ठीक आहे, नमस्कार आणि निर्धारक निर्धारकांवरील या व्याख्यानांमध्ये आपले स्वागत आहे की निर्धारक म्हणजे काय ते मॅट्रिकशी संबंधित उपयुक्त संख्या आहेत आणि या व्याख्यानांचे उद्दिष्ट हे आहे की या संख्यांचा वापर कुठे केला जातो हे ओळखणे आणि अर्थातच काही कल्पना देणे.

गुणधर्मांचे योग्य मूल्यमापन करता यावे म्हणून मी इथे लिहून ठेवतो, अहो हे विशेषत: चौरस मॅट्रिक्स आहेत ज्याबद्दल आपण बोलणार आहोत कारण या संख्यांचे निर्धारक वर्ग मॅट्रिक्सशी संबंधित आहेत आणि या काही गोष्टी आहेत ज्या आपण कदाचित बऱ्याच संदर्भात सामना झाला असेल आणि तिथेच ही उपयुक्तता येते, म्हणून मी फक्त काही उदाहरणे पाहू या जिथे ही कदाचित आली असतील तर मला पहिले उदाहरण जे पहायचे आहे ते समीकरणांची रेखीय प्रणाली आहे आपल्याकडे समीकरणांची एक प्रणाली असू शकते x अधिक y बरोबर दहा आणि चार x बरोबर y म्हणून हे पुन्हा एका स्तरावर अनेक संदर्भांमध्ये येतात कोणीही त्यांना eq म्हणून समजू शकतो दोन ओळींचे uations आणि आम्हाला काय करायचे आहे ते त्यांच्या छेदनबिंदूंचे निराकरण करायचे आहे

त्यामुळे असे होऊ शकते म्हणून ही समीकरणे भौमितिक दृष्टिकोनातून काय दर्शवू शकतात याची ही काही उदाहरणे आहेत आणि आम्हाला काय पहायचे आहे ते ठीक आहे कसे.

आम्हांला माहित आहे की त्यांचे छेदनबिंदू कोणते आहेत की ते छेदनबिंदू आहेत की नाही ते एका बिंदूला छेदतात म्हणून हे एक क्षेत्र आहे कारण आम्ही निश्चितपणे निर्धारक म्हणून काय परिभाषित करू इच्छितो ते नक्कीच एक भूमिका बजावणार आहे हे आम्ही पाहू.

ही समीकरणे वेगवेगळ्या क्षेत्रांमध्ये देखील येऊ शकतात उदाहरणार्थ, जर तुम्ही शालेय बीजगणिताच्या समस्येबद्दल बोललो तर सफरचंद आणि संत्र्यांची संख्या दहाच्या बरोबरीची आहे या मर्यादेसह काही सफरचंद आणि संत्री खरेदी करण्याचे आमचे काही ध्येय आहे आणि आम्हाला ते हवे आहे.

संत्र्यापेक्षा चारपट सफरचंद आहेत

त्यामुळे एखादी माहिती बीजगणितीय पद्धतीने या दोन समीकरणांमध्ये संकलित करू शकते ah असे म्हणते की x अधिक y दहा आहे आणि ते चार x y च्या बरोबर आहेत आणि नंतर तुम्हाला x आणि y ची मूल्ये शोधायची आहेत तर येथे समीकरणांची प्रणाली सोडवणे हे उद्दिष्ट आहे ठीक आहे, तर आपण हे कसे चांगले करू शकतो तेथे वेगवेगळे मार्ग आहेत म्हणून आपण ते अधिक सामान्य स्वरूपात लिहून पाहू या म्हणजे ही दोन समीकरणे ah फॉरमॅटमध्ये पुन्हा लिहिली आहेत जे सूचित करतात की ते करू शकतात मॅट्रिक्सच्या स्वरूपात लिहावे, म्हणजे ही फक्त समीकरणांची मॅट्रिक्स आह प्रणाली आहे , आपण कल्पना करू शकतो की आपण द्विमितीय उदाहरण पाहत आहोत परंतु आपल्याला सर्वसाधारणपणे जे करायचे आहे ते एका मितीय प्रणालीसाठी देखील कार्य करणार आहे.

समीकरणे आह सामान्यतः आपण या मॅट्रिक्सबद्दल abcd सारखे काहीतरी बोलू शकतो जिथे हे दोन बाय दोन स्क्वेअर मॅट्रिक्स आहे दोन बाय दोन स्क्वेअर मॅट्रिक्सचे एक सामान्य रूप जे या सेटिंग्जमध्ये नैसर्गिकरित्या येते म्हणून आपण ही समीकरणे कशी सोडवायची निर्धारक कुठे आहेत वर ये आपण पाहण्याचा प्रयत्न करूया की सोल्युशनची एक पद्धत खालीलप्रमाणे आहे आपण वरच्या समीकरणाला d ने गुणाकार करू शकतो आणि खालच्या समीकरणाला b ने गुणू शकतो आणि दोन वजा करू शकतो मग आपल्याला ते जाहिरात वजा b मिळते काय मिळेल? c गुणिले x dm वजा bn आहे ठीक आहे आणि जर ad वजा bc हे प्रमाण शून्य नसेल तर आपण दोन्ही बाजूंना त्या संख्येने भागू शकतो जर ad वजा bc 0 च्या बरोबर नसेल तर x tm वजा pn द्वारे ad वजा bc असेल तर पहा.

सामान्य सेटिंगमध्ये हे x साठीचे उपाय आहेत त्याचप्रमाणे आपण y चे सोल्यूशन घेऊन येऊ शकतो ज्यामध्ये आपण समीकरणे पुन्हा लिहू शकतो वरच्या एकास c खालच्या एकाने a ने गुणाकार करतो आणि ok वजा करतो आणि नंतर खाली लिहून y समान आहे cm वजा an by bc वजा जाहिरात पुन्हा हे त्या बाबतीत आहे जेथे ही संख्या जाहिरात वजा bc शून्य नाही म्हणून हे जाहिरात वजा bc साठी आहे शून्य नाही कारण तुम्हाला माहिती आहे की 0 ने भागाकार 1 साठी परिभाषित केलेले नाही आणि काय या गोष्टीकडे परत जाताना आपण पुन्हा सांगू इच्छितो की जर आपल्याकडे मॅट्रिक्स abcda दोन बाय दोन चौरस मॅट्रिक्स abcd mn असेल तर उपाय सापडतील जेव्हा ad वजा bc शून्य नाही आता हे प्रमाण ad वजा bc हे या दोनचे निर्धारक दुसरे काहीही नाही.

दोन करून मॅट्रिक्स म्हणून हा दोन बाय टू मॅट्रिक्स abcd चा निर्धारक आहे म्हणून ही संख्या जी नैसर्गिकरित्या समीकरणांच्या रेखीय संचाचे निराकरण करण्याच्या संदर्भात येते , आम्ही द्विमितीय उदाहरण पाहिले आहे ते त्रिमितीय चार आयामी n आयामी उदाहरण असू शकते परंतु ही अशी स्थिती आहे जी मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाशिवाय दुसरे काहीही नाही जे महत्त्वाचे आहे किंवा जे समीकरणांच्या प्रणालीला उपाय आहे की नाही हे तपासण्यासाठी उपयुक्त आहे म्हणून निर्धारक तपासून समाधानांच्या अस्तित्वाची समस्या शोधली जाऊ शकते , मला फक्त लिहू द्या.

की खाली म्हणून निर्धारक समीकरणांच्या रेखीय प्रणालीमध्ये समाधानांचे अस्तित्व तपासण्याचा एक मार्ग प्रदान करतो ठीक आहे, म्हणून या उदाहरणाद्वारे मला असे म्हणायचे आहे की हे या उदाहरणाचे उद्दिष्ट आहे जे तपासण्यासाठी एक निर्धारक कसा उपयुक्त मार्ग असू शकतो हे दाखवण्यासाठी होते समीकरणांच्या रेखीय प्रणालीमध्ये समाधानाच्या अस्तित्वासाठी कदाचित त्यामुळेच निर्धारक निर्धारक हा शब्द येतो असे मला वाटते या शब्दाचे मूळ म्हणजे निर्धारित हे क्रियापद आहे आणि ते असे आहे की ते आम्हाला काही मोजणीद्वारे निर्धारित करण्यास अनुमती देते जे निर्धारक आहच्या गणनेशिवाय दुसरे काहीही नाही समाधाने अस्तित्वात आहेत की नाही हे अर्थातच ही काही प्रारंभिक उदाहरणे आहेत जी आपण जात आहोत टू टू म्हणजे औपचारिकपणे निर्धारक परिभाषित करणे ते कसे गणना करू शकतात ते पहा परंतु येथे फक्त या मनोरंजक संयोगाचा एक स्वाद आहे किंवा मॅट्रिक्सच्या नोंदींचे संयोजन जे अनेक संदर्भांमध्ये येतात आणि म्हणून पुढील संदर्भ जो मला द्यायचा आहे क्षेत्रफळाच्या संदर्भात थोडी अधिक भौमितिक चव आणि तेथे आपण पुन्हा काय पाहणार आहोत ते म्हणजे निर्धारक एक महत्त्वाची भूमिका बजावतो

त्यामुळे पुढील उदाहरण म्हणजे क्षेत्रफळ म्हणून निर्धारक आहे म्हणून क्षेत्रफळ काय आहे

त्यामुळे क्षेत्र समांतरभुज चौकोनाचे आहे जे यावर अवलंबून असते मॅट्रिक्सच्या नोंदी म्हणून आपण येथे पुन्हा एकदा दोन बाय दोन मॅट्रिक्सचा विचार करूया ज्याकडे आपण पहात आहोत आणि ते स्तंभांच्या क्षेत्रफळाशी कसे संबंधित आहे ते पाहण्याचा प्रयत्न करूया.

आपण ह्यांना वेक्टर मानतो

 त्यामुळे सामान्य कार्टेशियन कोऑर्डिनेट फ्रेममध्ये जर मी हे वेक्टर काढले तर मी या व्हेक्टरचे एक विशिष्ट उदाहरण काढले तर म्हणूया की हा बिंदू ac शी संबंधित वेक्टर आहे आणि हा बिंदू bd शी संबंधित सदिश आहे.

हे हे दोन सदिश आहेत आणि आता या सदिशांपासून तयार झालेल्या समांतरभुज चौकोनाचा विचार करता येईल,
म्हणून हा आणि हा बिंदू येथे अधिक bc अधिक t म्हणून आहे, जे मी सादर करू इच्छितो ते म्हणजे या समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ काही नाही.
 परंतु मागील उदाहरणामध्ये आपण सोल्यूशन्सच्या अस्तित्वासाठी शून्य नसणे हे आपण तपासत होतो
आणि तेच प्रमाण आपण नंतर औपचारिकपणे निर्धारक म्हणून परिभाषित केले पाहिजे, म्हणून क्षेत्रफळ म्हणजे जाहिरात वजा बीसी शिवाय दुसरे काहीही नाही, तर ते कसे येते ते पाहूया.

 त्यामुळे मी येथे त्याच आकृतीची एक मोठी आवृत्ती काढू दे , येथे वेक्टर जो येथे ac एक वेक्टर आहे जो bd आहे आणि आम्ही त्यास समांतरभुज चौकोन तयार करण्याचा प्रयत्न करत आहोत.
 त्या व्हेक्टर्सवर हा बिंदू म्हणजे a अधिक b आणि c अधिक d ही बेरीज आता आपल्याला हे क्षेत्र डेल्टा शोधायचे आहे आणि ज्या पद्धतीने आपण याचे निराकरण करू इच्छितो तो म्हणजे मोठे क्षेत्र शोधण्याचा प्रयत्न करणे आणि वजाबाकी करणे.
 भिन्न घटक मला म्हणायचे आहे की आपण हे डॅश केलेले क्षेत्रफळ घेऊ शकतो आणि या क्षेत्रातून या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ वजा करू शकतो , या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ आणि नंतर या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ आयताकृती म्हणजे आयताचे एकूण क्षेत्रफळ किती आहे मोठा आयत हे दुसरे काहीही नाही तर लांबीच्या पट रुंदी जी a अधिक b गुणिले c अधिक d ठीक आहे आणि येथून आता आपल्याला वैयक्तिक क्षेत्रफळ काढावे लागेल म्हणून लक्षात ठेवा की a चे क्षेत्रफळ त्रिकोण हा पायाच्या अर्धा आहे आणि तुम्ही नुकतीच वापरलेली उंची आणि आयताचे क्षेत्रफळ हे रुंदीच्या लांबीच्या पट आहे
 त्यामुळे या आयताचे क्षेत्रफळ किती आहे क्षमस्व हा त्रिकोण
हा पायाच्या वजा अर्धा पट आहे जो अ आणि n उंची जी c आहे या आयताचे क्षेत्रफळ आहे आणि उंची c आहे आणि नंतर लांबी b आहे वजा vc या त्रिकोणाची उंची पुन्हा d आहे आणि नंतर पाया b आहे
 त्यामुळे उणे अर्धा bd आता आपण या बाजूला जाऊया क्षेत्रफळ या त्रिकोणाचा पुन्हा उणे अर्धा पाया येथे b आहे आणि उंची d आहे वजा या आयताचे क्षेत्रफळ b आहे आणि नंतर उंची c आहे आणि या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ येथे असलेला पाया a आहे आणि उंची c वजा आहे हाफ एसी तर आपण फक्त आह हा एक्स्प्रेशन सोपा करू या म्हणजे डेल्टा ए प्लस बी मधील सी प्लस डी आणि त्या एक्स्प्रेशन्स गोळा करत असताना आपल्याकडे मायनस एसी मायनस बीडी मायनस 2 बीसी आहे, तर हे सोपे करू या हे एसी प्लस ॲड प्लस बीसी प्लस बीडी वजा एसी मायनस आहे bd वजा 2 bc म्हणून हा bd आणि हा vd रद्द करा एक ac एक ac रद्द करा आणि या bc पैकी एक रद्द होत आहे आम्हाला जाहिरात वजा बीसी सह सोडत आहे
म्हणून ही जाहिरात वजा बीसी टर्म पुन्हा येईल तुम्हाला माहिती आहे की हे सोडवण्याच्या संदर्भात आधी आले होते.
 समीकरणाची रेखीय प्रणाली एक अतिशय बीजगणितीय सह n मजकूर येथे तो पूर्णपणे वेगळ्या पद्धतीने आला आहे जरी मॅट्रिक्सच्या स्तंभांद्वारे बनवलेल्या समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ शोधण्याचा प्रयत्न करण्याशी संबंधित संदर्भ इतर शब्दांत इथे आम्ही म्हटले आहे ठीक आहे, आम्हाला abci असे वाटते की हे abci होते.
 हा c हा d होता आणि येथून आपण समांतरभुज चौकोनाच्या या भौमितिक कल्पनेकडे गेलो आणि या क्षेत्राचा हा डेल्टा आपण दर्शविला आहे तो ad वजा bc शिवाय दुसरे काही नाही म्हणून आता ही संख्या जी दुसऱ्या संदर्भात आली आहे ती आपण पुढे जात आहोत.
 निर्धारक म्हणून हाक मारणे म्हणजे हेच मूळ मुद्द्याकडे परत जाते जे आम्हाला समजून घ्यायचे होते की निर्धारक ही एक संख्या आहे आणि केवळ कोणतीही संख्या नाही तर ती उपयुक्त संख्या का आहे कारण ती अस्तित्व शोधण्यात उपयुक्त आहे
रेषीय प्रणाली समीकरणांसाठी उपायांसाठी समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ शोधण्यासाठी त्याची भौमितिक व्याख्या आहे आणि मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाचे असे बरेच अनुप्रयोग आहेत जे सारांशित करण्यासाठी येतात हे मी फक्त लिहून ठेवतो की एक निर्धारक सदिश मधून तयार केलेल्या समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ देतो मॅट्रिक्स um च्या मॅट्रिक्सच्या स्तंभांमधून स्तंभ गणितीयदृष्ट्या अचूक असणे आवश्यक आहे मी हे क्षेत्र फक्त अवतरणांमध्ये ठेवतो कारण ही परिमाण ad वजा bc करू शकते विशिष्ट मूल्यांच्या क्षेत्रावर अवलंबून सकारात्मक किंवा नकारात्मक असू द्या ही एक गोष्ट आहे जी आपण सामान्यतः सकारात्मक विचार करतो म्हणून मला असे म्हणायचे आहे की संबंध अजूनही धारण करतो आपल्याला क्षेत्राचे चिन्ह असले तरी आपल्याला निर्धारकाचे वास्तविक क्षेत्र असण्याच्या परिपूर्ण मूल्याबद्दल विचार करावा
लागेल या गणनेतून इतर काही प्रासंगिकता देखील असू शकते परंतु या व्याप्तीच्या आपल्या स्तरावर आपण एवढेच घेऊ या की या समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ पुन्हा निर्धारक ah च्या निरपेक्ष मूल्याने दिले जाणार आहे जसे पूर्वी समीकरण प्रणाली नव्हती.
 अपरिहार्यपणे द्विमितीय असणे बंधनकारक असले तरी उदाहरणामध्ये उदाहरणाच्या उद्देशाने आम्ही द्विमितीय प्रणाली घेतली आहे तशीच येथे आम्हाला गरज नाही स्वतःला फक्त क्षेत्रफळपुरते मर्यादित ठेवण्यासाठी आपण तीन बाय तीन स्क्वेअर मॅट्रिक्सचा विचार करू शकतो आणि त्या बाबतीत तो व्हॉल्यूम आहे जो निर्धारकाचे निर्धारक किंवा निरपेक्ष मूल्य देते आणि आपण त्याबद्दल देखील विचार करू शकतो.
 उच्च मितीय स्पेस ठीक आहे म्हणून फक्त पूर्णतेच्या फायद्यासाठी आपण प्रारंभिक उदाहरणाकडे परत जाऊ या ज्याची सुरुवात आपण निर्धारक मोजण्याचे उदाहरण म्हणून केली होती हे 1 1 4 वजा 1 xy ठीक आहे म्हणून हे 2 बाय 2 च्या क्रमवारीत होते मॅट्रिक्स ज्याचे आम्ही abcd मॅट्रिक्समध्ये सामान्यीकरण केले आणि आम्ही दोन गोष्टी केल्या, म्हणून या समीकरणांच्या प्रणालीमध्ये उपाय आहे का ते पाहू या आणि ते करण्याचा मार्ग या मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाची गणना करणे असेल तर या मॅट्रिक्सचा निर्धारक काय आहे म्हणून जाहिरात उणे bbc

त्यामुळे 1 ते उणे 1 वजा b जे 1 ते 4 आहे तर हे उणे 1 वजा 4 वजा पाच आहे
त्यामुळे ते शून्याच्या बरोबरीचे नाही म्हणून समाधान पुन्हा अस्तित्वात आहे हे एक साधे उदाहरण आहे
त्यामुळे आम्हाला वाटेल ठीक आहे d ने त्याची थेट गणना केली आहे परंतु आम्ही कल्पना करू शकतो की उच्च परिमाणांसाठी समीकरणांचे स्पष्टपणे निराकरण करणे कठीण असू शकते आणि अशा परिस्थितीत निर्धारक फॉलो हा एक उपयुक्त मार्ग प्रदान करतो ज्याच्या दृष्टीकोनातून समाधानाचे अस्तित्व तपासण्याचा एक द्रुत मार्ग आहे.
क्षेत्रफळाचे देखील क्षेत्रफळ आहे आपण निर्धारकाचे phi हे परिपूर्ण मूल्य घेऊया म्हणून हे फक्त पूर्ण मूल्य ah घेत आहे कारण मी नमूद केले आहे की आपल्याला माहित आहे की आमच्या स्तरावर चिन्हाचा काही गणिती अर्थ आहे.
त्याबद्दल खूप काळजी करूया आपण फक्त याने दिलेली संख्या पाहण्यावर लक्ष केंद्रित करूया म्हणजे हे आपण या उदाहरणासह सुरू केलेले वर्तुळ पूर्ण करणे आहे जे बीजगणितीय संदर्भात येते किंवा रेषांचे छेदनबिंदू शोधण्याचा प्रयत्न करताना आणि आपण काय हे मॅट्रिक्स समस्येच्या संदर्भात तयार करणे
किंवा आपल्याला काय करायचे आहे याचे निराकरण पहा हे एका संख्येचे मूल्य तपासणे किंवा या क्रमांकाची जाहिरात मोजणे यावर अवलंबून आहे दोन बाय दोन स्क्वेअर मॅट्रिक्स ah साठी वजा bc जो त्याचा निर्धारक असल्याशिवाय काहीही नाही म्हणून हा निर्धारक एक उपयुक्त महत्त्वाची संख्या आहे म्हणून आपल्याला काय करायचे आहे त्याकडे परत जाणे म्हणजे हा एक मोठा शब्द लिहिण्यापेक्षा आपण निर्धारक म्हणू या निर्धारक नोटेशन वापरतील एकतर a चे dt निर्धारक किंवा फक्त आपण ते फक्त या ah दोन उभ्या ओळींमध्ये ठेवू आणि आपण लक्षात घ्या की हे एक
चौरस मॅट्रिक्स आहे आणि आपल्याला काय करायचे आहे ते तीन गोष्टी आहेत प्रथम आपल्याला आधीपासून पाहायचे आहे म्हणजे काय आम्ही आतापर्यंत केलेल्या दोन वेगवेगळ्या संदर्भात निर्धारकाची आवश्यकता प्रवृत्त करण्याचा प्रयत्न करत आलो आहोत, आम्हाला काय करायचे आहे ते म्हणजे प्रथम औपचारिकपणे निर्धारक परिभाषित करण्यासाठी, म्हणून आम्ही एक निर्धारक परिभाषित करू जो औपचारिकपणे गणना करण्याची प्रक्रिया घेऊन येतो.
सामान्य n बाय n मॅट्रिक्सचा निर्धारक जरी आपण मुख्यतः दोन बाय दोन किंवा तीन बाय तीन मॅट्रिक्ससाठी वापरत असू, एक एक मॅट्रिक्स ही मूलत: फक्त एक संख्या आहे जेणेकरून निर्धारक निर्धारक परिभाषित केल्यानंतर संख्येच्या मूल्याच्या बरोबरीने आपण निर्धारकाची गणना करू शकतो अशा काही मार्गांकडे पाहतो,
त्यामुळे एक पद्धत असू शकते जी व्याख्या निर्धारकाची गणना करण्याचा एक मार्ग प्रदान करते परंतु आपण गुणधर्मांचा संच पाहू जे परवानगी देतात आपण निर्धारक अशा प्रकारे हाताळू की त्याची गणना करणे सोपे होईल आणि दुसरी गोष्ट म्हणजे आपण ते दोन नंबरचे गुणधर्म पाहू आणि शेवटी आपण काय करणार आहोत ते म्हणजे निर्धारकांच्या आणखी काही अनुप्रयोगांकडे लक्ष देणे.
आम्हाला जे दिसते आहे त्याच्या सारखीच एक ओळ तुम्हाला माहित आहे की ती आम्हाला उपायांचे अस्तित्व शोधण्यास मदत करते आणि ती क्षेत्रे आह आणि इतर काही गोष्टी शोधते, म्हणून आपण या साध्या संख्येची शक्ती कुठे काय लागू करू शकतो ते पाहतो.
आह या व्याख्यानांच्या संचाची रूपरेषा सर्व ठीक आहे, तर मग आमची नोटेशन्स स्पष्ट आहेत याची खात्री करण्यासाठी एक निर्धारक परिभाषित करून सुरुवात करूया, मी सामान्य मॅट्रिक्स a लिहून सुरुवात करेन आणि नंतर टी काय आहेत ते पहा.
निर्धारकाच्या व्याख्येसह शेवटी येण्याआधी उप-घटकांच्या उप-परिभाषा
बनवायला हव्यात म्हणून aah हा एक सामान्य चौरस मॅट्रिक्स आहे म्हणून आपण n बाय n स्क्वेअर मॅट्रिक्स म्हणूया आणि या प्रस्तुतीकरणात देखील लिहूया जिथे aij ith पंक्तीचे प्रतिनिधित्व करते आणि jth स्तंभ म्हणून i row jth स्तंभ किंवा तुम्ही संपूर्ण मॅट्रिक्स लिहिण्याचा प्रयत्न केल्यास हे काहीतरी a11 सारखे असेल कारण पहिली पंक्ती आणि पहिला स्तंभ नंतर एक दोन प्रथम पंक्ती दुसरा स्तंभ याप्रमाणे नंतर पहिली पंक्ती nवी स्तंभ पुढील पंक्ती दोन एक दुसरी पंक्ती पहिला स्तंभ दोन दोन दुसरी पंक्ती दुसरा स्तंभ दुसऱ्या रांगेत nव्या स्तंभावर आणि त्याचप्रमाणे आपल्याकडे nth पंक्ती पहिला स्तंभ nवी पंक्ती दुसरा स्तंभ आणि नंतर शेवटचा एक n ते nव्या स्तंभापर्यंत असेल
त्यामुळे हे आहे मॅट्रिक्सचे संपूर्ण तपशील लिहून किंवा आपण फक्त i थ्रो jth स्तंभ लिहून विचार करू शकतो म्हणून स्तंभ j row i आणि ही प्रविष्टी aij योग्य आहे म्हणून हे सामान्य n बाय n मॅट्रिक्स आहे याचे उदाहरण आपण आधीच पाहिले आहे a 2 बाय 2 मॅट्रिक्स आणि आपल्याला काय करायचे आहे ते म्हणायचे आहे ठीक आहे कसे म्हणायचे आहे आता ध्येय आहे OK म्हणायचे आहे तर aij च्या संदर्भात a चा निर्धारक काय आहे
त्यामुळे आपल्याला काय करायचे आहे प्रथम आपल्याला अल्पवयीन म्हणून काय म्हणतात ते परिभाषित करावे लागेल म्हणून अल्पवयीन म्हणून मायनर म्हणजे एक प्रमाण आहे जे प्रत्येक नोंदीशी संबंधित आहे
त्यामुळे मायनर मिज प्रत्येक नोंदीशी संबंधित आहे
ठीक आहे आणि अहह कसे परिभाषित केले आहे ते ah निर्धारकाने परिभाषित केले आहे ith उंचीची पंक्ती आणि jth स्तंभ हटवून मॅट्रिक्स मिळवले आहे, जर तुमच्याकडे एआयजी नोंदी असलेले मॅट्रिक्स असेल तर तुम्ही jth स्तंभ आणि th पंक्ती हटवल्यास आम्ही आणखी एक चौरस मॅट्रिक्स शिल्लक आहोत जे आता n वजा 1 मायनर आहे.
त्या मॅट्रिक्सचा निर्धारक काहीही नाही तर तो i थ्रो आणि jth स्तंभ हटवल्यानंतर a मधून मिळवलेल्या मॅट्रिक्सचा निर्धारक आहे , उदाहरणार्थ आपण या मॅट्रिक्सचे पुन्हा एक उदाहरण घेऊ या ज्याची आपल्याला ओळख आहे समजा a एक दोन बाय दोन मॅट्रिक्स आहे.
ha d पूर्वी एक एक चार वजा एक आला ठीक आहे, तर हा एक आहे 1 हा 1 2 हा 2 1 आहे आणि हा 2 2 आहे तर एक दोन i चा किरकोळ म्हणजे m एक दोन मी एक आहे ah पहिली पंक्ती आणि दुसरा स्तंभ हटवून मिळवलेल्या मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाशिवाय दोन हे दुसरे काहीही नाही म्हणून आपण ही पहिली पंक्ती हटवू आणि नंतर हा दुसरा स्तंभ हटवू आणि म्हणून m one two हे मॅट्रिक्सचे निर्धारक दुसरे काहीही नाही.
ज्यामध्ये एकच घटक चार आहे जो आपण आधी म्हटल्याप्रमाणे चार नसून दुसरे काहीही आहे म्हणून आपण असे म्हणणार आहोत की एका स्केलरच्या एका स्केलर संख्येचा निर्धारक नेहमी एकच स्केलर असतो म्हणून आपण स्केलरचा निर्धारक घेतो त्याप्रमाणे मायनर 4

असतो.
स्वतःच ठीक आहे म्हणून ही अह एक अल्पवयीन ची व्याख्या आहे आणि नंतर अल्पवयीनच्या व्याख्येशी जवळून संबंधित आहे ही कोफॅक्टरची कल्पना आहे म्हणून कोफॅक्टर ही मायनर प्रमाणेच मॅट्रिक्सच्या प्रत्येक घटकाशी संबंधित आहे म्हणून आपण त्याला सूचित करतो aij म्हणून आणि सह घटक e आहे qual ते मायनर पर्यंत परिमाण आहे परंतु त्याचे वेगळे चिन्ह असू शकते आणि चिन्ह हे पंक्ती i च्या मूल्यावर आणि स्तंभ j निर्देशांकाच्या मूल्यावर अवलंबून असेल म्हणून या cofactor ला aij वजा 1 पॉवर i अधिक j मध्ये mij म्हणून परिभाषित केले आहे.
i अधिक j सम किंवा विषम आहे यावर अवलंबून ही वजा 1 ची शक्ती आहे जी कोफॅक्टर किरकोळ बरोबर आहे किंवा ते मायनरच्या वजा पट समान आहे की नाही हे निर्धारित करेल, म्हणून मागील उदाहरणामध्ये 1 2 कोफॅक्टर काय असेल उणे 1 पॉवर 1 अधिक 2 मध्ये m 1 2 होणार आहे जे आह वजा एक घन m एक दोन आणि वजा एक घन वजा एक आहे म्हणून हे वजा m एक दोन आहे आणि मी एक दोन चार असल्याने हे वजा चार आहे cofactor हे cofactor गणनेचे एक उदाहरण आहे आणि आम्ही या ah ची आणखी काही उदाहरणे देतो हे सांगण्यासाठी काय म्हणून शेवटी आम्हाला एक निर्धारक परिभाषित करायचा आहे जी पुढील पायरी आहे परंतु त्याआधी आम्हाला आता या किरकोळ आणि cofactor च्या उप घटकांची आवश्यकता आहे.
आपण बरं वाटू शकतो की आपल्याला दोष देण्याची गरज का आहे अनेक गोष्टी आपल्याला आधीच माहित आहेत दोन बाय दोन मॅट्रिक्ससाठी अँड मायनस bc मॅट्रिक्ससाठी abcd साठी सामान्य तीन बाय तीन साठी सामान्य n बाय n साठी आपण त्याची व्याख्या का करत नाही याचे कारण म्हणजे आपल्याला ए सारखे हवे आहे शोभिवंत नोटेशनसह अभिजाततेसाठी निर्धारक परिभाषित करण्याचा सोपा स्केलेबल मार्ग ज्यासाठी ते सोप्या पद्धतीने प्रस्तुत करणे सोपे आहे ,
त्यामुळे मायनर आणि कोफॅक्टरच्या या व्याख्यांसह आपण आता निर्धारक परिभाषित करू शकतो
त्यामुळे निर्धारक ही उत्पादनाची बेरीज आहे एका पंक्तीच्या घटकांचे किंवा स्तंभाचे घटक त्यांच्या सहघटकांसह ठीक आहे, तर आपण येथे काय म्हणायचे आहे ते पाहू या आपण जे म्हणत आहोत ते म्हणजे निर्धारक ही उत्पादनाची बेरीज आहे आणि बेरीजमध्ये मूलतः ah वैयक्तिक घटक असतात कोणती उत्पादने आहेत ही उत्पादने कोणती आहेत ही मॅट्रिक्सच्या घटकांची उत्पादने आहेत
त्यामुळे एक पंक्ती किंवा एक स्तंभ आणि ती त्या घटकाची उत्पादने आहेत त्यांच्या संबंधित कोफॅक्टर्ससह
त्यामुळे संबंधित कोफॅक्टर म्हणून गणितीयदृष्ट्या आपण असे म्हणू की a चा निर्धारक म्हणजे a ची बेरीज आय ची आय टाइम्स aij साठी निश्चित केली आहे म्हणून आपण एकतर स्तंभ निश्चित करू शकतो आणि पंक्तींवर बेरीज करू शकतो किंवा आपण पंक्ती निश्चित करू शकतो आणि स्तंभावर कोणत्याही स्तंभाची बेरीज करू शकतो.
हे निश्चित i साठी जयजयजच्या बेरजेच्या बरोबरीचे आहे,
त्यामुळे आपण निर्धारकाची व्याख्या कशी करू शकतो ठीक आहे,
आपल्याकडे अनेक गोष्टी करण्याची शक्यता आहे.

दोन बाय दोन मॅट्रिक्स abcd साठी या व्याख्येतून आपल्याला मिळणारा निर्धारक हा ad वजा bc च्या बरोबरीचा आहे की नाही हे आपण ते ah काढू शकतो की नाही, मग आपण उच्च मितीय मॅट्रिक्ससाठी निर्धारक कसे शोधू शकतो जे आहे दुसरी गोष्ट जी आपल्याला पाहण्याची गरज आहे आणि अर्थातच आपण जी गोष्ट घेतली आहे ती म्हणजे स्केलरचा निर्धारक जो काही नसून एक एक मॅट्रिक्स आहे,
त्यामुळे आता आपण ज्या उदाहरणांचा विचार करू शकतो ती एक-एक करून आहेत.
ne by one determinant ah
so ah
so ah
so a a matrix a scalar आहे त्याचा determinant हा स्केलर म्हणून घेतला गेला आहे, बरोबर म्हणून एक एक मॅट्रिक्स तरीही एक स्केलर आहे प्रत्येक निर्धारक स्वतः एक स्केलर आहे ah पुढील दोन बाय दोन मॅट्रिक्स काय आहे ते पाहूया हे समोर आले आहे म्हणून आपण आधीच 2 बाय 2 मॅट्रिक्ससह काम केले आहे परंतु आता आपण ते औपचारिक कठोर सेटिंगमध्ये करू या, म्हणून येथे आपण या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार करून प्रारंभ करूया ठीक आहे, म्हणून आपल्याला काय करण्याची आवश्यकता आहे हे एक म्हणून लिहावे लागेल.
a चा cofactor च्या गुणाकार म्हणजे a घटकाच्या cofactor चा cofactor काय आहे हे मॅट्रिक्स किंवा मॅट्रिक्सचे निर्धारक याशिवाय दुसरे काहीही नाही जे पंक्ती आणि स्तंभ हटवल्यानंतर येते ज्याचा a हा घटक फक्त d चा भाग आहे कारण जर तुम्ही ही पंक्ती आणि हा स्तंभ रद्द केला तर आमच्याकडे d उरले आहे परंतु पंक्तीच्या अनुक्रमणिका आणि स्तंभ निर्देशांकाची बेरीज उणे 1 गुणाकार आहे
त्यामुळे a ची पंक्ती अनुक्रमणिका एक आहे आणि a ची स्तंभ अनुक्रमणिका देखील एक आहे म्हणून हे चालू आहे वजा एक एक अधिक एक म्हणून वजा एक चौरस म्हणजे हे स्वतः d शिवाय दुसरे काही नाही म्हणून हे येथे संपले आहे d आह त्याचप्रमाणे जेव्हा आपण या पंक्तीच्या दृष्टीने विस्तृत करतो तेव्हा आपल्याकडे जाहिरात असते आणि नंतर बेरीजमधील पुढील पद हे b घटक v आणि त्याच्याशी संबंधित कोफॅक्टरचे गुणन असते.
हा b च्या कोफॅक्टरच्या गुणाने अधिक b आहे तर b च्या cofactor चा cofactor किती आहे हा मॅट्रिक्सचा निर्धारक आहे जो पंक्ती हटवल्यानंतर येतो आणि त्या b चा स्तंभ संबंधित आहे आणि म्हणून ते c शिवाय दुसरे काहीही नाही परंतु त्याचा गुणाकार केला जातो वजा एका घाताने पंक्तीची बेरीज आणि b ची स्तंभ अनुक्रमणिका म्हणून जर तुम्हाला b पहिल्या पंक्तीचा आहे परंतु दुसरा स्तंभ दिसत असेल तर हा उणे 1 पॉवर 1 अधिक 2 आहे
त्यामुळे वजा 1 घन आहे म्हणून तो उणे c आहे
त्यामुळे ही संख्या जास्त जाईल इथे तर या मॅट्रिक्सचा सर्वच निर्धारक निर्धारक ad उणे bc असणार आहे कारण तो उणे c आहे जो

इथे येतो म्हणून पुन्हा आपण आपल्या अभिव्यक्तीकडे परत जाऊ जे आपण अनेक वेळा पाहिले आहे जे ad उणे bc आहे आपण देखील करू शकतो ah सोबत विस्तृत करा म्हणून येथे आपण a विस्तृत केले ही पंक्ती लांब , या पंक्ती किंवा या स्तंभाच्या किंवा या स्तंभाच्या बाजूने विस्तार करून आपण तपासू शकतो की काय होते म्हणून त्यापैकी एक करू या दुसऱ्या स्तंभासह विस्तारित करू या असे करण्याचे कारण आहे कारण आपण ज्या प्रकारे सांगितले आहे ती निर्धारक व्याख्या आहे एकतर पंक्तीच्या बाजूने कोणत्याही पंक्तीचा विस्तार करू शकतो परंतु ती एक पंक्ती आह असावी आणि ती एका स्तंभाभोवती किंवा कोणत्याही स्तंभाभोवती देखील विस्तृत होऊ शकते परंतु तो एक स्तंभ असणे आवश्यक आहे म्हणून आपण वेगळ्या स्तंभासह विस्तारित करून ते तपासण्याचा प्रयत्न करूया.
आणि पहा की आपल्याला समान संख्या पुनर्प्राप्त होते की नाही म्हणून येथे मॅट्रिक्स abcd आहे आणि आपण यासह विस्तारित करू या आधी आपल्याला काय करायचे आहे असे म्हणायचे आहे की हे उत्पादनाची बेरीज आहे ज्या उत्पादनाची पहिली उत्पादन टर्म होणार आहे b च्या पटीने त्याचा cofactor ah अधिक वेळा त्याचा cofactor
त्यामुळे पुन्हा b चा cofactor कोणता आहे जो आपण एका पंक्तीच्या बाजूने किंवा स्तंभाचा विस्तार केला आहे की नाही हे बदलत नाही ज्याची आपण आधी गणना केली आहे वजा c ok ah आहे आणि म्हणून आपण या बाजूने विस्तार करत आहोत स्तंभ ही एंट्री प्रत्यक्षात d असली पाहिजे आणि a नाही आणि आपल्याला या d ने गुणाकार करायचा आहे तो त्याचा संबंधित कोफॅक्टर आहे म्हणून आपण आधीच्या पृष्ठावर d चा कोफॅक्टर काढला नाही, आम्ही a आणि b चा cofactor काढला आहे पण आता मला वाटते a साठी दोन बाय दोन मॅट्रिक्स हे कोफॅक्टरची गणना करण्यासाठी तुलनेने सरळ पुढे आहे, म्हणून कल्पना करा की d हा d चा आहे तो b आणि d नाही आणि d ही पंक्ती रिक्त आहे म्हणून नाही c च्या मालकीची आहे, तर आपण जे उरले आहे ते फक्त आहे a म्हणजे आपण d ने गुणाकार करत आहोत आणि जसे आपण पाहतो की ही अद्भुत अभिव्यक्ती पुन्हा ad मायनस bc म्हणून बाहेर पडते जी पूर्वीसारखीच आहे म्हणून ही एक चांगली शुद्धता तपासा एक चांगली सुसंगतता तपासा जी आपण पाहतो म्हणून मला वाटते की उम असल्यास या व्याख्यानापासून मागे राहिलेल्या गोष्टींपैकी एक गोष्ट म्हणजे फक्त हे प्रमाण ॲड वजा बीसी आहे जे स्क्वेअर मॅट्रिक्स abcd शी संबंधित आहे, म्हणून आपण हे पाहिले आहे की ah मॅट्रिक्स च्या औपचारिक व्याख्येतून हे कसे समोर येते.
dete rminant आणि जरी आपण समीकरणांच्या द्विमितीय प्रणालीप्रमाणे सोडवण्याचा प्रयत्न करत असताना निर्धारक व्याख्येचा स्पष्टपणे विचार केला नाही आणि पुन्हा तो संबंधित मॅट्रिक्सचा निर्धारक आहे जो आपल्याला सांगते की निराकरणे अस्तित्वात आहेत की नाहीत किंवा नाही किंवा आपण पाहत असल्यास भूमितीयदृष्ट्या मॅट्रिक्सच्या स्तंभांद्वारे तयार केलेल्या समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ नंतर ही संख्या आपल्याला क्षेत्रफळ सांगते म्हणून ही एका अर्थाने खूप जादुई संख्या आहे म्हणून आपण हे अनेक संदर्भांमध्ये पाहिले आहे आपण निर्धारकाची औपचारिक व्याख्या म्हणून पाहिले आहे सोल्यूशन्सचे अस्तित्व तपासण्यासाठी आपण हा एक मार्ग क्रमांक म्हणून पाहिला आहे आणि आपण समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ म्हणून ही संख्या देखील पाहिली आहे आणि पुढील गोष्ट म्हणजे आता तीन बाय तीन मॅट्रिक्स पाहणे हे तत्त्वतः आपण निर्धारकाची व्याख्या केली आहे.
सामान्य मॅट्रिक्स एन्व्हायर्नमेट्रिकसाठी म्हणून एका अर्थाने त्याची गणना कशी करायची हे आपल्याला आधीपासूनच माहित असले पाहिजे परंतु विशिष्ट उदाहरणे पाहण्यात आणि बनवण्यामध्ये बरेच गुण आहेत गणना म्हणून आपण थ्री बाय 3 मॅट्रिक्स पाहू आणि या प्रकरणात एक संख्यात्मक उदाहरण घेऊ या म्हणजे 3 बाय 3 मॅट्रिक्समध्ये 1 0 2 3 वजा 1 2 5 2 आणि 0 या नोंदी आहेत.

त्यामुळे प्रश्न निर्धारक काय आहे ते येथे आहे
त्यामुळे निर्धारकाची गणना कशी करायची आहे, आम्हाला काय करायचे आहे,
आम्हाला गणनेच्या कारणांसाठी माहित असलेल्या मॅट्रिक्स um कडे पाहून कोणतीही पंक्ती किंवा स्तंभ निवडायचे आहे.
कामाचे म्हणून तुम्ही येथे पहात आहात की तीन पंक्ती तीन स्तंभ तत्त्वानुसार नऊ पर्याय आहेत परंतु एक पंक्ती आणि एका स्तंभामध्ये अह एक शून्य आहे जेणेकरुन आपोआप कळेल की एंट्री शून्य आहे म्हणून तुम्ही त्याचा गुणाकार करू शकता टर्म शून्य होणार आहे म्हणून आम्हाला कोफॅक्टरची गणना करण्याची आवश्यकता नाही म्हणून आपण
पहिल्या ओळीत किंवा तिसऱ्या स्तंभासह विस्तारित केल्यास फक्त दोन कोफॅक्टर मोजून आपण दूर जाऊ शकतो म्हणून आता आपण पहिल्या पंक्तीच्या बाजूने विस्तार करू या जेणेकरून आपल्याकडे एक असेल cofa च्या वेळा ctor म्हणजे cofactor ही पहिली पंक्ती आणि पहिला स्तंभ हटवून मिळवलेल्या मॅट्रिक्सच्या निर्धारकाच्या एक घात एक अधिक एक पट असेल म्हणजे वजा एक दोन दोन शून्य असेल तर तिसरी टर्म दुसरी टर्म असेल सूर्याच्या माफीची बेरीज शून्य होणार आहे आता आम्हाला खरंच कोफॅक्टर काय आहे याची पर्वा नाही कारण तो शून्याने गुणाकार केला तर तो शून्य होणार आहे आणि नंतर तिसरा टर्म दोन होणार आहे ही नोंद आम्ही विस्तारत आहोत हा स्तंभ ही पंक्ती क्षमस्व आहे म्हणून ही पहिल्या पंक्तीच्या 2 गुणा वजा 1 पॉवर आणि तिसऱ्या स्तंभाच्या पटीने पहिली पंक्ती हटवून मिळवलेल्या निर्धारकाच्या गुणाकार होणार आहे आणि हा स्तंभ 3 वजा 1 5 2 आहे.

त्यामुळे ही संज्ञा आधीच 0 आहे हा निर्धारक आह उणे 1 चौरस असणार आहे
त्यामुळे या निर्धारकाच्या 1 पट आता आपल्याला माहित आहे की आपण ही 2 बाय 2 खोल निर्धारक गणना अनेक वेळा केली आहे, म्हणून आता आपण असे म्हणू शकतो की हे एबीसीडी आहे म्हणून याचा निर्धारक जाहिरात वजा होणार आहे b c म्हणून उणे 1 ते 0 वजा 2 मध्ये 2 वेळा येथे 2 वेळा अधिक 2 आणि वजा 1 घात 4 म्हणजे 1 पुन्हा एक 2 बाय दोन निर्धारक म्हणून आपण म्हणतो तीन ते दोन वजा एक ते पाच म्हणजे हे शून्य आहे म्हणून येथे आपल्याला वजा चार अधिक मिळेल दोन वेळा आह 6 आणि नंतर हे 5 आहे तर हे 11 11 गुणिले 2 22 वजा 4 तर वजा 4 अधिक 22 जे 80 च्या बरोबरीचे आहे.
तर हे मूल्य आहे किंवा आपण संख्यात्मक उदाहरणासाठी निर्धारकाची गणना कशी करू शकतो हे ठीक आहे या व्याख्यानात आम्ही काय केले याचा सारांश हा एक चांगला मुद्दा आहे, म्हणून आम्ही निर्धारकांबद्दल बोललो आहोत आणि आम्ही निर्धारक परिभाषित करण्याबद्दल बोललो आहे, म्हणून आम्ही स्केलरचा निर्धारक स्वतः स्केलर आहे हे लक्षात घेऊन सुरुवात करू आणि नंतर तेथून दोन बाय दोन तीन बाय तीन आणि सामान्य n बाय n निर्धारक या घटकाच्या ah गणनेद्वारे घटक अल्पवयीन आणि सहघटकांची व्याख्या

करण्यासाठी पुढे जा आणि त्याआधी आम्ही काही ठिकाणे पाहिली जिथे हे निर्धारक उद्भवतात
त्यामुळे ते अनेकांमध्ये उद्भवतात.
संदर्भ जसे की आह सुसंगतता किंवा उपाय अस्तित्वात आहेत की नाही हे शोधणे आणि संगणकीय क्षेत्रांमध्ये मला असे म्हणायचे आहे की ही काही ठिकाणे आहेत जिथे ते उद्भवतात आणि मला वाटते की ऐतिहासिकदृष्ट्या हे या आणि कदाचित इतर अनेक संदर्भांसाठी 1600 च्या दशकापासून वापरले गेले आहेत किंवा आपण कल्पना करू शकता की कल्पना रेषीय समीकरणांच्या प्रणाली आहेत की नाही हे शोधण्यासाठी क्षेत्रांची गणना करताना
ते अस्तित्त्वात आहेत की नाही यावर उपाय काय आहेत किंवा नसलेल्या रेषांचे छेदनबिंदू शोधून काढण्यासारख्या समस्या आहेत ज्यांचा अनेक वर्षांपासून विचार केला जात आहे आणि ही गणना अतिशय मनोरंजक आहे .
या निर्धारकांपैकी या निर्धारकांचा वापर सध्याच्या टोकापर्यंत चालू आहे अहो विज्ञानात अभियांत्रिकीमध्ये अशी अनेक क्षेत्रे आहेत जिथे निर्धारकांची गणना करण्याची कल्पना आणि नंतर निर्धारकांच्या गणनेच्या आसपासच्या उच्च स्तरावरील प्रगत संकल्पना खूप उपयुक्त आहेत म्हणून अहो तेच आहे आम्ही पुढच्या व्याख्यानामध्ये निर्धाराचे काही गुणधर्म पाहण्याची आशा करतो nts जे यापैकी अनेक ऍप्लिकेशन्स सक्षम करतात
त्यामुळे पुढे आम्ही
त्यांच्या मूल्यमापनातील गुणधर्म पाहतो
त्यामुळे आम्हाला गुणधर्म किंवा निर्धारक पहावे लागतील जे मूल्यमापनात मदत करतील,
त्यामुळे पुढील वेळी आम्ही गुणधर्मांकडे पाहू या निर्धारक आणि आपले लक्ष दिल्याबद्दल धन्यवाद आणि
येत्या व्याख्यानांमध्ये निर्धारकांच्या इतर पैलूंकडे पाहण्यास उत्सुक आहोत