निर्धारकांच्या गुणधर्मांवरील या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून निर्धारकांवरील या अह मालिकेतील हे दुसरे व्याख्यान आहे.
याआधी आपण निर्धारकांच्या व्याख्येबद्दल आणि काही क्षेत्रांबद्दल बोललो होतो, ज्याच्या काही घटना पुढे येतात.
निर्धारकांच्या निर्धारकांच्या गुणधर्मांच्या गुणधर्मांबद्दल बोलणार आहे, म्हणून निर्धारकांच्या गुणधर्मांची गणना करण्याचा प्रयत्न करण्यामागील कल्पना ही इतर कोणत्याही गुणधर्मांसारखीच आहे जी आपण पाहिली असेल उदाहरणार्थ गुणाकाराची वितरणात्मक गुणधर्म अह मुख्य कल्पना म्हणजे त्यात जोडणे ओके म्हणण्याचा प्रयत्न करून आपल्याला व्याख्येवरून जे आधीच माहित आहे ते आपण काही विशिष्ट प्रमाणांची गणना सुलभ करू शकतो का म्हणून आपल्याला काय करायचे आहे असे म्हणायचे आहे की आपल्याला निर्धारकाची व्याख्या माहित आहे परंतु आपण काही गुणधर्म शोधू शकतो जे सोपे किंवा बनवतील अधिक कार्यक्षम प्रक्रिया ज्याद्वारे आम्ही या निर्धारकांची गणना करतो , उदाहरणार्थ , तुमच्याकडे तीन असलेल्या वितरणात्मक मालमत्तेबद्दल विचार केल्यास स्केलर ab आणि c आणि नंतर तुम्ही म्हणता की ठीक आहे a गुणिले b अधिक c ही बेरीज b अधिक c ही बेरीज काही नाही पण आता वैयक्तिकरित्या a गुणिले b अधिक a गुणिले c घेतलेली असली तरीही हे असे काहीतरी आहे जे गुणाकार आणि बेरीजच्या व्याख्येवरून येते.
आम्ही पाहू शकतो आणि आम्ही लवकरच ते लिहू की कल्पना अशी आहे की एक प्रकारे एक समान प्रमाण अधिक कार्यक्षमतेने मोजण्यात सक्षम आहे म्हणून मला काय म्हणायचे आहे ते खालीलप्रमाणे आहे म्हणून कल्पना खालीलप्रमाणे आहे म्हणून तीन संख्यांचा विचार करा abc जे आपण स्केलर म्हणू या आपल्याला माहित आहे की गुणिले b अधिक c गुणिले b अधिक एक गुणिले c च्या बरोबरी आहेत म्हणून हे दोन समान आहेत म्हणून तत्त्वतः कोणत्याही तीन संख्या दिल्यास एकतर आपण हे वापरून गणना करू शकतो किंवा आपण हे वापरून गणना करू शकतो परंतु दोन प्रक्रियांच्या कार्यक्षमतेमध्ये थोडासा फरक आहे, उदाहरणार्थ जर आपण अशा प्रकारे गणना केली तर आपल्याला एक गुणाकार करावा लागेल आणि आपल्याकडे एक बेरीज आहे जी आपल्याला करायची आहे तर या बाजूला आपल्याला दोन करावे लागतील.
mul टिप्प्लिकेशन्स आणि एक जोड
त्यामुळे जरी हे समान परिमाण असले तरी आपल्याला वेगवेगळ्या प्रमाणात प्रयत्न करावे लागतील आणि त्याच प्रमाणात पण भिन्न प्रयत्न करावे लागतील जेणेकरून निर्धारकांची व्याख्या वापरून निर्धारकांचे हे गुणधर्म पाहण्यामागील कल्पना ही आहे की आपण तरीही गणना करू शकतो निर्धारक, परंतु निर्धारकांच्या काही वैशिष्ट्यांचा वापर करून आह या व्याख्येचा उपयोग करून आपण काही सोपी तत्त्वे आणू शकतो जी अर्थातच केवळ जेव्हा आपण निर्धारकांची गणना करण्याचा प्रयत्न करतो तेव्हाच उपयुक्त नाही तर जेव्हा आपल्याला संगणकाद्वारे विशिष्ट निर्धारकांचे मूल्यमापन करायचे असते तेव्हा देखील.

ज्या स्क्वेअर मॅट्रिक्ससाठी आपल्याला निर्धारकाची गणना करण्यात स्वारस्य आहे त्याचा आकार मोठा होतो
त्यामुळे निर्धारकांचे गुणधर्म पाहण्याची ही मूळ कल्पना आहे म्हणून आपण um गुणधर्म बघून प्रारंभ करू आणि वापरून गुणधर्म सत्यापित करण्याचा प्रयत्न करू.
काही उदाहरणे ah आणि काही विशिष्ट गुणधर्म का अर्थ देतात याची कल्पना घेण्याचा प्रयत्न करतात निर्धारक निर्धारकांचे गुणधर्म म्हणून आम्ही फक्त काही साध्या निर्धारकांची काही साध्या मॅट्रिक्सच्या निर्धारकांची मूल्ये लक्षात घेऊन सुरुवात करू, कल्पना अशी होईल की जर तुम्हाला काही विशिष्ट मॅट्रिक्स किंवा विशिष्ट प्रकारचे मॅट्रिक्स ओळखता आले ज्यात तुलनेने सोपी निर्धारक गणना असेल तर आम्ही काय करू शकतो.
अधिक तुलनेने क्लिष्ट मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाची गणना करणे म्हणजे या गुणधर्मांचा वापर करून त्याला फॉर्ममध्ये जवळ आणण्याचा प्रयत्न करणे
म्हणजे पहिला गुणधर्म किंवा पहिला तुलनेने सोपा निर्धारक जो आपल्या लक्षात येईल तो थेट व्याख्येमधून येतो आणि ते म्हणजे जर तुमच्याकडे शून्याच्या संपूर्ण पंक्तीसह एक चौरस मॅट्रिक्स
असेल तर त्या मॅट्रिक्सचा निर्धारक काय असेल ते 0 शिवाय दुसरे काहीही नसेल कारण फक्त व्याख्येनुसार जर तुम्ही 0 नोंदी असलेल्या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार केला तर त्याची बेरीज होईल.
पंक्तीच्या एंट्रीची उत्पादने आणि त्याच्याशी संबंधित कोफॅक्टर त्यांपैकी प्रत्येक 0 असेल आणि
त्यामुळे एकूण निर्धार मुंगी शून्य असेल म्हणून आपण लिहू शकतो की पहिली गुणधर्म म्हणजे जर निर्धारकाची संपूर्ण पंक्ती शून्य असेल तर माफ करा, जर चौरस मॅट्रिक्सची संपूर्ण पंक्ती शून्य असेल तर त्याच्या निर्धारकाची किंमत देखील शून्य असेल.
तर आपण हे सांगण्याचा प्रयत्न करत आहोत की जर स्क्वेअर मॅट्रिक्सची संपूर्ण पंक्ती शून्य असेल तर निर्धारकाची किंमत देखील शून्य असेल आह जसे आपण निर्धारकाच्या व्याख्येमध्ये पाहिले होते तसे आपण करू शकतो असे नाही.
स्क्वेअर मॅट्रिक्स पंक्तीच्या बाजूने विस्तारित केले आहे परंतु आपण ते एका स्तंभासह देखील करू शकतो आणि
त्यामुळे पूर्णतेसाठी हा गुणधर्म वाचला पाहिजे जर स्क्वेअर मॅट्रिक्सची संपूर्ण पंक्ती किंवा स्तंभ 0 असेल तर निर्धारकाचे मूल्य 0 असेल.
ती जोड येथे करा म्हणजे मी म्हणतो की जर स्क्वेअर मॅट्रिक्सची संपूर्ण पंक्ती किंवा स्तंभ शून्य असेल आणि पंक्ती आणि स्तंभ यांच्यातील अशा प्रकारची अदलाबदली अशी गोष्ट आहे जी आपल्याला इतर गुणधर्मांमध्ये देखील दिसेल, म्हणून हे लक्षात घेणे चांगले आहे.
ते येथे आणि आता हे कसे कार्य करते हे पाहण्यासाठी आपण फक्त दोन बाय दोन मॅट्रिक्स पाहू या, जर आपण दोन बाय दोन मॅट्रिक्सचे उदाहरण विचारात घेतो ज्यामध्ये दोन शून्य नोंदी सीडी आहेत तर एकतर आपण um ही व्याख्या किंवा सूत्र वापरून निर्धारक घेऊ.
हे जाणून घ्या की ही एंट्री वेळ आहे ही नोंद वजा या दोन्ही मार्गांनी आपण हे मिळवू शकतो की जर आपण या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार केला तर ती 0 पट अधिक आहे 0 पट आणखी काहीतरी आणि त्यांपैकी प्रत्येकाची बेरीज 0 असल्याने बेरीज शून्य आहे आणि एखादी व्यक्ती असे करण्याची कल्पना करू शकते.
हे सामान्य n बाय n चौरस मॅट्रिक्ससाठी फक्त एका ओळीत विस्तृत करा किंवा स्तंभासह विस्तृत करा जर ते पूर्णपणे शून्य असेल तर निर्धारकाचे मूल्य शून्य असेल ठीक आहे, म्हणून ही एक साधी मालमत्ता आहे परंतु काहीतरी बनवणे चांगले आहे.
ओके ची टीप

 त्यामुळे पुढील प्रॉपर्टी बद्दल ज्या प्रॉपर्टी दोन बद्दल आपण बोलू इच्छितो त्या प्रॉपर्टी दोन ची देखील चव सारखीच आहे आणि इथे कल्पना अशी आहे की जर तुमच्याकडे कर्ण मॅट्रिक्स असेल तर आठवा कर्ण मॅट्रिक्स हे मॅट्रिक्स आहे ज्यामध्ये फक्त त्याच्या बाजूने घटक आहेत कर्ण आणि उरलेल्या नोंदी शून्य आहेत म्हणून जर आपण कर्ण मॅट्रिक्स बघितले तर त्याचा निर्धारक हे कर्ण नोंदींचे गुणानुरूप दुसरे काहीही नसून
कर्ण मॅट्रिक्स कर्ण मॅट्रिक्ससाठी निर्धारक हा कर्णप्रविष्टींचा गुणाकार आहे आणि हे असे का आहे? पुन्हा हे थेट व्याख्येचे अनुसरण करते ज्यामध्ये तुम्ही आता कोणत्याही पंक्ती किंवा स्तंभासह विस्तारित करण्याचा प्रयत्न केला तर तुमच्याकडे काय उरले आहे कारण फक्त एकच प्रविष्टी आहे जी शून्य नसलेली असेल, ज्यामुळे तुम्हाला गुणाकार होणारी एकमेव संज्ञा असेल.
 त्याच्या कोफॅक्टर द्वारे जी नेहमी
कर्ण मॅट्रिक्सच्या रचनेसारखीच एक रचना असेल, तर याची कल्पना येण्यासाठी आपण फक्त तीन बाय तीन मॅट्रिक्सच्या उदाहरणावर एक नजर टाकूया म्हणजे आपण 3 बाय चे उदाहरण पाहू.
 3 मॅट्रिक्स म्हणजे जर तुमच्याकडे मॅट्रिक्स a 1 असेल तर ते कर्ण मॅट्रिक्स बरोबर आहे
 त्यामुळे ऑफ कर्ण संज्ञा शून्य आहेत एक दोन दोन आणि तीन तीन ठीक आहे आता जर हे मॅट्रिक्स असेल आणि आम्हाला याचा निर्धारक घ्यायचा असेल तर आपण कोणत्याही पंक्ती किंवा स्तंभासह विस्तारित करू शकतो म्हणून आपण उदाहरणार्थ या पंक्तीसह विस्तारित करू या म्हणजे ही नोंद याच्या 1 1 पट त्याच्या कोफॅक्टरच्या बरोबरीची असेल
 त्यामुळे ही संपूर्ण पंक्ती हा स्तंभ हटवून कोफॅक्टर व्याख्येतून लक्षात ठेवला जाईल.
 आणि मग आपल्याजवळ ah a 2 2 0 0 a 3 3 हे कोफॅक्टर असेल कारण या 1 1 ची अनुक्रमणिका अशी आहे की वजा 1 घात 1 अधिक 1 जो 1 व्यतिरिक्त काहीही नाही आणि नंतर इतर संज्ञा आपण करत नाही त्याबद्दल काळजी करावी लागेल कारण ते 0s आहेत कारण या अटी 0s आहेत आता या संज्ञेचे काय पुन्हा एकतर थेट व्याख्येतून किंवा दोन बाय दोन मॅट्रिक्सचे निर्धारक जाणून घेऊन आपण हे फक्त एक एक वेळा दोन दोन वेळा लिहू शकतो.
 एक तीन तीन
 त्यामुळे तेथे आपल्याकडे असे आहे की कर्ण मॅट्रिक्सचा निर्धारक हे कर्ण घटकांचे गुणानुरूप दुसरे काहीही नाही आणि आपण जे चित्रित केले आहे ते तीन बाय तीन मॅट्रिक्ससाठी सर्वसाधारणपणे 2 बाय 2 किंवा त्याहून अधिक सामान्यतः इतर कोणत्याही प्रकारच्या ऑर्डरसाठी आहे.
 n द्वारे n आम्ही c एक समान प्रकारची मालमत्ता आहे की जर तुम्ही कर्ण मॅट्रिक्सकडे पाहिले तर त्याचे निर्धारक जर तुम्हाला मोजायचे असतील तर ते खूप सोपे आहे तुम्हाला फक्त कर्ण संज्ञा पहाव्या लागतील आणि त्यांचे उत्पादन बनवा आणि ते निर्धारक आहे आणि ते दाखवा.
 सर्वसाधारणपणे देखील आपण अशा प्रकारचा आह एका पंक्ती किंवा स्तंभासह विस्तारित करू शकतो आणि पुन्हा मागील गुणधर्मांप्रमाणे हे जाणून घेणे चांगले आहे कारण जर तुमच्याकडे एक निर्धारक असेल ज्याचे स्वरूप कर्ण मॅट्रिक्ससारखे काहीतरी असेल तर आम्हाला माहित आहे की ते केवळ कर्ण मॅट्रिक्ससाठी नव्हे तर निर्धारकाचे मूल्यमापन करण्याचा एक सोपा मार्ग स्वीकारणार आहे आणि खरं तर हा गुणधर्म तीनचा विषय आहे जो म्हणजे जर तुमच्याकडे त्रिकोणी मॅट्रिक्स असेल तर त्रिकोणी मॅट्रिक्स ही अशी गोष्ट आहे ज्यामध्ये फक्त एकावर घटक असतात.
 कर्णाची बाजू वरच्या त्रिकोणी किंवा खालच्या त्रिकोणी असते परंतु त्या प्रकरणांमध्ये देखील आणि अंदाजे समान प्रक्रिया वापरून आपण हे दाखवू शकतो की त्रिकोणी मॅट्रिक्सचा निर्धारक देखील उत्पादन असेल कर्णप्रविष्टांचे, तर मी हे खाली लिहू दे, मला हा गुणधर्म लिहू दे, म्हणजे गुणधर्म तीन म्हणजे
त्रिकोणी मॅट्रिक्ससाठी निर्धारक हा कर्णप्रविष्टांचा गुणाकार आहे, उदाहरण म्हणून आपण साधे दोन बाय दोन उदाहरणे विचारात घेऊ या.
 abc आणि येथे एक 0 आहे
 त्यामुळे हे वरच्या त्रिकोणी मॅट्रिक्सच्या उजव्या स्वरूपात आहे आणि याचा निर्धारक काय आहे म्हणून याचा निर्धारक काही वेळा ca टाईप c आहे जो फक्त आपण करू शकलेल्या कर्णप्रविष्टींचे उत्पादन आहे उदाहरणाद्वारे तीन बाय तीन किंवा सामान्य n देखील पहा परंतु कल्पना अशी आहे की जर तुमच्याकडे सामान्य मॅट्रिक्स असेल तर या विशिष्ट प्रकरणात तीन बाय तीन म्हणूया, जर तुमच्याकडे abc असेल आणि या प्रकरणात तीन पाहू.
 तीन खालच्या त्रिकोणी मॅट्रिक्सद्वारे
 त्यामुळे या प्रकरणांमध्ये आपल्याकडे शून्य आहेत आणि नंतर येथे काय आहे ते काही फरक पडत नाही ते काही बरोबर असू शकते म्हणून जर तुम्हाला निर्धारकाचे मूल्यमापन करायचे असेल तर हे खालचे त्रिकोणी मॅट्रिक्स आहे या मॅट्रिक्सचा आपण या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार करू शकण्यापूर्वी कारण या दोन नोंदी शून्य आहेत
 त्यामुळे त्याचा कोफॅक्टर एक वेळा असेल
 त्यामुळे कोफॅक्टरमध्ये b शून्य आह डॉट c असेल म्हणून हा बिंदू दर्शवितो की आपल्याला काळजी करण्याची गरज नाही असे काहीही असू शकते या दोन संज्ञांबद्दल कारण ते शून्य आहेत आणि या निर्धारकाचा विस्तार करताना आपल्याला माहित आहे की ते पुन्हा abc आहे, म्हणून पुन्हा
कर्ण नोंदींच्या कर्ण नोंदींचे हे गुणाकार आहे,
म्हणून हे पुन्हा ah हे मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाची गणना कशी करावी हे दर्शवित आहे.

निर्धारकाची गणना करणे तुलनेने सोपे आहे म्हणून जर तुमच्याकडे त्रिकोणी मॅट्रिक्स किंवा कर्ण मॅट्रिक्स किंवा मॅट्रिक्स ज्यामध्ये शून्यांची एक संपूर्ण पंक्ती किंवा स्तंभ असेल तर त्याचे निर्धारक मोजणे तुलनेने सोपे आहे म्हणून या तीन गुणधर्मांच्या संचामध्ये काय आपण नुकतेच पाहिले आहे किंवा लक्षात आले आहे की आह मोठ्या प्रमाणावर सहज मोजता येण्याजोगे निर्धारक आहेत हे सर्व ठीक आहे,

त्यामुळे पुढे आपण पुढील गुणधर्मांच्या पुढील संचाकडे जाऊ.
येथे आम्ही हे गुणधर्म काही भौमितिक कल्पनांशी किंवा बीजगणितीय कल्पनांशी कसे संबंधित आहेत यावर चर्चा करण्याचा प्रयत्न करू शकतो ज्यावर आम्ही निर्धारकाचा उल्लेख केला तेव्हा आम्ही चर्चा केली , उदाहरणार्थ जर तुम्ही संपूर्ण पंक्ती असलेल्या एह मॅट्रिक्स किंवा स्क्वेअर मॅट्रिक्सबद्दल विचार केला तर शून्याचे बरोबर आहे, जर तुम्ही दोन बाय दोन मॅट्रिक्स म्हणूया कारण ते परिमाण आहे ज्यामध्ये आपण निर्धारकाच्या भूमितीबद्दल चर्चा केली आहे आणि एक पंक्ती शून्य आहे, तर याचा अर्थ काय आहे की मॅट्रिक्सचे दोन स्तंभ एका बाजूने संरेखित आहेत y अक्ष म्हणजे मुळात कोणतेही क्षेत्रफळ नाही आणि याचा अर्थ असा होतो की निर्धारक 0 आहे कारण समांतरभुज चौकोनामध्ये कोणतेही क्षेत्रफळ बंद केलेले नाही, म्हणून मी ही कल्पना थोडक्यात स्पष्ट करतो, म्हणजे ही एक छोटी टीप आहे आणि ती म्हणजे जर तुमच्याकडे 2 असेल तर 2 मॅट्रिक्स एक पंक्ती शून्य आहे आणि म्हणून हे काहीही असू शकते आपण a आणि b म्हणू या आणि नंतर जर आपण हे भूमितीय पद्धतीने रेखाटण्याचा प्रयत्न केला, जसे आपण मागील व्याख्यानात केले होते, हा x अक्ष आहे आणि हा y अक्ष असेल तर तुम्हाला सदिश स्तंभ सदिश स्तंभ म्हणून त्याचा विचार करता, तर एक 0 a आहे, कदाचित हा 0 a असेल आणि कदाचित दुसरा शून्य b असेल तर इथे समांतरभुज चौकोन काय आहे, समांतरभुज चौकोन नाही कारण हे दोन सदिश समांतर आहेत.
समरेखीय आहेत म्हणून स्तंभ स्तंभ सदिशाने बंद केलेले क्षेत्रफळ 0 आहे आणि हे निर्धारक स्वतःच 0 असण्याशी सुसंगत आहे.
आता निर्धारक शून्य आहे ही वस्तुस्थिती तुम्ही पुन्हा थेट मोजू शकता किंवा तुम्ही फक्त गुणधर्मावरून लक्षात घेऊ शकता की तुम्हाला ठीक आहे एक मॅट्रिक्स शून्यांनी भरलेला आहे आणि म्हणून निर्धारक शून्य आहे
त्यामुळे फक्त ही छोटी नोंद बनवण्याची मुख्य कल्पना ही आहे की आपण ज्या मालमत्तेवर चर्चा केली आहे किंवा ज्यांच्यासाठी आपण चर्चा करू शकतो त्यांच्यासाठी फक्त एक असणे उपयुक्त ठरू शकते.
भौमितिक चित्र मनात आहे कारण ते फक्त आपल्या समजूतदारपणाला एक थर जोडते ठीक आहे, आता पुढे आपल्याला पुढील प्रॉपर्टीवर जायचे आहे म्हणजे प्रॉपर्टी चार म्हणजे ही प्रॉपर्टी डेटर्मीशी संबंधित आहे मॅट्रिक्सचे nant आणि त्याचे ट्रान्सपोज म्हणून आठवते जेव्हा आपण मॅट्रिक्सच्या ट्रान्सपोजबद्दल बोलतो तेव्हा मॅट्रिक्सचे ट्रान्सपोज पंक्ती आणि त्यांचे स्तंभ बदलून मिळवले जाते आणि निर्धारकाच्या व्याख्येतून थेट प्राप्त होणारी गोष्ट म्हणजे त्यांच्याकडे समान आहे निर्धारक म्हणून मॅट्रिक्स आणि त्याच्या ट्रान्सपोजमध्ये समान निर्धारक असतात म्हणून गुणधर्म असा आहे की जर आपण मॅट्रिक्स स्क्वेअर मॅट्रिक्सच्या पंक्ती आणि स्तंभाची अदलाबदल केली तर चौरस मॅट्रिक्सच्या पंक्ती आणि स्तंभाची अदलाबदल केली तर दुसऱ्या शब्दांत निर्धारकाचे मूल्य बदलत नाही.
स्क्वेअर मॅट्रिक्सचा निर्धारक a म्हणून आपण स्क्वेअर मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाची गणना करण्यासाठी नोटेशन म्हणून येथे निर्धारक वापरत आहोत,
म्हणून ट्रान्स्पोज हे मॅट्रिक्सच्या ट्रान्सव्हर्स दर्शविण्यासाठी वापरले जाणारे चिन्ह आहे
त्यामुळे निर्धारक आणि त्याचे हस्तांतरण माफ करा माफी मागितली तर मॅट्रिक्स आणि त्याचे ट्रान्सपोज समान निर्धारक आहेत आणि हे असे काहीतरी आहे जे तुम्ही करू शकता एक मितीय किंवा एक एक चौरस मॅट्रिक्स पहा म्हणजे ते फक्त ट्रान्सपोज मॅट्रिक्सच्या बरोबरीचे आहे म्हणून त्यात नवीन काही नाही अहो दोन बाय दोन मॅट्रिक्ससाठी देखील आपण गणना करू शकतो आणि हे घडते ते पाहू या, तर आपण ते पाहू.
तुम्ही 2 बाय 2 मॅट्रिक्स पहा तुमच्याकडे मॅट्रिक्स abcd आहे ठीक आहे त्याचे ट्रान्सपोज काय आहे किंवा कॉलममधील ओळींची अदलाबदल करून आपण काय मिळवले आहे,
त्यामुळे येथे ab ही एक पंक्ती आहे म्हणून आपण स्तंभ ab पुन्हा cd बनवू शकतो.
एक पंक्ती आपण एक कॉलम सीडी बनवू शकतो ठीक आहे म्हणून हा एक जाहिरात वजा बीसी आहे एक निर्धारक आहे तर याचा निर्धारक जाहिरात वजा बीसी आहे इथे पुन्हा काय आहे याचा निर्धारक जाहिरात वजा बीसी आहे म्हणून येथे देखील निर्धारक जाहिरात वजा बीसी आहे
त्यामुळे हे दोन्ही समान आहेत
त्यामुळे तुम्ही मॅट्रिक्सचे ट्रान्सपोज घेऊ शकता आणि तुम्हाला समान निर्धारक मिळू शकतात हे दोन बाय टू मॅट्रिक्ससाठी तीन बाय तीनसाठी आहे, तसेच आम्ही निर्धारकांच्या व्याख्येनुसार ते कसे पडताळते ते तपासू शकतो किंवा तपासू शकतो.
कारण तिथे आम्ही म्हणतो ठीक आहे पंक्ती किंवा स्तंभाच्या बाजूने विस्तार करू शकतो म्हणून जर तुम्हाला हे पहायचे असेल तर निर्धारकाचे मूल्य स्पष्टपणे मोजण्याऐवजी आम्ही पंक्ती ab च्या बाजूने विस्तारित करण्याऐवजी ओके म्हणू शकतो येथे आम्ही या स्तंभाच्या बाजूने विस्तार करत आहोत ab आणि नंतर आपण पाहतो की कोफॅक्टर एकसारखे बाहेर येतात आणि
त्यामुळे निर्धारकांची मूल्ये अधिक सामान्य मॅट्रिक्स तीन बाय तीनसाठी सारखीच निघतात तसेच आपण तेच तर्क लागू करू शकतो जी पहिली पंक्ती पहिली बनते.
जर तुम्ही त्या बाजूने स्तंभाचा विस्तार केला तर ah पुनरावृत्तीने किंवा इंडक्शन वापरून कोणीही ठीक म्हणू शकतो कारण आपल्याला दोन बाय दोन मॅट्रिक्स माहित आहेत आणि त्याचा ट्रान्सपोज समान निर्धारक आहे म्हणून कोफॅक्टर मॅट्रिक्स मॅट्रिक करतो जे कोफॅक्टर बनवतात त्यांना देखील समान निर्धारक असतात आणि असेच आपण हे सर्वसाधारण वातावरण चौरस मॅट्रिक्स आह साठी करू शकतो पण मुद्दा न्याय्य आहे आणि येथे लक्षात घेण्याजोगा मुद्दा असा आहे की मॅट्रिक्स आणि त्याच्या ट्रान्सपोजमध्ये समान निर्धारक असतात.
ही प्रॉपर्टी 4 आहे ज्याबद्दल तुम्हाला आता बोलायचे होते पुढील गुणधर्माचा संबंध आहे जेव्हा तुम्ही निर्धारकाच्या दोन ओळींची अदलाबदल करता तेव्हा काय होते , जर तुमच्याकडे सामान्य मॅट्रिक्स स्क्वेअर मॅट्रिक्स असेल आणि तुम्ही एक पंक्ती बदलून ती दुसऱ्या ओळीत बदलली तर जर तुमच्याकडे एक स्तंभ असेल तर निर्धारकाच्या मूल्याचे काय होते त्याचप्रमाणे जर तुमच्याकडे एक स्तंभ असेल तर तुम्ही त्यास दुसऱ्या स्तंभात बदलले तर निर्धारकाच्या मूल्याचे काय होते आणि आपण हे पाहणार आहोत की असे केल्यास निर्धारकाचे चिन्ह बदलू द्या मी ते लिहून ठेवतो आणि मग असे का घडते ते आपण पाहू या पुढील गुणधर्म असा आहे की जर कोणत्याही दोन पंक्ती किंवा स्तंभ पुन्हा असतील तर पंक्ती आणि स्तंभांमध्ये अशा प्रकारचे द्वैत आहे या अर्थाने की आपण एकाबद्दल जे म्हणतो ते तितकेच चांगले लागू

होते.
 दुसरे आणि ते खालीलप्रमाणे आहे कारण मॅट्रिक्स आणि ट्रान्सपोज जेथे तुम्ही पंक्ती आणि स्तंभांची अदलाबदल करता तेथे निर्धारक समान असतात म्हणून जर त्यांची अदलाबदल केली तर निर्धारकाचे चिन्ह बदल उम बदलते
 त्यामुळे मला हे पुन्हा वाचू द्या जर कोणत्याही दोन ओळी किंवा स्तंभ एकमेकांशी बदलले गेले तर निर्धारकाचे चिन्ह बरोबर बदलते आणि हे कार्यान्वित आहे हे पाहण्यासाठी आपण काही उदाहरणे विचारात घेऊ शकतो अहो आपण दोन बाय दोन उदाहरणांसह सुरुवात करू या आपण एक पंक्ती आणि स्तंभ बदलू आणि नंतर निर्धारकाच्या मूल्याचे काय होते ते पाहू या उदाहरणात आणि हे उदाहरण आपल्याला या बदलांसाठी फक्त एक नोटेशन स्थापित करण्यास मदत करेल जेणेकरून आपल्याकडे आपले दोन बाय दोन मॅट्रिक्स असतील abcd याला rho एक म्हणू या याला rho टू म्हणू या आणि आपण करत असलेले परिवर्तन हे आहे की आपण r एक आणि r दोन ची अदलाबदल करत आहोत, तर काय होईल जेव्हा आपण पंक्ती 1 ab ऐवजी r1 आणि r2 बदलतो तेव्हा आपल्याकडे rho 2 आहे जे cd आहे आणि cd ऐवजी cd आहे कारण आपण ते ab बरोबर बदलले आहे आपल्याकडे ab आहे आता आपण निर्धारकांची गणना करू या आधी प्रमाणे दोन बाय दोन मॅट्रिक्स ॲड वजा बीसी साठी किंवा आपण ते करू शकतो.
 एका ओळीत विस्तार करणे आणि cofactors शोधणे म्हणजे ही जाहिरात मायनस bc आहे, इथे पुन्हा सूत्र वापरून आमच्याकडे आहे पंक्तीतील पहिली नोंद एक स्तंभ एक c आहे
 त्यामुळे ती प्रत्यक्षात cb वजा जाहिरात बरोबर आहे आणि तुम्ही पाहिले तर या दोन संज्ञा हे काही नाही पण जाहिरात वजा बीसी चे वजा आहे
 त्यामुळे या दोन मधील चिन्हाची तुलना केली तर बरोबर बदलते
 त्यामुळे जर तुम्ही पंक्तीची अदलाबदल केली किंवा आम्ही स्तंभासाठी समान रीतीने करू शकलो तर आम्ही ते दोन बाय दोन मॅट्रिक्ससाठी करू शकतो आपण येथे पाहिले आहे की आपण तीन बाय तीन चार बाय चार असे करू शकतो सर्वसाधारणपणे एक n बाय n मॅट्रिक्स ah साठी आम्ही येथे स्थापित करू शकतो आम्ही नुकतेच सत्यापित केले आहे परंतु अधिक औपचारिकपणे असेही म्हणता येईल की जर तुम्ही फक्त पंक्ती बदलल्या तर स्तंभ नंतर निर्धारकाचे चिन्ह बदलणार आहे निरपेक्ष मूल्य समान असेल परंतु चिन्ह पूर्णपणे बदलेल म्हणून ही मालमत्ता आहे phi आह पुढील गुणधर्म मनोरंजक आहे आह ते सिद्ध करण्यासाठी या विशिष्ट गुणधर्माचा वापर करते परंतु मी काय t म्हणते की जर तुमच्याकडे आता दोन पंक्ती समान असतील तर निर्धारकाचे मूल्य देखील शून्य आहे आह फक्त आह अतिशय उल्लेखनीय प्रकारची मालमत्ता आहे आणि विशेषत: जेव्हा आपण ते पाहतो तेव्हा त्याचा पुरावा देखील खूप आकर्षक आहे आणि हे विधान हे फक्त पंक्तीपुरतेच मर्यादित नाही कारण आपण पाहिले आहे की आपण पंक्तीबद्दल जे काही बोलतो ते बहुतेक प्रकरणांमध्ये आपण स्तंभाबद्दल देखील म्हणू शकतो आणि विधान असे असेल की जर दोन स्तंभ एकसारखे असतील तर त्या मॅट्रिक्सचा निर्धारक देखील 0 असेल.

 .

 तर आपण फक्त ते पाहू या म्हणजे गुण सहा म्हणजे जर मॅट्रिक्सच्या दोन पंक्ती किंवा स्तंभ एकसारखे असतील तर एकसारखे असतील म्हणजे ते एकसारखे असतील तर
त्याच्या निर्धारकाचे मूल्य शून्य असेल तर मॅट्रिक्सच्या दोन पंक्ती किंवा स्तंभ एकसारखे असतील.
 समान असेल तर त्याच्या निर्धारकाचे मूल्य शून्य बरोबर आहे, परंतु हे कसे दाखवायचे अर्थातच आपण काही उदाहरणे पाहू शकतो आणि म्हणू शकतो परंतु अधिक मनोरंजक गोष्ट म्हणजे आपण एक गुणधर्म पाच वापरू शकतो की आपल्याजवळ ge आहे असे म्हणू या neral स्क्वेअर मॅट्रिक्स a जर तुमचा विश्वास असेल की प्रॉपर्टी phi असेल तर आमच्याकडे असे आहे की जर आपण कोणत्याही दोन ओळी किंवा स्तंभांची अदलाबदल केली तर निर्धारकाचे चिन्ह बदलले पाहिजे परंतु जर दोन ओळी सारख्या असतील तर जर तुम्ही त्यांची अदलाबदल केली तर मॅट्रिक्स स्वतः बदलणार नाही परंतु निर्धारकाचे चिन्ह बदलेल
 त्यामुळे निर्धारकाचे मूल्य ० असेल तरच हे शक्य आहे .
 म्हणून मी फक्त हे लिहितो म्हणजे पुरावा आहे म्हणून चौरस मॅट्रिक्सचा उजवा विचार करा ज्यामध्ये दोन समान पंक्ती असलेल्या समान पंक्ती आहेत आपण कॉल करूया.
 त्या पंक्ती ri आणि rj ri ऊर्जा आम्हाला माहित आहे की पंक्ती rirj ची अदलाबदल केल्याने समान मॅट्रिक्स a मिळेल परंतु मागील गुणधर्मावरून निर्धारक बदलांचे चिन्ह असे आहे की जर तुमच्याकडे निर्धारक a असेल तर मॅट्रिक्स a if चा निर्धारक असेल तुम्ही
पंक्ती ri आणि rj च्या अदलाबदलीचे मूल्य बदलले आहे तर निर्धारकाचे चिन्ह याचे वजा असेल
 त्यामुळे याचा निर्धारक मॅटचा निर्धारक असेल rix a जेथे चिन्ह पंक्ती ri आणि rj एकमेकांशी बदलतात परंतु ri आणि r एकसारखे असल्यामुळे हे मॅट्रिक्स दुसरे काही नसून a म्हणून आपण अशा परिस्थितीत येतो जिथे a चा वजा निर्धारक a च्या निर्धारकाच्या बरोबर असतो जे केवळ a चा निर्धारक असल्यासच शक्य आहे शून्य सर्व बरोबर आहे म्हणून मागील गुणधर्माचा वापर करून आम्ही येथे असे म्हणू इच्छितो की जर तुमच्याकडे चौरस मॅट्रिक्स असेल ज्यात समान पंक्ती दोन समान पंक्ती असतील किंवा आपण असे म्हणू शकतो की दोन समान स्तंभांसाठी समान युक्तिवाद असेल तर त्या निर्धारकाचे मूल्य असेल शून्य ठीक आहे म्हणून ही देखील एक मनोरंजक मालमत्ता आहे कारण त्यात अनेक परिणाम आहेत किंवा अनेक परिणाम आहेत जे आपण पाहू शकतो की त्यापैकी एक मनोरंजक आहे म्हणून मी फक्त त्याची एक नोंद करतो आणि ती निर्धारकाच्या व्याख्येकडे परत जाते, जेणेकरून तुम्हाला वाटत असेल तर निर्धारकाच्या व्याख्येबद्दल असे म्हटले आहे की निर्धारक म्हणजे काहीही नसून एका पंक्ती किंवा स्तंभाच्या नोंदींच्या पंक्तींच्या गुणाकाराची बेरीज आणि त्यांच्याशी संबंधित सहघटकांची बेरीज असते तर काय होते तुम्ही एका पंक्तीच्या नोंदींच्या गुणाकाराची बेरीज दुसऱ्या पंक्तीच्या सहघटकांसह घ्या, मी जे म्हणत आहे ते पुढीलप्रमाणे तीन बाय तीन मॅट्रिक्स पाहू आणि असे म्हणू की आपल्याकडे तीन बाय तीन मॅट्रिक्स आहे तीन बाय तीनचा विचार करू.
 तीन मॅट्रिक्स ah म्हणून आधी वापरतो जसे आपण एक एक एक एक दोन अह एक

तीन दोन एक दोन दोन दोन तीन तीन एक तीन दोन आणि तीन तीन सर्व ठीक आहे म्हणून हे लहान a मॅट्रिक्सच्या नोंदी निर्धारित करतात आणि आपण असे म्हणूया की कॅपिटल a हा एंट्री aij चा cofactor आहे मग निर्धारक काहीही नाही परंतु आपण असे म्हणूया की जर तुम्ही एकाच्या बाजूने विस्तार केला तर निर्धारक एक एक गुणा एक एक अधिक एक दोन गुणा एक दोन असेल.
अधिक एक तीन वेळा एक तीन आत्ता प्रश्न असा आहे की तुम्ही या कोफॅक्टर्सच्या जागी या इतर घटकांच्या कोफॅक्टर्ससह बदलल्यास काय होईल दुसऱ्या शब्दांत मी खालीलप्रमाणे केले तर काय होईल एक एक दोन एक अधिक एक दोन वेळा a दोन दोन अधिक एक तीन वेळा wo थ्री म्हणजे हे मूल्य काय आहे आणि सर्वसाधारणपणे आपण पंक्ती किंवा स्तंभांच्या इतर विस्तारासाठी हे विचारू शकतो की येथे काय घडते याची कल्पना चांगली आहे किंवा उत्तर असे आहे की हे 0 असेल आणि हे पाहण्याचा एक सोपा मार्ग असेल उत्पादनांच्या या बेरजेपासून त्या मॅट्रिक्सकडे परत जाण्याचा प्रयत्न करा ज्याचा निर्धारक या अभिव्यक्तीद्वारे व्यक्त केला गेला आहे, असे दिसून येईल की त्या मॅट्रिक्समध्ये दोन समान पंक्ती आहेत आणि फक्त मागील गुणधर्मावरून आम्ही पाहिले की तुमच्याकडे दोन समान पंक्ती असल्यास तो मॅट्रिक्स निर्धारक 0 असणार आहे मी ते लिहून ठेवतो म्हणजे ती अभिव्यक्ती 1 1 वेळा 2 1 अधिक एक दोन वेळा दोन दोन अधिक एक तीन वेळा दोन तीन हे काय आहे आता आपण फक्त ah a दोन विस्तृत करूया एक हे एक एक दोन एक हे दोन एक घटकाचे सहघटक नसून दुसरे काहीही नाही, म्हणून तेथे आपल्याकडे वजा एक घात दोन अधिक एक पट आहे मॅट्रिक्सचा निर्धारक a21 असलेली संपूर्ण पंक्ती आणि स्तंभ हटवल्याने हे आहे a12 a13 आणि नंतर a 3 2 a 3 3 ठीक अधिक a 1 2 वजा 1 घात 2 अधिक 2 पट मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाच्या संपूर्ण पंक्ती बदलून किंवा दोन दोनची संपूर्ण पंक्ती आणि स्तंभ हटवून मिळवा म्हणजे एक एक एक एक तीन एक तीन एक तीन तीन आणि त्याचप्रमाणे शेवटची टर्म एक तीन वजा एक पॉवर दोन अधिक तीन वेळा एक एक एक दोन तीन एक तीन दोन ठीक आहे म्हणून ही संज्ञा उणे एक आहे ही संज्ञा अधिक एक आहे आणि ही संज्ञा उणे एक आहे म्हणून जर मी बाहेरून वजा एक घेतला तर मी हे लिहून ठेवल्यास हे एक एक वेळा एक दोन एक तीन तीन दोन तीन तीन वजा एक दोन मध्ये एक एक एक एक होईल तीन एक तीन एक तीन तीन राईट अधिक ही टर्म शेवटची टर्म जी एक तीन वेळा एक एक एक दोन तीन एक तीन दोन ठीक आहे आणि नंतर मी कंस बंद करतो म्हणून तुम्ही आता फक्त याची तपासणी केली तर याशिवाय काहीही होणार नाही मॅट्रिक्सचे निर्धारक म्हणून आपण निर्धारक s च्या व्याख्येच्या उलट दिशेने जात आहोत o जर मी फक्त असे म्हणतो की हा मॅट्रिक्सचा निर्धारक आहे a 1 1 a 1 2 a 1 3 a 1 2 a 1 1 a एक दोन एक तीन आणि तीन एक तीन दोन तीन तीन ज्याची पायरी होती.
इथे ते इथपर्यंत फक्त या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार करून होते
आणि आपण येथे जे पाहतो ते म्हणजे या दोन समान संज्ञा आहेत आणि फक्त मागील गुणधर्मावरून आपल्याला माहित आहे की याचा अर्थ हा निर्धारक 0 आहे.
म्हणून हे आपल्याला काय सांगत आहे जर मी करू शकतो येथे फक्त हा मोठा बाण काढा म्हणजे एका पंक्तीच्या नोंदीच्या गुणाकाराचे मूल्यमापन करण्यासाठी आणि दुसऱ्या ओळीच्या कोफॅक्टरसह गुणाकार करण्यासाठी त्या बेरजेचे मूल्य शून्य होणार आहे म्हणून ही एक मनोरंजक गुणधर्म आहे म्हणून मला असे म्हणायचे आहे की जर तुम्ही घेतले तर एका पंक्तीच्या नोंदींच्या गुणाकाराची बेरीज आणि त्यांच्या सहघटकांची बेरीज ही निर्धारक आहे परंतु जर तुम्ही आता त्यांचे स्वतःचे कोफॅक्टर्स वेगळ्या पंक्तीच्या सहघटकांनी बदलले तर त्याची बेरीज शून्य होईल आणि ती या गुणधर्माचा वापर करून दाखवता येईल.
हेच आता आपल्याला करायचे आहे तर हा पुढील तीन गुणधर्मांचा संच आहे जिथे आपण पंक्तींची अदलाबदल केल्यास काय होते याबद्दल आपण चर्चा केली आहे , जर आपण स्तंभांमधील ओळींची अदलाबदल केली तर ट्रान्सपोजचे काय होते, जर एखादी गोष्ट एकसारखी पंक्ती किंवा स्तंभ असेल तर काय होते.
मॅट्रिक्सचा निर्धारक कसा बदलतो हे सांगण्याचे मार्ग आणि सरावाने हे गुणधर्म दुसऱ्या स्वरूपाचे बनतात
त्यामुळे तुम्ही काही ऑपरेशन पाहू शकता आणि निर्धारकाच्या मूल्याचे काय होते ते पाहू शकता आता तीन गुणधर्मांचा पुढील संच देखील मनोरंजक आहे.
जर तुम्ही मॅट्रिक्सच्या नोंदी यापैकी काही बेरीज किंवा उत्पादने घेतली
तर काय होते, उदाहरणार्थ तुम्ही मॅट्रिक्सच्या संपूर्ण ah पंक्तीला काही संख्येसह गुणाकार केल्यास निर्धारक कसा बदलतो किंवा जर आपण दोन ओळींची बेरीज केली तर काय होईल मॅट्रिक्सचे मॅट्रिक्स योग्य कसे बदलते
त्यामुळे या गोष्टी आहेत ज्या आपण पुढे पाहू या पुढील गुणधर्मांचा संच आहे
त्यामुळे लगेच पुढील संच गुणधर्म 7 a आहे आणि हे सांगते की जर आपण
पंक्ती किंवा स्तंभातील प्रत्येक घटकाला
स्थिरांक आणि स्थिरांकाने गुणाकार केला तर त्याला k म्हणू या तर निर्धारकाचे मूल्य देखील k ने गुणले जाईल
म्हणून कल्पना अशी आहे की जर तुम्ही घेतले तर संपूर्ण पंक्ती प्रत्येक पंक्ती घटकाचा k ने किंवा स्तंभासाठी गुणाकार करून तिचे मूल्य बदलते मग k आणि um सह गुणाकार करणाऱ्या निर्धारकाचे मूल्य आपण हे कसे दाखवू शकतो ते पाहणे म्हणजे फक्त निर्धारकाची व्याख्या पाहून म्हणून तुम्ही पंक्तीच्या बाजूने विस्तार करण्याचा विचार करा ज्याचा गुणाकार आह होत आहे की गुणाकार करण्यापूर्वी आणि नंतर पंक्तीची प्रत्येक नोंद k च्या घटकाने वाढली आहे आणि म्हणून आपण तो घटक काढू शकतो आणि नंतर आपल्याला कळेल की निर्धारक स्वतः k ने वाढला आहे.

त्यामुळे
केस पाहण्यासाठी आपण दोन बाय दोन मॅट्रिक्स उदाहरण ah म्हणू शकतो, म्हणून जर आपण मॅट्रिक्स abcd म्हटला
आणि हा घटक r one the row r one जातो k गुणा r one ओके म्हणजे मॅट्रिक्स ka आणि kb होईल.
प्रश्न tion हे त्यांच्या निर्धारकांचे काय होते म्हणून येथे निर्धारक आहे आणि जर फॉर्म्युला जाहिरात वजा बीसी पाहण्याऐवजी आपण ते फक्त एक वेळा म्हणून लिहूया त्याचा सहकारक जे काही आहे ते आपल्याला माहित आहे की ते d आहे परंतु आपण ते अधिक लिहूया.
b च्या गुणाकाराचा cofactor आम्हाला माहित आहे की तो उणे c आहे पण आपण फक्त ते लिहू या

त्यामुळे ही बेरीज ठीक आहे
त्यामुळे येथे c असायला हवे पण आपण खरच क्षमस्व नाही म्हणून हे d असावे आणि हे उणे c असावे पण आपण खरोखर करू याची काळजी करू नका मुख्य कल्पना अशी आहे की तुम्ही आता पंक्ती ab च्या बाजूने विस्तारित केली आहे जर आपण पहिल्या पंक्तीच्या बाजूने देखील विस्तारित केले तर निर्धारक काय आहे ते का गुणाकार cofactor असेल जे त्याच्या समान d अधिक kb वेळा बदलत नाही कोफॅक्टर जो पुन्हा वजा c बदलत नाही
त्यामुळे येथे हा k बाहेर काढला जाऊ शकतो
त्यामुळे हे k च्या पटीने या अधिक b पट असेल जे काही cofactors उणे c येथे t येथे t आणि तुम्हाला दिसेल की येथे अभिव्यक्ती समान आहेत जसे हे तसे हे दोघे आहेत एकच गोष्ट k आहे
त्यामुळे निर्धारक k या घटकाने निर्धारक स्केल वर जातो, जर तुम्ही संपूर्ण पंक्तीचा काही स्केलर गुणाकार केला तर हेच आहे आणि आम्ही हे एका स्तंभासाठी देखील करू शकतो जे आपण पाहणार आहोत.
निर्धारिक घटक k ने बदलणार आहे किंवा मोजणार आहे ठीक आहे
त्यामुळे गुणाकाराशी संबंधित हा गुणधर्म आहे आणि आता आम्ही पाहू इच्छितो की जर तुमची मॅट्रिक्समध्ये बेरीज असेल तर काय होते ते निर्धारकाचे काय होते जेणेकरून तुम्ही विशिष्ट आहात मॅट्रिक्सचा गुणधर्म पाहणे की प्रत्येक एंट्री दोन घटकांची बेरीज म्हणून व्यक्त केली जाऊ शकते आणि जर पंक्तीची प्रत्येक एंट्री दोन घटकांची बेरीज म्हणून व्यक्त केली जाऊ शकते तर निर्धारक हा मॅट्रिक्सचा निर्धारक म्हणून लिहिला जाऊ शकतो.

बेरीज विभक्त करून सापडले आहेत म्हणून मी फक्त ते लिहू द्या ते अधिक स्पष्ट होऊ शकते म्हणून गुणधर्म विधान असे आहे की जर पंक्ती किंवा स्तंभातील काही किंवा सर्व घटक
दोन संज्ञांची बेरीज म्हणून लिहिता येतील तर
निर्धारक एकंदर निर्धारक निर्धारकांची बेरीज म्हणून व्यक्त केला जाऊ शकतो आणि निर्धारकांची ही बेरीज
मूळ मॅट्रिक्स विभक्त करून मूळ मॅट्रिक्स विभक्त करून मिळवलेली मॅट्रिक्सची आहे याचा अर्थ काय आहे म्हणून आपण फक्त एक साधे उदाहरण पुन्हा दोन बाय दोन उदाहरण पाहू या समजा आपल्याकडे मॅट्रिक्स a अधिक x आहे असे म्हणूया आणि b अधिक y सर्व ठीक आहे आणि नंतर c आणि d या विहिरीचा निर्धारक काय आहे, आपण ठीक असे म्हणण्याचा प्रयत्न करू शकतो, मी हे x दाखवले पाहिजे कारण त्यात बेरीज किंवा सर्व समान आहे जर तुम्ही काही प्रकरणांमध्ये बेरीज म्हणून लिहू शकत नसाल तर हा x फक्त आह शून्य असू शकतो म्हणून असे नाही की आपल्याला त्या सर्वांची बेरीज म्हणून लिहिण्याची गरज आहे की बेरीज अशी असू शकते की इतर विघटन अधिकच्या दृष्टीने असू शकते.
उदाहरणार्थ शून्य म्हणजे आपण काय म्हणू इच्छितो की याचा डेप्थ निर्धारक मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाच्या बरोबरीचा आहे, म्हणून हे विघटन आहे ज्याबद्दल आपण अधिक xycd बद्दल बोलत आहोत ठीक आहे, तर आपण हे कसे विघटन करू शकतो एका निर्धारकाला दोन निर्धारकांच्या बेरजेमध्ये सेड करा कारण एका पंक्तीचे घटक दोन घटकांमध्ये विघटित होऊ शकत होते,
त्यामुळे विधानाचा अर्थ हाच आहे आणि हे कसे दाखवायचे हे आपण थेट दाखवू शकतो.
ah च्या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार करून आम्ही पूर्वी केलेली व्याख्या पुन्हा केली आहे आणि कारण आता जेव्हा तुम्ही प्रत्येकाची बेरीज पाहता तेव्हा प्रत्येक उत्पादनाला अधिक x किंवा b प्लस y किंवा असे काहीतरी असणार आहे, मग आम्ही फक्त त्या विभाजित करू आणि मग जे काही आम्ही सोडले तर दोन उत्पादने त्याच्या स्वतःच्या निर्धारकांच्या संचाकडे परत जाऊ शकतात म्हणून मी आत्ता जे बोललो ते मला लिहू द्या, कल्पना खालीलप्रमाणे आहे, जर तुम्ही निर्धारकाकडे पाहण्याऐवजी शेवटच्या उदाहरणाप्रमाणे येथे पाहिले तर a प्लस x गुणिले हे वजा c गुणिले b अधिक y या सूत्रावर आपण असे म्हणूया की आपण या पंक्तीत विस्तारत आहोत आणि आपल्याकडे अधिक x गुणिले त्याचा कोफॅक्टर अधिक b अधिक y गुणिले त्याचा कोफॅक्टर आहे हे आपल्याला माहित आहे की हे d आणि शिवाय दुसरे काही नाही हे वजा c व्यतिरिक्त काहीही नाही परंतु सर्वसाधारणपणे आपल्याला माहित नाही आणि ते आह म्हणून सर्वसाधारणपणे आपल्याला हे माहित असणे आवश्यक नाही की ते काय आहेत कारण आपण फक्त विस्तार करत आहोत आणि आपण या अटींवर लक्ष केंद्रित करत आहोत म्हणून हे d वेळा म्हणून लिहिले जाऊ शकते.
अधिक b गुणिले वजा c अधिक म्हणजे हा अटींचा एक संच आहे अधिक x गुणिले d अधिक y गुणा उणे c आता जर तुम्ही हे बघितले तर हे दुसरे काहीच नाही पण पहिले काही नाही पण या पदाचा निर्धारक आहे आणि दुसरा काही नाही तर निर्धारक आहे या संज्ञेची म्हणून ही दोन निर्धारकांची बेरीज आहे जी मॅट्रिक्स abcd चे निर्धारक अधिक matrix xycd राईटचे निर्धारक आहेत म्हणून आम्ही दोन निर्धारकांच्या बेरजेचा एक निर्धारक व्यक्त केला आहे म्हणजे निर्धारकांच्या बेरीजचा या अर्थाचा अर्थ आहे ठीक आहे, तर हा हा गुणधर्म आहे जो पुन्हा सांगायचा आहे की जर तुम्ही एका पंक्तीची बेरीज आम्ही येथे विचारात घेतली असेल तर दोन पदांच्या बेरजेच्या संदर्भात स्तंभाची विघटन करू शकत असाल तर निर्धारक एक्सप्रेशन होऊ शकतो.
दोन निर्धारकांची बेरीज म्हणून essed ok ah आणि नंतर पुढील गुणधर्म जी मालिकेतील शेवटची आहे ज्याबद्दल आपण बोलणार आहोत हे काही अर्थाने याच्या उलट आहे आणि ते काय म्हणते की जर तुम्ही मॅट्रिक्स पाहिल्यास एक विशिष्ट निर्धारक आणि जर तुम्ही मॅट्रिक्सच्या दोन पंक्ती जोडल्या आणि त्यांपैकी एक पंक्ती बदलली तर निर्धारक अपरिवर्तित होणार आहे आणि ते दर्शविण्यासाठी वापरले जाते की आम्ही ही मालमत्ता वापरतो आणि आम्ही पाहिलेली मालमत्ता देखील वापरतो.
आधी दोन समान पंक्तींचा अर्थ असा होतो की निर्धारक शून्य आहे आणि आपण पंक्तींबद्दल जे काही म्हणतो ते स्तंभांसाठी देखील धारण करते, म्हणून आपण फक्त ते गुणधर्म काय आहे ते पाहू या म्हणजे हा गुणधर्म नऊ आहे आणि गुणधर्म नऊ म्हणजे जर आपल्याकडे प्रत्येक घटक असेल तर पंक्ती किंवा स्तंभाची जागा त्या घटकाच्या बेरीजने आणि
दुसऱ्या पंक्तीच्या घटकाने बदलली जाते
त्यामुळे कल्पना अशी आहे की प्रत्येक पंक्ती जी आधीपासून त्या घटकाच्या बेरीजने आणि इतर पंक्तींच्या घटकाने बदलली जाईल.

तीच दुसरी पंक्ती मानली जाते किंवा स्तंभ असेल तर निर्धारकाचे मूल्य सारखेच राहते
त्यामुळे हे स्पष्ट करण्यासाठी आपण दोन बाय दोन उदाहरण पाहू या समजा आपल्याकडे मॅट्रिक्स abcd आहे
आणि आपण पहिली पंक्ती r1 ची जागा r1 अधिक r2 ने करू.
हे मॅट्रिक्स a देणार आहे म्हणून आपण a च्या जागी a प्लस c आणि b च्या जागी b प्लस d आणि c आणि d ने बदलत आहोत
त्यामुळे दुसरा प्रश्न असा आहे की याचा निर्धारक काय आहे आणि याचा निर्धारक काय आहे येथे जाहिरात वजा बीसी निर्धारक आहे येथे आपण त्या विहिरीचा निर्धारक कसा शोधू शकतो जसे आपण मागील गुणधर्मामध्ये पाहिले होते त्याप्रमाणे या मॅट्रिक्सचा निर्धारक मॅट्रिक्स abcd राईटचा निर्धारक म्हणून बदलला जाऊ शकतो कारण ही दोन आह बेरीज आहेत म्हणून आम्ही cdcd चे plus determinant राईट आहे
त्यामुळे हे मागील गुणधर्मावरून आहे आणि आह जर तुम्ही फक्त या मॅट्रिक्सकडे पाहिले तर आम्हाला दिसेल की या दोन पंक्ती एकसारख्या आहेत आणि म्हणून हा निर्धारक 0 वर जातो आणि आमच्याकडे जे शिल्लक आहे ते काहीच नाही.
abcd चे t निर्धारक
जे येथे सारखेच आहे आणि हे आपण दोन बाय दोन मॅट्रिक्ससाठी पाहतो परंतु सर्वसाधारणपणे सामान्य n बाइंड मॅट्रिक्ससाठी खरे आहे,
त्यामुळे यासह आपण निर्धारकांचे नऊ गुणधर्म पूर्ण केले आहेत ज्यांचे आपल्याला स्पष्टीकरण करायचे होते.
त्यापैकी प्रत्येकाने आम्ही काही उदाहरणे पाहिली आहेत की
पुढील व्याख्यानात या गुणधर्माचा वापर करणाऱ्या काही समस्या पाहण्यासाठी आम्ही काय करणार आहोत परंतु या गुणधर्मांकडे पाहण्याची कल्पना अशी आहे की आम्हाला काही निर्धारकांचे मूल्यमापन करावे लागेल.
थेट व्याख्या वापरू शकतो परंतु आम्ही येथे काय करत आहोत ते काही साध्या निर्धारक गणना आणि काही गुणधर्म लक्षात घेऊन आम्ही तुलनेने क्लिष्ट मॅट्रिक्सचे निर्धारक सोप्या पद्धतीने हाताळू शकतो जेणेकरून आम्ही तुलनेने क्लिष्ट मॅट्रिक्सचे निर्धारक मिळवू शकू आणि ही सोपी कल्पना
या गुणधर्मांकडे पाहण्याचे उद्दिष्ट आहे, म्हणून मी तुमचे लक्ष दिल्याबद्दल आभारी आहे आणि मला आशा आहे की हे गुणधर्म जोडले जातील निर्धारकांबद्दलच्या तुमच्या समजून घेण्यासाठी एक भिन्न स्तर दृष्टीकोन धन्यवाद