

નિર્ણાયકોના ગુણધર્મો પરના આ વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે

તેથી નિર્ધારકો પરની આ આહ શ્રેણીમાં આ બીજું વ્યાખ્યાન છે, અગાઉ આપણે નિર્ણાયકોની વ્યાખ્યા અને કેટલાક ક્ષેત્રો વિશે વાત કરી હતી જ્યાં તે આગળ આવે છે.

નિર્ધારકોના નિર્ણાયકોના ગુણધર્મના ગુણધર્મો વિશે વાત કરવા જઈએ છીએ

તેથી નિર્ધારકોના ગુણધર્મોની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરવા પાછળનો વિચાર એ અન્ય કોઈપણ ગુણધર્મની જેમ જ છે જે આપણે જોયો હશે ઉદાહરણ તરીકે ગુણાકારની વિતરક ગુણધર્મ અહીં મુખ્ય વિચાર ઉમેરવાનો છે.

ઓકે કહેવાનો પ્રયાસ કરીને આપણે વ્યાખ્યામાંથી પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે શું આપણે અમુક માત્રાની ગણતરીને સરળ બનાવી શકીએ છીએ

તેથી આપણે જે કહેવા માંગીએ છીએ તે બરાબર છે કે આપણે નિર્ણાયકની વ્યાખ્યા જાણીએ છીએ પરંતુ શું આપણે અમુક ગુણધર્મો સાથે આવી શકીએ જે સરળ બનાવે અથવા બનાવે.

વધુ કાર્યક્ષમ પ્રક્રિયા કે જેના દ્વારા અમે આ નિર્ણાયકોની ગણતરી કરીએ છીએ ઉદાહરણ તરીકે જો તમે વિતરિત મિલકત વિશે વિચારો છો કે તમારી પાસે ત્રણ છે સ્કેલર્સ  $ab$  અને  $c$  અને પછી તમે કહો છો કે બરાબર  $a$  ગુણ્યા  $b$  વત્તા  $c$  એ સરવાળો  $b$  વત્તા  $c$  એ કંઈ નથી પણ વ્યક્તિગત રીતે એક ગુણ્યા  $b$  વત્તા ગુણ્યા  $c$  લેવામાં આવે છે, તેમ છતાં આ કંઈક છે જે ગુણાકાર અને સરવાળાની વ્યાખ્યાઓ પરથી અનુસરે છે.

અમે જોઈ શકીએ છીએ અને અમે ટૂંક સમયમાં જ તેને લખીશું કે વિચાર એ છે કે એક રીતે એક સમાન જથ્થાને વધુ કાર્યક્ષમ રીતે ગણવા સક્ષમ છે

તેથી મારો કહેવાનો અર્થ

નીચે મુજબ છે

તેથી વિચાર નીચે મુજબ છે

તેથી ત્રણ સંખ્યાઓ ધ્યાનમાં લો એબીસી જે આપણે સ્કેલર કહીએ છીએ આપણે જાણીએ છીએ કે ગુણ્યા  $b$  વત્તા  $c$  ગુણ્યા  $b$  વત્તા ગુણ્યા  $c$  બરાબર છે

તેથી આ બંને સમાન છે

તેથી સિદ્ધાંતમાં કોઈપણ ત્રણ સંખ્યા આપવામાં આવે તો કાં તો આપણે આનો ઉપયોગ કરીને ગણતરી કરી શકીએ છીએ અથવા આપણે આનો ઉપયોગ કરીને ગણતરી કરી શકીએ છીએ પરંતુ બે પ્રક્રિયાઓમાં કાર્યક્ષમતામાં થોડો તફાવત છે

તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો આપણે આ રીતે ગણતરી કરીએ તો આપણી પાસે એક ગુણાકાર છે જે આપણે કરવાનો છે અને આપણી પાસે એક ઉમેરણ છે જે આપણે કરવાનું છે જ્યારે આ બાજુ આપણે બે કરવાના છે.

map1 ટિપ્પિકેશન અને એક ઉમેરણ

તેથી આ એક જ જથ્થો હોવા છતાં આપણે પ્રયત્નોની વિવિધ માત્રા લાગુ કરવી પડશે

તેથી સમાન જથ્થા પરંતુ અલગ પ્રયત્નો જેથી નિર્ણાયકની વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને નિર્ણાયકોના આ ગુણધર્મોને જોવા પાછળનો વિચાર એ છે કે આપણે કોઈપણ રીતે ગણતરી કરી શકીએ.

નિર્ણાયક પરંતુ નિર્ણાયકોની વ્યાખ્યામાં કેટલીક વિશેષતાઓનું શોષણ કરીને આપણે કેટલાક સરળ સિદ્ધાંતો સાથે આવી શકીએ છીએ જે અલબત્ત જ્યારે આપણે નિર્ણાયકોની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ ત્યારે જ ઉપયોગી નથી પણ જ્યારે આપણે કમ્પ્યુટરને ચોક્કસ નિર્ધારકોનું મૂલ્યાંકન કરવા ઇચ્છીએ છીએ ત્યારે પણ ચોરસ મેટ્રિક્સનું કદ જેના માટે આપણે નિર્ણાયકની ગણતરી કરવામાં રસ ધરાવીએ છીએ તે મોટો થાય છે

તેથી નિર્ણાયકોના ગુણધર્મોને જોવાનો તે મૂળ વિચાર છે

તેથી અમે ગુણધર્મો  $um$  ને જોઈને પ્રારંભ કરીશું અને તેનો ઉપયોગ કરીને ગુણધર્મોને ચકાસવાનો પ્રયાસ કરીશું.

કેટલાક ઉદાહરણો  $ah$  એ ખ્યાલ મેળવવાનો પ્રયાસ કરે છે કે ચોક્કસ ગુણધર્મો શા માટે અર્થપૂર્ણ છે આહ અને

તેથી વધુ નિર્ણાયક નિર્ણાયકોના ગુણધર્મો

તેથી અમે અમુક સરળ નિર્ણાયકોને અમુક સરળ મેટ્રિક્સના નિર્ધારકોના મૂલ્યોને ધ્યાનમાં રાખીને પ્રારંભ કરીશું, વિચાર એ આવશે કે ઠીક છે જો તમે અમુક મેટ્રિક્સને અથવા અમુક પ્રકારના મેટ્રિક્સને ઓળખી શકો કે જેમાં પ્રમાણમાં સરળ નિર્ણાયક ગણતરીઓ હોય તો આપણે શું કરી શકીએ.

વધુ પ્રમાણમાં જટિલ મેટ્રિક્સના નિર્ણાયકની ગણતરી કરવા માટે આ ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને તેને ફોર્મમાં નજીક લાવવાનો પ્રયાસ કરવાનો છે

જેથી પ્રથમ ગુણધર્મ અથવા પ્રથમ પ્રમાણમાં સરળ નિર્ણાયક કે જે આપણે નોંધી શકીએ તે ફક્ત વ્યાખ્યામાંથી સીધું આવે છે અને તે છે જો તમારી પાસે શૂન્યની આખી પંક્તિ સાથેનો ચોરસ મેટ્રિક્સ હોય તો ઠીક છે, તો તે મેટ્રિક્સનો નિર્ણાયક શું હશે તે 0 સિવાય બીજું કંઈ જ નહીં હોય, કેમ કે માત્ર વ્યાખ્યાથી જો તમે 0 એન્ટ્રીઓ ધરાવતી પંક્તિ સાથે વિસ્તૃત

કરો છો તો પંક્તિની એન્ટ્રીના ઉત્પાદનો અને તેના અનુરૂપ કોફેક્ટર તેમાંથી દરેક 0 હશે અને

તેથી એકંદર નિર્ધારિત કીડી શૂન્ય હશે

તેથી પ્રથમ ગુણધર્મ જે આપણે લખી શકીએ તે એ છે કે જો નિર્ણાયકની આખી પંક્તિ

શૂન્ય હોય તો માફ કરજો જો ચોરસ મેટ્રિક્સની આખી પંક્તિ શૂન્ય હોય તો તેના નિર્ણાયકની કિંમત પણ શૂન્ય છે.

તો આપણે આ શું કહેવાનો પ્રયત્ન કરી રહ્યા છીએ તે એ છે કે જો ચોરસ મેટ્રિક્સની આખી પંક્તિ શૂન્ય હોય તો નિર્ણાયકની કિંમત પણ શૂન્ય છે હવે આહ, જેમ આપણે નિર્ણાયકની વ્યાખ્યામાં જોયું તે ફક્ત એટલું જ નથી ચોરસ મેટ્રિક્સને પંક્તિ સાથે વિસ્તૃત કરી છે પરંતુ આપણે તેને કોલમ સાથે પણ કરી શકીએ છીએ અને

તેથી સંપૂર્ણતામાં આ ગુણધર્મ વાંચવો જોઈએ જો ચોરસ મેટ્રિક્સની સંપૂર્ણ પંક્તિ અથવા કોલમ 0 હોય તો નિર્ણાયકની કિંમત 0 છે.

તે ઉમેરો અહીં કરો

તેથી હું કહું છું કે જો ચોરસ મેટ્રિક્સની આખી પંક્તિ અથવા કોલમ શૂન્ય હોય અને પંક્તિ અને કોલમ વચ્ચેની આ પ્રકારની વિનિમયક્ષમતા એ કંઈક છે જે આપણે અન્ય ગુણધર્મોમાં પણ જોઈશું,  
તેથી તે નોંધવું સારું છે.

તે અહીં અને હવે આ કેવી રીતે કાર્ય કરે છે તે જોવા માટે યાવો આપણે ફક્ત બે બાય બે મેટ્રિક્સ જોઈએ  
તેથી જો આપણે બે બાય બે મેટ્રિક્સનું ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લઈએ જેમાં બે શૂન્ય એન્ટ્રી સીડી હોય તો કાં તો આપણે  
um વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને અથવા સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને નિર્ણાયક લઈએ છીએ કે આપણે જાણો કે આ એન્ટ્રીનો આ સમય છે આ  
એન્ટ્રી માઈનસ કોઈપણ રીતે આપણે મેળવી શકીએ છીએ કે જો આપણે આ પંક્તિ સાથે વિસ્તરીએ તો તે 0 ગણું કંઈક વત્તા 0 ગણું  
કંઈક બીજું છે અને કારણ કે તેમાંથી દરેક 0 છે સરવાળો શૂન્ય છે અને કોઈ વ્યક્તિ કરવાની કલ્પના કરી શકે છે આ સામાન્ય n બાય  
n ચોરસ મેટ્રિક્સ માટે ફક્ત એક પંક્તિ સાથે વિસ્તૃત કરો અથવા કોલમ સાથે વિસ્તૃત કરો જો તે સંપૂર્ણપણે શૂન્ય હોય તો નિર્ણાયકનું  
મૂલ્ય શૂન્ય બરાબર છે,

તેથી આ એક સરળ ગુણધર્મ છે પરંતુ કંઈક બનાવવા માટે સારું છે.

ઓકેની નોંધ

તેથી આગળની પ્રોપર્ટી કે જે આપણે પ્રોપર્ટી બે વિશે વાત કરવા માંગીએ છીએ

તે પ્રોપર્ટી બેમાં પણ સમાન સ્વાદ હોય છે અને અહીં વિચાર એ છે કે જો તમારી પાસે વિકર્ષા મેટ્રિક્સ હોય તો યાદ કરો કે વિકર્ષા  
મેટ્રિક્સ એ મેટ્રિક્સ છે જેમાં માત્ર તેની સાથે તત્વો હોય છે.

વિકર્ષા અને બાકીની એન્ટ્રીઓ શૂન્ય છે

તેથી જો આપણે વિકર્ષા મેટ્રિક્સને જોઈએ તો તેનો નિર્ણાયક એ કર્ષા એન્ટ્રીઓના ઉત્પાદન સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી

વિકર્ષા મેટ્રિક્સ વિકર્ષા મેટ્રિક્સ માટે નિર્ણાયક એ વિકર્ષા એન્ટ્રીઓનું ઉત્પાદન છે અને આ કેમ સારું છે ફરીથી આ વ્યાખ્યામાંથી સીધું  
જ અનુસરે છે કે જો તમે હવે કોઈપણ પંક્તિ અથવા કોલમ સાથે વિસ્તૃત કરવાનો પ્રયાસ કરશો તો તમારી પાસે શું બાકી રહેશે કારણ કે  
ત્યાં માત્ર એક જ એન્ટ્રી છે જે બિન-શૂન્ય હશે જેથી તે એકમાત્ર શબ્દ હશે જેનો તમને ગુણાકાર મળશે.

તેના કોફેક્ટર દ્વારા જે હંમેશા વિકર્ષા મેટ્રિક્સની રચના જેવું જ માળખું હશે

તેથી યાવો આનો ખ્યાલ મેળવવા માટે ફક્ત ત્રણ બાય ત્રણ મેટ્રિક્સના ઉદાહરણ પર એક નજર કરીએ જેથી આપણે 3 બાયનું  
ઉદાહરણ જોઈએ.

3 મેટ્રિક્સ એ છે કે જો તમારી પાસે મેટ્રિક્સ a 1 હોય તો તે વિકર્ષા મેટ્રિક્સ છે,

તેથી બંધ કર્યા પદ શૂન્ય છે એક બે બે અને ત્રણ ત્રણ બરાબર હવે જો આ મેટ્રિક્સ છે અને આપણે આનો નિર્ણાયક લેવા માંગીએ છીએ  
આપણે કોઈપણ પંક્તિ અથવા કોલમ સાથે વિસ્તરણ કરી શકીએ છીએ

તેથી યાવો ઉદાહરણ તરીકે આ પંક્તિ સાથે વિસ્તૃત કરીએ જેથી આ એન્ટ્રી તેના કોફેક્ટરના 1 1 ગણા સમાન હશે

તેથી કોફેક્ટરને આ સમગ્ર પંક્તિ આ કોલમને કાઢી નાખવાથી વ્યાખ્યામાંથી યાદ રાખવામાં આવશે.

અને પછી આપણી પાસે ah a 2 2 0 0 a 3 3 બાકી છે તે કોફેક્ટર હશે કારણ કે આ 1 1 ની અનુક્રમણિકા એવી છે કે

બાદબાકી 1 ઘાત 1 વત્તા 1 જે 1 સિવાય બીજું કંઈ નથી અને પછી અન્ય શરતો આપણે નથી ચિંતા કરવાની જરૂર છે કારણ કે તે 0s

છે કારણ કે આ પદો 0s છે હવે આ શબ્દનું શું છે તે સીધી વ્યાખ્યામાંથી અથવા બે બાય બે મેટ્રિક્સના નિર્ણાયકને જાણીને આપણે  
તેને ફક્ત એક એક વખત બે બે વખત તરીકે લખી શકીએ છીએ.

ત્રણ ત્રણ

તેથી ત્યાં આપણી પાસે છે કે વિકર્ષા મેટ્રિક્સનો નિર્ણાયક એ કર્ષા તત્વોના ઉત્પાદન સિવાય બીજું કંઈ નથી અને આપણે જે સચિત્ત કર્યું  
છે તે ત્રણ બાય ત્રણ મેટ્રિક્સ માટે સામાન્ય રીતે 2 બાય 2 અથવા

તેથી વધુ સામાન્ય રીતે અન્ય કોઈપણ પ્રકારના ક્રમ માટે છે.

n દ્વારા n અમે c તમારી પાસે સમાન પ્રકારની મિલકત છે કે જો તમે વિકર્ષા મેટ્રિક્સને જોશો તો તેના નિર્ણાયક જો તમે

ગણતરી કરવા માંગતા હોવ તો તે ખૂબ જ સરળ છે તમારે ફક્ત વિકર્ષા શબ્દોને જોવાનું રહેશે અને તે નિર્ણાયક છે અને તેને બતાવવાનું  
છે.

સામાન્ય પણ આપણે આ પ્રકારનું આહ એક પંક્તિ અથવા સ્તંભ સાથે વિસ્તરણ કરી શકીએ છીએ અને પાછલી મિલકતની જેમ જ  
આ જાણવું સારું છે કારણ કે જો તમારી પાસે નિર્ણાયક હોય જેનું સ્વરૂપ કર્ષા મેટ્રિક્સ જેવું કંઈક હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે તે  
નિર્ણાયકનું મૂલ્યાંકન કરવા માટે એક સરળ માર્ગ અપનાવવા જઈ રહ્યો છે અને માત્ર એક વિકર્ષા મેટ્રિક્સ માટે જ નહીં અને હકીકતમાં  
આ ગુણધર્મ ત્રણનો વિષય છે જે એ છે કે જો તમારી પાસે કોઈ ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ હોય તો ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ એવી વસ્તુ છે જેમાં  
ફક્ત એક પર તત્વો હોય છે.

કર્ષાની બાજુ કાં તો ઉપલા ત્રિકોણાકાર અથવા નીચલા ત્રિકોણાકાર છે પરંતુ તે કિસ્સાઓમાં પણ અને લગભગ સમાન પ્રક્રિયાનો  
ઉપયોગ કરીને આપણે બતાવી શકીએ છીએ કે ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સનો નિર્ણાયક પણ ઉત્પાદન હશે વિકર્ષા એન્ટ્રીઓની

તેથી મને આ લખવા દો મને આ ગુણધર્મ લખવા દો

તેથી ગુણધર્મ ત્રણ એ છે કે

ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ માટે નિર્ણાયક એ વિકર્ષા એન્ટ્રીનું ઉત્પાદન છે ઉદાહરણ તરીકે યાવો આપણે એક સરળ બે બાય બે ઉદાહરણ  
માત્ર એક મેટ્રિક્સને ધ્યાનમાં લઈએ જેમાં abc અને અહીં 0 છે

તેથી આ ઉપલા ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ જમણા સ્વરૂપમાં છે અને આનો નિર્ણાયક શું છે

તેથી આનો નિર્ણાયક બીજું કંઈ નથી પરંતુ એક વખત c a ટાઇપ c જે ફક્ત વિકર્ષા એન્ટ્રીઓનું ઉત્પાદન છે જે આપણે કરી શકીએ

છીએ ઉદાહરણ દ્વારા ત્રણ બાય ત્રણ અથવા સામાન્ય  $n$  પણ જુઓ પરંતુ વિચાર એ છે કે જો તમારી પાસે સામાન્ય મેટ્રિક્સ હોય તો ચાલો આ ચોક્કસ કિસ્સામાં ત્રણ બાય ત્રણ કહીએ તો જો તમારી પાસે  $abc$  હોય અને આ કિસ્સામાં ચાલો ત્રણ જોઈએ.

ત્રણ નીચલા ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ દ્વારા

તેથી આ કેસોમાં આપણી પાસે શૂન્ય છે અને પછી અહીં શું છે તેનાથી કોઈ ફરક પડતો નથી તે કંઈપણ યોગ્ય હોઈ શકે છે

તેથી જો તમે નિર્ણાયકનું મૂલ્યાંકન કરવા માંગતા હોવ તો આ નીચલા ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ છે આ મેટ્રિક્સની જેમ આપણે આ પંક્તિ સાથે વિસ્તરણ કરી શકીએ તે પહેલાં કારણ કે આ બે એન્ટ્રી શૂન્ય છે

તેથી તે તેના કોફેક્ટર ગણાશે

તેથી કોફેક્ટરમાં  $b$  શૂન્ય આહ ડોટ  $c$  હશે

તેથી આ બિંદુ દર્શાવે છે તે કંઈપણ હોઈ શકે છે જે આપણે ચિંતા કરવાની જરૂર નથી આ બે શબ્દો વિશે કારણ કે તે શૂન્ય છે અને આ નિર્ણાયકને વિસ્તરણ કરતી વખતે આપણે જાણીએ છીએ કે તે ફરીથી એબીસી છે

તેથી ફરીથી આ વિકર્ણ એન્ટ્રીઓની ત્રાંસા એન્ટ્રીઓનું ઉત્પાદન છે,

તેથી આ ફરીથી નિર્દેશ કરે છે કે  $ah$  મેટ્રિક્સના નિર્ણાયકની ગણતરી કેવી રીતે કરવી.

નિર્ણાયકની ગણતરી કરવી સરળ છે, આહ પ્રમાણમાં કહીએ તો, જો તમારી પાસે ત્રિકોણાકાર મેટ્રિક્સ અથવા વિકર્ણ મેટ્રિક્સ અથવા મેટ્રિક્સ છે જેમાં શૂન્યની એક આખી પંક્તિ અથવા કોલમ છે તો તેના નિર્ણાયકની ગણતરી કરવી પ્રમાણમાં સરળ છે

તેથી ત્રણ ગુણધર્મોના આ સમૂહમાં શું આપણે હમણાં જ જોયું છે અથવા નોંધ્યું છે કે આહ વ્યાપક રીતે કહીએ તો સરળતાથી ગણતરી કરી શકાય તેવા નિર્ધારકો બરાબર છે

તેથી આગળ આપણે પ્રોપર્ટીઝના આગલા સેટ પર આગળ વધીશું.

અહીં આપણે એ પણ ચર્ચા કરવાનો પ્રયાસ કરી શકીએ છીએ કે આ ગુણધર્મો અમુક ભૌમિતિક વિચારો અથવા બીજગણિતીય વિચારો સાથે કેવી રીતે સંબંધિત છે જેની અમે ચર્ચા કરી હતી જ્યારે અમે નિર્ણાયક વિશે ઉલ્લેખ કર્યો હતો ઉદાહરણ તરીકે જો તમે આહ મેટ્રિક્સ અથવા ચોરસ મેટ્રિક્સ વિશે વિચારો છો કે જેમાં આખી પંક્તિ હોય.

શૂન્યનો અધિકાર છે

તેથી જો તમે ચાલો બે બાય બે મેટ્રિક્સ કહીએ કારણ કે તે એક પરિમાણ છે જેમાં આપણે નિર્ણાયકની ભૂમિતિ વિશે ચર્ચા કરી હતી અને એક પંક્તિ શૂન્ય છે તો તેનો અર્થ શું છે કે મેટ્રિક્સના બે કોલમ

સાથે સંરેખિત છે  $y$  અક્ષ એટલે મૂળભૂત રીતે કોઈ ક્ષેત્રફળ નથી અને તેનો અર્થ એ થાય છે કે નિર્ણાયક 0 છે કારણ કે સમાંતર ચતુષ્કોણ દ્વારા બંધાયેલ કોઈ ક્ષેત્ર નથી

તેથી હું આ વિચારને ટૂંકમાં સમજાવું જેથી આ એક નાની નોંધ છે અને તે એ છે કે જો તમારી પાસે 2 બાય હોય શૂન્ય તરીકે એક પંક્તિ સાથે 2 મેટ્રિક્સ અને

તેથી આ કંઈપણ હોઈ શકે છે ચાલો આપણે  $a$  અને  $b$  કહીએ અને પછી જો તમે આને ભૌમિતિક રીતે સ્કેચ કરવાનો પ્રયાસ કરો જેમ કે આપણે છેલ્લા લેક્ચરમાં કર્યું હતું આ  $x$  અક્ષ છે અને આ  $y$  અક્ષ છે જો તમે વેક્ટર કોલમ વેક્ટર તરીકે આના વિશે વિચારો છો

તેથી એક 0  $a$  છે તો કદાચ આ 0  $a$  છે અને કદાચ બીજો શૂન્ય  $b$  છે તો અહીં સમાંતર ચતુષ્કોણ શું છે ત્યાં કોઈ સમાંતરગ્રામ નથી કારણ કે આ બે વેક્ટર હકીકતમાં સમાંતર છે સમરેખા છે

તેથી કોલમ કોલમ વેક્ટર દ્વારા બંધાયેલ વિસ્તાર 0 છે અને આ નિર્ણાયક પોતે 0 હોવા સાથે સુસંગત છે.

હવે હકીકત એ છે કે નિર્ણાયક શૂન્ય છે તમે ફરીથી તેની સીધી ગણતરી કરી શકો છો અથવા તમે ફક્ત મિલકતમાંથી નોંધ કરી શકો છો કે તમને બરાબર છે.

શૂન્યથી ભરેલું મેટ્રિક્સ છે અને

તેથી નિર્ણાયક શૂન્ય છે

તેથી આ નાની નોંધ બનાવવા માટેનો મુખ્ય વિચાર એ છે કે અમે હમણાં જ ચર્ચા કરી છે તે મિલકત માટે અથવા કેટલાક કિસ્સાઓમાં અમે જેની ચર્ચા કરી શકીએ છીએ તે માટે તે મદદરૂપ થઈ શકે છે ભૌમિતિક ચિત્રને ધ્યાનમાં રાખી કારણ કે તે ફક્ત અમારી સમજણમાં એક સ્તર ઉમેરે છે, ઠીક છે,

તેથી હવે આગળ આપણે આગલી પ્રોપર્ટી પર જવા માંગીએ છીએ

તેથી પ્રોપર્ટી ચાર જેથી આ પ્રોપર્ટી નિર્ધારણ સાથે સંબંધિત છે મેટ્રિક્સના નેટ અને તેના સ્થાનાંતરણને યાદ કરો

તેથી જ્યારે આપણે મેટ્રિક્સના સ્થાનાંતરણ વિશે વાત કરીએ છીએ ત્યારે મેટ્રિક્સનું ટ્રાન્સપોઝ પંક્તિઓ અને તેમના કોલમને બદલીને મેળવવામાં આવે છે અને કંઈક જે નિર્ણાયકની વ્યાખ્યામાંથી સીધું આવે છે તે એ છે કે તેઓ સમાન છે નિર્ણાયકો

તેથી મેટ્રિક્સ અને તેના સ્થાનાંતરણમાં સમાન નિર્ણાયક હોય છે

તેથી ગુણધર્મ એ છે કે જો આપણે મેટ્રિક્સ ચોરસ મેટ્રિક્સની પંક્તિ અને કોલમનું વિનિમય કરીએ તો પંક્તિ અને ચોરસ મેટ્રિક્સના કોલમનું વિનિમય અન્ય શબ્દોમાં નિર્ધારકની કિંમતમાં ફેરફાર કરતું નથી.

ચોરસ મેટ્રિક્સ  $a$  નો નિર્ણાયક

તેથી અમે ચોરસ મેટ્રિક્સના નિર્ધારકની ગણતરી કરવા માટે અહીં નિર્ણાયકનો ઉપયોગ કરી રહ્યા છીએ

તે તેના રૂપાંતરના નિર્ણાયક સમાન છે

તેથી ટ્રાન્સપોઝ એ મેટ્રિક્સના ટ્રાંસવર્સ દર્શાવવા માટે વપરાતું પ્રતીક છે

તેથી નિર્ધારક અને તેના સ્થાનાંતરણ માફ કરશો માફી માંગવી જોઈએ

તેથી મેટ્રિક્સ અને તેના સ્થાનાંતરણમાં સમાન નિર્ણાયક છે અને આ કંઈક છે જે તમે કરી શકો છો એક પરિમાણીય અથવા એક-એક ચોરસ મેટ્રિક્સ માટે જુઓ જેથી તે માત્ર ટ્રાન્સપોઝ મેટ્રિક્સની બરાબર છે

તેથી તેમાં કંઈ નવું નથી આહ બે બાય બે મેટ્રિક્સ માટે પણ આપણે ગણતરી કરી શકીએ છીએ અને આ થાય છે તે જોઈએ છે તેથી યાલો જોઈએ કે જો તમે 2 બાય 2 મેટ્રિક્સ જુઓ તમારી પાસે મેટ્રિક્સ  $abcd$  છે ઠીક છે, તેનું ટ્રાન્સપોઝ શું છે અથવા આપણે કોલમમાં પંક્તિઓની અદલાબદલી કરીને શું મેળવ્યું છે

તેથી અહીં  $ab$  એ એક પંક્તિ છે

તેથી આપણે બનાવી શકીએ કે કોલમ  $ab$  ફરીથી  $cd$  છે.

એક પંક્તિ આપણે તે કોલમ બનાવી શકીએ છીએ  $cd$  ઠીક છે

તેથી આ એક એડ માઈનસ બીસી છે એક નિર્ણાયક છે

તેથી આનો નિર્ણાયક એડ માઈનસ બીસી છે અહીં ફરીથી શું આનો નિર્ણાયક એડ માઈનસ બીસી છે

તેથી અહીં પણ નિર્ણાયક એડ માઈનસ બીસી છે

તેથી આ બે સમાન છે

તેથી તમે મેટ્રિક્સનું સ્થાનાંતરણ કરી શકો છો અને તમે સમાન નિર્ણાયક મેળવી શકો છો આ બે બાય બે મેટ્રિક્સ માટે ત્રણ બાય ત્રણ માટે છે પણ અમે આહ સોર્ટ કરી શકીએ છીએ અથવા નિર્ધારકોની વ્યાખ્યામાંથી તે કેવી રીતે અનુસરે છે તે ચકાસી શકીએ છીએ કારણ કે ત્યાં આપણે કહીએ છીએ કે ઠીક છે એક પંક્તિ અથવા કોલમ સાથે વિસ્તરણ કરી શકે છે

તેથી જો તમે તે જોવા માંગતા હોવ કે અહીં નિર્ણાયકના મૂલ્યની સ્પષ્ટ ગણતરી કરવાને બદલે અમે પંક્તિ  $ab$  સાથે વિસ્તરણ કરવાને બદલે પંક્તિ  $ab$  સાથે વિસ્તરણ કરવાને બદલે ઠીક કહી શકીએ છીએ અહીં અમે આ કોલમ સાથે વિસ્તરણ કરી રહ્યા છીએ  $ab$  અને પછી આપણે જોઈએ છીએ કે કોફેક્ટર્સ એક્સરખા બહાર આવે છે અને

તેથી નિર્ધારકોના મૂલ્યો વધુ સામાન્ય મેટ્રિક્સ ત્રણ બાય ત્રણ માટે સમાન હોવાનું બહાર આવે છે, અમે પણ તે જ તર્ક લાગુ કરી શકીએ છીએ જે તમારી પાસે પ્રથમ પંક્તિ પ્રથમ બને છે.

જો તમે તેની સાથે કોલમ વિસ્તૃત કરો છો તો આહ પુનરાવર્તિત રીતે અથવા ઇન્ડક્શનનો ઉપયોગ કરીને કોઈ ઠીક કહી શકે છે કારણ કે આપણે બે બાય બે મેટ્રિક્સ જાણીએ છીએ અને તેના ટ્રાન્સપોઝ સમાન નિર્ણાયક ધરાવે છે

તેથી કોફેક્ટર મેટ્રિક્સને મેટ્રિક્સ કરે છે જે કોફેક્ટર્સ બનાવે છે તે પણ સમાન નિર્ણાયક ધરાવે છે અને

તેથી વધુ આપણે આ સામાન્ય પર્યાવરણ ચોરસ મેટ્રિક્સ આહ માટે કરી શકીએ છીએ, પરંતુ મુદ્દો ન્યાયી છે અને અહીં ધ્યાન આપવાનો મુદ્દો એ છે કે મેટ્રિક્સ અને તેના સ્થાનાંતરણમાં સમાન નિર્ણાયક હોય છે.

આ તે પ્રોપર્ટી 4 છે જેના વિશે તમે હવે વાત કરવા માગતા હતા તે પછીની પ્રોપર્ટીનો સંબંધ છે કે જ્યારે તમે નિર્ણાયકની બે પંક્તિઓનું વિનિમય કરો છો ત્યારે શું થાય છે

તેથી જો તમારી પાસે સામાન્ય મેટ્રિક્સ ચોરસ મેટ્રિક્સ હોય અને તમે એક પંક્તિ બદલીને બીજી હરોળમાં બદલો તો નિર્ણાયકના મૂલ્યનું શું થાય છે તે જ રીતે કોલમ માટે જો તમારી પાસે એક કોલમ હોય તો તમે તેને બીજી કોલમ સાથે બદલો છો, નિર્ધારકની કિંમતનું શું થાય છે અને આપણે શું જોશું કે જો આપણે આમ કરીશું તો નિર્ણાયકની નિશાની બદલાય છે

તેથી યાલો હું તેને લખી લઉં અને પછી આપણે જોઈશું કે આવું શા માટે થાય છે

તેથી આગળની મિલકત એ છે કે જો કોઈ બે પંક્તિઓ અથવા કોલમ હોય તો ફરીથી પંક્તિઓ અને કોલમ વચ્ચે આ પ્રકારનું ટ્વેટ હોય છે તે અર્થમાં કે આપણે એક વિશે જે કહીએ છીએ તે સમાન રીતે લાગુ પડે છે.

અન્ય અને તે નીચે મુજબ છે કારણ કે મેટ્રિક્સ અને ટ્રાન્સપોઝ જ્યાં તમે પંક્તિઓ અને સ્તંભોને એકબીજાની બદલી કરો છો તે સમાન નિર્ણાયક ધરાવે છે

તેથી જો તેઓ એકબીજાને બદલવામાં આવે તો નિર્ણાયકનું ચિહ્ન ફેરફારો અમ બદલાય છે

તેથી મને આ ફરીથી વાંચવા દો જો કોઈપણ બે પંક્તિઓ અથવા કોલમ એકબીજામાં બદલાઈ જાય તો નિર્ણાયકની નિશાની યોગ્ય રીતે બદલાય છે અને માત્ર આને કાર્યરત જોવા માટે આપણે કેટલાક ઉદાહરણો ધ્યાનમાં લઈ શકીએ, યાલો આપણે બે બાય બે ઉદાહરણથી શરૂઆત કરીએ.

અમે એક પંક્તિ અને કોલમને બદલીશું અને પછી જોઈશું કે નિર્ણાયકની કિંમતનું શું થાય છે,

તેથી આ ઉદાહરણમાં અને આ ઉદાહરણ અમને આ ફેરફારો માટે માત્ર એક સંકેત સ્થાપિત કરવામાં મદદ કરશે જેથી અમારી પાસે અમારા બે બાય બે મેટ્રિક્સ છે.

$abcd$  યાલો આપણે આને  $\rho$  એક કહીએ, યાલો આને  $\rho$  બે કહીએ અને આપણે જે રૂપાંતર કરી રહ્યા છીએ તે એ છે કે આપણે  $r$  એક અને  $r$  બેની અદલાબદલી કરીએ છીએ, તો શું થાય છે જ્યારે આપણે પંક્તિ 1  $ab$  ને બદલે  $r1$  અને  $r2$  ને

બદલીએ છીએ ત્યારે આપણી પાસે  $\rho 2$  છે જે  $cd$  છે અને  $cd$  ની જગ્યાએ કારણ કે આપણે તેને  $ab$  સાથે અદલાબદલી કરી છે આપણી પાસે  $ab$  છે હવે યાલો નિર્ણાયકોની ગણતરી કરીએ કે આનો નિર્ણાયક શું છે તે ફરીથી પહેલાની જેમ બે બાય બે મેટ્રિક્સ

એડ માઈનસ બીસી માટે અથવા આપણે તે દ્વારા કરી શકીએ છીએ એક પંક્તિ સાથે વિસ્તરણ કરો અને કોફેક્ટર્સ શોધી કાઢો

તેથી આ એડ માઈનસ બીસી છે અહીં ફરીથી ફોર્મ્યુલાનો ઉપયોગ કરીને આપણે અહીં પંક્તિમાં પ્રથમ એન્ટ્રી એક કોલમ એક  $c$  છે

તેથી તે વાસ્તવમાં  $cb$  માઈનસ એડ છે અને જો તમે જુઓ આ બે શબ્દો આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ જાહેરાત માઈનસ બીસીના ઓછા છે

તેથી જો આપણે ચિહ્નની તુલના કરીએ તો આ બંને વચ્ચેનું ચિહ્ન બરાબર બદલાઈ જાય છે,

તેથી જો તમે એક પંક્તિની અદલાબદલી કરો છો અથવા આપણે તે કોલમ માટે સમાન રીતે કરી શકીએ છીએ તો અમે તેને બે બાય બે મેટ્રિક્સ માટે કરી શકીએ છીએ.

આપણે અહીં જોયું છે કે આપણે તેને ત્રણ બાય ત્રણ ચાર બાય ચાર માટે સામાન્ય રીતે એક  $n$  બાય  $n$  મેટ્રિક્સ આહ માટે કરી શકીએ છીએ, અમે અહીં સ્થાપિત કરી શકીએ છીએ અમે હમણાં જ વેરિફિકેશન કર્યું છે પરંતુ વધુ ઔપચારિક રીતે પણ આ કહી શકાય કે જો તમે ફક્ત પંક્તિઓનું વિનિમય કરો સ્તંભો પછી નિર્ણાયકનું ચિહ્ન ચોક્કસ મૂલ્ય બદલાશે તે જ હશે પરંતુ ચિહ્ન બધુ જ

બદલાઈ જશે

તેથી આ પ્રોપર્ટી ફી આહ છે અને પછીની પ્રોપર્ટી રસપ્રદ છે આહ તે સાબિત કરવા માટે આ ચોક્કસ પ્રોપર્ટીનો ઉપયોગ કરે છે પરંતુ હું શું + કહે છે કે જો તમારી પાસે હવે બે પંક્તિઓ છે જે સમાન છે, તો નિર્ણાયકનું મૂલ્ય પણ શૂન્ય છે આહ માત્ર આહ ખૂબ જ નોંધપાત્ર પ્રકારની મિલકત છે અને ખાસ કરીને જ્યારે આપણે તેને જોઈએ છીએ ત્યારે તેનો પુરાવો પણ ખૂબ જ આકર્ષક છે અને આ નિવેદન માત્ર એક પંક્તિ સુધી સીમિત નથી કારણ કે આપણે જોયું છે કે આપણે પંક્તિ વિશે જે પણ કહીએ છીએ તે મોટાભાગના કિસ્સાઓમાં આપણે કોલમ વિશે પણ કહી શકીએ છીએ અને વિધાન એવું હશે કે જો બે કોલમ સરખા હોય તો તે મેટ્રિક્સનો નિર્ધારક પણ 0 છે.

તો ચાલો આપણે ફક્ત તે જ જોઈએ જેથી ગુણ છે એ છે કે જો મેટ્રિક્સની બે પંક્તિઓ અથવા કોલમ એકસરખા હોય તો એકસરખા એટલે કે તે સમાન હોય તો

તેના નિર્ણાયકની કિંમત શૂન્ય બરાબર છે

તેથી જો મેટ્રિક્સની બે પંક્તિઓ અથવા કોલમ સમાન હોય તો સમાન હોય તો તેના નિર્ણાયકનું મૂલ્ય શૂન્ય યોગ્ય છે તેથી પરંતુ આપણે આ કેવી રીતે બતાવી શકીએ અલબત્ત આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈ શકીએ છીએ અને કહી શકીએ છીએ પરંતુ વધુ રસપ્રદ રીતે આપણે ગુણધર્મ પાંચનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ, ચાલો આપણે કહીએ કે આપણી પાસે  $a$  છે નેરલ સ્કેલર મેટ્રિક્સ  $a$  જો તમે પ્રોપર્ટી ફી માનતા હોવ તો અમારી પાસે છે કે જો આપણે કોઈપણ બે પંક્તિઓ અથવા કોલમને બદલીએ તો નિર્ણાયકની નિશાની બદલવી જોઈએ, પરંતુ જો બે પંક્તિઓ સમાન હોય તો જો તમે તેમની બદલી કરશો તો મેટ્રિક્સ પોતે બદલાશે નહીં પરંતુ નિર્ણાયકનું ચિહ્ન બદલાશે

તેથી આ ફક્ત ત્યારે જ શક્ય છે જ્યારે નિર્ણાયકનું મૂલ્ય 0 હોય.

તેથી હું ફક્ત આ લખું છું જેથી સાબિતી છે

તેથી એક ચોરસ મેટ્રિક્સને જમણે ગણીએ જેમાં બે સરખા પંક્તિઓ સાથે સમાન પંક્તિઓ હોય ચાલો કોલ કરીએ.

તે પંક્તિઓ  $r_i$  અને  $r_j$   $r_i$  ઊર્જા આપણે જાણીએ છીએ કે પંક્તિઓ  $r_i r_j$  ને બદલવાથી સમાન મેટ્રિક્સ  $a$  મળશે પરંતુ અગાઉના ગુણધર્મમાંથી નિર્ણાયક ફેરફારોની નિશાની એ છે કે જો તમારી પાસે નિર્ણાયક હોય તો  $a$  એ મેટ્રિક્સનો નિર્ધારક હતો  $a$  if તમે

પંક્તિઓ  $r_i$  અને  $r_j$  ની અદલાબદલીનું મૂલ્ય બદલ્યું છે તો નિર્ણાયકનું ચિહ્ન આના ઓછા હશે

તેથી આનો નિર્ણાયક સાદડીનો નિર્ણાયક હશે  $r_i x a$  જ્યાં ચિહ્ન પંક્તિઓ  $r_i$  અને  $r_j$  એકબીજામાં બદલાય છે પરંતુ કારણ કે  $r_i$  અને  $r$  સરખા છે આ મેટ્રિક્સ બીજું કંઈ નથી પરંતુ  $a$

તેથી આપણે એવી પરિસ્થિતિમાં આવીએ છીએ જ્યાં  $a$  ના નિર્ધારકના નિર્ધારક સમાન હોય જે ફક્ત ત્યારે જ શક્ય છે જો  $a$  ના નિર્ધારક

શૂન્ય બરાબર છે

તેથી અગાઉના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને અમે અહીં કહેવા માંગીએ છીએ કે જો તમારી પાસે એક ચોરસ મેટ્રિક્સ હોય જે સમાન પંક્તિઓ બે સમાન પંક્તિઓ હોય અથવા આપણે કહી શકીએ કે બે સરખા કોલમ માટે સમાન દલીલ હોય તો તે નિર્ણાયકની કિંમત હશે શૂન્ય બરાબર

તેથી આ પણ એક રસપ્રદ ગુણધર્મ છે કારણ કે તેમાં ઘણાં બધાં વિભાજન અથવા ઘણા પરિણામો છે જે આપણે જોઈ શકીએ છીએ તેમાંથી એક રસપ્રદ છે,

તેથી ચાલો હું ફક્ત તેની નોંધ કરું અને તે નિર્ણાયકની વ્યાખ્યા પર પાછું જાય

તેથી જો તમને લાગે નિર્ણાયકની વ્યાખ્યા વિશે તે કહે છે કે નિર્ણાયક એ બીજું કંઈ નથી પરંતુ એક પંક્તિ અથવા સ્તંભની એન્ટ્રીઓની પંક્તિઓના ઉત્પાદનનો સરવાળો અને તેના અનુરૂપ કોફેક્ટર્સ જો શું થાય તમે બીજી હરોળના કોફેક્ટર્સ સાથે એક પંક્તિની એન્ટ્રીઓના ઉત્પાદનનો સરવાળો લો જે હું કહું છું તે નીચે મુજબ છે ચાલો આપણે ત્રણ બાય ત્રણ મેટ્રિક્સ જોઈએ અને આપણે કહીએ કે આપણી પાસે ત્રણ બાય ત્રણ મેટ્રિક્સ છે, જેને ત્રણ બાય ગણીએ.

ત્રણ મેટ્રિક્સ આહ તરીકે પહેલાની જેમ આપણે ઉપયોગ કરીએ છીએ એક એક એક એક બે આહ એક ત્રણ બે એક બે બે ત્રણ ત્રણ ત્રણ એક ત્રણ બે અને ત્રણ ત્રણ બરાબર

તેથી આ નાના  $a$  મેટ્રિક્સની એન્ટ્રી નક્કી કરે છે અને ચાલો કહીએ કે કેપિટલ  $a$  એ એન્ટ્રી  $a_{ij}$  નો કોફેક્ટર છે તો નિર્ણાયક કંઈ નથી પરંતુ ચાલો કહીએ કે જો તમે એક સાથે વિસ્તૃત કરો તો નિર્ણાયક એક એક ગુણ્યા એક વત્તા એક બે ગુણ્યા એક બે હશે.

વત્તા એક ત્રણ વખત એક ત્રણ વત્તા અત્યારે પ્રશ્ન એ છે કે જો તમે આ કોફેક્ટર્સને આ અન્ય તત્વોના કોફેક્ટર્સ સાથે બદલો તો શું થશે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો શું થશે જો હું નીચે મુજબ કરું તો એક એક બે એક વત્તા એક બે વખત  $a$  બે બે વત્તા એક ત્રણ વખત  $wo$  ત્રણ તો આ મૂલ્ય શું છે અને સામાન્ય રીતે આપણે પંક્તિઓ અથવા કોલમના અન્ય વિસ્તરણ માટે પૂછી શકીએ છીએ કે અહીં શું થાય છે તે સારી રીતે વિચાર છે અથવા જવાબ એ છે કે આ 0 હશે અને આને જોવાની એક સરળ રીત હશે ઉત્પાદનોના આ સરવાળામાંથી મેટ્રિક્સ પર પાછા જવાનો પ્રયાસ કરો જેનો નિર્ણાયક આ અભિવ્યક્તિ દ્વારા વ્યક્ત કરવામાં આવ્યો છે તે બહાર આવશે કે તે મેટ્રિક્સમાં બે સમાન પંક્તિઓ છે અને માત્ર અગાઉના ગુણધર્મમાંથી અમે જોયું કે જો તમારી પાસે બે સરખી પંક્તિઓ હોય તો તે મેટ્રિક્સ નિર્ણાયક 0 હશે તે મને લખવા દો જેથી તે અભિવ્યક્તિ  $a$  1 1 ગુણ્યા 2 1 વત્તા એક બે ગુણ્યા બે બે વત્તા એક ત્રણ ગુણ્યા બે ત્રણ આ શું છે હવે ચાલો આપણે ફક્ત આહ એ બે નો વિસ્તાર કરીએ એક આ એક છે એક બે એક એ તત્વના સહ-નિવારક સિવાય બીજું કંઈ નથી,

તેથી ત્યાં આપણી પાસે માઈનસ વન પાવર બે વત્તા એક ગણો મેટ્રિક્સનો નિર્ણાયક છે જે  $a_{21}$  અને કોલમ ધરાવતી સમગ્ર પંક્તિને કાઢી નાખીને મેળવે છે

તેથી આ છે  $a_{12} a_{13}$  અને પછી  $a_{32} a_{33}$  ઠીક વત્તા  $a_{12} a_{33}$  ઓછા 1 ઘાત 2 વત્તા 2 સમગ્ર પંક્તિને બદલીને અથવા બે બેની સમગ્ર પંક્તિ અને કોલમ કાઢી નાખીને મેળવેલ મેટ્રિક્સના નિર્ણાયકના 2 ગણા એટલે કે એક એક એક ત્રણ એ ત્રણ એક ત્રણ ત્રણ અને એ જ રીતે છેલ્લી મુદત એક ત્રણ ઓછા એક ઘાત બે વત્તા ત્રણ ગુણ્યા એક એક એક બે ત્રણ એક ત્રણ બે બરાબર છે

તેથી આ પદ માઈનસ વન છે આ શબ્દ વત્તા એક છે અને આ શબ્દ માઈનસ વન છે તેથી જો હું બહારથી માઈનસ વન લઈશ તો જો હું આ લખીશ તો આ એક એક વખત એક બે એક ત્રણ ત્રણ બે ત્રણ ત્રણ ઓછા એક બેમાં એક એક એક એક થશે ત્રણ એ ત્રણ એક ત્રણ ત્રણ અધિકાર વત્તા આ ટર્મ છેલ્લી ટર્મ જે એક ત્રણ વખત એક એક એક બે ત્રણ એક ત્રણ બે બરાબર છે અને પછી હું કૌંસ બંધ કરું છું

તેથી જો તમે હમણાં જ આનું નિરીક્ષણ કરો તો આ સિવાય બીજું કંઈ નહીં થાય મેટ્રિક્સનું નિર્ણાયક તેથી આપણે નિર્ણાયક  $S$  ની વ્યાખ્યાથી વિપરીત જઈ રહ્યા છીએ  $O$  જો હું ફક્ત એમ કહું કે આ મેટ્રિક્સ  $a_{11} a_{12} a_{13} a_{21} a_{22} a_{23} a_{31} a_{32} a_{33}$  એક બે એક ત્રણ અને ત્રણ એક ત્રણ બે ત્રણ ત્રણનો નિર્ણાયક છે જેનું પગલું હતું.

અહીંથી અહીં માત્ર આ પંક્તિ સાથે વિસ્તરણ કરીને હતું અને આપણે અહીં જે જોઈએ છીએ તે એ છે કે આ બે સરખા શબ્દો છે અને ફક્ત અગાઉના ગુણધર્મ પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે આનો અર્થ એ છે કે આ નિર્ણાયક 0 છે.

તેથી આ અમને શું કહે છે જો હું કરી શકું તો અહીં ફક્ત આ મોટો તીર દોરો કે એક પંક્તિની એન્ટ્રીના ઉત્પાદનનું મૂલ્યાંકન કરવા અને તેને બીજી હરોળના કોફેક્ટર્સ સાથે ગુણાકાર કરવા માટે તે રકમનું મૂલ્ય શૂન્ય થશે

તેથી આ એક રસપ્રદ ગુણધર્મ છે તેથી મારો મતલબ જો તમે લો એક પંક્તિની એન્ટ્રીઓના ઉત્પાદનનો સરવાળો અને તેમના કોફેક્ટર્સ આહ જે નિર્ણાયક છે પરંતુ જો તમે હવે તેમના પોતાના કોફેક્ટર્સને અલગ પંક્તિના કોફેક્ટર્સ સાથે બદલો તો તેનો સરવાળો શૂન્ય થાય છે અને તે આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને બતાવી શકાય છે.

હવે આપણે જે કરવા માંગીએ છીએ તે આ છે તેથી આ ત્રણ પ્રોપર્ટીઝનો આગળનો સેટ છે જ્યાં અમે વાત કરી છે કે જો તમે પંક્તિઓની અદલાબદલી કરો તો શું થાય છે જો તમે કોલમમાં પંક્તિઓનું વિનિમય કરો તો શું થાય છે જો કંઈક સમાન પંક્તિઓ અથવા કોલમ હોય તો શું થાય છે, તો અમે સરળ સાથે આવ્યા છીએ.

તે મેટ્રિક્સનો નિર્ણાયક કેવી રીતે બદલાય છે તે કહેવાની રીતો અને એક પ્રેક્ટિસ સાથે આ ગુણધર્મો બીજી પ્રકૃતિ બની જાય છે જેથી તમે અમુક કામગીરી જોઈ શકો અને જોઈ શકો કે નિર્ણાયકના મૂલ્યનું શું થાય છે તે હવે ત્રણ ગુણધર્મોનો આગામી સમૂહ પણ રસપ્રદ છે.

જો તમે આ મેટ્રિક્સની એન્ટ્રીઓમાંથી અમુક રકમો અથવા ઉત્પાદનો લો તો શું થાય છે તેથી શું થાય છે જો ઉદાહરણ તરીકે તમે મેટ્રિક્સની આખી આહ પંક્તિને અમુક સંખ્યા સાથે ગુણાકાર કરો તો નિર્ણાયક કેવી રીતે બદલાય છે અથવા જો આપણે બે પંક્તિઓનો સરવાળો કરીએ તો મેટ્રિક્સનું મેટ્રિક્સ કેવી રીતે યોગ્ય રીતે બદલાય છે તેથી આ તે વસ્તુઓ છે જે આપણે આગળ જોઈશું આ ગુણધર્મોનો આગલો સમૂહ છે તેથી તાત્કાલિક આગામી સમૂહ મિલકત  $7a$  છે  $nd$  આ કહે છે કે જો આપણે ગુણાકાર કરીએ તો જો પંક્તિ અથવા કોલમના દરેક ઘટકને અચળ અને સ્થિરાંક વડે ગુણાકાર કરવામાં આવે તો ચાલો તેને  $k$  કહીએ તો નિર્ણાયકની કિંમત પણ  $k$  વડે ગુણાકાર થાય છે તેથી વિચાર આવે છે કે જો તમે લો આખી પંક્તિ દરેક પંક્તિના ઘટકને  $k$  અથવા કોલમ માટે ગુણાકાર કરીને તેનું મૂલ્ય બદલે છે તો પછી  $k$  અને  $um$  સાથે ગુણાકાર કરવાના નિર્ણાયકની કિંમત આપણે આને કેવી રીતે બતાવીશું જેથી કરીને માત્ર નિર્ણાયકની વ્યાખ્યા જોઈને જોઈ શકાય છે.

તેથી તમે પંક્તિ સાથે વિસ્તરણ કરવાનું વિચારી શકો છો જેનો ગુણાકાર આહ થઈ રહ્યો છે કે ગુણાકાર પહેલા અને પછી પંક્તિની દરેક એન્ટ્રી  $k$  ના અવયવથી વધી છે અને

તેથી આપણે તે અવયવને બહાર કાઢી શકીએ છીએ અને પછી આપણને ખ્યાલ આવે છે કે નિર્ણાયક પોતે  $k$  વડે વધ્યો છે.

તેથી આપણે જોઈ શકીએ કે કેસ જોવા માટે આપણે બે બાય બે મેટ્રિક્સ ઉદાહરણ  $ah$  કહીએ

તેથી જો આપણે મેટ્રિક્સ  $abcd$  કહીએ

અને આ તત્વ  $r$  એક પંક્તિ  $r$  એક  $k$  ગુણ્યા  $r$  એક બરાબર જાય છે

તેથી મેટ્રિક્સ  $ka$  અને  $kb$  બને છે

તેથી પ્રશ્નો  $t_{ion}$  એ છે કે તેમના નિર્ણાયકો સાથે શું થાય છે

તેથી અહીં નિર્ણાયક છે અને જો સૂત્ર એડ માઈનસ  $bc$  જોવાને બદલે ચાલો તેને માત્ર એક વખત તરીકે લખીએ તેના કોફેક્ટર ગમે તે હોય તે આપણે જાણીએ છીએ કે તે  $d$  છે પરંતુ ચાલો તેને વત્તા લખીએ.

$b$  ગણો તેનો કોફેક્ટર આપણે જાણીએ છીએ કે તે માઈનસ  $c$  છે પણ ચાલો તેને લખીએ તો આ સરવાળો બરાબર છે

તેથી અહીં વાસ્તવમાં  $c$  હોવો જોઈએ પણ આપણે ખરેખર માફ નથી કરતા

તેથી આ  $d$  હોવો જોઈએ અને આ માઈનસ  $c$  હોવો જોઈએ પણ આપણે ખરેખર કરીએ છીએ આ વિશે ખૂબ ચિંતા કરશો નહીં

મુખ્ય વિચાર એ છે કે તમે હવે અહીં પંક્તિ  $ab$  સાથે વિસ્તર્યું છે જો આપણે પણ પ્રથમ પંક્તિ સાથે વિસ્તરણ કરીએ તો નિર્ણાયક શું છે તે કા ગણા કોફેક્ટર હશે જે તેના સમાન  $d$  વચ્ચે  $kb$  વખત બદલાવું નથી કોફેક્ટર જે માઈનસ  $c$  ને ફરીથી બદલાવું નથી

તેથી અહીં આ  $k$  ને બહાર કાઢી શકાય છે

તેથી આ  $k$  ગુણ્યા આ વત્તા  $b$  ગણા હશે જે પણ cofactors માઈનસ  $c$  અહીં  $t$  છે અને તમે જોશો કે અહીંના સમીકરણો સમાન છે જેમ કે આ બે છે એક જ વસ્તુ  $k$  છે

તેથી નિર્ણાયક  $k$  પરિબળ દ્વારા નિર્ણાયક ભીંગડા ઉપર જાય છે

તેથી જો તમે આખી પંક્તિનો થોડો સ્કેલર ગુણાકાર કરો છો અને આપણે આ કોલમ માટે પણ કરી શકીએ છીએ તે આપણે જોઈશું કે તેનું મૂલ્ય નિર્ણાયક એક પરિબળ  $k$  દ્વારા આહ બદલવા અથવા માપવા જઈ રહ્યો છે,

તેથી આ ગુણાકાર સંબંધિત ગુણધર્મ છે અને હવે અમે જોવા માંગીએ છીએ કે જો તમારી પાસે મેટ્રિક્સમાં સામેલ રકમ હોય તો શું થાય છે જો નિર્ણાયકનું શું થાય છે જેથી તમે ચોક્કસ છો મેટ્રિક્સના ગુણધર્મ એહને જોતા કે જો દરેક એન્ટ્રીને બે ઘટકોના સરવાળા તરીકે દર્શાવી શકાય તો જો પંક્તિની દરેક એન્ટ્રીને બે ઘટકોના સરવાળા તરીકે દર્શાવી શકાય તો નિર્ણાયકને મેટ્રિક્સના નિર્ણાયક તરીકે લખી શકાય જે સરવાળો અલગ કરીને જોવા મળે છે

તેથી હું તેને લખવા દો તે વધુ સ્પષ્ટ થઈ શકે છે

તેથી પ્રોપર્ટી સ્ટેટમેન્ટ એ છે કે જો પંક્તિ અથવા કોલમના કેટલાક અથવા બધા ઘટકો બે પદોના સરવાળા તરીકે લખી શકાય તો નિર્ણાયક એકંદર નિર્ણાયકને નિર્ધારકોના સરવાળા તરીકે વ્યક્ત કરી શકાય છે અને નિર્ધારકોનો આ સરવાળો

તે મૂળ મેટ્રિક્સને અલગ કરીને મૂળ મેટ્રિક્સને અલગ કરીને મેળવેલા મેટ્રિક્સનો છે આનો અર્થ શું છે

તેથી યાલો આપણે ફરી એક સાદા ઉદાહરણ પર ફરીથી બે બાય બે ઉદાહરણ જોઈએ.

ધારો કે આપણી પાસે મેટ્રિક્સ  $a$  વત્તા  $x$  છે યાલો આપણે કહીએ અને  $b$  વત્તા  $y$  બરાબર છે અને પછી  $c$  અને  $d$  તો આ ફૂવાના નિર્ણાયક શું છે, આપણે બરાબર કહેવાનો પ્રયત્ન કરી શકીએ, મારે આ  $x$  દર્શાવવું જોઈએ કારણ કે તે સરવાળો અથવા બધા સમ કહે છે જો તમે તેને સરવાળા તરીકે ન લખી શકો તો કેટલાક કિસ્સાઓમાં આ  $x$  માત્ર આહ શૂન્ય હોઈ શકે છે

તેથી એવું નથી કે આપણે તે બધાને સરવાળો તરીકે લખવાની જરૂર છે સરવાળો એવો હોઈ શકે કે અન્ય વિઘટન વત્તાના સંદર્ભમાં હોઈ શકે.

ઉદાહરણ તરીકે શૂન્ય

તેથી આપણે જે કહેવા માંગીએ છીએ તે એ છે કે આની ઊંડાઈ નિર્ણાયક મેટ્રિક્સના નિર્ણાયકની બરાબર છે,

તેથી આ તે વિઘટન છે જે આપણે પ્લસ  $xycd$  વિશે વાત કરી રહ્યા છીએ, બરાબર તો આ રીતે આપણે વિઘટન કર્યું એક નિર્ણાયકને બે નિર્ણાયકોના સરવાળામાં સેડ કરો માત્ર એટલા માટે કે એક પંક્તિના તત્ત્વો બે ઘટકોમાં વિઘટન કરી શકાય તેવું સક્ષમ હતા

તેથી આ વિધાનનો અમારો અર્થ છે અને અમે આ કેવી રીતે બતાવીએ છીએ અમે આને માત્ર દ્વારા સીધું જ ફરીથી બતાવી શકીએ છીએ ફરીથી વ્યાખ્યા જેમ કે આપણે પહેલા પંક્તિ  $ah$  સાથે વિસ્તરણ કરીને કર્યું છે અને કારણ કે હવે જ્યારે તમે સરવાળો જોશો ત્યારે દરેક ઉત્પાદનમાં પ્લસ  $x$  અથવા  $b$  પ્લસ  $y$  અથવા એવું કંઈક હશે તો આપણે તેને વિભાજિત કરીએ છીએ અને પછી આપણે

જે કંઈપણ બાકી છે બે ઉત્પાદનો તેના પોતાના નિર્ધારકોના આહ સમૂહ પર પાછા જઈ શકે છે

તેથી મને હમણાં જ લખવા દો કે મેં હમણાં શું કહ્યું આહ વિચાર નીચે મુજબ છે

તેથી જો તમે નિર્ણાયકને અહીં જોવાને બદલે છેલ્લા ઉદાહરણની જેમ ફરીથી જુઓ સૂત્ર પર  $a$  વત્તા  $x$  ગુણ્યા આ ઓછા  $c$  ગુણ્યા  $b$  વત્તા  $y$  યાલો આપણે કહીએ કે આપણે આ પંક્તિ સાથે વિસ્તરણ કરી રહ્યા છીએ અને આપણી પાસે વત્તા  $x$  ગુણ્યા તેના કોફેક્ટર

વત્તા  $b$  વત્તા  $y$  ગુણ્યા તેના કોફેક્ટર છે આપણે જાણીએ છીએ કે આ  $d$  સિવાય બીજું કંઈ નથી આ માઈનસ સી સિવાય બીજું કંઈ નથી પરંતુ સામાન્ય રીતે આપણે જાણતા નથી અને તે આહ

તેથી સામાન્ય રીતે આપણે ખરેખર આહ તે શું છે તે જાણવાની જરૂર નથી કારણ કે આપણે ફક્ત વિસ્તરણ કરી રહ્યા છીએ અને આપણે આ શરતો સાથે ધ્યાન કેન્દ્રિત કરી રહ્યા છીએ જેથી આને સમય  $d$  તરીકે લખી શકાય.

વત્તા  $b$  ગુણ્યા માઈનસ  $c$  વત્તા

તેથી આ શબ્દોનો એક સમૂહ છે વત્તા  $x$  ગુણ્યા  $d$  વત્તા  $y$  ગુણ્યા માઈનસ  $c$  હવે જો તમે આને જુઓ તો આ કંઈ નથી પણ પ્રથમ કંઈ નથી પણ આ શબ્દોનો નિર્ધારક છે અને બીજો કંઈ નથી પણ નિર્ણાયક છે આ શબ્દોનો

તેથી આ બે નિર્ણાયકોનો સરવાળો છે જે મેટ્રિક્સ એબીસીડી અને મેટ્રિક્સ  $xycd$  અધિકારના નિર્ણાયક છે

તેથી અમે બે નિર્ણાયકોના સરવાળામાંથી એક નિર્ણાયક વ્યક્ત કર્યો છે જે આ અર્થ નિર્ધારકોનો સરવાળો છે.

હીક છે

તેથી આ આ ગુણધર્મ છે જે ફરીથી જણાવવા માટે કહે છે કે જો તમે અહીં અમે ધ્યાનમાં લીધેલ પંક્તિના સરવાળાને પણ વિઘટિત કરી શકો છો, પરંતુ બે પદોના સરવાળાના સંદર્ભમાં કોલમનો પણ વિઘટન કરી શકો છો, તો નિર્ણાયકનો અર્થ થઈ શકે છે.

બે નિર્ણાયકોના સરવાળા તરીકે  $essed$  ઓકે આહ અને પછી આગળની પ્રોપર્ટી જે શ્રેણીમાં છેલ્લી છે જેના વિશે આપણે વાત કરવા જઈ રહ્યા છીએ તે અમુક અર્થમાં તેનાથી વિરુદ્ધ છે અને તે શું કહે છે કે જો તમે મેટ્રિક્સ જુઓ કે જેમાં ચોક્કસ નિર્ણાયક અને જો તમે મેટ્રિક્સની બે પંક્તિઓ ઉમેરો અને તેમની સાથે પંક્તિઓમાંથી એકને બદલો તો નિર્ણાયક યથાવત રહેશે અને તે બતાવવા માટે ઉપયોગ કરે છે કે તે કહેશે કે અમે આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીએ છીએ અને તે મિલકત પણ જે અમે જોઈ હતી.

અગાઉ લગભગ બે સરખી પંક્તિઓ એટલે કે નિર્ણાયક શૂન્ય છે અને પંક્તિઓ વિશે આપણે જે કંઈ કહીએ છીએ તે કોલમ માટે પણ ધરાવે છે, તો યાલો જોઈએ કે તે ગુણધર્મ શું છે

તેથી આ ગુણધર્મ નવ છે અને ગુણધર્મ નવ એ છે કે જો આપણી પાસે દરેક તત્ત્વ હોય તો પંક્તિ અથવા કોલમને તે ઘટકના સરવાળા અને અન્ય પંક્તિના ઘટક દ્વારા બદલવામાં આવે છે

તેથી વિચાર એ છે કે દરેક પંક્તિ કે જે પહેલાથી જ તે તત્ત્વના સરવાળા અને અન્ય પંક્તિઓના તત્ત્વ દ્વારા બદલવામાં આવશે જેથી સમાન અન્ય પંક્તિ ગણવામાં આવે છે અથવા કોલમ પછી નિર્ણાયકની કિંમત સમાન રહે છે

તેથી યાલો આ સમજાવવા માટે બે બાય બે ઉદાહરણ જોઈએ ધારો કે આપણી પાસે મેટ્રિક્સ  $abcd$  છે

અને આપણે પ્રથમ પંક્તિ  $r_1$  ને  $r_1$  વતી  $r_2$  સાથે બદલીએ છીએ.

આ એક મેટ્રિક્સ  $a$  આપણે

તેથી આપણે  $a$  ને  $a$  વતી  $c$  અને  $b$  ને  $b$  વતી  $d$  અને  $c$  અને  $d$  થી બદલી રહ્યા છીએ

તેથી બીજો પ્રશ્ન એ છે કે આનો નિર્ણાયક શું છે અને આનો નિર્ધારક શું છે અહીં એડ માઈનસ બીસી નિર્ણાયક છે અહીં આપણે તે સારી રીતે નિર્ણાયકને કેવી રીતે શોધી શકીએ જેમ આપણે અગાઉની મિલકતમાં જોયું તેમ આ મેટ્રિક્સના નિર્ણાયકને મેટ્રિક્સ  $abcd$  અધિકારના નિર્ણાયક તરીકે બદલી શકાય છે કારણ કે આ બે આહ રકમ છે

તેથી અમે  $cdcd$  જમણે વતી નિર્ણાયક ધરાવે છે

તેથી આ અગાઉની મિલકતમાંથી છે અને જો તમે ફક્ત આ મેટ્રિક્સને જુઓ તો આપણે જોશું કે આ બે પંક્તિઓ સમાન છે અને તેથી આ નિર્ણાયક 0 પર જાય છે અને આપણી પાસે જે બાકી છે તે કંઈ નથી.

$abcd$  નું  $t$  નિર્ણાયક

જે અહીં સમાન છે અને આ આપણે બે બાય બે મેટ્રિક્સ માટે જોઈએ છીએ પરંતુ સામાન્ય  $n$  બાઈન્ડ મેટ્રિક્સ માટે સામાન્ય રીતે સાચું છે

તેથી આ સાથે આપણે નિર્ધારકોના નવ ગુણધર્મ સમાપ્ત કર્યા છે જેને આપણે સમજાવવા માંગતા હતા.

તેમાંના પ્રત્યેકને આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોયા છે જે આપણે લેક્ચરના આગલા સેટમાં આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરતી કેટલીક સમસ્યાઓને જોવા માટે શું કરીશું

પરંતુ આ ગુણધર્મોને જોવાનો વિચાર એ છે કે ઠીક છે, આપણે કેટલાક નિર્ણાયકોનું મૂલ્યાંકન કરવું પડશે.

સીધી વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરી શકે છે પરંતુ અમે અહીં જે કરી રહ્યા છીએ તે કેટલીક સરળ નિર્ણાયક ગણતરીઓ અને કેટલીક ગુણધર્મોને ધ્યાનમાં રાખીને અમે પ્રમાણમાં જટિલ મેટ્રિક્સના નિર્ધારકોને સરળ રીતે બદલી શકીએ છીએ જેથી અમે પ્રમાણમાં જટિલ મેટ્રિક્સના નિર્ધારકો મેળવી શકીએ અને આ સરળ વિચાર

આ પ્રોપર્ટીઝને જોવાનું ધ્યેય પાછળ છે

તેથી તે સાથે હું તમારા ધ્યાન બદલ આભાર માનું છું અને મને આશા છે કે આ ગુણધર્મો ઉમેરશે નિર્ધારકોની તમારી સમજ માટે એક અલગ સ્તર પરિપ્રેક્ષ્ય તમારો આભાર