ہیں کہ یہ میٹرک سے determinants determinants کیا determinants ٹھیک ہے ہیلو اور آہ میں خوش آمدید ان لیکچرز میں
وابستہ مفید نمبر ہیں اور ان لیکچرز کا مقصد یہ بتانا ہے کہ یہ نمبرز کیا ہیں جہاں ان کا استعمال کیا جاتا ہے اور یقیناً اس کا کچھ اندازہ لگانا ہے۔
خواص تاکہ ان کا صحیح اندازہ لگایا جا سکے
تو میں یہاں لکھتا ہوں کہ یہ خاص طور پر مربع میٹرس ہے جس کے بارے میں ہم بات کرنے جا رہے ہیں کیونکہ یہ اعداد مربع میٹرس سے وابستہ ہیں اور یہ کچھ چیزیں ہیں جو ہم شاید بہت سے سیاق و سباق میں اس کا سامنا ہوا ہے اور یہیں سے یہ افادیت آتی ہے لہذا میں صرف کچھ مثالوں کو دیکھتا ہوں جہاں ان کا سامنا ہوا ہو گا لہذا پہلی مثال جس کو میں دیکھنا چاہتا ہوں وہ مساوات کا خطی نظام ہے ہمارے پاس مساوات کا ایک نظام کے y برابر x دس کے برابر اور چار y جمع x ہوسکتا ہے۔ جیسا کہ
تو یہ ایک بار پھر ایک سطح پر بہت سے سیاق و سباق میں آتے ہیں کوئی ان کے بارے میں سوچ سکتا ہے کہ وہ برابر ہے۔ دو لائنوں کی اور ہم جو کرنا چاہتے ہیں وہ ان کے انقطاع کے پوائنٹس کو حل کرنا ہے لہذا ایسا ہو سکتا ہے uations
تو یہ صرف کچھ مثالیں ہیں کہ یہ مساوات ہندسی نقطہ نظر سے کیا نمائندگی کر سکتی ہیں اور جو ہم دیکھنا چاہتے ہیں وہ ٹھیک ہے کہ کیسے ہم جانتے ہیں کہ ان کے چوراہے کے پوائنٹس کیا ہیں چاہے وہ ایک نقطہ پر ایک دوسرے کو آپس میں جوڑتے ہیں یا نہیں، لہذا یہ ایک علاقہ ہے کیونکہ ہم دیکھیں گے کہ ہم جس چیز کی وضاحت کرنا چاہتے ہیں وہ ایک کردار ادا کرے گا۔ یہ مساوات مختلف شعبوں میں بھی سامنے آسکتی ہیں مثال کے طور پر اگر آپ اسکول کے الجبرا کے مسئلے کے بارے میں بات کرتے ہیں
تو ہمارے پاس کچھ سیب اور سنتری خریدنے کا کچھ مقصد ہے اس رکاوٹ کے ساتھ کہ سیب اور سنتری کی تعداد دس کے برابر ہے اور ہم اسے حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ سنتری کے مقابلے میں چار گنا زیادہ سیب تاکہ کوئی بھی اس معلومات کو الجبری طور پر ان دو مساوا کی قدریں تلاش کرنا y اور x کے برابر ہے اور پھر آپ x y دس ہے اور چار y جمع x توں میں کمپریس کر سکے آہ یہ کہہ کر کہ چاہتے ہیں۔ لہذا یہاں مقصد مساوات کے نظام کو حل کرنا ہے ٹھیک ہے
تو ہم اسے کیسے بہتر طریقے سے کریں اس کے مختلف طریقے ہیں لہذا آئیے انہیں زیادہ عام شکل میں لکھنے کی کوشش کریں تاکہ یہ دو فارمیٹ میں دوبارہ لکھی گئی ہیں جس سے پتہ چلتا ہے کہ وہ کر سکتے ہیں صحیح میٹرکس کی شکل میں لکھا جائے ah مساواتیں ہیں جو
تو یہ صرف مساوات کا ایک میٹرکس آہ نظام ہے، کوئی تصور کر سکتا ہے کہ ہم ایک دو جہتی مثال کو دیکھ رہے ہیں لیکن جو ہم عام طور پر کرنا چاہتے ہیں وہ ایک جہتی نظام کے لیے بھی کام کرے گا۔ مساوات آہ عام طور پر ہم اس میٹرکس کے بارے میں کچھ ایسے abcd کے طور پر بات کر سکتے ہیں جہاں یہ دو بائی دو مربع میٹرکس دو بائی دو مربع میٹرکس کی ایک عام شکل ہے جو قدرتی طور پر ان ترتیبات میں آتی ہے
تو ہم ان مساوات کو کیسے حل کریں گے کہ تعین کنندگان کہاں ہیں آئیے ہم یہ دیکھنے کی کوشش کرتے ہیں کہ حل کا ایک طریقہ یہ ہے کہ ہم سے ضرب دے سکتے ہیں اور دونوں کو گھٹا سکتے ہیں پھر ہمیں کیا ملے گا ہمیں وہ اشتہار b سے اور نیچے والی کو d اوپر والی مساوات کو وہ مقدار صفر نہیں ہے bc ٹھیک ہے اور اگر اشتہار مائنس bn مائنس x dm بار c ملے گا؟ b مائنس
کے برابر نہیں ہے bc 0 تو ہم دونوں اطراف کو اس نمبر سے تقسیم کر سکتے ہیں اگر اشتہار مائنس
ہے bc مائنس pn by ad مائنس x tm تو
کے حل کے ساتھ آ سکتے ہیں جس میں ہم مساوات کو دوبارہ لکھتے ہیں اوپر والے کو y کا حل ہیں اسی طرح ہم x تو دیکھیں عام ترتیب میں یہ مائنس اشتہار cm minus an by bc برابر ہے y کو گھٹائیں اور پھر نیچے لکھیں کہ یہ ok سے ضرب دیں اور a نیچے والے کو c صفر نہیں ہے bc ہے جہاں یہ نمبر ایڈ مائنس ah پھر یہ اس معاملے کے لیے
کے لیے ہے صفر نہیں کیونکہ آپ جانتے ہیں کہ 0 سے تقسیم میں بہت سارے مسائل ہیں 1 کے لیے وضاحت نہیں کی گئی bc تو یہ ایڈ مائنس ہے abcd mn ٹو بائی دو مربع میٹرکس abcda اور کیا ہم دوبارہ بات کی طرف واپس جاکر کہنا چاہتے ہیں کہ اگر ہمارے پاس ایک میٹرکس اس دو کا تعین کرنے والے کے سوا کچھ نہیں ہے۔ دو کی bc مائنس ad صفر نہیں ہوتا ہے اب یہ مقدار bc تو حل مل جاتا ہے جب ایڈ مائنس طرف سے میٹرکس
کا تعین کرنے والا ہے لہذا یہ نمبر جو قدرتی طور پر مساوات کے لکیری سیٹ کو حل کرنے کے تناظر میں abcd تو یہ دو بہ دو میٹرکس جہتی مثال ہو سکتی ہے لیکن یہ وہ حالت ہے جو میٹرکس کے تعین n سامنے آتا ہے ہم نے دو جہتی مثال کو دیکھا ہے یہ تین جہتی چار جہتی کنندہ کے سوا کچھ نہیں ہے جو اہم ہے یا جو یہ جانچنے میں کارآمد ہے کہ آیا مساوات کے نظام کا کوئی حل ہے یا نہیں اس لیے تعین کنندہ کو چیک کر کے حل کی موجودگی کا مسئلہ معلوم کیا جا سکتا ہے ، مجھے صرف لکھنے دیں کہ نیچے اتنا تعین کنندہ مساوات کے ایک لکیری نظام میں حل کے وجود کی جانچ کرنے کا ایک طریقہ فراہم کرتا ہے ٹھیک ہے لہذا اس مثال کے ذریعے میرا مطلب ہے کہ یہ اس مثال کا مقصد ہے جس سے یہ ظاہر کرنا تھا کہ ایک تعین کنندہ جانچنے کا ایک مفید طریقہ کیسے ہوسکتا ہے۔ مساوات کے خطی نظام میں حل کی موجودگی کے لیے شاید یہی آتا ہے اس لفظ کی جڑ فعل کا تعین ہے اور وہ یہ ہے کہ یہ ہمیں کسی determinant determinant وجہ ہے کہ میرے خیال میں لفظ حساب سے تعین کرنے کی اجازت دیتا ہے جو کہ تعین کنندہ کی گنتی کے علاوہ کچھ نہیں ہے کہ آیا حل موجود ہیں یا نہیں یقیناً یہ کچھ ابتدائی مثالیں ہیں جو ہم جا رہے ہیں۔ کرنا ہے باضابطہ طور پر ایک تعین کنندہ کی وضاحت کرنا کہ وہ کیسے حساب لگا سکتے ہیں لیکن یہاں اعداد کے ان دلچسپ امتزاج یا میٹرکس کے اندراجات کے مجموعہ کا صرف ایک ذائقہ ہے جو کئی سیاق و سباق میں سامنے آتا ہے اور اس طرح اگلا سیاق و ایک اہم determinant کے لحاظ سے تھوڑا سا ہندسی ذائقہ اور پھر ہم جو دیکھیں گے وہ یہ ہے کہ ah سباق جو میں دینا چاہتا ہوں رقبہ ہے determinant کردار ادا کرتا ہے لہذا اگلی مثال ایک رقبہ کے طور پر
تو رقبہ کس چیز کا ہے
تو رقبہ ایک م
توازی علامت کا ہے جس پر منحصر ہے میٹرکس کے اندراجات
تو آئیے یہاں ایک بار پھر دو بائی دو میٹرکس پر غور کریں جسے ہم دیکھ رہے ہیں اور آئیے یہ دیکھنے کی کوشش کریں کہ اس کا کالم کے رقبے سے کیا تعلق ہے
تو آئیے ہم ان کو ویکٹر سمجھتے ہیں لہذا عام کارٹیشین کوآرڈینیٹ فریم میں اگر میں ان ویکٹرز کو کھینچتا ہوں
تو اگر میں ان ویکٹرز کی ایک آہ خاص مثال کھینچتا ہوں
سے مطابقت رکھنے والا ویکٹر ہے۔ یہ یہ دو ویکٹر bd سے مطابقت رکھنے والا ویکٹر ہے اور یہ نقطہ ac تو ہمیں یہ کہنا ہے کہ یہ پوائنٹ ہیں اور اب کوئی ان ویکٹرز سے بننے والے م
کے طور پر ہے جو میں بیان کرنا چاہتا ہوں وہ یہ ہے t جمع bc توازی گرام کے بارے میں سوچ سکتا ہے اس طرح یہ اور یہ نقطہ یہاں جمع کہ اس م
توازی گرام کا رقبہ کچھ بھی نہیں ہے۔ لیکن وہی مقدار جسے ہم پچھلی مثال میں حل کے وجود کے لیے غیر صفر کے طور پر چیک کر رہے تھے کے سوا کچھ نہیں ہے bc اور یہی ہے جسے ہمیں بعد میں باضابطہ طور پر تعین کرنے والے کے طور پر بیان کرنا چاہیے لہذا رقبہ ایڈ مائنس ہے اور ہم اسے bd ایک ویکٹر ہے جو ac تو آئیے دیکھتے ہیں اس لیے میں اسی شکل کا ایک بڑا ورژن یہاں ایک ویکٹر بناتا ہوں جو کہ یہاں منسلک کرنے کی کوشش کر رہے ہیں جس کی بنیاد پر ایک م

ہونے کی وجہ سے اب ہم اس علاقے کے ڈیلٹا کو تلاش کرنا چاہتے ہیں d جمع c اور b جمع a توازی علامت بنائیں ان ویکٹرز پر یہ نقطہ
اور جس طرح سے ہم اسے حل کرنا چاہیں گے وہ یہ ہے کہ ایک بڑا رقبہ تلاش کرنے کی کوشش کریں اور اسے گھٹائیں مختلف عناصر جو میرا
مطلب ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس یہ ڈیشڈ ایریا ہے اور اس علاقے سے اس مثلث کا رقبہ اس مستطیل کا رقبہ اس مثلث کا رقبہ اس مثلث کا رقبہ
اس مثلث کا رقبہ اس مثلث کا رقبہ اور پھر اس کا رقبہ مستطیل
ٹھیک ہے اور d جمع c گنا b تو مستطیل کا مجموعی رقبہ کیا ہے بڑا مستطیل یہ کچھ بھی نہیں ہے مگر لمبائی بار چوڑائی جو کہ ایک جمع
یہاں سے اب ہمیں انفرادی رقبہ کا حساب لگانا ہے
کا رقبہ مثلث بنیاد کا نصف ہے اور مستطیل کا رقبہ جیسا کہ آپ نے ابھی استعمال کیا ہے لمبائی گنا چوڑائی ہے a تو یاد رکھیں کہ
ہے c اونچائی جو n کے علاوہ کچھ نہیں ہے . a تو اس مستطیل کا رقبہ کیا ہے معذرت کے ساتھ یہ مثلث بنیاد کا مائنس آدھا گنا ہے جو کہ
ہے b ہے اور پھر بنیاد d ہے اس مثلث کی اونچائی دوبارہ vc مائنس b ہے اور پھر لمبائی c اس مستطیل کا رقبہ اور اونچائی
مائنس ہے اس d ہے اور اونچائی b اب ہم اس طرف رقبہ کی طرف بڑھتے ہیں۔ اس مثلث کا ایک بار پھر مائنس آدھا بیس یہاں bd تو مائنس آدھا
مائنس ہے ہاف اے سی c ہے اور اونچائی a ہے اور اس مثلث کا رقبہ دوبارہ یہاں کی بنیاد c ہے اور پھر اونچائی b مستطیل کا رقبہ
تو آئیے ہم صرف آہ اس ایکسپریشن کو آسان بناتے ہیں تاکہ ڈیلٹا ایک پلس بی میں سی پلس ڈی ہے اور ان ایکسپریشنز کو جمع کرتے ہوئے ہمارے
ہے bc مائنس 2 bd مائنس ac پاس مائنس
مائنس بی ڈی مائنس 2 بی سی ac مائنس bd پلس bc پلس ایڈ پلس ac تو آئیے اسے آسان بناتے ہیں یہ ہے
تو یہ بی ڈی اور یہ وی ڈی ایک اے سی ایک اے سی کو کینسل کریں اور ان میں سے ایک بی سی کینسل کر رہا ہے ہمیں ایڈ مائنس بی سی کے ساتھ
چھوڑ کر یہ ایڈ مائنس بی سی کی اصطلاح دوبارہ سامنے آتی ہے آپ کو معلوم ہے کہ پہلے یہ ایک حل کے تناظر میں آیا تھا۔ مساوات کا لکیری
یہاں یہ بالکل مختلف انداز میں سامنے آیا ہے حالانکہ دوسرے لفظوں میں میٹرکس کے کالموں کے ذریعہ co ntext نظام ایک بہت ہی الجبری
بنائے گئے م
کے خیال میں abci توازی علامت کے رقبے کو تلاش کرنے کی کوشش سے متعلق سیاق و سباق یہاں ہم نے کہا ہے ٹھیک ہے ہمارے خیال میں
یہ abci تھا اور یہاں سے ہم م d یہ c کے برعکس تھا۔ یہ
توازی علامت کے اس ہندسی خیال پر گئے اور یہ علاقہ یہ ڈیلٹا جو ہم نے دکھایا ہے وہ ایڈ مائنس بی سی کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا یہ نمبر جو
اب دوسرے تناظر میں آیا ہے یہ وہی ہے جو ہم جا رہے ہیں۔ فیصلہ کن کے طور پر پکارنا
تو یہ وہی ہے جو ابتدائی نقطہ پر واپس جاتا ہے جسے ہم سمجھنا چاہتے تھے کہ تعین کنندہ ایک عدد ہے نہ کہ صرف کوئی عدد یہ ایک کارآمد نمبر
کیوں ہے کیوں کہ یہ وجود کا پتہ لگانے میں مددگار ہے۔ ایک لکیری نظام کی مساوات کے حل کے لیے یہ م
توازی علامت کے رقبے کو معلوم کرنے میں مفید ہے اس کی ہندسی تعریف ہے اور میٹرکس کے تعین کنندہ کی ایسی بہت سی ایپلی کیشنز ہیں جن
کا خلاصہ کرنے کے لیے سامنے آتے ہیں۔ یہ میں صرف یہ لکھتا ہوں کہ ایک تعین کنندہ ویکٹرز سے بننے والے م
کے میٹرکس کے کالم سے کالم دیتا ہے ریاضی کے لحاظ سے بالکل درست ہونا ہے میں صرف اس um توازی علامت کے رقبہ کو ایک میٹرکس
کر سکتی ہے۔ مخصوص اقدار کے علاقے کے لحاظ سے مثبت یا منفی ہونا ایک bc علاقے کو کوٹس میں رکھوں گا کیونکہ یہ مقدار اشتہار مائنس
ایسی چیز ہے جسے ہم عام طور پر مثبت کے بارے میں سوچتے ہیں لہذا میرا مطلب ہے کہ رشتہ اب بھی برقرار ہے ہمیں اصل علاقے ہونے کے
تعین کی مطلق قدر کے بارے میں سوچنا پڑ سکتا ہے حالانکہ اس علاقے کی علامت جو ہم حاصل کرتے ہیں ان حسابات سے کچھ اور مطابقت بھی
ہو سکتی ہے لیکن اس دائرہ کار پر ہماری سطح پر ہم صرف یہ لیتے ہیں کہ اس م
کی مطلق قدر سے دیا جائے گا جیسا کہ پہلے مساوات کا نظام نہیں تھا۔ لازمی طور پر دو جہتی ہونے پر پابندی ah توازی گرام کا رقبہ تعین کن
ہے حالانکہ مثال کے طور پر ہم نے ایک دو جہتی نظام لیا ہے اسی طرح یہاں ہمیں ضرورت نہیں ہے اپنے آپ کو صرف اس
علاقے تک محدود رکھنے کے لیے ہم تین بائی تین مربع میٹرکس کے بارے میں سوچ سکتے ہیں اور اس صورت میں یہ وہ حجم ہوگا جو تعین کنندہ
کی مطلق قدر یا قطعی قدر دیتا ہے اور ہم اس کے بارے میں بھی سوچ سکتے ہیں۔ اعلی جہتی خالی جگہیں ٹھیک ہے
تو ام مکمل ہونے کی خاطر آئیے ہم ابتدائی مثال کی طرف واپس چلتے ہیں جس کا آغاز ہم نے تعین کرنے والے کی کمپیوٹنگ کی مثال کے طور پر کیا
میٹرکس میں عام کیا اور ہم نے دو چیزیں abcd ٹھیک ہے لہذا یہ 2 بائی 2 کی طرح تھا۔ میٹرکس جسے ہم نے ایک xy تھا یہ 1 1 4 مائنس 1
کیں
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا مساوات کے اس نظام کا کوئی حل ہے اور ایسا کرنے کا طریقہ یہ ہوگا کہ اس میٹرکس کے تعین کنندہ کا حساب لگایا
جائے
تو اس میٹرکس کا تعین کنندہ کیا ہے؟ مائنس بی بی سی
تو 1 میں مائنس 1 مائنس بی جو 1 میں 4 ہے
تو یہ مائنس 1 مائنس 4 مائنس پانچ ہے لہذا یہ صفر کے برابر نہیں ہے لہذا حل دوبارہ موجود ہے یہ ایک سادہ مثال ہے لہذا ہم سوچ سکتے ہیں
نے براہ راست اس کا حساب لگایا ہے لیکن ہم تصور کر سکتے ہیں کہ اعلی جہ d ٹھیک ہے ہم کر سکتے ہیں
توں کے لیے مساوات کو واضح طور پر حل کرنا مشکل ہو سکتا ہے اور اس صورت میں تعین کنندہ پیروی ایک مفید طریقہ فراہم کرتا ہے جس سے
حل کے وجود کی جانچ پڑتال کے لیے اسی طرح کے نقطہ نظر سے رقبہ کا بھی رقبہ ہے ہمیں تعین کرنے والے کی مطلق قدر فائی ہے
تو یہ صرف اس وجہ سے مطلق قدر آہ لے رہا ہے جس کی وجہ سے میں نے ذکر کیا ہے کہ آپ جانتے ہیں کہ ہماری سطح پر نشانی کے کچھ
ریاضیاتی معنی ہیں بس ہمیں نہ کرنے دیں۔ اس کے بارے میں بہت زیادہ فکر کریں آئیے ہم صرف اس نمبر کو دیکھنے پر
توجہ مرکوز کریں جو یہ دیتا ہے لہذا یہ اس دائرے کو مکمل کرنے کی طرح ہے جس کا آغاز ہم نے اس مثال کے ساتھ کیا ہے جو یا
اسے میٹرکس کے ah تو الجبری سیاق و سباق میں آتا ہے یا لائنوں کے تقاطع والے پوائنٹس کو تلاش کرنے کی کوشش میں اور ہم کیا کرتے ہیں۔
کسی نمبر کی قدر کی جانچ پڑتال یا اس نمبر کے اشتہار ah مسئلے کے حل یا حل کے لحاظ سے مرتب کرتے ہوئے دیکھیں جو ہم کرنا چاہتے ہیں
کے لیے مائنس بی سی جو اس کا ایک تعین کنندہ ہے اس لیے یہ تعین کنندہ ایک مفید اہم ah کی گنتی پر منحصر ہے ایک دو بائی دو مربع میٹرکس
عدد ہے، اس لیے ہم جو کچھ کرنا چاہتے ہیں اس کی طرف واپس جائیں
اشارے کا استعمال کریں گے یا determinants تو آئیے اس طویل الفاظ میں سے ایک لکھنے کے بجائے فیصلہ کن کہتے ہیں۔
دو عمودی لائنوں میں ڈالیں گے اور ہم نوٹ کریں گے کہ یہ ایک مربع میٹرکس ہے ah یا صرف ہم اسے ان determinant dt کا a تو
اور ہم جو کرنا چاہتے ہیں وہ تین چیزیں ہیں پہلے ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں
تو کیا ہم نے اب تک صرف ان دو آہ مختلف سیاق و سباق میں ایک تعین کنندہ کی ضرورت کو تحریک دینے کی کوشش کی ہے جو ہم کرنا چاہتے ہیں
وہ یہ ہے کہ پہلے باضابطہ طور پر ایک تعین کنندہ کی وضاحت کی جائے لہذا ہم ایک عامل کی وضاحت کریں گے جو رسمی طور پر حساب کرنے
میٹرکس کا تعین کرنے والا اگرچہ ہم اسے زیادہ تر دو بہ دو یا تین بذریعہ تین میٹرکس کے لیے n از n کے طریقہ کار کے ساتھ آتا ہے۔ عام
استعمال کریں گے ایک ایک بذریعہ ایک میٹرکس بنیادی طور پر صرف ایک عدد ہے تاکہ تعین کنندہ ایک تعین کنندہ کی وضاحت کرنے کے بعد نمبر کی
قدر کے برابر ہم کچھ ایسے طریقوں کو دیکھتے ہیں جن میں کوئی بھی تعین کنندہ کا حساب لگ سکتا ہے لہذا ایک طریقہ ہو سکتا ہے کہ تعریف تعین

کنندہ کو شمار کرنے کا ایک طریقہ فراہم کرتی ہو لیکن جو ہم دیکھیں گے وہ خصوصیات کا ایک مجموعہ ہے جو اجازت دیتا ہے ہم تعین کنندہ کو اس
طرح سے جوڑتے ہیں کہ اس کا حساب لگانا آسان ہو جاتا ہے لہذا یہ دوسری چیز ہے جو ہم دیکھیں گے کہ وہ نمبر دو خصوصیات ہیں اور آخر میں
ہم جو کرنے جا رہے ہیں وہ ہے تعین کنندگان کے کچھ مزید اطلاقات کو دیکھنا۔ اس سے ملتی جلتی لائن جو ہم ابھی دیکھتے ہیں کہ آپ جانتے ہیں
کہ اس سے ہمیں حل کی موجودگی تلاش کرنے میں مدد ملتی ہے اس سے علاقے آہ اور کچھ دوسری چیزیں ملتی ہیں لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ ہم اس
سادہ نمبر کی طاقت کو کہاں لاگو کرسکتے ہیں
تو یہ ہے آہ کا خاکہ ان لیکچرز کے سیٹ بالکل ٹھیک ہے
تو آئیے صرف اس بات کو یقینی بنانے کے لیے ایک تعین کنندہ کی وضاحت کرتے ہوئے شروع کرتے ہیں کہ ہمارے اشارے واضح ہیں میں ایک
کیا ہیں وہ ذیلی عناصر کی ذیلی تعریفیں ہیں جن کو حتمی طور پر تعین کنندہ کی t لکھ کر شروع کروں گا اور پھر دیکھیں کہ a جنرل میٹرکس
مربع میٹرکس کہتے ہیں اور n by n ایک عام مربع میٹرکس ہے آئیے ایک a ah تعریف کے ساتھ آنے سے پہلے بنانے کی ضرورت ہے لہذا
کالم jth قطار کی نمائندگی کرتا ہے۔ اور aij ith اسے اس نمائندگی میں بھی لکھتے ہیں جہاں
کالم یا اگر آپ میٹرکس کو مجموعی طور پر لکھنے کی کوشش کرتے ہیں i row jth تو
ویں کالم اگلی قطارn جیسا ہوگا کیونکہ پہلی قطار اور پہلا کالم ہے پھر ایک دو پہلی قطار دوسرا کالم اسی طرح پھر پہلی قطار a11 تو یہ کچھ
قطار nth ویں کالم پر اور اسی طرح ہمارے پاسn ایک دو ایک دوسری قطار پہلا کالم دو دو دوسری قطار دوسرا کالم اسی طرح دوسری قطار
ویں کالم تک ہوگا لہذا یہ ہے میٹرکس کو اس کی پوری تفصیل کے ساتھ لکھنا یا ہم n سے n قطار دوسرا کالم اور پھر آخری nth پہلا کالم
کالم لکھتے ہیں jth تھرو i صرف اس کے بارے میں سوچ سکتے ہیں
میٹرکس ہے جس کی مثال ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں۔ ایک 2 بائی 2 n by n اور یہ اندراج صحیح ہے لہذا یہ ایک عام j row i تو کالم
میٹرکس اور ہم کیا کرنا چاہتے ہیں یہ کہنا ہے کہ ٹھیک ہے اب ہمارا مقصد یہ ہے کہ ہم ٹھیک ہے کہنے کا مقصد کیا ہے
کا تعین کنندہ کیا ہے a کے لحاظ سے aij تو
تو اس کے لیے ہم کیا کرنا چاہتے ہیں سب سے پہلے ہمیں اس کی وضاحت کرنی ہے جسے نابالغ کہا جاتا ہے
تو مائنر
تو مائنر ایک مقدار ہے جو ہر اندراج کے ساتھ منسلک ہوتا ہے
کے تعین کنندہ سے ah تو مائنر میچ ہر اندراج کے ساتھ منسلک ہوتا ہے ٹھیک ہے آہ اور نابالغ آہ کی تعریف کیسے کی جاتی ہے اس کی تعریف
کالم کو حذف کرنے سے حاصل کردہ میٹرکس، لہذا اگر آپ کے پاس ایک میٹرکس ہے جس میں jth اونچائی والی قطار اور ith ہوتی ہے
قطار کو حذف کرتے ہیں ith کالم اور jth اگر آپ aij اندراجات ہیں
مائنس 1 مائنر ہے اس میٹرکس کا تعین کرنے والے کے علاوہ کچھ نہیں n تو ہمارے پاس ایک اور مربع میٹرکس باقی رہ جاتا ہے جو اب ڈائمینشن
سے حاصل ہونے والے میٹرکس کا تعین کرنے والا ہے مثال کے طور پر آئیے ہم اس a کالم کو حذف کرنے کے بعد jth تھرو اور i یہ
کا سامنا پہلے ہوا ایک ایک چار d ایک دو بائی دو میٹرکس تھا کہ ہم با a میٹرکس کی دوبارہ ایک مثال لیں جس سے ہم واقف ہیں فرض کریں کہ
منفی ایک ٹھیک ہے
تو یہ ایک ہے 1 یہ 1 2 یہ 2 1 ہے اور یہ 2 2 ہے
ایک ہے دو کچھ نہیں ہے مگر آہ پہلی قطار اور دوسرے کالم کو حذف کرنے سے حاصل کردہ m ایک دو m کا کیا معمولی ہے جو i تو ایک دو
ایک m میٹرکس کا تعین کرنے والا، اس لیے ہم پہلی قطار کو اس کو حذف کر دیں گے اور پھر اس دوسرے کالم کو حذف کر دیں گے اور اس طرح
دو میٹرکس کے تعین کنندہ کے سوا کچھ نہیں ہے۔ جس کا ایک عنصر چار ہے جو کہ جیسا کہ ہم نے پہلے کہا ہے کچھ نہیں بلکہ چار ہے لہذا ہم
یہ کہنے جا رہے ہیں کہ ایک سکیلر ایک سکیلر نمبر کا تعین کرنے والا ہمیشہ ایک ہی سکیلر ہوتا ہے لہذا مائنر 4 ہے جیسا کہ ہم سکیلر کا تعین
کرتے ہیں۔ جیسا کہ بذات خود ٹھیک ہے
تو یہ ایک نابالغ کی تعریف ہے اور پھر نابالغ کی تعریف سے گہرا تعلق ہے کوفیکٹر کا یہ خیال ہے
تو کوفیکٹر بالکل نابالغ کی طرح یہ بھی میٹرکس کے ہر عنصر سے وابستہ ہے لہذا ہم اسے کہتے ہیں اس کی نشاندہی کریں بطور aij اور co
انڈیکس کی قدر j کی قدر اور کالم i شدت میں مائنر تک لیکن اس کا ایک مختلف نشان ہو سکتا ہے اور یہ نشان قطار qual ہے۔ factor e
ہے۔ یہ مائنس 1 کی طاقت mij میں j جمع i مائنس 1 پاور aij پر منحصر ہوگا اس لیے اس کوفیکٹر کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ
برابر ہے یا طاق جو اس بات کا تعین کرے گا کہ کوفیکٹر مائنر کے برابر ہے یا یہ مائنس گنا مائنر کے j جمع i ہے اس پر منحصر ہے کہ آیا
برابر ہے
مائنس ون مکعب ایم ایک دو اور ah میں ہونے والا ہے جو کہ m 1 2 کیا ہوگا مائنس 1 پاور 1 پلس 2 میں a 1 2 تو پچھلی مثال میں کوفیکٹر
مائنس ون مکعب مائنس ون ہے
ایک دو چار تھا یہ مائنس فور ہے لہذا کوفیکٹر یہ ایک کوفیکٹر کیلکولیشن کی ایک مثال ہے اور ہم اس آہ کی m تو یہ مائنس ایم ون ٹو ہے اور چونکہ
کچھ اور مثالیں یہ بتانے کے لیے پیش کریں گے کہ آخر ہم ایک ڈیٹرمیننٹ کی وضاحت کرنا چاہتے ہیں جو اگلا مرحلہ ہے لیکن اس سے پہلے ہمیں
مائنر اور کوفیکٹر کے ان ذیلی عناصر کی ضرورت ہے۔ ہم ٹھیک سوچ سکتے ہیں کہ ہمیں ڈیفائی کرنے کی ضرورت کیوں ہے ۔ بہت سی چیزیں ہم
کے لیے ایک جنرل کے لیے تین بائے تین abcd پہلے ہی جانتے ہیں کہ ایک دو بائی دو میٹرکس کے ساتھ ایڈ مائنس بی سی ایک میٹرکس کے لیے
کے لیے ہم اس کی وضاحت کیوں نہیں کرتے کہ اس کی وجہ یہ ہے کہ ہم اس طرح چاہتے ہیں مزین اشارے کے ساتھ n ایک جنرل کے لیے
خوبصورتی کے لیے ایک عامل کی وضاحت کرنے کا آسان
توسیعی طریقہ جس کے لیے آسان طریقے سے اس کی نمائندگی کرنا آسان ہو اس لیے نابالغ اور کوفیکٹر کی ان تعریفوں کے ساتھ اب ہم تعین کنندہ
کے ساتھ cofactors پروڈکٹ کا مجموعہ ہے ۔ ایک قطار یا کالم کے عناصر کو ان کے determinant کی وضاحت کر سکتے ہیں لہذا
ٹھیک ہے
کا مجموعہ ah ایک پروڈکٹ determinant کو دیکھتے ہیں جو ہم کہہ رہے ہیں وہ یہ ہے کہ ah تو یہاں ہمارا کیا مطلب ہے ہم صرف اس
انفرادی عناصر پر مشتمل ہوتا ہے۔ کون سی پراڈکٹس ہیں یہ کون سی پروڈکٹس ہیں یہ میٹرکس کے عناصر ah ہے اور مجموعہ بنیادی طور پر
کی پروڈکٹس ہیں لہذا ایک قطار یا ایک کالم اور وہ اس عنصر کی مصنوعات ہیں ان کے متعلقہ کوفیکٹرز کے ساتھ اسی طرح متعلقہ کوفیکٹرز اس لیے
کے مقابلے میں ایک فکسڈ کے لیے ہم یا i کے a aj times aij ہے a ah کا تعین کنندہ a ریاضی کے لحاظ سے ہم یہ کہیں گے کہ

کے i تو ایک کالم کو ٹھیک کر سکتے ہیں اور قطاروں پر جمع کر سکتے ہیں یا ہم کسی بھی کالم کے اوپر ایک قطار اور جمع کر سکتے ہیں۔ یہ فکسڈ
کے خلاصے کے برابر ہے لہذا ہم اس طرح سے ایک تعین کنندہ کی تعریف کرتے ہیں ٹھیک ہے بہت سی چیزیں جو ہمارے jaijijij لیے
پاس کرنے کے امکانات ہونے چاہئیں میرے خیال میں ایک چیز یا پہلی چیز جو ہمیں کرنا چاہئے وہ ہے واپس جا کر چیک کرنا چاہیے ایک دو بہ دو
کو ah کے برابر ہے یا نہیں کہ ہم اس bc کے لیے جو ہم اس تعریف سے حاصل کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ آیا یہ اشتہار مائنس abcd میٹرکس
اخذ کر سکتے ہیں

تو پھر ہم ایک اعلیٰ جہتی میٹرکس کا تعین کرنے والے کے ساتھ کیسے آتے ہیں جو کہ دوسری چیز جو ہمیں دیکھنے کی ضرورت ہے اور یقیناً جو
چیز ہم نے لی ہے وہ یہ ہے کہ ایک اسکیلر کا تعین کرنے والا جو کچھ نہیں ہے مگر ایک ایک میٹرکس خود ہے، اس لیے اب ہم جن مثالوں پر غور کر
ne by one determinant ah سکتے ہیں وہ ایک ایک کرکے ہیں۔
معذرت ah تو
تو ایک ایک میٹرکس جو ایک اسکیلر ہے اس کا تعین کرنے والا اسکیلر ہی لیا گیا ٹھیک ہے
تو ایک ایک کرکے میٹرکس بہرحال ایک اسکیلر ہے ہر ڈیٹرمیننٹ خود اسکیلر ہے آہ اگلا دو بہ دو میٹرکس کیا ہے یہ سامنے آتا ہے لہذا ہم نے پہلے
ہی 2 بائی 2 میٹرکس کے ساتھ کام کیا ہے لیکن اب ہم اسے ایک رسمی سخت ترتیب میں کرتے ہیں
تو آئیے یہاں اس قطار کو پھیلاتے ہوئے شروع کرتے ہیں ٹھیک ہے
کا کوفیکٹر اوقات a تو ہمیں کیا کرنے کی ضرورت ہے اسے بطور لکھنا ہے۔
کے کوفیکٹر کا کوفیکٹر کیا ہے میٹرکس یا میٹرکس کا تعین کنندہ کے سوا کچھ نہیں جو قطار اور کالم کو حذف کرنے کے بعد آتا ہے a تو عنصر
حصہ ہے a جس کا
کیونکہ اگر آپ اس قطار اور اس کالم کو منسوخ کرتے ہیں d تو بنیادی طور پر صرف عنصر
کے کالم انڈیکس کا مجموعہ ہے a باقی رہ جاتا ہے لیکن مائنس 1 کی طاقت قطار کے اشاریہ اور d تو ہمارے پاس
کا کالم اشاریہ بھی ایک ہے a کا قطار کا اشاریہ ایک ہے اور a تو
تو یہ جاری ہے۔ مائنس ون ون پلس ون
تو مائنس ایک مربع
کے علاوہ کچھ نہیں ہے d تو یہ خود
اسی طرح جب ہم اس قطار کے لحاظ سے پھیلتے ہیں d تو یہ یہاں پر ہے
کے b کی پیداوار ہوتی ہے۔ یہ cofactor اور اس کے متعلقہ v عنصر b تو ہمارے پاس اشتہار ہوتا ہے اور پھر جمع میں اگلی اصطلاح
ہے b کوفیکٹر کا پلس
کا کالم اس سے تعلق رکھتا b کا کوفیکٹر کیا ہے میٹرکس کا تعین کنندہ ہے جو قطار کو حذف کرنے کے بعد آتا ہے اور اس b کے کوفیکٹر b تو
کی قطار اور کالم انڈیکس کا مجموعہ b کے علاوہ کچھ نہیں ہے بلکہ اسے ضرب دیا جاتا ہے مائنس ون پاور کے ذریعے c ہے اور یہ
کا تعلق پہلی قطار سے ہے لیکن دوسرے کالم کا b تو اگر آپ دیکھتے ہیں کہ
تو یہ مائنس 1 پاور 1 جمع 2 ہے
تو مائنس 1 کیوب ہے
ہے c تو یہ مائنس
تو یہ نمبر ختم ہو جاتا ہے۔ یہاں
ہے جو یہاں آتا ہے c ہونے والا ہے کیونکہ یہ مائنس bc تو اس میٹرکس کا مجموعی طور پر تعین کرنے والا ایڈ مائنس
اس کے ah ہے ہم بھی کر سکتے ہیں۔ bc تو ہم دوبارہ اپنے اظہار پر واپس چلے جاتے ہیں جسے ہم نے متعدد بار دیکھا ہے جو کہ ایڈ مائنس
ساتھ ساتھ پھیلائیں
کو بڑھایا اس قطار کو لمبی کرتے ہوئے ہم اس قطار یا اس کالم یا اس کالم کو پھیلا کر چیک کر سکتے ہیں کہ کیا ہوتا ہے a تو یہاں ہم نے
تو آئیے ان میں سے ایک کرتے ہیں دوسرے کالم کے ساتھ پھیلاتے ہیں آہ ایسا کرنے کی وجہ یہ ہے کہ فیصلہ کن تعریف جس طرح سے ہم نے کہا
ہے وہ یہ ہے کہ یہ یا
تو ایک قطار کے ساتھ درحقیقت کسی بھی قطار کو پھیلایا جا سکتا ہے لیکن اسے ایک قطار آہ ہونی چاہیے اور یہ کسی کالم یا کسی کالم کے گرد بھی
پھیل سکتی ہے لیکن اسے ایک کالم ہونا چاہیے
تو آئیے ہم اسے مختلف کالم کے ساتھ پھیلا کر چیک کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ اور دیکھیں کہ آیا ہم وہی نمبر بازیافت کرتے ہیں یا نہیں
ہے اور آئیے اس کے ساتھ اس کو بڑھاتے ہیں جیسا کہ پہلے ہمیں یہ کہنا ہے کہ ٹھیک ہے یہ ایک پروڈکٹ کا مجموعہ abcd تو یہاں میٹرکس
گنا اس کا کوفیکٹر آہ جمع ایک بار اس کا کوفیکٹر b ہے جس پروڈکٹ کی پہلی پروڈکٹ کی اصطلاح ہونے جا رہی ہے۔
کا کوفیکٹر کون سا ہے جو تبدیل نہیں ہوتا ہے چاہے ہم ایک قطار یا کالم کے ساتھ پھیلائیں جس کا ہم نے پہلے حساب لگایا تھا کہ مائنس b تو پھر
اور جو ہمیں اس a ہونا چاہئے نہ کہ d ہے اور اس لیے چونکہ ہم اس کے ساتھ ساتھ پھیل رہے ہیں کالم اس اندراج کو اصل میں c ok ah
کے کوفیکٹر کا حساب نہیں لگایا ہے اس سے پہلے d کے ساتھ ضرب کرنے کی ضرورت ہے وہ اس کے متعلقہ کوفیکٹر ہے لہذا ہم نے d
کے لئے دو بہ دو میٹرکس یہ کوفیکٹر کا a کے کوفیکٹر کا حساب لگایا تھا لیکن اب میں سوچتا ہوں کہ b اور a پچھلے صفحے میں ہم نے
حساب لگانے کے لیے نسبتاً سیدھا آگے ہے
سے ہے d کو خالی کرتے ہوئے کالم کو خالی کریں جس کا تعلق ah تو ذرا تصور کریں کہ
کا تعلق ہے d نہیں اور وہ قطار بھی جو d اور کوئی b تو کوئی
سے c تو نہیں
a تو ہمارے پاس جو باقی ہے وہ صرف ہے
کے طور پر نکلتا bc سے ضرب کر رہے ہیں اور جیسا کہ ہم دیکھتے ہیں کہ یہ حیرت انگیز اظہار دوبارہ ایڈ مائنس d تو یہ وہی ہے جسے ہم
ہے جو پہلے جیسا ہی ہے لہذا یہ ایک اچھی عقل ہے ایک اچھی مستقل مزاجی کی جانچ پڑتال جو ہم دیکھتے ہیں
ہے جس کا تعلق bc تو مجھے لگتا ہے کہ ام اگر اور کچھ نہیں اس لیکچر سے ایک چیز جو پیچھے رہنی چاہیے صرف یہ مقدار اشتہار مائنس
سے ہے abcd مربع میٹرکس
اور یہاں تک کہ اگر dete   rminant کی رسمی تعریف کے ذریعے کیسے سامنے آتا ہے ah the matrix تو ہم نے دیکھا ہے کہ یہ
تعریف کو واضح طور پر غور نہیں کرتے ہیں جب ہم ایک دو جہتی نظام مساوات کی طرح حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں determinant آپ
اور دوبارہ یہ متعلقہ میٹرکس کا تعین کنندہ ہے جو ہمیں بتاتا ہے کہ آیا حل موجود ہیں یا نہیں ہیں یا اگر آپ دیکھتے ہیں ہندسی طور پر میٹرکس کے
کالموں کے ذریعہ بنائے گئے م
توازی علامت کا رقبہ پھر یہ نمبر ہمیں رقبہ بتاتا ہے لہذا یہ ایک لحاظ سے ایک بہت ہی جادوئی نمبر ہے لہذا ہم نے اسے متعدد سیاق و سباق میں
دیکھا ہے ہم نے اسے تعین کنندہ کی رسمی تعریف کے طور پر دیکھا ہے۔ ہم نے اسے حل کے وجود کو جانچنے کے لیے ایک طریقہ نمبر کے طور
پر دیکھا ہے اور ہم نے اس نمبر کو م
توازی علامت کے رقبہ کے طور پر بھی دیکھا ہے اور اگلا کام یہ ہے کہ اب اصولی طور پر تین بائی تین میٹرکس کو دیکھیں جس کا تعین ہم پہلے
ہی کر چکے ہیں۔ ایک عمومی میٹرکس ماحولیات کے لیے
تو ایک لحاظ سے ہمیں پہلے سے ہی معلوم ہونا چاہیے کہ اس کا حساب کس طرح کرنا ہے لیکن اصل میں مخصوص مثالوں کو دیکھنے اور بنانے

میں بہت زیادہ میرٹ ہے حساب
تو آئیے ہم تین بائی 3 میٹرکس کو دیکھتے ہیں اور اس معاملے میں ایک عددی مثال لیتے ہیں
تو 3 بائی 3 میٹرکس جو ہمارے یہاں موجود ہے اس میں 1 0 2 2 3 مائنس 1 2 5 2 اور 0 ہیں۔
تو سوال یہ ہے تعین کنندہ کیا ہے
کو دیکھتے ہوئے کوئی قطار یا کالم چنیں جسے آپ حساب کی وجوہات um تو ہم تعین کنندہ کا حساب کیسے لگائیں گے ہمیں کیا کرنا ہے میٹرکس کے لیے جانتے ہیں ہم ہمیشہ کام کی کم مقدار یا زیادہ موثر رقم کرنا چاہتے ہیں۔ جیسا کہ آپ یہاں دیکھ رہے ہیں کہ اصولی طور پر تین قطاریں تین کالم ہیں تو انتخاب ہیں لیکن ایک قطار اور ایک کالم میں آہ ایک صفر ہے جو خود بخود ہمیں بتاتا ہے کہ اندراج صفر ہے لہذا آپ اسے اس کے کوفیکٹر کے ساتھ ضرب کر سکتے ہیں۔ اصطلاح صفر ہونے والی ہے لہذا ہمیں کوفیکٹر کا حساب لگانے کی ضرورت نہیں ہے لہذا ہم صرف دو کوفیکٹرز کا حساب لگا کر دور ہوسکتے ہیں اگر آپ پہلی قطار یا تیسرے کالم کے ساتھ پھیلتے ہیں
تو آئیے اب پہلی قطار کے ساتھ پھیلائیں تاکہ ہمارے پاس ایک ہو۔ کوفا کے اوقات ct
تو کوفیکٹر مائنس ون پاور ون پلس ون بار ہونے والا ہے میٹرکس کا تعین کرنے والا جو پہلی قطار اور پہلے کالم کو حذف کر کے حاصل کیا گیا ہے تاکہ یہ مائنس ون دو دو صفر ہو پھر تیسری ٹرم ہو گی دوسری ٹرم سورج کی معافی کا مجموعہ صفر ہونے والا ہے اب ہمیں اس بات کی پرواہ نہیں ہے کہ کوفیکٹر کیا ہے کیونکہ اسے صفر سے ضرب دیا جاتا ہے
تو یہ صفر ہونے والا ہے اور پھر تیسری اصطلاح دو ہونے والی ہے جو اس اندراج کو ہم بڑھا رہے ہیں یہ کالم یہ قطار معذرت خواہ ہے اس لیے یہ پہلی قطار کے 2 گنا مائنس 1 پاور اور تیسرے کالم میں پہلی قطار کو حذف کرنے سے حاصل کردہ ڈیٹرمیننٹ کا گنا ہو گا اور یہ کالم 3 مائنس 1 ہے۔ لہذا یہ اصطلاح پہلے ہی 0 ہے۔ یہ ڈیٹرمیننٹ آہ مائنس 1 مربع ہونے جا رہا ہے 2 5
تو 1 بار یہ ڈیٹرمیننٹ اب ہم جانتے ہیں کہ ہم نے یہ 2 بائی 2 گھرا تعین کرنے والا حساب کئی بار کیا ہے لہذا اب ہم صرف یہ کہہ سکتے ہیں کہ abcd ٹھیک ہے یہ ہے لہذا اس کا تعین کندہ ایڈ مائنس ہو جائے گا ب c
تو مائنس 1 سے 0 مائنس 2 میں 2 گنا یہاں اس طرح جمع 2 اور مائنس 1 کی طاقت 4 ہے 1 دوبارہ ایک 2 بذریعہ دو تعین
تو ہم کہتے ہیں تین میں دو مائنس مائنس ایک میں پانچ
تو یہ صفر ہے
تو یہاں ہمیں مائنس فور جمع ملتا ہے دو گنا آہ 6 اور پھر یہ 5 ہے
تو یہ ہے 11 11 ضرب 2 22 مائنس 4
تو مائنس 4 جمع 22 جو کہ 80 کے برابر ہے۔
تو یہ قیمت ہے یا ہم عددی مثال کے لیے تعین کنندہ کو کیسے شمار کر سکتے ہیں بالکل ٹھیک ہے
تو یہ اس لیکچر میں ہم نے کیا کیا ہے اس کا خلاصہ کرنے کے لئے [موسیقی] ایک اچھا نقطہ ہے لہذا ہم نے تعین کرنے والوں کے بارے میں بالکل ٹھیک بات کی ہے اور ہم نے ایک تعین کنندہ کی وضاحت کے بارے میں بات کی ہے لہذا اس میں ہم اس بات کو نوٹ کرتے ہوئے شروع کرتے ہیں کہ a two by two three by three حساب کے ذریعے ah اسکیلر کا تعین کرنے والا خود اسکیلر ہے اور پھر وہاں سے عنصر کے کی طرف بڑھیں اور اس سے پہلے ہم نے کچھ جگہوں کو دیکھا جہاں یہ تعین کرنے والے پیدا a general n by n determinant اور ہوتے ہیں
تو یہ کئی جگہوں پر پیدا ہوتے ہیں ۔ سیاق و سباق جیسے آہ مستقل مزاجی یا یہ معلوم کرنا کہ آیا حل موجود ہیں اور کمپیوٹنگ کے شعبوں میں میرا مطلب ہے کہ یہ کچھ ایسی جگہیں ہیں جہاں وہ پیدا ہوتی ہیں اور میرا خیال ہے کہ تاریخی طور پر یہ ان اور شاید بہت سے دوسرے سیاق و سباق کے لیے تقریباً 1600 کی دہائی سے استعمال ہوتے رہے ہیں یا اس سے زیادہ آہ آپ تصور کر سکتے ہیں کہ خیالات یہ معلوم کرنے میں علاقوں کا حساب لگانا کہ آیا لکیری مساوات کے نظام موجود ہیں ان کے حل کیا ہیں چاہے وہ موجود ہوں یا نہ ہوں جیسے کہ لائنوں کے چوراہوں کا پتہ لگانا ان میں ایسے مسائل ہیں جن کے بارے میں کئی سالوں سے سوچا جا رہا ہے اور جو بات بہت دلچسپ ہے وہ یہ ہے کہ حساب کتاب ان determinants کا استعمال موجودہ کنارے تک جاری ہے آہ سائنس میں انجینئرنگ میں بہت سے ایسے determinants میں سے ان determinants کے حساب کے ارد گرد اعلیٰ درجے کے جدید determinants کا حساب لگانے کا خیال اور پھر determinants شعبے ہیں جہاں جو ان میں سے بہت nts تصورات بہت کارآمد ہیں۔ ہم اگلے لیکچر میں احاطہ کرنے کی امید کرتے ہیں کہ تعین کی کچھ خصوصیات کو دیکھیں سے ایپلی کیشنز کو قابل بناتا ہے
تو اگلا ہم ان کی تشخیص میں خصوصیات کو دیکھتے ہیں لہذا ہمیں خصوصیات یا تعین کنندگان کو دیکھنا ہوگا جو تشخیص میں مدد کریں گے لہذا اگلی بار جب ہم اس کی خصوصیات کو دیکھیں گے
تو یہ اس طرح کا پروگرام ہے ۔ تعین کنندگان اور آپ کی توجہ کے لیے شکریہ