

ਹੈਲੋ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ iIT ਪਾਮ ਗਣਿਤ ਦੇ ਸਮੱਸਿਆ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਸੈਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਸੁਆਗਤ ਹੈ ਇਹ ਲੈਕਚਰ ਨੰਬਰ ਪੰਜ ਹੈ ਇਸ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਮੈਂ ਰੇਖਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਕੁਝ ਹੋਰ ਦਿਲਚਸਪ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗਾ ਤਾਂ ਆਓ ਸਮੱਸਿਆ ਨੰਬਰ ਇੱਕ ਦੇ ਸਵਾਲ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ ਸਾਰੇ ਕਾਲਮ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ b_1 ਦੇ ਸੈੱਟ ਵਿੱਚ ਆਈਏ। b_2 b_3 ਜਿਵੇਂ ਕਿ b_1 b_2 b_3 ਉਹ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸਲ ਵੇਰੀਏਬਲ ਮਾਇਨਸ x ਪਲੱਸ $2i$ ਪਲੱਸ $5z$ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ b_1 $2x$ ਘਟਾਓ $4y$ ਪਲੱਸ $3z$ ਬਰਾਬਰ v_2 x ਮਾਇਨਸ $2i$ ਪਲੱਸ $2z$ ਬਰਾਬਰ v_3 ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੈ ਹੱਲ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸਲ ਵੇਰੀਏਬਲਾਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਿਸਟਮਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ s ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਪਹਿਲਾ ਸਿਸਟਮ x ਪਲੱਸ $2i$ ਪਲੱਸ $3z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_1 ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ $4y$ ਪਲੱਸ $5z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_2 ਤੀਜਾ x ਹੈ ਪਲੱਸ $2i$ ਪਲੱਸ $6z$ ਬਰਾਬਰ ਦਾ b_3 ਦੂਜਾ ਭਾਗ ਠੀਕ ਹੈ x ਜੇੜ y ਪਲੱਸ $3z$ ਬਰਾਬਰ ਦਾ b 1 5 x ਪਲੱਸ $2i$ ਪਲੱਸ $6z$ ਬਰਾਬਰ b_2 ਅਤੇ ਘਟਾਓ $2x$ ਘਟਾਓ y ਘਟਾਓ $3z$ ਬਰਾਬਰ ਦਾ b 3 c ਭਾਗ ਘਟਾਓ x ਪਲੱਸ $2i$ ਘਟਾਓ $5z$ ਬਰਾਬਰ ਦਾ b_1 $2x$ ਘਟਾਓ $4y$ ਪਲੱਸ $10z$ ਬਰਾਬਰ ਦਾ b_2 ਅਤੇ ਤੀਜਾ ਸਮੀਕਰਨ x ਘਟਾਓ $2i$ ਪਲੱਸ $5z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_3 ਭਾਗ d x x ਜੇੜ $2y$ ਪਲੱਸ $5z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b 1 2 x ਪਲੱਸ $3z$ ਬਰਾਬਰ ਦਾ b 2 x ਪਲੱਸ $4y$ ਘਟਾਓ $5z$ ਬਰਾਬਰ b_3 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੇ ਵਾਪਸ ਚੱਲੀਏ ਅਤੇ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੀਏ ਤਾਂ ਇੱਥੇ s ਸਾਰੇ ਕਾਲਮ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦਾ ਸੈੱਟ ਹੈ b 1 b 2 b 3 ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੈ ਹੱਲ ਤਾਂ ਫਿਰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਕੋਲ ਹਰੇਕ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ਠੀਕ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸੈੱਟ s ਦਾ ਸਹੀ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਤਾਂ ਸਥਿਤੀ ਕੀ ਹੈ ਸ਼ਰਤ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ **right so** s ਉਹਨਾਂ ਸਾਰੇ b_1 b_2 b_3 ਦਾ ਸੈੱਟ ਹੈ ਜਿਸ ਲਈ ਸਿਸਟਮ ਕੋਲ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੇ ਪਹਿਲਾਂ ਸੈੱਟ ਤੋਂ ਬਣਦੇ ਹਾਂ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੰਕੇਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਸਵਾਲ ਠੀਕ ਹੈ ਮਾਇਨਸ x ਪਲੱਸ $2y$ p_1 us $5cz$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_1 $2x$ ਘਟਾਓ $4y$ ਪਲੱਸ $3z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_2 x ਘਟਾਓ $2y$ ਪਲੱਸ $2z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b 3 ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਲਈ ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਨੂੰ ਸਹੀ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਜੋ ਘਟਾਓ 1 2 5 2 ਘਟਾਓ 4 3 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਮਾਇਨਸ 2 2 d_1 b_2 b_3 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਹੁਣ ਕੁਝ ਹੋਰ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਲਾਗੂ ਕਰੀਏ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਆਓ ਇਸ ਟ੍ਰਾਂਸਫਾਰਮੇਸ਼ਨ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰੀਏ r_2 r_2 ਪਲੱਸ 2 ਗੁਣਾ r_1 ਅਤੇ r_3 ਹੈ r_3 ਪਲੱਸ r_1 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਅਧੀਨ ਤਾਂ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਇਹ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਕਿਵੇਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਚਲੇ ਇਸਨੂੰ ਅਗਲੇ ਪੰਨੇ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਪਹਿਲੀ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ ਹੈ ਘਟਾਓ 1 2 5 b_1 ਹੁਣ r_2 ਨੂੰ r_2 ਪਲੱਸ $2r$ ਨਾਲ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ 0 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 0 3 ਪਲੱਸ 10 ਹੈ 13 b_2 ਪਲੱਸ 2 b_1 ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਇਹ ਇੱਕ r_3 ਪਲੱਸ r_1 ਹੈ ਤਾਂ 0 ਅਤੇ 0 ਅਤੇ ਇਹ 7 ਅਤੇ b_3 ਪਲੱਸ b_1 ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ ਹੋਰ ਘਟਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਰੈਂਕ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਮੈਂ ਇਸ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗਾ r_3 ਨੂੰ r_3 ਮਾਇਨਸ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦਾ ਹੈ 7 ਬਾਇ 13 ਆਰ 2 ਸੋ ਘਟਾਓ 1 2 5 ਬੀ 1 0 0 13 ਬੀ 2 ਪਲੱਸ 2 ਬੀ 1 ਨੂੰ ਹੁਣ ਇੱਥੇ ਬਦਲੋ 0 0 ਇਹ ਹੈ 0 ਠੀਕ ਹੈ ਇਹ 0 ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ b 3 ਪਲੱਸ b 1 ਘਟਾਓ 7 ਗੁਣਾ 13 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਮਿਟਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਹਾਂ 7 ਗੁਣਾ 13 r_2 ਇਹ ਇੱਕ v_2 ਪਲੱਸ 2 ਗੁਣਾ b_1 ਹੈ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰੀਏ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਘਟਾਓ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਘਟਾਓ 1 2 5 ਬੀ 1 0 0 13 ਬੀ 2 ਪਲੱਸ 2 ਬੀ 1 ਅਤੇ 0 0 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 13 ਬੀ 1 ਉਹ ਘਟਾਓ 13 ਬੀ 1 ਬੀ 3 ਏ ਪਲੱਸ 13 ਬੀ 1 ਘਟਾਓ 7 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ b_2 ਘਟਾਓ 14 b_1 ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ 6 ਘਟਾਓ b_1 ਪਲੱਸ $13b$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਚਲੇ ਇਸਨੂੰ ਅਗਲੇ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਘਟਾਓ 1 2 5 v 1 0 0 13 b 2 ਪਲੱਸ b 1 0 0 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਘਟਾਓ b 1 ਤਾਂ ਘਟਾਓ b 1 ਘਟਾਓ 7 b 2 ਪਲੱਸ 13 b 3 ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਕੋਲ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ ਇਸਲਈ ਘਟਾਓ b 1 ਘਟਾਓ 7 b 2 ਪਲੱਸ 13 b 3 ਨੂੰ 0 ਸਭ ਠੀਕ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਹੀ ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦਾ ਦਰਜਾ a ਦੇ ਰੈਂਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਥੇ a ਦਾ ਦਰਜਾ 2 ਹੈ ਅਤੇ ਪਰ ਅਸੀਂ ਨਿਯੁਕਤ b ਦੇ ਰੈਂਕ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ,

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਇਹ ਘਟਾਓ b 1 ਘਟਾਓ 7 b 2 ਪਲੱਸ 13 b 3 0 ਫਿਰ ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦਾ ਰੈਂਕ ਵੀ 2 ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ 13 b 3 b 1 ਪਲੱਸ 7 b 2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸ਼ਰਤ ਹੈ ਇਸਲਈ s ਸੈੱਟ ਕਾਲਮ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ b_1 b_2 b_3 ਦਾ ਸੈੱਟ ਹੈ r_3 ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 13 b_3 ਜੇ ਕਿ b_1 ਪਲੱਸ 7 b_2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ s ਸੈੱਟ ਬਣਾ ਲਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਹੁਣ ਭਾਗ a ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਕੀ ਉਸ ਸਿਸਟਮ ਕੋਲ s ਠੀਕ ਤੋਂ ਸਾਰੇ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿਸਟਮ ਇਹ ਹੈ x plus $2i$ plus $3z$ is equals to b_1 $4y$ plus $5z$ is equals to b_2 ਅਤੇ x plus $2i$ plus $6z$ is equals to b_3

ਇਸ ਲਈ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਇੱਕ ਠੀਕ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਵਧਿਆ ਹੋਇਆ ਮੈਟਰਿਕਸ ਇੱਕ ਦੇ ਤਿੰਨ ਬੀ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਲਿਖੋ। ਚਾਰ 5 b 2 1 2 6 b 3 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੇ ਇਸਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਆਓ ਇਸਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰੀਏ ਅਸੀਂ ਪਰਿਵਰਤਨ r_3 ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ r_3 ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ r_3 ਘਟਾਓ r_1 ਤੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਪਹਿਲੀ ਕਤਾਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਇਹ ਇੱਕ ਦੇ ਹੈ ਤਿੰਨ v_1 ਵੀ ਦੂਜੀ ਕਤਾਰ ਵੀ 0 4 5 ਬੀ 2 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 0 ਹੈ 0 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 3 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਬੀ 3 ਮਿੰਟ ਹੈ sb 1 ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਵਧੇ ਹੋਏ b ਦਾ ਦਰਜਾ a ਦੇ ਰੈਂਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 3 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਤਿੰਨ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਕਤਾਰਾਂ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਹ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਵੀ ਇਸਦੇ ਲੰਬੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ ਭਾਵ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੋਲ ਸਾਰੇ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਖਾਸ ਤੌਰ 'ਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਖਾਸ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਕੋਲ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਸਿਸਟਮ ਹੈ ਜਿਸ ਕੋਲ ਸਾਰੇ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ s ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੇ ਦੂਜੇ ਭਾਗ b 'ਤੇ ਚੱਲੀਏ ਜੋ ਕਿ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। x plus y plus $3z$ is equals to b_1 $5x$ plus $2y$ plus $6z$ is equals to b_2 ਘਟਾਓ $2x$ ਘਟਾਓ y ਘਟਾਓ $3z$ ਬਰਾਬਰ ਦੇ b_3 ਬਿਲਕੁਲ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਕੀ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਕੋਲ s ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਸਾਰੇ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ। ਚਲੇ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ ਦੇ ਠੀਕ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਸਿਸਟਮ ਲਈ ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਨੂੰ ਲਿਖੋ 1 1 3 ਪੰਜ ਦੇ ਛੇ ਘਟਾਓ ਦੇ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ b_1 b_2 b_3 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਕੀ ਇਹ b_1 the tr ਹੈ ਜਵਾਬ r_2 ਘਟਾਓ 5 r_1 ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹੈ 0 2 ਘਟਾਓ 10 2 ਘਟਾਓ 5 2 ਘਟਾਓ 5 ਘਟਾਓ 3 6 ਘਟਾਓ 15 ਘਟਾਓ 9 ਬੀ 2 ਘਟਾਓ 5 ਪੀ 1 5 v 1 ਠੀਕ ਹੈ ਮੈਨੂੰ r_2 ਨੂੰ r_2 ਘਟਾਓ i 5 ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਣ ਦਿਓ ਇਸ ਆਪਰੇਸ਼ਨ ਨੂੰ ਲੈ ਲਵਾਂਗਾ r_3 ਹੈ r_3 ਪਲੱਸ 2 r_1 ਪਲੱਸ 2 r 1 ਮਾਫ਼ ਕਰਨਾ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਸਪੇਸ ਨਹੀਂ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ r 3 ਪਲੱਸ 2 r 1

ਇਸ ਲਈ ਇਹ 0 ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਫਿਰ ਘਟਾਓ 1 ਪਲੱਸ 2 ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ 1 ਘਟਾਓ 3 ਪਲੱਸ 6 ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ b 3 ਪਲੱਸ 2 ਬੀ 1 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਐਂਟਰੀਆਂ ਨੂੰ 0 ਠੀਕ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਤਾਂ ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਆਰ 3 ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ ਜੋ r_3 ਪਲੱਸ 1 ਤੀਜੇ r_2 ਨਾਲ ਬਦਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਦੇਖੀਏ। ਇਸ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਨਾਲ r_3 ਐਲੀਮੈਂਟਰੀ ਹੋ ਓਪਰੇਸ਼ਨ r_3 ਨੂੰ r_3 ਪਲੱਸ 1 3 r_2 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਹੋਰ ਘਟਾ ਦੇਵੇਗਾ ਇਸਲਈ 1 1 3 b 1 ਦੂਜੀ ਕਤਾਰ 0 ਘਟਾਓ 3 ਘਟਾਓ 9 ਅਤੇ b 2 ਘਟਾਓ 5 b 1 ਅਤੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇੱਥੇ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਕਤਾਰ 2 ਨੂੰ 1 ਤੀਜੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ 1 ਘਟਾਓ 1 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਜੋੜਦਾ ਹਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ ਤਿੰਨ ਜ਼ੀਰੋ ਠੀਕ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਹਾਂ ve b ਤਿੰਨ ਪਲੱਸ ਦੇ b ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਇੱਕ 3 b_2 ਘਟਾਓ 5 b_1 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਮਿਲੇਗਾ ਸਾਨੂੰ 1 1 3 0 ਘਟਾਓ 3 ਘਟਾਓ 9 0 0 ਇਹ ਬੀ 1 ਹੈ ਇਹ ਬੀ 2 ਘਟਾਓ 5 ਬੀ 1 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 6 ਹੈ ਮਾਇਨਸ 5 ਸੋ b 1 ਪਲੱਸ b 2 ਪਲੱਸ 3 b 3 ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਇਹ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ ਸਿਸਟਮ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਠੀਕ ਹਾਂ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਹੱਲ ਤਾਂ ਹੀ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇਕਰ b 1 ਪਲੱਸ b 2 ਪਲੱਸ 3 b 3 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੋਲ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਹੱਲ ਹੋਣ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਸ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹਰੇਕ b_1 b_2 b_3 ਲਈ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ s ਤੋਂ ਸਾਰੇ b 1 b 2 b 3 ਲਈ b_1 ਪਲੱਸ 2 ਪਲੱਸ 3 b 3 0

ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਤਦ ਕੇਵਲ ਸੰਗ੍ਰਹਿਤ ਦਾ ਦਰਜਾ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਏ ਦੇ ਰੈਂਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਥੇ a ਦੀ ਰੈਂਕ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ 2×2 ਅਤੇ ਜੇਕਰ b 1×1 ਪਲੱਸ b 2×2 ਪਲੱਸ 3×3 0 ਹੈ ਤਾਂ ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦਾ ਦਰਜਾ ਵੀ ਦੇ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਹੋਵੇਗਾ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਠੀਕ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਜੇ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸ਼ਰਤ ਸਹੀ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਸ਼ਰਤ ਨਹੀਂ ਰੱਖਦੀ ਸਭ ਲਈ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਹੈ b 1×1 b 2×2 b 3×3 b 0 ਨੂੰ $nging$ ਕਿਉਂਕਿ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $6 \times 1 \times 1 \times s$ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ s ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ $13 \times 3 \times 3 \times 1$ ਪਲੱਸ 7×2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ ਕਿ s ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕੀ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ $13 \times 3 \times 3 \times 1$ ਪਲੱਸ 7×2 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਨਿਸ਼ਚਤ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ, ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਪਰ ਆਓ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਸ਼ਰਤ ਕਰ ਲਈਏ ਤਿੰਨ ਇਹ ਨਹੀਂ ਰੱਖਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਕੋਲ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਹਰ ਇੱਕ $b_1 \times v_2 \times b_3$ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ s ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਭਾਗ c 'ਤੇ ਚੱਲੀਏ ਜੇ ਸਿਸਟਮ ਹੈ x ਪਲੱਸ $2y$ ਘਟਾਓ $5z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $b_1 \times 2x$ ਘਟਾਓ $4y$ ਪਲੱਸ $10z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $b_2 \times x$ ਘਟਾਓ $2y$ ਪਲੱਸ $5z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_3 ਨੂੰ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਮਾਫ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਸਿਸਟਮ ਤਿੰਨ ਨੂੰ ਇੰਸਟਾਲ ਕਰੋ ਤਿੰਨ ਤੁਹਾਨੂੰ ਤਿੰਨ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਚਾਰ ਠੀਕ ਹੈ ਮੈਨੂੰ ਇਸ ਨੂੰ ਵਧਾਉਣ ਦਿਓ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਸਿਸਟਮ ਮਾਇਨਸ 1×2 ਘਟਾਓ 5×2 ਘਟਾਓ $4 \times 10 \times 1$ ਘਟਾਓ 2×5 ਬੀ 1 ਬੀ ਲਈ ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। 2×3 ਤਾਂ ਚਲੋ ਇਸਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਘਟਾਓ 1 ਤੋਂ ਘਟਾਓ 5 ਅਤੇ b ਲੈ ਲਵਾਂਗੇ 1 ਅਸੀਂ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $r_2 \times 2$ r_2 ਪਲੱਸ $2 \times r_1$ r_2 ਪਲੱਸ $2 \times r_1$ ਸਾਨੂੰ 0 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਵੀ ਸਾਨੂੰ 0 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਵੀ ਸਾਨੂੰ 0 ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ r_3 ਪਲੱਸ r_1 ਸਾਨੂੰ $0 \times 0 \times 0$ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ b_2 ਪਲੱਸ $2b_1$ ਅਤੇ b_3 ਪਲੱਸ b_1 ਤਾਂ ਰੇਅ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਕੀ ਹੈ ਜੇ ਅਸੀਂ ਵਰਤੀ ਹੈ ਅਸੀਂ r_2 ਪਲੱਸ $2r_1$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ ਅਤੇ r_3 ਹੈ r_3 ਪਲੱਸ r_1 ।

ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ a ਦਾ ਰੈਂਕ ਇੱਕ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੋਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੋਨਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ b_2 ਪਲੱਸ $2 \times b_1 \times 0$ ਹੈ ਅਤੇ b_3 ਪਲੱਸ $b_1 \times 0$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਦੋਵੇਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਸਹੀ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ ਪਰ $6 \times 1 \times 1$ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਹੈ s ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਇਹ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਿਸਟਮ 4 ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ s ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਸਾਰੇ $b_1 \times b_2 \times b_3$ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ,

ਇਸ ਲਈ ਚਲੋ ਆਖਰੀ ਹਿੱਸੇ 'ਤੇ ਚੱਲੀਏ ਜੇ d ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਸਿਸਟਮ x ਪਲੱਸ $2y$ ਪਲੱਸ $5z$ ਬਰਾਬਰ $b_1 \times 2x$ ਪਲੱਸ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। $3z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $b_2 \times x$ ਪਲੱਸ $4y$ ਪਲੱਸ $1 \times 5z$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b_3

ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਇਸ ਵਿੱਚ ਇਹ ਹੈ ਸਾਰੇ b ਅਤੇ b_2 ਲਈ ਸਾਰੇ $b_1 \times b_2 \times b_3$ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਜੇ s ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਚਲੋ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਪੰਜ ਠੀਕ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਚਲੋ ਸਿਸਟਮ ਦਾ ਵਧਿਆ ਹੋਇਆ ਮੈਟਰਿਕਸ ਲਿਖੀਏ ਇੱਕ ਦੇ ਪੰਜ ਦੇ ਜ਼ੀਰੋ ਤਿੰਨ ਇੱਕ ਚਾਰ ਘਟਾਓ $5 \times b_1 \times b_2 \times b_3$ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਘਟਾਓ ਤਾਂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ $1 \times 2 \times 5 \times b_1$ ਫਿਰ ਅਸੀਂ r_2 ਘਟਾਓ ਨੂੰ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ r_2 ਘਟਾਓ $2 \times r_1$ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ 0 ਹੈ ਇਹ ਘਟਾਓ 4×3 ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ 7 ਅਤੇ b_2 ਘਟਾਓ 2×1 ਅਤੇ ਫਿਰ r ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ r ਇੱਕ

ਇਸ ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਇਹ ਉਹ ਦੇ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਮਾਇਨਸ ਦਸ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਅਤੇ ਬੀ ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ b ਇੱਕ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਐਲੀਮੈਂਟਰੀ ਰੋ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਮੈਂ ਇਹ ਲਿਖਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ r ਦੇ ਦੋ r ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਵਰਤਿਆ ਅਤੇ r ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ r ਇੱਕ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਓਪਰੇਸ਼ਨ r_3 ਪਲੱਸ $1 \times 2 \times r_1$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਾਨੂੰ $1 \times 2 \times 5 \times 1 \times 10$ ਘਟਾਓ 4 ਘਟਾਓ 7 ਬੀ 2 ਘਟਾਓ 2×1 ਅਤੇ 0 ਇਹ 0 ਠੀਕ ਹੈ ਫਿਰ ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ 7 ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ 7 ਗੁਣਾ 2 ਤਾਂ ਇਹ ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ 7 ਗੁਣਾ 2 ਘਟਾਓ 27 ਗੁਣਾ 2 ਠੀਕ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਬੀ 3 ਘਟਾਓ ਬੀ 1 ਪਲੱਸ 1 ਗੁਣਾ 2 ਬੀ 2 ਘਟਾਓ b_1 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਫਿਰ ਵੀ ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਕੋਲ ਸਾਰੇ $b_1 \times b_2 \times b_3$ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ a ਦਾ ਰੈਂਕ a ਦੇ ਰੈਂਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $i \times i$ ਦੁੱਗਣਾ b ਜੇ ਕਿ ਸਾਰੇ $b_1 \times b_2 \times b_3$ ਲਈ 3 ਤੱਕ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਉਸ ਸਿਸਟਮ 5 ਕੋਲ ਸਾਰੇ $b_1 \times b_2 \times b_3$ ਤਿੰਨ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ ਜੇ s OK ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਇੱਕ ਅਤੇ ਸਿਸਟਮ ਚਾਰ ਦਾ ਅਰਥ ਹੋਵੇਗਾ ਭਾਗ a ਅਤੇ ਭਾਗ ਚਾਰ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਭਾਗ ਅਤੇ ਭਾਗ ਚਾਰ ਵਿੱਚ ਸਾਰਿਆਂ ਲਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ। $b_1 \times b_2 \times b_3$ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ b ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਠੀਕ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਸਵਾਲ ਹੱਲ ਕਰੀਏ xyz ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟਸ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਹੋਣ ਦਿਓ ਜੇ ਕਿ xyz ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹਨ ਜੇ ਸਮਰੂਪ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ $3x$ ਘਟਾਓ y ਮਾਇਨਸ z ਬਰਾਬਰ ਹੈ 0 ਘਟਾਓ $3x$ ਪਲੱਸ z ਬਰਾਬਰ 0 ਘਟਾਓ $3x$ ਪਲੱਸ $2i$ ਪਲੱਸ z ਬਰਾਬਰ 0 ਹੈ ਤਾਂ ਕਿੰਨੇ ਅਜਿਹੇ ਬਿੰਦੂ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ x ਵਰਗ ਜੇੜ y ਵਰਗ ਅਤੇ z ਵਰਗ ਘੱਟ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ 100 ਹੋਮੇਜੀਨ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ous ਸਮੀਕਰਨਾਂ

ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਸਮਰੂਪ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ b ਹੈ ਜੇ ਕਿ 0 ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ $b \times 0 \times 0 \times b \times 0$ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਅਤੇ a ਹੈ 3 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ $3 \times 0 \times 1$ ਘਟਾਓ $3 \times 2 \times 1$

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ a ਦਾ ਦਰਜਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਧੇ ਹੋਏ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ab ਦੀ ਰੈਂਕ ਦਾ ਕਾਰਨ ਇਹ ਹੈ ਕਿ $b \times 0$ ਵੈਕਟਰ ਬਿਲਕੁਲ ਠੀਕ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਆਓ ਹੁਣੇ a ਦਾ ਦਰਜਾ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ a ਹੈ ਜੋ 3 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ $3 \times 0 \times 1$ ਘਟਾਓ $3 \times 2 \times 1$ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਬਸ ਕਤਾਰ ਤਬਦੀਲੀ ਲਾਗੂ ਕਰੇ ਜੇ ਕਿ r_3 ਹੈ ਅਫਸੋਸ ਹੈ r_2 ਹੈ r_2 ਪਲੱਸ r_1 ਅਤੇ r_3 ਹੈ r_3 ਪਲੱਸ r_1

ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲੀ ਕਤਾਰ ਉਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ 0 ਹੈ ਇਹ ਘਟਾਓ 1 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 0 ਇਹ ਹੈ 0 ਇਹ 1 ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ 0 ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਇਸਨੂੰ ਹੋਰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ r_3 ਨੂੰ r_3 ਪਲੱਸ r_2 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਤਾਂਗੇ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ 3 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ 10 ਅਤੇ $0 \times 0 \times 0$ ਸਭ ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਰੈਂਕ 2 ਦਾ ਸਹੀ ਰੈਂਕ ਹੈ। $a \times 2$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇ ਕਿ 3 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਅਨੰਤ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹੱਲ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਘਟਾਏ ਗਏ sy ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਸਟੈਮ ਤਾਂ ਕੀ ਹੈ ਕਿ 3 ਘਟਾਓ 1 ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ $10 \times 0 \times 0$ ਅਤੇ xyz ਬਰਾਬਰ $0 \times 0 \times 0$ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਨੂੰ $3x$ ਘਟਾਓ y ਘਟਾਓ z ਬਰਾਬਰ 0 ਅਤੇ y ਬਰਾਬਰ $0 \times y$ ਹੈ 0 ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ $z \times 3x$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ x ਨੂੰ ਅਲਫ਼ਾ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਅਲਫ਼ਾ 0×3 ਅਲਫ਼ਾ ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਲਈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਦੇ ਹੱਲ ਵਿੱਚ ਦਿਲਚਸਪੀ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ, ਠੀਕ ਹੈ ਸਮੀਕਰਨ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੱਲ ਦਾ ਸੈੱਟ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਠੀਕ ਹਨ ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ਅਜਿਹੇ ਕਿੰਨੇ ਹੱਲ x ਵਰਗ ਜੇੜ y ਵਰਗ ਪਲੱਸ z ਵਰਗ ਘੱਟ ਬਰਾਬਰ 100 ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਅਲਫ਼ਾ 0×3 ਅਲਫ਼ਾ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨ ਲਈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ x ਵਰਗ ਜੇੜ y ਵਰਗ ਜੇੜ z ਵਰਗ ਘੱਟ ਬਰਾਬਰ 100 ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਅਲਫ਼ਾ ਵਰਗ ਪਲੱਸ 9 ਅਲਫ਼ਾ ਵਰਗ 100 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ 10 ਅਤੇ 5 ਵਰਗ ਘੱਟ ਬਰਾਬਰ 100 ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਲਫ਼ਾ ਵਰਗ ਘੱਟ 10 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ, ਅਲਫ਼ਾ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ 1 ਪਲੱਸ ਇਹ ਘਟਾਓ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ 3 ਘਟਾਓ 2 ਮੀਲ nus $1 \times 0 \times 1 \times 2 \times 3$ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਫਿਰ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੱਲ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਠੀਕ ਹੈ x ਵਰਗ ਜੇੜ y ਵਰਗ ਜੇੜ z ਵਰਗ ਘੱਟ ਬਰਾਬਰ $100 \times 0 \times 0 \times 1 \times 0 \times 3 \times 2 \times 0 \times 6 \times 3 \times 0 \times 9$ ਘਟਾਓ 10 ਘਟਾਓ 3 ਘਟਾਓ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ 2×0 ਘਟਾਓ 6 ਘਟਾਓ 3×0 ਘਟਾਓ 9 ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕੁੱਲ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਕੁੱਲ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 7 ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹੈ ਇਹ ਅੰਤਮ ਜਵਾਬ ਹੈ ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਵਾਲ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਰੇਖਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ x ਪਲੱਸ by ਪਲੱਸ cz ਬਰਾਬਰ ਹੈ। $0 \times bx$ ਪਲੱਸ cy ਪਲੱਸ az ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ cx ਪਲੱਸ ay ਪਲੱਸ bz ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ a ਪਲੱਸ b ਪਲੱਸ $c \times 0$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ b ਵਰਗ ਜੇੜ c ਵਰਗ ab ਪਲੱਸ bc ਪਲੱਸ ca ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਇੱਥੇ ਜਿਹੇ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਦੇ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ a ਪਲੱਸ b ਪਲੱਸ c ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ a ਵਰਗ ਪਲੱਸ b ਵਰਗ ਪਲੱਸ c ਵਰਗ ਵੀ ab ਪਲੱਸ bc ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਹਾਂ ca ਫਿਰ ਇਹ ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਸਿੰਗਲ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹੋਏ ਜਹਾਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ ਤੀਜਾ ਹਿੱਸਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇੱਕ $p_1 \times us \times b$ ਪਲੱਸ $c \times 0$ ਹੈ ਅਤੇ ਠੀਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੇੜ b

ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ab ਪਲੱਸ bc ਪਲੱਸ ca ਦਿਖਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਪੂਰੇ rq ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਜੋੜ ਬੀ ਪਲੱਸ c ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ b ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ab ਪਲੱਸ bc ਪਲੱਸ ca

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਸਿੱਧਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ $2a$ ਵਰਗ ਪਲੱਸ $2b$ ਵਰਗ ਪਲੱਸ $2c$ ਵਰਗ ਘਟਾਓ $2ab$ ਘਟਾਓ $2bc$ ਘਟਾਓ $2ca$ 0 ਹੈ ਸੋ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ b ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਜੋੜ b ਘਟਾਓ c ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਜੋੜ c ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਜ਼ੀਰੋ ਠੀਕ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ b ਪੂਰਾ ਵਰਗ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਹੈ ਇਹ ਤਿੰਨ ਸਕਾਰਾਤਮਕ uh ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ ਗੈਰ-ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਜੋੜ 0 ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਹਰੇਕ ਅਤੇ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਪਦ ਦਾ 0 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ b 0 b ਘਟਾਓ c 0 c ਘਟਾਓ a ਨੂੰ 0 ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ. ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ a ਬਰਾਬਰ b ਬਰਾਬਰ c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਉਂਕਿ a ਪਲੱਸ b ਪਲੱਸ c 0 ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ a ਹੈ b ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਪਲੇਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ π 2 ਤੇ ਚੱਲੀਏ ਤਾਂ π 2 ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਪਲੱਸ b ਪਲੱਸ c ਹੈ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ a ਵਰਗ ਜੋੜ b ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਨਹੀਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ab ਪਲੱਸ ਬੀ ਸੀ ਪਲੱਸ c ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਇੱਥੇ ਇਸ ਗੁਣਾਂਕ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ a ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ abc bc $acab$ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਨਿਰਧਾਰਕ ਕੀ ਹੈ a ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਕ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਬੀ ਸੀ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ b ਸਮਾਂ ਬੀ ਵਰਗ ਘਟਾਓ ac ਪਲੱਸ ਸੀ ਗੁਣਾ ab ਘਟਾਓ c ਵਰਗ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ $3abc$ ਘਟਾਓ a ਘਣ ਘਟਾਓ b ਘਣ ਘਟਾਓ c ਘਣ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਘਣ ਪਲੱਸ bq ਪਲੱਸ c ਘਣ ਬਰਾਬਰ ਹੈ a ਪਲੱਸ b ਪਲੱਸ c ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ b ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਘਟਾਓ ab ਘਟਾਓ bc ਘਟਾਓ c ਪਲੱਸ $3abc$ ਸਭ ਠੀਕ ਹੈ ਇਹ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ a ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਕ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਦੇ ਮਾਇਨਸ ਤੱਕ b ਪਲੱਸ ca ਵਰਗ ਪਲਸ b ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਘਟਾਓ ab ਘਟਾਓ bc ਘਟਾਓ ca

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ a ਪਲੱਸ b ਪਲੱਸ c ਗੈਰ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ b ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਵੀ ab ਪਲੱਸ bc ਪਲੱਸ ca ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ a ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਕ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ ਮਾਫ ਕਰੋ ਸਮਰੂਪ ਸਮੀਕਰਨ ਸਮਰੂਪ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਜੇ ਕਿ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ x ਜ਼ੀਰੋ y ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ z ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਮਾਮੂਲੀ ਹੱਲ ਸਿਰਫ ਹੈ ਹੱਲ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪਲੇਨ ਮਿਲ ਰਹੇ ਹਨ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਪਲੇਨ ਮੀਟਿੰਗਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਜ਼ੀਰੋ 0 ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਚਲੋ ਤੀਜੀ ਧਿਰ 'ਤੇ ਚੱਲੀਏ ਤਾਂ ਜੇ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਬੀ ਪਲੱਸ ਸੀ 0 ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਬੀ ਕੀ ਹੈ? ਵਰਗ ਪਲੱਸ c ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ab ਪਲੱਸ ਬੀ ਸੀ ਪਲੱਸ ਸੀ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਦੋ ਸ਼ਰਤਾਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਸੀ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ b ਵਰਗ ਜੋੜ c ਵਰਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ab ਪਲੱਸ bc ਪਲੱਸ ca ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਪਲੱਸ a b ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ bi ਪੁਟ av 0 ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ a 0 ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ a 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵੀ xyz ਸਬੰਧਤ ਹੈ r ਘਣ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ਠੀਕ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ r^3 ਦੇ ਪੂਰੇ ਸਪੇਸ ਹੋਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਮੈਂ ਇੱਥੇ ਰੁਕਾਂਗਾ ਠੀਕ ਹੈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਮੈਂ ਇੱਥੇ ਰੁਕਾਂਗਾ ਹੁਣ ਇਹ ਇਸ ਲੜੀ ਦਾ ਆਖਰੀ ਲੈਕਚਰ ਸੀ ਧੰਨਵਾਦ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸਮੱਸਿਆ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਸੈਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਲ ਹੋਣ ਲਈ ਮੈਨੂੰ ਉਮੀਦ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਆਨੰਦ ਮਾਣਿਆ ਹੈ ਮੈਂ ਤੁਹਾਡੀ ਚੰਗੀ ਕਿਸਮਤ ਦੀ ਕਾਮਨਾ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤੁਹਾਡਾ ਧੰਨਵਾਦ