاس دو گنا

صرف ایک اسکیلر نہیں ہے بلکہ ایک x کے برابر ہے اور یہاں b برابر x تو ہمارے پاس ایک عام میٹرکس مساوات ہو سکتی ہے جو کہ ایک بار ہے اور پھر اسے حل کرنے کا ایک طریقہ یہ ہے کہ میٹرکس کو معکوس الٹا تلاش کریں اور ضرب کریں دونوں b ویکٹر ہے اور اسی طرح کا حل حاصل کریں x اطراف اور پھر

کے برابر سمجھیں اب b کو ax تو ہمارے پاس میٹرکس مساوات کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے کہ ہمارے پاس ایک مساوات ہے ایک مساوات میٹرکس ہے لہذا اگر ہم ایک الٹا ایک معکوس تلاش کر سکتے ہیں n از n یہ ایک عام

تو آپ آہ کو بائیں طرف سے ضرب دیں

کے برابر دے گا اور پھر یہ کچھ نہیں ہے بلکہ ویکٹر b کے برابر ہے جو ایک الٹا بار محور کو الٹا b تو آپ کہیں گے کہ ایک الٹا ضرب محور یہی وجہ ہے کہ ہم ان میٹرکس مساوات کو حل کرنے کی کوشش o ہے۔ ایک الٹا بی ایس ہے۔ x کی شناخت اور شناخت کا وقت صرف x حل کیا ہے جیسے ah کرنے کے لیے میٹرکس کا ایک الٹا ہونا چاہیں گے اور یہ اس الجبری تصور کا براہ راست عام کرنا ہے کہ ایک مساوات کا برابر تین آپ ضرب الٹا سے ضرب کرتے ہیں جو کہ نصف ام ہے یقیناً ہم جانتے ہیں کہ اگر ہمارے پاس دو کی بجائے x برابر ایک یا دو x دو صفر کا عدد ہوتا

ایک کے برابر ہے حل آہ کیا ہے اور کیا ہے؟ ہم اس لیکچر کے ذریعے تعین کرنے x تو مساوات کو حل کرنا بہت مشکل ہے کیونکہ صفر ضرب والوں کے اس خیال کے ذریعے دیکھیں گے کہ اب تک یہ کتنا اہم ہے کہ یہ کتنا اہم ہے کہ اگر اب ہم میٹرکس اے کے تعین کنندہ کو دیکھیں جو ٹھیک حاصل کرنے کی کوشش میں کلید رکھتا ہے

تو کیا یہ موجود ہے؟ کیا معکوس موجود ہے ہم الٹا کا حساب کیسے لگاتے ہیں لہذا ہم اس لیکچر میں یہی کرنا چاہتے ہیں لہذا آپ یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ اگر آپ کے پاس میٹرکس کا تعین کنندہ صفر نہیں ہے

تو الٹا موجود ہے اور ہم کیسے کر سکتے ہیں تعین کنندہ اور ایک اور مقدار کا استعمال کرتے ہوئے میٹرکس کے الٹا کی وضاحت کریں جس کی ہمیں جلد ہی وضاحت کرنی چاہئے تاکہ یہ لیکچر اور کا مقصد ہے لیکن خیال بہت آسان ہے کہ ہم کوشش کرنے کے لئے ایک شرط حاصل کرنے کا طریقہ تلاش کر رہے ہیں۔ دیکھیں کہ پھر ہم میٹرکس کی مساوات کو کیسے حل کر سکتے ہیں کہ ہم اس نوعیت کے دیگر مسائل کو کیسے حل کر determinants کو جانچنے میں invertibility سکتے ہیں تاکہ یہ لیکچر کا مقصد ہے ٹھیک ہے لہذا مقصد یہ ہے کہ اندر کی طرف کے استعمال کو دکھایا جائے تاکہ میٹرکس کی لامحدودیت ہو ایک چیز اور اصل میں اس کی صحیح گنتی کرنے کے لیے آئیے اب شروع کرتے ہیں میٹرکس ہم n بذریعہ n کہ ہم ایک عام آہ میٹرکس کے ساتھ کیسے آتے ہیں آئیے ہم کہتے ہیں کہ تین بائی تین میٹرکس زیادہ عام طور پر ایک میٹرکس کے الٹا کے ساتھ کیسے آتے ہیں تاکہ یہاں آئیڈیا ایک تعین کنندہ کی تعریف کا مجموعہ ہے اور ان خصوصیات میں سے ایک ہے جسے ہم تاکہ یہ ایک تعین cofactors نے خاص طور پر دیکھا کہ تعین کنندہ ایک قطار یا کالم کے عناصر کی پیداوار کا مجموعہ ہے اور ان کے متعلقہ کو دیکھیں cofactors کنندہ ہے اور اگر آپ کسی دوسری قطار یا کالم کے

ہے اور کوئی چیز 0 تک جاتی ہے، ہم اس کا فائدہ determinant تو وہ رقم صفر ہو جاتی ہے اس لیے بنیادی طور پر یہ خیال کہ کچھ ایک اٹھانے جا رہے ہیں کہ ان کا استعمال ایک میٹرکس کے عمومی معکوس کی تشکیل میں کوفیکٹرز میرے خیال میں یہاں سے شروع کرنے کے لیے مثالی جگہ یہ ہوگی کہ 3 بائی 3 میٹرکس سے آغاز کیا جائے اور کالموں کو دیکھیں ٹھیک ہے

ایک دو دو دو a 1 2 a 1 3 a 2 تو آئیے تین بائی تھری میٹرکس کو تین بائی تین پر غور کریں۔ میٹرکس کیا عام صورت حال میں ہم نے 1 1

کا جہاں aij کو کوفیکٹر کے طور پر بیان کرتے ہیں عنصر aij تین اور ایک تین ایک تین دو تین تین استعمال کیا ہے اب خیال یہ ہے کہ اگر ہم
بالترتیب قطاروں اور کالموں کے اشاریے ہیں ہم یہاں کیا کرنا چاہتے ہیں میٹرکس کے ملحقہ کے خیال کی وضاحت کرنا ہے جو میٹرکس j اور i
کے ٹرانسپوز کو لے کر منسلک میٹرکس ہے جہاں ہر عنصر کو تبدیل کیا جاتا ہے۔ کی طرف سے ان کے متعلقہ کوفیکٹرز
تو مجھے اسے لکھنے دیں اور میں اسے دوبارہ کہوں گا تاکہ آپ اس میٹرکس کے جوائنٹ کو میٹرکس کے ٹرانسپوز کے طور پر متعین کریں گے
سے بدل کر حاصل کیا گیا ہے تاکہ ایک ایک، ایک دو، ایک تین ایک دو ایک دو دو تین تین ایک cofactors کو ان کے متعلقہ a جو ہر عنصر
تین دو تین تین تین اس لیے ملحق میٹرکس کا یہ میٹرکس کا ٹرانسپوز لے کر حاصل کیا جاتا ہے جہاں ہر عنصر کو اس کے کوفیکٹر سے بدل دیا
جاتا ہے اس لیے میٹرکس کے جوائنٹ کی تعریف کی جاتی ہے۔ متعلقہ کوفیکٹر کے ذریعہ ہر عنصر کی جگہ لے کر حاصل کردہ میٹرکس کے
ٹرانسپوز کے ذریعے، اس صورت میں اس تھری بائی تھری کیس میں ہمارے پاس میٹرکس ہے ایک ایک دو ایک تین ایک آہ دو ایک دوسری قطار پہلی
کالم دوسری قطار دوسری کالم دوسری قطار تیسری کالم تیسری قطار پہلی کالم تیسری قطار دوسری کالم تیسری قطار تیسری کالم ٹھیک ہے اور اس
طرح یہ میٹرکس ہے اور اس کا ایک جوائنٹ میٹرکس کے طور پر حاصل کیا جاتا ہے جہاں ہر عنصر کو اس کے کوفیک سے بدل دیا جاتا ہے۔ ٹور
ah اور ایک ایک دو کو تبدیل کیا گیا ہے لیکن ٹرانسپوز لینے سے یہ یہاں آئے گا اور ایک تین آہ یہاں ایک دو ایک ہوگا کیونکہ ہم یہاں عنصر کو
کوفیکٹر سے بدل رہے ہیں اور پھر ٹرانسپوز لے رہے ہیں اور پھر ایک دو دو یہاں پر ایک دو تین ایک ہی ہوں گے یہ ایک تین ایک تین دو اور پھر تین
تین ٹھیک ہے
کہتے ہیں a تو یہ جوائنٹ ہے لہذا اگر آپ اسے میٹرکس
تو اسے دائیں کے جوڑ سے ظاہر کیا جائے گا لہذا یہاں ایک ہے۔ اس ملحقہ کے ساتھ آنے کے پیچھے کے خیال کو سمجھنے کے لیے اب میٹرکس
یہاں ایک جوائنٹ ہے، آئیے ہم ان کے میٹرکس پروڈکٹ کی کچھ شرائط کا حساب لگاتے ہیں اور یہ ان خصوصیات کو استعمال کرے گا کہ جب آپ
قطار کو ضرب دیتے ہیں
کی پیداوار کا مجموعہ کرتے ہیں۔ ایک مختلف قطار کے کوفیکٹرز کے ساتھ قطاریں دائیں a تو کیا ہوتا ہے جب آپ
تو آئیے ہم اس پر ایک نظر ڈالتے ہیں
تو اس میٹرکس پروڈکٹ میں پہلی اصطلاح کس چیز سے منسلک ہوگی یہ 1 1 بار ایک ایک جمع ایک دو بار ہوگا کیپٹل اے ایک دو پی lus a
one three times Capital a one three right لہذا یہ اظہار آپ سمجھ سکتے ہیں صرف ایک determinant ok کی
سے بدل سکتے ہیں determinant تعریف ہے اور درحقیقت ہم اسے
تو یہ اس کے علاوہ کچھ نہیں ہے دوسرے کالم کے بارے میں کیا ہے یہاں پر دوسرا اندراج ہے لہذا یہ پہلی قطار ہوگی جو دوسرے کالم سے
ضرب کی جائے گی
تو یہ ایک ایک ایک دو ایک جمع ایک دو دو جمع ایک تین اور دو تین ہوگی لہذا اگر آپ اسے دیکھیں اظہار کچھ نہیں ہے لیکن میٹرکس کی پہلی قطار
کے عناصر کی پیداوار کا مجموعہ ہے جس میں دوسری قطار کے کوفیکٹرز ہیں اور جیسے ہم نے پراپرٹیز میں دیکھا ہے اس کا اندازہ 0 دائیں طرف
ہوتا ہے لہذا یہ 0 ہے اب ایک اور اصطلاح ہونے جا رہی ہے۔ لیکن جگہ کی وجہ سے میں اسے یہاں نہیں لکھ سکوں گا لیکن آئیے ہم صرف ایک
اور اصطلاح کا جائزہ لیتے ہیں اور اسے پروڈکٹ کی اصطلاح ہونے دیں جو دوسری قطار اور پہلے کالم میں ہے
تو آئیے یہاں اس اصطلاح کا جائزہ لیتے ہیں کہ کیا ہے۔ یہ ہونے جا رہا ہے جوائنٹ کے پہلے کالم سے ضرب ہونے والی دوسری قطار ہوگی
1 2 تو یہ a 1 1 2 2 پلس a 1 2 3 2 پلس a 1 3 ہوگی۔
تو اگر آپ اس اصطلاح کو دیکھیں
تو کیا ہے یہ پہلی قطار کے کوفیکٹرز کے ساتھ دوسری قطار کے عناصر کے مصنوع کا مجموعہ ہے لہذا یہ بھی جائیداد کی تشخیص کے مطابق
صفر پر ہوگا ابھی ہم چوتھی رقم کر سکتے ہیں ہم ان سب کو کر سکتے ہیں لیکن عام خیال اور میں آپ کو اس بات کی تصدیق کرنے کی ترغیب دیتا
ہوں کہ تمام ترچھی عناصر کچھ بھی نہیں ہوں گے مگر تعین کرنے والے اور تمام آف اخترن عناصر صفر ہونے والے ہیں لہذا حتمی جواب یہاں
میٹرکس کے لیے یہ ہے کہ ہم یہاں حاصل n by n ہے اور یہ آپ صرف تین کے لیے نہیں کر سکتے۔ تھری میٹرکس لیکن عام طور پر ایک
کریں گے
تو یہ تھری بائی تھری میٹرکس ہے یہ تھری بائی تھری میٹرکس ہے یہ پروڈکٹ بھی تھری بائی تھری میٹرکس ہوگی جس میں صرف اخترن اندراجات
a آپ کو یہ چیک کرنے کی ترغیب دیں کہ یہ صفر یہاں سے آتا ہے یہ بھی i ہوں گے یہاں ایک صفر جو یہاں سے آرہا ہے دوسرا صفر جو
کا تعین کرنے والا ہے یہ 3 بائی 3 میٹرکس رائٹ ہے a کے صفر صفر کا تعین کرنے والا ہے اور یہ
تو یہ ایک بار کا تعین کرنے والا ہوگا ۔ شناختی میٹرکس پہلی بار میں تین سے تین لکھتا ہوں لیکن عام طور پر ہم سیاق و سباق سے سمجھ سکتے ہیں
کہ شناخت کی جہت کیا ہے لہذا یہ وہاں ہے لہذا ہمارے پاس ایک میٹرکس ہے اور ہم نے اسے اس کے جوائنٹ سے ضرب کیا ہے جو ہمارے پاس
ہے یہاں بیان کیا گیا ہے اور اس طرح سے اس جوڑ کی وضاحت کرنے کی وجہ یہ ہے کہ اس خیال کو دیکھنے کے قابل ہو کہ صرف اخترن
اصطلاحات ہی اخترن اصطلاحات کا تعین کرتی ہیں صفر ہیں لہذا ہم اسے مستقل کے طور پر لکھ سکتے ہیں اور اس صورت میں یہ سب کچھ ہے۔
اہم تعین کنندہ جو شناختی میٹرکس کی مستقل اوقات ہے اور یہ کیوں اہم ہے اچھی طرح سے یہ ضروری ہے کیونکہ ایک میٹرکس الٹا تلاش کرتے
ہوئے ہم ام میٹرکس کو اس طرح ضرب دینے کے لئے کچھ تلاش کر رہے ہیں کہ یہ شناخت کے برابر ہو۔ یہاں ہمیں ایک برابر دو حصے نہیں ملے
ہیں لیکن ہمیں ایک ایسی چیز ملی ہے جو ایک شناخت کے متناسب ہے اور اس طرح ہم آہ کر سکتے ہیں لیکن اس کو استعمال کرکے ہم آہ کی وضاحت
کر سکتے ہیں جسے آہ مربع میٹرکس سے ضرب کرنے سے آپ کو شناخت ملے گی اور وہ کیا ہو گا؟ میٹرکس یہ کچھ بھی نہیں ہوگا مگر ایک کے
متعین کے ذریعہ تقسیم شدہ کے ملحقہ کے اس لئے جو بیان ہم اب مساوات بنانا چاہتے ہیں جو ہم لکھنا چاہتے ہیں وہ یہ ہے کہ اس کا ایک مرتبہ
کے a جوڑ ہم نے اس کے تعین کنندہ کے برابر پایا ایک وقت کی شناخت اور آپ یہ بھی چیک کر سکتے ہیں کہ اگر اب ہم پوسٹ کے بجائے
کا جوڑ کہتے ہیں جو وقت کی شناخت کا تعین کرنے والا بھی آئے گا اور ان مساوات کو ملا کر a جوائنٹ کو ضرب دینے کے بجائے اگر ہم اوقات
i ایک اوقات کے تعین کرنے والے کے برابر ہوگا a کا ملحقہ اوقات کے ملحقہ کے برابر ہے a ہم لکھ سکتے ہیں کہ ایک مرتبہ
تو یہاں تین ضرب تین میٹرکس ہے یا مشترکہ یا فاسور تین ضرب تین میٹرکس یہ ایک اسکیلر ہے یہ تین ضرب تین میٹرکس ہے یا کسی اور میں
کے اور یہ ہم i کے برابر a کے متصل کے برابر ہے a کے متعین کے برابر ہے a کا ایک جوڑ تقسیم a الفاظ ہم ایک دفعہ کہہ سکتے ہیں
کے الٹا کے ساتھ موازنہ کریں ایک معکوس ایک شناخت کے برابر ہے جو aa اس وقت لکھ سکتے ہیں جب تعین کنندہ 0 درست نہ ہو اور اگر ہم
کا a کے متصل کے برابر ہے جب a ایک معکوس کے لئے متعین مساوات ہے ہم یہ حاصل کر سکتے ہیں کہ ایک الٹا ایک کے متعین کے ذریعہ
تعین کنندہ صفر نہیں ہے
تو اس طرح ہم مربع کے معکوس کی گنتی کرسکتے ہیں۔ ایک غیر صفر کے تعین کے ساتھ میٹرکس جو کہ صرف یہ ہے کہ آپ ایک کے جوائنٹ میں
کے ساتھ تبدیل کرکے حاصل کردہ میٹرکس کی منتقلی کے سوا کچھ cofactors وضاحت کرتے ہیں جو کہ ہر ایک عنصر کو ان کے متعلقہ
کے تعین کنندہ سے تقسیم کرتے ہیں a نہیں ہے اور اگر آپ اسے
کے ذریعے جو ہم نے ابھی دیکھا ہے اس کی عمومیت ہم مشترکہ عامل اور معکوس کے درمیان اس تعلق کو لے کر آسکتے ہیں a تو
تو یہاں یہ اہم تعداد ہے جو کہ اب معکوس کی وضاحت کرنے میں اپنا کردار ادا کر رہی ہے۔ ایک میٹرکس جو ان وجوہات کی بناء پر اہم ہے جن کا

ہم نے شروع میں خاکہ دیا تھا ٹھیک ہے لہذا یہ وہی ہے جو ہم اس لحاظ سے کہنا چاہتے ہیں کہ الٹا کیسے حاصل کیا جائے اگلے ہم میٹرکس کے
الٹا کے پیچھے کچھ اور خیالات دیکھیں گے اور تعین کنندہ کیسے ایک اہم کردار ادا کرتا ہے اور اس میں خاص طور پر یہ بھی شامل ہے کہ ہم
کیسے کہہ سکتے ہیں جیسے یہاں ہم کہہ رہے ہیں کہ ٹھیک ہے اگر تعین کنندہ 0 نہیں ہے
تو جب ہم اگلے الٹا کی وضاحت کر سکتے ہیں
تو ہم کہیں گے کہ ٹھیک ہے ہم اس سے بھی زیادہ مضبوط بیان بنا سکتے ہیں ٹھیک ہے لیکن پہلے ہم یہ کرتے ہیں کہ میرے خیال میں یہاں یہ بتانا
ضروری ہے کہ یہ ملحقہ بھی ایک میٹرکس ہے درحقیقت یہ ابتدائی میٹرکس کی طرح ہی ترتیب کا میٹرکس ہے اور یہ کہا جا رہا ہے کہ ہم اس
ملحقہ کے تعین کرنے والے کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں سمجھیں
تو ایک فطری سوال جو اب پیدا ہوتا ہے کہ جب ہم میٹرکس کو دیکھتے ہیں
تو تعین کنندہ کیا ہے اور کیا اس سے ہم جوائنٹ کے تعین کنندہ کے ساتھ آسکتے ہیں جسے ہم اب دیکھنا چاہتے ہیں لہذا یہاں نوٹ کریں ملحقہ حق
کا تعین کنندہ کیا ہے
تو اس مشترکہ آہ کا تعین کنندہ کیا ہے اور اس سوال کے جواب میں ہمیں ایک ایسی خاصیت بتانی ہوگی جس کی آزادانہ استعمال کی آزاد اہمیت بھی
ہو اور وہ یہ ہے کہ دو مربع میٹرس کی پیداوار کا تعین کرنے والا ان کے متعلقہ تعین کنندگان کی پیداوار ہو جس پراپرٹی کو ہم استعمال کرتے ہیں
b اور ba اور a کے اوقات کے تعین کنندہ کے برابر ہے جہاں b کا تعین کرنے والا b میں a ہم اس پراپرٹی کو استعمال کرتے ہیں کہ
کچھ آسان مثالوں کا استعمال کرتے ہوئے آپ تصدیق کر سکتے ہیں۔ کہ یہ معاملہ ہے ہم یہاں اس پراپرٹی کے ثبوت میں نہیں ah مربع میٹرس ہیں
جائیں گے لیکن ہم صرف یہ جانچ سکتے ہیں کہ آیا یہ وہی معاملہ ہے جس کے بارے میں آپ جانتے ہیں کہ سطح پر یہ ایک سادہ جائیداد کی طرح
نظر آتی ہے لیکن یہ ہمیشہ ایسا نہیں ہوتا ہے مثال کے طور پر اگر آپ کے پاس دو میٹرکس کا مجموعہ ڈیٹرمیننٹ کے لیے ضروری نہیں ہے کہ
وہ اپنے ڈیٹرمیننٹس کا مجموعہ اس قدر کے برابر ہو لیکن پروڈکٹ کی اس صورت میں ایسا ہوتا ہے
میں ہوتا ہے۔ ایک قابل ذکر خاصیت کا کام کریں اور صرف یہ دیکھنے کے لیے کہ یہ کیسے کام کرتا ہے آئیے کچھ مثالوں کو دیکھتے ہیں f تو یہ
مثال کے طور پر اگر ہم فرض کریں کہ آپ میٹرکس کو ایک دو دو ایک کے طور پر لیتے ہیں
تو اس کا تعین کیا ہے ایک مائنس چار
ان کی um تو مائنس تین اور ہم کہیں ہمارے پاس ایک اور مربع میٹرکس ہی ہے جو کہ دو ایک ایک 2 کیا ہے تعین کن فہرست 4 منفی 1 3
یہ دو دو چار ایک دو پانچ آہ دو ایف پانچ اور چار ہے ab مصنوعات کے بارے میں کیا ہے
تو فیصلہ کن چار سولہ منفی پچیس ہے
تو مائنس نائن جو برابر ہے
تو یہ تعین کنندگان ہیں
کا determinant b ok کا a times ہے determinant کا ab تو یہ کہنے کی ایک مثال ہے کہ اس لیے ہم جانچ سکتے ہیں کہ
تو ہم یہ معلوم کرنے کے لیے اس پراپرٹی کو استعمال کرنے جا رہے ہیں ۔ اس جوائنٹ کا جوائنٹ ڈیٹرمیننٹ اور الٹا کی تعریف اور اس صورتحال
کی طرف واپس جانا جو ہم نے اخذ کیا ہے وہیں ہم اس پراپرٹی کو لاگو کرنے جا رہے ہیں ٹھیک ہے کہ کسی پروڈکٹ کا تعین کنندہ کیونکہ ہم نے
حق کے تعین کرنے والے کے برابر ہے اور اس لیے اب ہم دونوں اطراف کے i کا جوائنٹ ایک بار a کی شق اور a ابھی دیکھا ہے کہ پی
تعین کنندہ کو لینے جا رہے ہیں اور اس لیے کہ ہم میٹرکس کے مصنوعہ کے عامل کو تعیین کی پیداوار میں تحلیل کر سکتے ہیں۔ ہم یہ خیال کیسے
حاصل کرنے جا رہے ہیں پہلے تین بہ تین صورت میں کہ ہم یہ دیکھ رہے تھے کہ ہم یہاں [موسیقی] میں پراپرٹی کا استعمال کرتے ہیں
تو ہمارے پاس یہ حقیقت ہے کہ ایک اوقات کا جوڑ ایک اوقات کے تعین کرنے والے کے برابر ہے شناخت ٹھیک ہے
کے ملحقہ اوقات کا تعین کرنے والا ایک یاد کے تعین کرنے والا ہونے والا a تو یہاں پر تعین کنندہ کو لے لو اور حقیقت یہ ہے کہ ہمارے پاس
ہے صرف ایک اسکیلر رائٹ بار ایک شناخت ہے لہذا تین بہ تین صورت میں حق ہاتھ کی طرف صرف ایک کیوب کے دائیں طرف کا تعین کرنے والا
کے تعین کنندہ کے ساتھ یہ تین بہ تین a ہے کیونکہ یہ میٹرکس کچھ نہیں ہے مگر اختزن میٹرکس کے ساتھ ایک مکعب کے تین بار مشتق میں
صورت میں اور بائیں ہاتھ کی طرف اس n by n کے لیے n صورت کے لیے ہے اور عام طور پر یہ ہے ایک طاقت کا تعین کرنے والا
کی پیداوار ہے آپ کو determinants خاصیت کو استعمال کرنے کے بارے میں کیا خیال ہے کہ میٹرکس کے ایک پروڈکٹ کا تعین کرنے والا
کا تعین کرنے والا ملے گا۔ رائٹ کا جوڑ لہذا اگر ڈٹرمیننٹ صفر نہیں ہے a ایک اوقات کا تعین کرنے والا
کے ملحقہ کا تعین a تو ہم لکھ سکتے ہیں کہ دونوں طرف سے صرف ایک ڈیٹرمیننٹ کو منسوخ کر دیں جس سے ہم یہ حاصل کر سکتے ہیں کہ
مائنس 1 کا تعین n کے لیے صرف ایک طاقت ny کنندہ تین کے کیس کے لیے پورے مربع کے تعین کے برابر ہے۔ تین اور عام طور پر یہ
کے بارے میں بات determinants کا جوڑ ہے اور فوراً کیونکہ ہم a کرنے والا ہے اس لیے ہم نے ایک نیا میٹرکس متعارف کرایا ہے جو کہ
کے تعین کنندہ سے a کر رہے ہیں یہ پوچھنا فطری ہے کہ میٹرکس کا تعین کنندہ کیا ہے اور یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ اس جوڑ کا تعین کرنے والا
مائنس ون ہے ٹھیک ہے n متعلق ہے یہ
برابر ہے n تو ام یہ ملحقہ ہے اور صرف اس کے بارے میں سوچتے ہیں جیسے اگر
کے برابر ہے 2 n ہم نے دیکھا ہے کہ اگر t تک کم ہو جاتا ہے۔ wha تو یہ
کے برابر 1 یہ 1 ہے میرے خیال میں یہ صرف ایک مسئلہ یا ایک خاص معاملہ ہے جو سامنے آتا n کے لیے ah تو یہ خود ہی تعین کنندہ ہے
ہے کیونکہ ایک ایک کے بعد ایک تعین کنندہ کے لیے جو ایک اسکیلر ہے کوفیکٹر کی وضاحت کرنا واقعی مشکل ہے لہذا میں سوچتا ہوں کہ آہ میرے
کے لئے لیا جانا چاہئے ٹھیک ہے لہذا یہ میٹرکس کے ملحقہ کا تعین کرنے والا ہے بالکل ٹھیک n خیال میں اس طرح کے اظہار کو ایک سے زیادہ
ہے لہذا اب ہم نے دیکھا ہے کہ آپ جانتے ہیں کہ ہم ہیں معکوس اور تعین کنندگان اور جوڑوں کے بارے میں آہ کو تلاش کرنے کی کوشش کر رہے
ہیں اور یہ وہ نیا میٹرکس ہے جس کی ہم نے ملحقہ کے لحاظ سے تعریف کی ہے اور اب ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہم یہاں سے کیسے آگے بڑھتے ہیں
اس لحاظ سے کہ ہم ایک عامل کی اس اہمیت کو نوٹ کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ میٹرکس کا الٹا معلوم کریں اب ہم صرف ایک ہی چیزوں کو زیادہ
کا تعین کنندہ صفر نہیں ہے لہذا اس لیکچر میں متعدد بار استعمال کیا a رسمی انداز میں بیان کرتے ہیں لہذا بہت سی جگہوں پر ہم نے کہا ہے کہ
ure گیا یا استعمال کیا گیا ہے اس لیکچر میں
تو اس کی بنیاد پر ہم ایک واحد میٹرکس کی وضاحت کر سکتے ہیں اس طرح یہ ایک نیا میٹرکس نیا لفظ ہے جسے ہم یہاں استعمال کر رہے ہیں ہم ایک
واحد میٹرکس کی وضاحت کر رہے ہیں بطور میٹرکس 0 کا تعین کرنے والا اور یکساں طور پر ہم ایک غیر واحد میٹرکس کی وضاحت کرنے جا رہے
ہیں۔ ایک غیر واحد میٹرکس ایک غیر واحد میٹرکس ایک میٹرکس کے طور پر ایک غیر صفر کے تعین کنندہ کے ساتھ کیا ہوگا لہذا ایک واحد میٹرکس
صفر کے تعین کے ساتھ ایک ہوگا اور غیر واحد میٹرکس ایک غیر صفر کے تعین کنندہ کے ساتھ ایک ہوگا لہذا ایک لحاظ سے ہم میٹرکس کی کلاسز
کی تعریف کرنے میں ایک طرح سے تعین کنندگان کی اہمیت کو اجاگر کر رہے ہیں یا
تو واحد یا غیر واحد اس بات پر منحصر ہے کہ آیا ان کے متعلقہ تعین کنندگان 0 ہیں یا نہیں 0 ٹھیک ہے اور تھیوریم جو ہم یہاں بیان کرنا چاہتے ہیں
ہے اگر اور صرف اس صورت میں جب یہ غیر واحد ہو a invertible یا a وہ یہ ہے کہ ایک مربع میٹرکس
اگر a invertible تو مجھے بیان لکھنے دو اور پھر ہم ثبوت کو دیکھ سکتے ہیں لہذا ہم یہ کہنے جا رہے ہیں کہ تھیوری مربع میٹرکس ہے

اور صرف اس صورت میں جب غیر واحد کا مطلب یہ ہے کہ اس میں غیر صفر ڈیٹا ایبل ہے ہم ثبوت کو اچھی طرح سے کیسے دیکھیں گے ہم
ہے a invertible دونوں طریقوں کو دیکھیں گے اگر صرف اور صرف اگر حصہ پہلے ہم کہیں گے کہ اگر
تو یہ غیر واحد ہے کہ متعین غیر صفر ہے اور دوسری طرف کہ اگر یہ غیر واحد میٹرکس ہے
ہے آئیے پہلے اس حصے کو دیکھیں a invertible تو ہم دکھا سکتے ہیں کہ
ہے a invertible تو اگر
کے برابر ہے اور اب b ہے۔ شناخت کے برابر b موجود ہے اس طرح کہ ایک دفعہ b تو اس کا مطلب ہے کہ ایک میٹرکس
شناخت کے determinant کا ab کو لے کر ہم یہ حاصل کر سکتے ہیں کہ determinant کو لے کر determinants
کے برابر ہے determinant
کے ڈیٹرمیننٹ کے اوقات کا تعین کرنے والا ہے اور شناخت کی شناخت کا تعین b کیا ہے یہ determinant کی پیداوار کا matrices تو
کا تعین کنندہ صفر a کنندہ کیا ہے ایک اخترن میٹرکس ہے ہر عنصر ایک ہے اور اس طرح یہ ایک کے برابر ہے اب یہ پہلے ہی کہہ رہا ہے کہ
نہیں ہے کیوں کیونکہ اگر یہ صفر تھا
تو یہ رشتہ نہیں ہوگا اور ہمیں اس بات کی ضمانت دی جاتی ہے کہ یہ تعلق ان مراحل کے تسلسل سے ہے جس کا آغاز ہم اس حقیقت سے کرتے
غیر واحد حق ہے لہذا مضمرات کا حصہ صرف وضاحت یا a ہے لہذا اس کا مطلب صرف اس تعریف سے ہے کہ a invertible ہیں کہ
ہے صرف مراحل کی ایک سیریز کا استعمال کرتے ہوئے جس میں a invertible شو یا بذریعہ ہے۔ اس حقیقت سے شروع کرتے ہوئے کہ
کی تعریف بھی شامل ہے یہ حقیقت یہ ہے کہ آپ میٹرکس کے مصنوع کے تعین کنندہ کو متعلقہ تعین کنندگان کی پیداوار کے invertible اس
ایک میٹرکس ہے۔ جو کہ غیر واحد ہے صرف اس صورت میں جب حصہ نسبتاً آسان بھی a علاوہ کچھ نہیں لے سکتے ہیں ہم کہہ سکتے ہیں کہ
ہو
تو یہ کہتا ہے ٹھیک ہے اگر ہم جانتے ہیں کہ یہ غیر واحد ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ ہم ایک میٹرکس کی وضاحت کر سکتے ہیں جیسے تقسیم شدہ
ہے صفر نہیں جسے ہم تعین کنندہ determinant اور وہیں ہم اس حقیقت کو استعمال کر رہے ہیں کہ determinant کے جوائنٹ بذریعہ
سے تقسیم کر سکتے ہیں اور یہ جیسا کہ ہم نے خاص طور پر تین سے تین صور
ix کیس چیک کر سکتے ہیں میٹر کے الٹا کی وضاحت کرے گا۔ n بذریعہ n کو دیکھا ہے لیکن ہم ایک عام ah توں کے لیے
کا تعین کنندہ صفر نہیں ہے جس کا مطلب a غیر واحد ہے اس کا مطلب ہے تعریف کے لحاظ سے a تو معکوس حصہ یا الٹا حصہ یہ ہے کہ
کے تعین کنندہ سے تقسیم شدہ کا ملحقہ ہے اور جیسا کہ ہم نے دیکھا ہے۔ میٹرکس الٹا سے a ہے کہ ہم ایک معکوس کی وضاحت کر سکتے ہیں
کے برابر a inverse i کے برابر aa inverse ہے یہ a invertible مطلوبہ خصوصیات کو پورا کرتا ہے اور اس وجہ سے
ہے اگر اور صرف اس صورت میں جب یہ غیر واحد ہو۔ اور غیر a invertible ہے لہذا یہاں بیان یہ تھا کہ a invertible ہے لہذا
واحد کی تعریف تعین کنندہ کے لحاظ سے کی جاتی ہے لہذا وہاں آپ کے پاس یہ ہے
تو آپ کے پاس ہے یا ہمارے پاس ایک طریقہ ہے جس میں ہم کہتے ہیں کہ ٹھیک ہے اگر میٹرکس کے ڈیٹرمیننٹ کا حساب لگا کر اگر یہ غیر صفر
ہے
تو آپ کو ضمانت دی جاتی ہے کہ یہ ناقابل تبدیل ہے۔ اور نہ صرف یہ صرف ایک بیان ہے اور ثبوت میں ہم معکوس کی وضاحت کا ایک طریقہ لے
کر آئے ہیں لہذا یہ نظریہ ان دو وجوہات کی بناء پر اہم ہے کہ یہ دونوں ایک کے معکوس کو چیک کرنے کے لیے ایک شرط دیتا ہے۔ میٹرکس جو
تعین کنندہ کا غیر صفر ہے اور یہ معکوس کو بالکل درست بھی بیان کرتا ہے لہذا اس کا خلاصہ اس بیان میں کیا جا سکتا ہے کہ ڈیٹرمیننٹس
میٹرکس کی انوسٹیبلٹی کو جانچنے میں اور معکوس کی گنتی میں بھی مدد کرتے ہیں اس لیے یہ آخری تھیوریم کی اہمیت کی اہمیت ہے۔ تھیوریم اس
معلوم invertibility میٹرکس کی determinants اہم ہیں ٹھیک ہے اس لیے ہم نے دیکھا ہے کہ کس طرح determinants لیے
کرنے اور معکوس کی گنتی میں مدد کرتے ہیں اب ہم معکوس کے حسابات کی کچھ مثالیں دیکھیں گے اور ہم یہ کیسے کر سکتے ہیں ہمیشہ ایسا
نہیں ہوتا کہ صرف اس لیے کہ ہم جانتے ہیں کہ اب ہم اس ملحقہ میٹرکس میں ایک معکوس کی وضاحت کر سکتے ہیں اور تعین کنندہ کا استعمال
کرتے ہوئے ہم کسی وقت کچھ معاملات میں بالآخر یہ ایک سوال ہے کہ معکوس کی وضاحت کرنے کا آسان طریقہ ہے
تو اگر یہ ایک عمومی صورت ہے کہ ہم ہمیشہ اس مشترکہ تعریف کی تقسیم کو عامل کے ذریعہ استعمال کر سکتے ہیں جو کچھ دیگر معاملات میں
یا مثال کے طور پر یہ ایک خالص ترچھی میٹرکس ہے آہ ہم صرف معائنہ کے ذریعہ ایک الٹا بھی لے سکتے ہیں کیونکہ بالآخر f الٹا ہوگا اگر
تصور یہ ہے کہ اگر آپ میٹرکس لیتے ہیں
تو اسے اس کے الٹا سے ضرب دیتے ہیں جو آپ کو شناخت فراہم کرے گا تاکہ آپ جس بھی راستے پر آسکیں کے ساتھ لیکن تعین کرنے والوں کی
اہمیت یہ ہے کہ یہ اس وجدان کو کچھ طریقہ فراہم کرتا ہے کہ آپ باضابطہ طور پر عامل کے ذریعہ مشترکہ تقسیم میں وضاحت کر سکتے ہیں
اور یہ آپ کو الٹا حق دے گا لہذا آئیے کچھ مثالوں پر نظر ڈالیں
اب اس x 0 0 0 y 0 0 0 z تو ایک مثال یہ ہے اس کے بعد آئیے تین بائی تین میٹرکس کو دیکھتے ہیں ایک میٹرکس پر غور کریں جیسے
میٹرکس کو دیکھتے ہوئے یہ ایک اخترن میٹرکس ہے
تو ہم اخترن میٹرکس کو کس چیز سے ضرب دیں گے تاکہ یہ آپ کو شناخت فراہم کرے پھر ہم اس میٹرکس کے جوائنٹ کی وضاحت کرتے ہوئے
تعین کنندہ کو تلاش کر سکتے ہیں، آئیے ایک اور طریقہ سے ہم براہ راست حل بھی لکھ سکتے ہیں کہ براہ راست حل کیا ہوگا صرف اس کو دیکھ کر
ہم دیکھتے ہیں کہ ٹھیک ہے اگر ہم صرف اخترن عناصر میں سے ہر ایک کو ان کے متعلقہ الٹا سے ضرب دے سکتے ہیں
سے ضرب کر سکتا ہوں اور یہ تب ہی کام کرے گا جب ان میں سے ہر z کو 1 سے z اور y کے ساتھ 1 سے xy کو 1 سے x تو اگر میں
ایک 0 نہ ہو
تو یہ ممکن ہے۔ میں ایک شناخت حاصل کر سکتا ہوں اور میں یہ کیسے کروں گا کہ میں یہ کر سکتا ہوں کہ اگر میرے پاس ایک اور اختراعی
درج ہوتا ہے z ایک کے ذریعے y ایک کے ساتھ X میٹرکس ہے جس میں ایک
تو میں جو کہہ رہا ہوں وہ یہ ہے کہ ایسا کرنے کا ایک طریقہ یہ ہے کہ ٹھیک ہے اگر میں اسے اس سے ضرب کرتا ہوں
تو یہ رومن ہندسہ ایک آہ شناخت نہیں ہے
سے ضرب دوں x 0 0 0 1 تو شاید میں صرف یہ کہہ سکتا ہوں کہ یہ 1 ہے۔ لہذا اگر میں 1 کو
صفر صفر کو x آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ یہ اس میٹرکس کی پیداوار اور یہ ترجیح شناخت بننے والی ہے کیونکہ z سے y 0 0 0 1 تو
ایک صفر صفر ہے اگر میں اسے اس اخترن میٹرکس سے ضرب دوں x ایک سے x اس پہلے کالم سے ضرب دیا جائے گا
تو ایسی کوئی اصطلاح نہیں ہے جو دوسرے کے ساتھ صفر نہ ہو۔ کالم بنیادی طور پر صرف ترچھی اصطلاحات کو اٹھایا جائے گا لیکن یہ اس وقت
صفر کے برابر نہیں ہے صفر کے برابر نہیں ہے لہذا یہ ایک معائنہ کا طریقہ ہے لہذا یہ کچھ y کے برابر نہ ہو صفر x کام کرے گا جب
معاملات کے لئے کام کر سکتا ہے جیسے آپ جانتے ہیں کہ وہاں کچھ بھی نہیں ہے ام اس کی کوئی ضرورت نہیں ہے کہ ہمیشہ اس مشترکہ
راستے کے ذریعے ایک میٹرکس الٹا کی وضاحت کی جائے۔ بعض اوقات وجدان کے ذریعہ ہم ہمیشہ کسی چیز کے ساتھ آسکتے ہیں لیکن جو کچھ ہم
نے اب کیا ہے اس کی اہمیت یہ ہے کہ یہ الٹا کے ساتھ آنے کا ایک باضابطہ طریقہ فراہم کرتا ہے لہذا آئیے اس میٹرکس کے جوائنٹ کی وضاحت

کرنے کی کوشش کریں معکوس جس طرح سے ہم نے اس کی صحیح تعریف کی ہے
تو سب سے پہلے آپ جو کچھ کرتے ہیں آپ چیک کریں گے کہ کیا یہ بالکل بھی الٹی نہیں ہے اس کے لیے ہم کیسے جانتے ہیں کہ تھیوریم کہتا ہے معاف کیجیے گا اگر اور determinant 0 ہے کہ اگر اور صرف اس صورت میں جب میٹرکس الٹا ہے اگر اور صرف اس صورت میں
صفر ہے determinant صرف اس صورت میں جب
کیا ہے determinant تو اس میٹرکس کا
تو یہ دوسرا طریقہ ہے
یہ ایک اخترن میٹرکس ہے determinant determinant کیا ہے um تو دو طریقہ دو
اور یہ غیر واحد ہے اگر تعین کنندہ صفر نہیں ہے xyz ہے determinant تو خاصیت کے لحاظ سے
پروڈکٹ صفر نہیں ہے اور آپ دیکھ سکتے ہیں وہی حالت ہے جیسا کہ ہم یہاں دیکھ رہے ہیں کہ ان میں سے ہر ایک غیر صفر ہے پھر یہ xyz تو صفر نہیں ہے اور اس کے برعکس کیا وہی حالت ہے جو ہمیں ملتی ہے
تو پہلے ہی ہم دیکھتے ہیں کہ یہ آہ ہو سکتا ہے یہ ایک مساوی قسم کا اخذ ہو گا آہ ٹھیک ہے اس جوائنٹ کے بارے میں کیا ہو سکتا ہے کہ ہم اس میٹرکس کے ملحقہ کے ساتھ آ سکتے ہیں
کے ساتھ بدل کر حاصل کردہ میٹرکس کو منتقل کریں cofactors تو یہ آہ ہو گا ہر عنصر کو ان کے
تو اس کا کوفیکٹر کیا ہے یہ اس میٹرکس کا تعین کرنے والا ہے
ہے، یہاں کیا ہے، آپ دیکھتے ہیں کہ کیا آپ صرف اس قطار اور اس کالم کو بلیک آؤٹ کرتے ہیں ایک میٹرکس کے ساتھ y times z تو یہ
چھوڑا جس میں تین صفر ہیں درحقیقت ایک قطار صفر کی یکساں ہے اور اس طرح وہ یہاں صفر ہونے والی ہے
تو مثال کے طور پر اگر آپ اس کالم اور اس قطار کو بلیک آؤٹ کرتے ہیں
تو ہمارے پاس یہ چار عناصر باقی رہ گئے ہیں وہیں استعمال کرنے کے طریقے ای پراپرٹی یہ کہنا کہ اس چیز کا تعین کرنے والا صفر ہے ایک یہ ہے کہ ایک قطار صفر ہے سیکنڈ اوپری مثلث میٹرکس ہے جس کے اخترن عناصر صفر ہیں اس کے بہت سے طریقے ہیں یا آپ براہ راست تعین کنندہ کا حساب بھی لگا سکتے ہیں اگر آپ تمام چیزوں کو دیکھیں۔ حساب سے آپ دیکھتے ہیں کہ یہ تمام اصطلاحات صفر ہوں گی یہ z اوقات x ہوگا اور yzxzxy ہوگی یہ ایک ترچھا میٹرکس ہے لہذا ٹرانسپوز خود کے برابر ہے لہذا یہ صرف اسے دوبارہ لکھنا y اوقات x ہوگی اور یہ کے تعین کرنے والوں کے ذریعہ تقسیم کیا جائے گا ٹھیک ہے وہ اظہار آپ ah باقی سب کچھ ہے صفر ٹھیک ہے اور الٹا جو مشترکہ ہوگا جو سے تقسیم کرتے ہیں xyz کو yz دیکھتے ہیں کہ ہم
سے ایک ملے گا x تو آپ کو
xy جو یہ عنصر ہے جو ہم y سے تقسیم کریں گے ہمیں ملے گا۔ ایک اوور xyz کو xz تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن آپ کو یہاں کیا ملا ہے آپ ملے گا لہذا یہ اصطلاح جو ہم اس زیادہ رسمی طریقہ سے اخذ کرتے ہیں آپ کو وہی چیز فراہم z سے تقسیم کرتے ہیں اسے ایک اوور xyz کو
اور معائنے کے ذریعے بھی ہم اسی قسم کے طریقہ کار کے ساتھ t کرے گی تاکہ تعین کرنے والے کی باضابطہ وضاحت کے ذریعے دونوں آئیں گے لہذا اس آہ مثال کا مقصد صرف یہ کہنا ہے کہ ٹھیک ہے آہ ایسا نہیں ہے کہ یہ کوئی جادوئی طریقہ ہے جب کوئی جادو ہوتا ہے اس میں شامل ہے کہ ہم جوائنٹ کی وضاحت کیسے کرتے ہیں کہ ہم کیسے آتے ہیں کہ کسی کو ملحقہ آہ کے ساتھ آنے کا خیال آیا جو جوڑ کی تعریف کرتا ہے اور اسی طرح لیکن آخر کار طریقہ ایسا ہے کہ یہ ہماری
سے ملحقہ لے کر اسے ah توقع کے مطابق ہے لہذا ہمیں بعد میں اعتماد ہونا چاہئے۔ اس مثال کو سمجھنے کے بعد کہ ہاں معکوس کی تعریف تعین کنندہ سے تقسیم کرنا جو ٹھیک کام کرے
صرف اپنی سمجھ کو مضبوط یا مستحکم کرنے کے لیے کہ ہم میٹرکس کا حساب کیسے کر ah تو آئیے اس کی ایک اور مثال دیکھتے ہیں اور سکتے ہیں۔ تعین کرنے والے
تو اس میں ہم ایک دو بہ دو مثال کو دیکھتے ہیں اور یہاں ایک عددی مثال کو دیکھتے ہیں
تو آئیے ایک مثال دیکھتے ہیں جو کہ دو 1 3 2 ہے
تو ہو سکتا ہے کہ ہم یہاں مختلف حصے رکھ سکیں۔ ایک معکوس کا حساب لگائیں ٹھیک ہے
ہونے کی ایک مثال ہے صرف معائنہ کرنے سے یہ ایک معکوس کے ساتھ آنا مشکل ہے um تو اب اس میٹرکس کو دیکھتے ہوئے یہ ایک میٹرکس یقیناً ایک جنرل ٹو بائی ٹو میٹرکس کے لیے ہم آپ کو ایک فارمولہ تیار کرکے جان سکتے ہیں الٹا کے ساتھ جو کہ ٹھیک بھی ہے لیکن آئیے ہم اسے منظم طریقے سے کرتے ہیں اس کے لیے ہمیشہ الٹا کا حساب لگانے سے پہلے پہلی چیز یہ ہے کہ ہمیں یہ دیکھنا چاہیے کہ آیا یہ موجود ہے یا نہیں
تو پہلا سوال یہ ہے کہ کیا الٹا موجود ہے؟ کیا معکوس موجود ہے ہم اسے کیسے چیک کریں گے کہ ہم سب سے پہلے تعین کرنے والے کو دیکھیں گے کہ a is 2 2 4 minus 3 4 minus 3 is 1 um ہے
ٹھیک ہے پھر اگلا ہم جانتے ہیں کہ معکوس آگے موجود ہے ہم um صفر نہیں ہے ٹھیک ہے determinant تو معکوس موجود ہے کیونکہ کے y اسے کیسے اچھی طرح سے حساب لگاتے ہیں ہم اس جوڑ کی وضاحت کرکے اس کا حساب لگا سکتے ہیں درحقیقت یہاں معکوس مشترکہ برابر ہے کیونکہ تعین کرنے والا ایک ہے
تو وہ جوڑ کیا ہے
تو پھر الٹا کیا ہے
الٹا ایک کا جوڑ ہوگا جو کہ ایک کا تعین کرنے والا ایک ہے وہ جوائنٹ جوائنٹ دوبارہ کیا ہے a تو
تو میں اسے یہاں لکھتا ہوں شاید یہ ایک میٹرکس کا ٹرانسپوز ہے جو ہر عنصر کو کوفیکٹر سے بدل کر حاصل کیا گیا ہے
تو اس کا کوفیکٹر دو تین کا دو کوفیکٹر ہے مائنس ایک کوفیکٹر 1 مائنس 3 مائنس آرہا ہے کیونکہ یہ دوسری قطار کے پہلے کالم میں ہے لہذا مائنس 1 پاور 3 اور پھر اگر آپ اس کالم اور اس قطار کو حذف کرتے ہیں
تو ہمیں یہاں 3 ایک جیسے ملیں گے
تو یہ 2 ہے۔ مائنس تھری مائنس ایک اور دو اور اب ہم چیک کر سکتے ہیں
تو ہمارے پاس دو تین ہیں ایک دو اور دو مائنس تھری مائنس ایک دو کا تعین کرنے والا ایک ہے
کا الٹا ہے کیس um تو یہ وہی ہے جو ہم نے اس لیکچر میں پڑھا ہے میٹرکس
تو دونوں کو چیک کرنا ہمیشہ اچھا ہوتا ہے
تو آئیے کم از کم یہ چیک کرتے ہیں کہ آیا ایک بار معکوس شناخت ہے
تو آئیے چیک کرتے ہیں کہ بار الٹا کیا ہے
تو اس بار یہ ہے
تو پہلا عنصر 2 گنا 2 جمع 3 ہے اوقات مائنس 1

گنا مائنس 3 جمع 3 گنا 2 2 2 s i تو یہ ہے 1 سیکنڈ
تو مائنس 6 جمع 6 کہ 0 یہ اندراج 1 گنا 2 جمع 2 گنا مائنس 1 ہے 0 اور آخری اندراج ہے 1 2 گنا مائنس 3 گنا 2
تو 4 مائنس 3 پھر یہ ایک ہے جو بالکل شناخت کی طرح ہے بالکل ٹھیک ہے
تو ام یہ آہ مکمل کرتا ہے جو ہم کرنا چاہتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم ایک الٹا آہ کا حساب لگانا چاہتے ہیں یا کوئی ایسی چیز جسے ہم براہ راست نہیں کہہ سکتے کہ الٹا ہے
تو الٹا کیا ہے لیکن شاید دو کے لئے دو آپ عام طور پر فارمولوں کے ساتھ آ سکتے ہیں یہ مشکل ہے لیکن یہ وہ طریقہ ہے جس سے ہم عام میٹرکس ام کے الٹا حساب کر سکتے ہیں ایک چیز کا ذکر کرنا بھی ضروری ہے کہ کچھ معنوں میں الٹا حساب کرنے کے مختلف طریقے ہیں ان میں سے اکثر لیکن اس کے علاوہ اور بھی طریقے ہیں ah ایک اہم کردار ادا کرتا ہے determinant میں
ہم کس طرح معکوس کا حساب لگاتے ہیں ah تو مثال کے طور پر
تو معکوس کا صحیح حساب لگاتے ہیں
تو وہ طریقے کیا ہیں جو ہم نے دیکھے ہیں وہ معائنہ کے ذریعے ہوتے ہیں اور بعض صور
توں میں ایسا ہوتا ہے
تو معائنہ کے ذریعے میرے معائنے کے لیے مثال کے طور پر کچھ صور
ہے جس کا ایک پلس پوائنٹ ہے کہ یہ آپ کو یہ بھی ah کی اس تعریف کا استعمال کرتے ہوئے ah پھر ملحقہ اور تعین کن ah توں کے لیے صفر ہے یہ آپ کو دیتا ہے۔ معکوس کے determinant دیتا ہے کہ آیا ہمیں اس جوڑ کا حساب لگانا چاہیے یا نہیں صرف یہ چیک کر کے کہ کا استعمال کر کے یہاں بونس یہ ہے کہ بونس وہ ہے جو ایک شرط فراہم کرتا adjoined اور determinant وجود کے لیے شرط اس لیے ہے ایک شرط فراہم کرتا ہے کہ کسی معکوس کے وجود کو جانچنے کے لیے شاید اور طریقے بھی ہوں اور صرف اس موضوع کو مکمل کرنے کے لیے صرف یہ چاہتے تھے اس کے لیے ایک سادہ سی مثال پیش کریں اور وہ یہ ہے کہ اگر آپ کے پاس ایک میٹرکس اے ہے جو بعض صور کا حساب لگانے کے لیے بھی استعمال کیا جا سکتا ہے ah کو پورا کرتا ہے جو کہ معکوس ah توں میں کثیر الجہتی مساوات پیش کی ہے۔ مثال جو ہم نے ابھی پچھلی مثال کے لیے پیش کی ہے اگر آپ پچھلی ah تو خاص طور پر اس معاملے کے لیے جو ہم نے صرف مثال کو جاری رکھیں
کے برابر ہے۔ 0 i جمع aمساوات کو پورا کرنے کے لیے دکھایا جائے کہ مربع مائنس 4 o جس کی تعریف 2 3 1 2 ہے a تو میٹرکس کے برابر ہے یا نہیں، اس لیے یہ چیک کیا جا aکہہ سکتے ہیں کہ آیا یہ مائنس 4 i اس لیے آپ اسے چیک کر سکتے ہیں کہ آپ ایک بار جمع a کو چیک کر سکتے ہیں؟ الٹا کنویں کا حساب لگانے کے لیے اس کا استعمال کیسے کیا جا سکتا ہے ایک معکوس ah سکتا ہے کہ کیا ہم
تو میں نے صرف اس 4 کو باہر کے علاوہ ایک معکوس اوقات میں لیا ہے
تو یہ 0 ہے۔
a is identity تو ان میں سے ایک کو معکوس اوقات میں ملایا جا سکتا ہے
یہ دوبارہ شناخت ہے identity times a تو یہ
کے برابر ہے a مائنس i جمع ایک الٹا کیونکہ شناختی اوقات کوئی بھی میٹرکس بذات خود میٹرکس ہے یا یہ ایک الٹا ہے 4 i تو مائنس 4
یہاں لکھا گیا ہے a ہوگا اور a تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا یہ آپ کو الٹا دیتا ہے لہذا 4 میں صرف 4 0 0 4 مائنس
ہم اس سے جانچ سکتے ہیں کہ ہم پہلے کیا کر رہے تھے کہ یہ 2 مائنس 3 مائنس 1 2 s تو یہ ہوگا ہو 2 مائنس 3 مائنس 1 اور 2 اور تھی وہی ہے جو ہمیں یہاں ملا ہے لہذا یہ الٹا حساب کرنے کا صرف ایک طریقہ نہیں ہے یہ بھی ایک الٹا ہے لہذا کائنات کا حساب لگانے کا دوسرا طریقہ ٹھیک ہے
تو صرف مکمل ہونے کے لیے میں یہ دکھاتا ہوں کیونکہ آہ جس وجہ سے میں نے یہ دکھایا وہ صرف اس وجہ سے تھا کہ الٹا کے ساتھ آنے کے مختلف طریقے ہیں وہ یہ ہے کہ آپ کے پاس اس جوڑ اور تعین کنندہ کا حساب لگا کر معائنہ کے ذریعے آہ ہے اور یہ ایک ایسا طریقہ ہے جس میں دوسرے طریقے بھی ہو سکتے ہیں اس لیے صرف ام کے تعین کرنے والے اہم ہیں لیکن یقیناً وہ الٹا آہ کا حساب لگانے کا واحد طریقہ نہیں ہیں اور جب ہم اس پر ہوتے ہیں
تو میرا مطلب یہ ہے کہ ایک سوال جو پیدا ہو سکتا ہے وہ یہ ہے کہ اس قسم کی مساوات حیرت انگیز طور پر کہاں سے آ رہی ہے؟ یا شاید حیرت کی بات نہیں کیونکہ تعین کنندگان بہت اہم ہیں یہ مساوات کسی خاص قسم کے میٹرکس کے تعین کنندگان کو دیکھنے سے آتی ہیں لہذا آپ یہ جانچ سکتے ہیں کہ یہ مساوات ایک کا تعین کنندہ ہے لیمبڈا lambda i so lambda یہاں ایک a یا مائنس i مائنس 2 کا تعین کرنے والا میٹرکس مائنس 2 lambda مائنس 2 مائنس 3 مائنس 1 lambda متغیر مساوات ہے
کے برابر رکھیں گے a کو lambda تو اور اگر آپ
سے نہیں ہے کہ کس طرح ah اس مساوات کو حاصل کریں تاکہ اس کی جانچ کی جا سکے اس کا براہ راست تعلق ah تو آپ میٹرکس حاصل کرنے میں مدد کرتے ہیں لیکن جو چیز ہم عام طور پر حالت میں چیک کر سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر ہمارے determinants سے تبدیل کریں اور a کا تعین کرنے والا لیں اور پھر لیمبڈا کو a کی تعمیر کریں مائنس i پاس کوئی مربع میٹرکس اے ہے اور میٹرکس لیمبڈا جو بھی ہے آپ شناخت کے لیے تبدیل کر سکتے ہیں پھر ہم دیکھیں گے کہ وہ مساوات جو میٹرکس سے مطمئن ہے لہذا اگر آپ لیمبڈا کو تبدیل کرتے ہیں
حل کیا جاسکتا ہے اور پھر اس حقیقت ah تو وہ مساوات اس انداز میں حاصل کی گئی جس میں ایک بھی شامل ہے۔ تعین کنندہ میٹرکس کے ذریعہ کو کچھ دیگر مساوا
کو چٹائی کی کچھ دوسری خصوصیات دیکھیں چاول لیکن ah توں میں بھی استعمال کیا جاتا ہے تاکہ یہ ایک اعلی درجے کا موضوع ہے جس میں اسے یہاں پیش کرنے کا میرا بنیادی مقصد یہ ہے کہ ٹھیک ہے اور بھی طریقے ہو سکتے ہیں لیکن یہ تعین کرنے والے بھی اہم ہیں لہذا آہ ڈیپ ڈیٹرمینینٹ ایک اہم ٹول ہے ایک اہم نمبر ایک مربع میٹرکس سے منسلک ہے بہت سی دلچسپ خصوصیات ہیں جیومیٹرک آئیڈیاز کچھ الجبری آئیڈیاز خود ڈیٹرمینینٹ کے بہت ہی دلچسپ خواص آہ کچھ ہم نے یہاں پیش کیے ہیں مثال کے طور پر ڈیٹرمینینٹ کی پروڈکٹ اس پروڈکٹ کا ڈیٹرمینینٹ ہے اس آئیڈیا کے بہت سے ایپلی کیشنز ہیں جن میں سے ایک ہم نے یہاں دیکھا ہے میٹرکس کا معکوس معلوم کرنے کے لیے اور خاص طور پر ہمارے پاس جو بیان ہے جو ہم نے بنایا ہے وہ یہ ہے کہ تعین کنندگان میٹرکس کے الٹا ہونے کی جانچ کرنے اور معکوس کی گنتی کرنے میں مدد کرتے ہیں اور یہ تھیوریم کی اہمیت تھی جسے ہم نے بالکل ٹھیک اس طرح پیش کیا۔ کہ میں اس لیکچر کو ختم کرتا ہوں اور میں آپ کی توجہ کے لیے آپ کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔