ریاضی کے مسئلے کو حل کرنے والے سیشن میں خوش آمدید یہ آج کے لیکچر میں لیکچر نمبر تین ہے میں میٹرکس اور ڈیٹرمیننٹ iit pam
سے متعلق کچھ اور مسائل حل کروں گا
کی کل تعداد معلوم کریں جو کہ حقیقی اعداد ہیں۔ x سے تعلق رکھنے والے دور دراز r تو آئیے مسئلہ نمبر ایک سوال سے شروع کرتے ہیں
کے برابر ہے 10 z مکعب x مربع 1 جمع 27 x 9 x مکعب 3 x مربع 1 جمع 8 x 4 x مکعب 2 x مربع 1 جمع xx جس کے لیے
تلاش کرنے کی ضرورت ہے جو اس تعین کن مساوات کو پورا کرتا ہے x اس لئے ہمیں
کا اصلی نمبر ہونا ضروری ہے ٹھیک ہے x تو آئیے حل کرتے ہیں کہ کب
تو آئیے آسان بناتے ہیں اس عامل کو دو حصوں میں
مربع x مربع ہے 4 xx 3 x 2 x مربع 1 1 1 یہ پہلا عامل ہے دوسرا عامل x مربع 9 x مربع x 3x 2x x توڑتے ہیں پہلا حصہ
کیوب یہ 10 کے برابر ہے ٹھیک ہے x کیوب 27 x کیوب پر x مربع x 9
تو اب آئیے اس کو حل کرتے ہیں یہ ڈیٹرمینٹس ان ڈیٹرمینٹس کو آسان بناتے ہیں ٹھیک ہے
مربع لیتا ہوں x کالم اور کالم 2 سے x کامن لوں گا۔ پہلے تعین کنندہ سے میں کالم 1 سے x تو میں کیا کروں گا میں اس سے
x مربع میں x سے x کیوب تک کالم 3 x لوں گا کالم سے x مربع سے x تو ہمیں 1 2 3 1 4 9 1 1 1 جمع ہوتا ہے میں کالم 1
کیوب میں اور ہمیں ملتا ہے 1 2 3 1 4 9 1 8 27 یہ 10 کے برابر ہے ٹھیک ہے
x کیوب 1 سے 4 مائنس 9 مائنس 1 میں 2 مائنس 3 جمع 1 میں 18 ہے مائنس 12 ٹھیک ہے پلس یہ پاور 6 کا x تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ
ہے اور اب یہاں میں قطار 2 سے 2 کامن اور قطار 3 سے 3 لوں گا .
تو 2 سے 3 ہمیں ملے گا 1 1 1 1 1 2 4 1 3 9 یہ 10 کے برابر ہے۔ ٹھیک ہے اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہمیں وہاں کیا ملتا ہے یہ
ایکس کیوب 2 مائنس 5 پلس 1 پلس 6 پلس 6 ایکس سے پاور 6 ہے اور یہ 1 سے 18 مائنس 12 مائنس 1 سے 9 مائنس 4 1 میں 3 مائنس 2 کے
برابر ہے 10 ٹھیک ہے
طاقت 6 ہے اور یہ 6 ہے اور مائنس 5 جمع 1 10 کے برابر ہے بالکل ٹھیک ہے لہذا ہمیں x مکعب جمع 6 x تو اس کا مطلب ہے کہ یہ 2
x کی طاقت 6 جمع x طاقت 6 10 کے برابر ہے اس کا مطلب ہے 6 x مکعب جمع 12 x صحیح ملتا ہے لہذا ہمارے پاس ہے 2 12x6
کیوب مائنس 5 0 کے برابر ہے
کیوب مائنس 5 برابر ہے 0 کے اس کا مطلب ہے کہ x مکعب مائنس 5 ملے x کی طاقت 6 جمع 6 x تو آئیے اسے فیکٹرائز کریں تاکہ ہمیں 6
مکعب جمع 1 کے برابر 0 ملتا ہے x مکعب پلس 1 مائنس 5 x ہمیں پاور کیوب
مکعب مائنس 5 برابر ہے 0 کے x کیوب جمع 1 سے 6 x تو اس کا مطلب ہے
تو یہ 0 ہے یا
مکعب مائنس پانچ صفر کے برابر ہے یا دونوں ٹھیک ہے x مکعب جمع 1 برابر ہے 0 کے برابر یا 6 چھ x تو
مائنس 5 برابر ہے 0 کے ٹھیک ہے xq کیوب جمع ایک کا حل صفر کے برابر ہے یا 6 x ah تو
تو آئیے حل کرتے ہیں آئیے اس کو حل کرتے ہیں آئیے ان دو مساوا
توں کی جڑیں تلاش کرتے ہیں تاکہ میں اسے مزید آسان بنا سکوں
تو یہ کچھ نہیں مگر 5 بائی 6 کی طاقت 0 کے برابر ہے
کیوب اور ایک مکعب کی جڑ کا حساب لگاؤں x بس کچھ عمومی شکل لے گا مثال کے طور پر دیکھیں میں i will i تو یہاں میں کیا کروں گا
مربع کے سوا کچھ نہیں ہے مائنس کلس جمع ایک مربع ax جمع x گا کہ یہ
تو یہ صفر کے برابر ہے
جمع مائنس xa کے برابر ہے اس معیار کی مساوات کے لیے ہمیں x کے یہ یہ پہلا کھانا ہے اور a برابر ہے مائنس x تو اس کا مطلب ہے
کو 2 سے تقسیم کیا i ایک مربع مائنس 4 ایک مربع سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ 2 یہ ایک جمع مائنس ایک جڑ کے سوا کچھ نہیں ہے 3
تو یہ چیزیں ٹھیک ہیں
تو چلو ٹھیک ہے
کی جڑیں ہیں کیوب پلس ایک کیوب 0 کے برابر ہے۔ x تقسیم 2 سے i جڑ 3 a برابر ہے جمع مائنس x کے اور a برابر ہے مائنس x تو

ہے مائنس کے برابر ہے ٹھیک ہے x تو یہاں اگر آپ دیکھتے ہیں کہ ہمارے پاس صرف ایک حقیقی جڑ ہے جو
مکعب مائنس ایک x برابر ہے مائنس کرنا اسی طرح x کیوب پلس ایک مکعب 0 کے برابر ہے صرف ایک حقیقی جڑ ہے جو افسوس ہے x تو
کی طرف سے دی گئی ہے ٹھیک ہے باقی دو پیچیدہ ہیں ایک ٹھیک ہے x مکعب 0 کے برابر ہے صرف ایک حقیقی جڑ ہے جو
تو ہم آپ صنعت کو اسی طرح کر سکتے ہیں
6 x کے برابر کیوب مائنس یہ 5 x ہے مائنس 1 اور x مکعب جمع ایک صفر کے برابر ہے ایک حقیقی جڑ x تو اس کا مطلب کیا ہے مطلب
کی طاقت 1 3 ٹھیک ہے 6 x برابر ہے 5 x تھا 0 کے برابر ہے کیونکہ اصلی جڑ
x مکعب 2 x مربع 1 پلس کے لئے ایک کے لئے صرف 2 حقیقی جڑ ملتی ہے c تو اس کا مطلب ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ ہمیں اس مساوات
کے ذریعہ دیا گیا ہے مائنس 1 کے برابر x مکعب 10 کے برابر ہے اور انہیں x مربع 1 جمع 27 x 9 x مکعب 3 x مربع 1 جمع 8 x 4
سے طاقت 1 3 1 بائی 3 6 pi برابر ہے x ہے اور
تو یہ ہے یہ حتمی جواب ہے آئیے ایک اور مسئلہ حل کرتے ہیں ٹھیک ہے
مربع 1 جمع 2 الفا مربع 1 جمع 3 الفا مربع 2 جمع الفا مربع 2 جمع 2 الفا l pi تین کراس تھری میٹرکس 1 یعنی a برابر ہے تین a تو چلو
کا تعین کنندہ مائنس 6 4 8 a مربع 2 جمع 3 الفا مربع 3 جمع الفا مربع 3 جمع 2 الفا مربع 3 جمع 3 الفا مربع بی 3 کراس 3 میٹرکس اس طرح کہ
الفا کے برابر ہے اور پھر اس کی قیمت کیا ہوگی؟ الفا ٹھیک ہے لہذا ہمیں پہلے الفا کے لحاظ سے ایک تعین کنندہ تلاش کرنے کی ضرورت ہے اور
پھر ہم اسے حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں کیا مساوات ٹھیک ہے
کا تعین کرنے والا کچھ نہیں ہے لیکن آئیے ان اصطلاحات کو آسان بناتے ہیں a تو آئیے کرتے ہیں کہ
مربع ٹھیک ہے پھر دوسری قطار pi تو یہ 1 جمع 2 الفا جمع الفا مربع 1 جمع 4 الفا جمع 4 الفا مربع تیسرا ایک ہے 1 جمع چھ الفا جمع نائن ن
چار جمع چار الفا جمع ایل پی مربع ٹھیک ہے اور یہ 4 جمع 8 الفا جمع 4 الفا مربع ہے یہ 4 جمع 6 الفا ہے نہیں یہ ایک 12 ہے معذرت یہ 4 جمع
الفا جمع 9 الفا مربع ہے ٹھیک ہے میں اسے دوبارہ لکھتا ہوں اس کے لیے معذرت ٹھیک ہے 12
تو کیا تھا کہ یہ 4 جمع 12 الفا جمع 9 اور 5 مربع ٹھیک ہے تیسری قطار 9 جمع 6 الفا جمع الفا مربع ٹھیک ہے پھر 9 جمع 12 الفا جمع 4 الفا مربع
ٹھیک ہے اور پھر تیسرا اندراج ہے 9 جمع 18 الفا ٹھیک ہے جمع 9 ایل فائی مربع منفی 5 مربع ٹھیک ہے
تو یہ نو ٹھیک ہے لہذا اب یہ فیصلہ کن ہے
تو آئیے اسے آسان بنانے کی کوشش کریں ٹھیک ہے

Prutor@IITK

تو ہم کچھ کریں گے' کچھ ابتدائی صف آپریشن کروں گا
r1 مائنس r2 ہے r2 تو کیا میں یہ کروں گا کہ میں اس آپریشن کو لاگو کروں گا
تو اس کا مطلب ہے کہ ہم قطار 1 کو قطار 2 کے ساتھ منہا کریں گے اور قطار 3 بھی قطار 3 کے ساتھ قطار 1 کو منہا کریں گے
پر چلا جائے گا r1 مائنس r3 r3 تو
تو ٹھیک ہے ہم جان لیں کہ ان ابتدائی قطار کے آپریشن سے تعین کنندہ تبدیل نہیں ہوتا ہے
تو یہ کچھ بھی نہیں ہے لیکن ٹھیک ہے
تو یہ کیا ہے
تو یہ ہے کیونکہ پہلی قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہے لہذا ہم صرف اسے لکھیں گے جو 1 جمع 2 الفا پلس ہے الفا مربع 1 جمع 4 الفا جمع 4 الفا
ہے r1 مائنس r2 مربع پھر y مربع ٹھیک ہے اور 1 جمع 6 الفا جمع 9 اور
تو ہمیں جو ملتا ہے ہمیں 3 جمع 2 الفا ملتا ہے یہاں ہمیں 3 جمع 4 الفا ملتا ہے یہاں ہمیں 3 جمع 6 الفا ملتا ہے۔ ٹھیک ہے اور تیسری قطار آر تھری
مائنس آر ون ہے
تو ہمیں آٹھ جمع چار الفا ٹھیک ہے اور پھر آٹھ جمع آٹھ الفا ٹھیک ہے اور ہمیں 8 جمع 12 الفا ٹھیک ہے
ہم دوبارہ کچھ ابتدائی قطار کے آپریشن کرتے ہیں uh تو یہ وہی ہے جو ہمیں ملتا ہے اب ہم دوبارہ کچھ تبدیلیاں کرتے ہیں
اسے تیسری قطار کے ساتھ گھٹائیں uh تو مثال کے طور پر اگر میں دوسرے کو ضرب دوں دو سے قطار اور
کروں گا سب ٹھیک ہے r2 مائنس r3 2 تو یہ آپریشن ہے میں
برابر ہے ٹھیک کرنے کے لئے پہلی دو a تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ہمیں کیا ملتا ہے اس لیے یہاں پہلی اور دوسری قطار میں کوئی تبدیلی نہیں ہے
قطاروں میں کوئی تبدیلی نہیں ہے لہذا ایک جمع 2 الفا جمع این فائی مربع 1 جمع 4 الفا جمع 4 ایل فائی مربع 1 جمع 6 الفا جمع نو الفا مربع ٹھیک ہے
r 2 مائنس r 3 2 دوسری قطار تین جمع دو الفا 3 جمع 4 الفا ہے اور 3 جمع 6 الفا پھر آپریشن تھا
کیا ہم حاصل کرتے ہیں r 2 مائنس r 3 2 تو
تو الفا ٹرم ناک آؤٹ ہو جائے گا
تو ہم یہاں 2 اور 2 حاصل کریں گے اور یہ بھی 2 ہے۔ ٹھیک ہے
تو مجھے اجازت دیں ایک بار پھر تصدیق کریں ٹھیک ہے
تو ٹھیک ہے مجھے بس اسے حذف کرنے دیں
کو c2 تو کیا ہم اسے مزید آسان بنا سکتے ہیں تاکہ ہاں ہم اب کر سکتے ہیں ہم کچھ کالم آپریشن کریں گے مثال کے طور پر میں اس آپریشن کو
ٹھیک ہے پھر دیکھتے ہیں ہمیں کیا ملتا ہے تاکہ ہمیں معلوم ہو کہ c1 مائنس c3 ہم لاگو کریں گے c3 پر کر دوں گا اور c1 مائنس c2
نینٹ ویلیو تبدیل نہیں ہوتی ہے اس لیے پہلے کالم میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی اس لیے 1 جمع 2 الفا جمع ایل فائی مربع 3 جمع 2 الفا determi
اور یہ 2 الفا جمع 3 الفا مربع کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور یہ 4 الفا جمع 8 ایل فائی مربع ہے۔ یہ 2 الفا ہے اور یہ 4 الفا ہے بالکل ٹھیک ہے اور 2
یہ ایک انٹر صفر ہوگا یہ بھی صفر ہے ٹھیک ہے
تو اب ہم صرف ڈیٹرمیننٹ کو کھول سکتے ہیں
تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن ہم اسے صرف تیسرے پر کھولیں گے قطار
تو یہ کچھ نہیں ہے مگر 2 گنا 4 الفا میں 2 این پلس 3 ایل پی مربع مائنس 2 این پوائنٹ 2 4 الفا جمع 8 الفا مربع اور یہ مجھے دیتا ہے اس سے
ڈیل وائی مربع جمع 16 الفا کیوب ٹھیک ہے i مجھے 2 گنا 8 الفا مربع
چھوٹا uh تو یہ 8 ایل فائی اسکوائر پلس 12 الفا کیو مائنس 8 الفا اسکوائر مائنس 16 الفا کیوب کے سوا کچھ نہیں ہے اور یہ اس کے برابر ہے
کا تعین کنندہ ہے مائنس 8 الفا کیوب کے برابر ٹھیک ہے a اسکوائر کو ناک آؤٹ کردیا جائے گا لہذا یہ مائنس 8 الفا کیوب کے برابر ہے لہذا pi
تو سوال میں یہ دیا گیا ہے۔ ڈیٹرمیننٹ مائنس 648 الفا کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ مائنس 8 الفا کیوب مائنس 6 48 الفا کے برابر ہے لہذا
برابر ہے 0 اس سے مراد الفا ٹائم الفا مائنس 9 الفا جمع 9 برابر ہے l pi اس کا مطلب ہے الفا کیو مائنس 8 81 ٹھیک ہے
تو اس کا مطلب ہے کہ الفا کی قدریں 0 9 اور مائنس 9 ہیں
تو یہ الفا کی تین قدریں ہیں جن کے لیے وہ مساوات رکھتی ہے
تو یہ ہے یہ حتمی جواب ہے ٹھیک ہے ٹھیک ہے
مربع کے m n کے برابر ہے مزید اگر mn nm کراس 3 میٹرکس میں اس طرح کہ b2 3 تو آئیے ایک اور مسئلہ کا سوال حل کرتے ہیں اور
مربع صفر کے برابر ہے دوسرا حصہ mn مربع ہے اور m کے برابر ہے تاکہ پہلا حصہ متعین n مربع طاقت 4 کے m برابر نہیں ہے اور
صفر میٹرکس ہے ٹھیک ہے u مربع mn مربع جمع m کراس تین ہے غیر صفر میٹرکس یو ایسا ہے کہ a3
تو آئیے اس مسئلے کو حل کرتے ہیں جواب ٹھیک ہے
t آئیے دیکھتے ہیں کہ یہ ہمیں کیا دیتا ہے nm کے برابر ہے n تو یہ وہی ہے جو دیا جاتا ہے یہ دیا جاتا ہے کہ
سے اور دائیں طرف سے ضرب کرتا ہوں n کو uh so mn تو اگر میں
لاگو کر سکتا ہوں mn is equals to nm کے برابر ہوتا ہے اور اب میں یہاں nmn مربع mn تو
m مربع کے برابر ہے n مربع ٹھیک کے برابر ہے اور یہ mn تو ہمیں ملتا ہے
مربع کے برابر ہے ٹھیک ہے n مربع mn تو ہمارے پاس
کے برابر ہے n مربع طاقت 4 کے m تو اب یہ لیں یہ وہی ہے جو دیا گیا
سے طاقت 4 0 میٹرکس ہے لہذا یہ 0 کی نمائندگی کرتا ہے۔ 0 میٹرکس 0 میٹرکس میٹرکس ہے جس میں n مربع مائنس m تو اس کا مطلب ہے
تمام اندراجات ہیں 0 ٹھیک ہے
کو n مربع مائنس mn مربع جمع m n مربع مائنس ms تو اب ہم اس مساوات میں کچھ ہیرا پھیری کرنے کی کوشش کرتے ہیں تاکہ میں ہمیشہ
مربع n مائنس m یہاں کامن لے سکتا ہوں ہے پھر یہ کچھ نہیں ہے مگر mi طاقت 4 کے برابر لکھ سکتا ہوں۔ 0 میٹرکس اس کا مطلب یہ ہے کہ
میں یہاں سے بدلوں گا m مربع n مربع کو mn یہاں میں
کو طاقت 4 کے برابر ہے 0 n مائنس m مربع n تو میں لکھ سکتا ہوں
تو یہ اگر میں یہاں سے لیتا ہوں
مربع 0 کے برابر ہے n مائنس m ہمیں ملے گا n مربع کا مطلب ہے . n مربع جمع n مائنس mm تو
مربع صفر ہے n مائنس m مربع میں n جمع m تو ہمارے پاس
تو آئیے اس مساوات کو نمبر ایک کہتے ہیں ٹھیک ہے
تو اب دو صور
مربع جمع m مربع کا تعین ہوتا ہے۔ کیا صفر ٹھیک ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ پھر پہلا حصہ یہ تھا کہ ہمیں n جمع m توں پر غور کریں جہاں

مربع کے طور پر لکھ n جمع m اسکوائر میں m مربع کا تعین کرنے کی ضرورت ہے میرا مطلب ہے مربع 0 ہے لہذا اس عامل کو میں mn
مربع کا تعین کرنے والا ہم صفر ہونے پر غور n جمع m مربع کا تعین کرنے والا اور n جمع m کا m سکتا ہوں یہ تعین کنندہ کے برابر ہے
کر رہے ہیں
تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ صفر ہے
تو اس میں یہ صفر وہ سکیلر ہے جس کو میں جانتا ہوں لہذا ان صفروں سے الجھنا نہیں ٹھیک ہے
تو یہ ڈیٹرمیننٹ صفر ہے
تو اس کا مطلب ہے کہ اس کیس کے تحت پہلا حصہ کیا گیا ہے
مربع کا تعین کرنے والا ہے صفر کے برابر نہیں ہے n جمع m تو ایسا ہے لیکن ایک اور کیس بھی ممکن ہے جس کا مطلب ہے کہ کیس 2
صورتیں ممکن ہیں لہذا اگر ایسا ہے o تو یہ صرف دو ہیں
مربع الٹا ہے یعنی یہ الٹا موجود ہے ٹھیک ہے n جمع m تو اس کا مطلب یہ ہے کہ
میں ہوتا ہے۔ n جمع m مربع الٹا n جمع m الٹا سے ضرب دیتے ہیں ٹھیک ہے اس کا مطلب n جمع m تو پھر ہم مساوات 1 کو بائیں سے
مربع صفر کے برابر ہونا ہے ٹھیک ہے ٹھیک ہے n مائنس m مربع
مربع الٹا مساوات ایک کو بائیں طرف سے اس طرح یہ شناختی میٹرکس دیتا ہے لہذا اس n تو یہاں ہم نے کیا کیا ہم نے صرف ان کو ضرب دیا اور
مربع ایک 0 میٹرکس تمام ہے ٹھیک ہے n مائنس m کا مطلب یہ ہے کہ
مربع کے برابر ہے اور یہ ممکن نہیں ہے صحیح جو ممکن نہیں ہے کیونکہ سوال میں یہ دیا m تو میں صرف یہاں آتا ہوں اس کا مطلب یہ ہے کہ
مربع کے برابر نہیں ہے جو ممکن نہیں ہے ٹھیک ہے اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کیس 2 واقع نہیں ہو سکتا کیونکہ اگر ایسا ہوتا m گیا ہے کہ
ہے
مربع کا تعین صفر ہے جیسا کہ ذیل میں ایک ٹھیک ہے mn مربع جمع m تو پھر ہم تضاد ٹھیک تک پہنچ جاتے ہیں لہذا اس کا مطلب یہ ہے کہ
تو پہلا حصہ ہے پہلا حصہ ٹھیک ہے
تو دوسرا حصہ کیا ہے
تو آئیے دوسرے حصے میں دوسرے حصے کو ثابت کرتے ہیں وہاں ہمیں یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ وہاں موجود ہے ایک نان زیرو
مربع جمع m صفر کے برابر ہے لہذا دوسرے حصے میں ہمیں یہ دکھانا ہوگا کہ u مربع mn مربع جمع m بالکل ٹھیک ہے تاکہ u میٹرکس
کچھ نان-زیرو میٹرکس کے لیے 0 کے برابر ہے u مربع mn
تو ٹھیک ہے
تو یہ صفر یہ صفر میٹرکس کی صحیح نمائندگی کرتا ہے لہذا مجھے تمام کا ذکر کرنے کی ضرورت نہیں ہے ۔ میرے خیال میں اس وقت اوکے کی
پیروی کرنا آسان ہے جب بھی کوئی اسکیلر ہو کہ صفر اسکیلر کی نمائندگی کرتا ہے جب بھی دوسری طرف یہ میٹرکس ہوتا ہے
کی شناخت کرنے کی ضرورت ہے جس کے لیے یہ u تو یہ میٹرکس اوکے کی نمائندگی کرتا ہے اس کا مطلب ہے کہ ہمیں ایک غیر صفر میٹرکس
ہے ٹھیک ہے ٹھیک ہے
مربع صفر کے n مائنس m مربع میں n جمع m تو اب آئیے ایک مساوات پر واپس چلتے ہیں ایک سے مساوات نمبر ایک کیا تھا ہمارے پاس یہ
برابر ہے
مربع n مائنس m ہے۔ اور مربع m مربع جمع m mn سے ضرب دیں ٹھیک ہے یہ مطلب m تو اب آپ کا مطلب یہ ہے کہ آپ اسے صرف
مربع ہے جو سوال کے مفروضے سے سوال سے 0 n مائنس am کی وضاحت کریں کہ غیر صفر میٹرکس u صفر کے برابر ہے ٹھیک ہے پھر
صفر میٹرکس کے برابر ہے u مربع m مربع جمع m کے برابر نہیں ہے ٹھیک ہے اس کا مطلب ہے
تو یہ وہی ہے جو ثابت ہوا ٹھیک ہے ہاں
تو آئیے ایک اور مسئلہ حل کرتے ہیں
کے ذریعے دیا m کے ذریعے دیا گیا ہے اور یہ ایک جوائنٹ ہے جو مشترکہ 1 b 3 3 2 1 a کراس 3 میٹرکس ہے جو 0 1 3 m تو چلو
b اور a اصلی نمبر ہیں b اور a گیا ہے مائنس ون ایک مائنس ایک ٹھیک سیکنڈ ہم آٹھ مائنس چھ دو مائنس پانچ تین مائنس ایک ٹھیک ہے جہاں
کا m جمع الٹا m ہے الٹا کا مشترکہ a ہے برابر ہے تین سیکنڈ کا حصہ b اصلی نمبر ہیں ٹھیک ہے اور پھر دکھائیں کہ نمبر ایک ایک جمع
الفا بیٹا گاما میں جو کہ تین کراس ون ویکٹر ہے 1 2 3 کے برابر ہے m کے برابر ہے تیسرا حصہ ہے اگر m جوائنٹ مائنس
تو الفا مائنس بیٹا پلس گاما 3 کے برابر ہے ٹھیک ہے
تو یہ مسئلہ ہے
تو چلو آئیے اسے حل کرتے ہیں جواب ٹھیک ہے
a ہیں لہذا بنیادی طور پر پہلے b اور a اندراجات کو جاننا ہے جو uh کو m دیا گیا ہے جوائنٹ بھی دیا گیا ہے اور m uh تو دیا گیا ہے
کی گنتی کرنے کی کوشش کریں b اور
تو آئیے پہلا مسئلہ حل کریں پہلا حصہ
ایک سب ٹھیک ہے b تین تین 2 1 a ہے۔ 0 1 m تو یہاں
کا ایک ایک کوفیکٹر کیا ہے m تو
تو یہ سب میٹرکس کے تعین کنندہ کے سوا کچھ نہیں ہے جو پہلی قطار اور پہلے کالم کو حذف کرکے حاصل کیا جاتا ہے لہذا جو کچھ نہیں ہے 2
کا مشترکہ میٹرکس یا جوائنٹ معلوم ہے m ہے ٹھیک ہے لہذا ہمیں b ذیلی میٹرکس کا تعین کرنے والا ہے لہذا یہ تعین کنندہ 2 مائنس 3 b 1 3

رائٹ جو کہ مائنس 1 کے سوا کچھ m اندراج کے برابر ہونا چاہئے اوپری جوائنٹ 1 1 b اس کا مطلب ہے 2 مائنس 3 b تو یہ 2 مائنس 3
نہیں ہے
برابر ہے 1 ٹھیک ہے b برابر ہے 3 کا مطلب b تو اس کا مطلب ہے 3
ہم نے حاصل کر لیا ہے b تو
کے تین ایک کوفیکٹر تلاش کرتے ہیں جو سب میٹرکس کے تعین کنندہ کے سوا کچھ نہیں ہے۔ تیسری قطار اور پہلی کالم کو حذف کرکے m تو اب
حاصل کیا گیا۔ umn
کے سوا کچھ نہیں ہے ٹھیک ہے aکے تعین کنندہ کے سوا کچھ نہیں ہے اور یہ 3 مائنس 2 3 2 a تو یہ اس 2 کراس 2 میٹرکس کے 1
کے m ایک کوفیکٹر میٹرکس کا ٹرانسپوز ہے لہذا یہ تین ایک کوفیکٹر ہے مشترکہ m uh دیا گیا ہے جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ جوائنٹ um تو
کا 1 3 اندراج ہوگا جو مائنس 1 کے سوا کچھ نہیں m یہ مشترکہ aایک تین جگہ پر ذخیرہ کیا جائے گا لہذا اس کا مطلب یہ ہے کہ 3 مائنس 2
ہے 2 کے برابر ہے a برابر ہے 4 کا مطلب aہے بالکل ٹھیک ہے لہذا اس کا مطلب ہے کہ 2
برابر ہے 2 جمع 1 ہے 3 کے برابر ہے b جمع a تو

تو پہلا حصہ ٹھیک ہے
تو آئیے دوسرے پر چلتے ہیں ٹھیک ہے
کے برابر ہے لہذا ہمیں یہ وہی ہے جو ہمیں ٹھیک ظاہر کرنے کی ضرورت ہے m تو یہ کہتا ہے کہ مجھے صرف ایکسپریشن لکھنے دو یہ مائنس
b کی جگہ 0 1 2 ہوگا 2 1 2 3 اور 3 ai کیا ہے mm کی قدر معلوم ہے لہذا ان اقدار کو استعمال کرتے ہوئے b اور a بشرطیکہ ہمیں
ہے 1 so b 1 1 3 1
تو آئیے حساب لگاتے ہیں
کا تعین کرنے والا کچھ نہیں ہے سوائے 1 مائنس 9 m تو
تو یہ مائنس 1 میں 1 مائنس 9 جمع 2 میں 1 مائنس 6 ہے۔
تو یہ کچھ نہیں ہے مگر 8 مائنس 10 برابر ہے مائنس 2 کے
پورے مربع کا تعین کرنے والے m کے جوڑ کا تعین کرنے والا m کا تعین کنندہ مائنس 2 کے برابر ہے ٹھیک ہے جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ m تو
کراس 3 ہے لہذا یہ ایک 4 ہے جو 0 کے برابر نہیں ہے 3 m کے علاوہ کچھ نہیں ہے کیونکہ
میٹرکس یہ الٹا ہے ٹھیک ہے m تو اس کا مطلب ہے کہ مشترکہ
الٹا m اور جوائنڈ m میں جوائنٹ m تو آئیے اظہار کو ثابت کریں تاکہ ہمیں معلوم ہو کہ مشترکہ
تو یہ کسی بھی دو میٹرکس کے حق کے لیے درست ہے جو کہ شناختی میٹرکس کے سوا کچھ نہیں ہے بالکل ٹھیک ہے
الٹا برابر ہے m مشترکہ m inverse میں m کیا ہے تعین کرنے والا m جوائنڈ i جوائنڈ mi تو ہمارا جوائنٹ i
سے ضرب کر سکتے ہیں m تو اس کا مطلب یہ ہے کہ ہم بائیں طرف سے دونوں طرف سے
الٹا کے تعین پر 1 کے m کا تعین کرنے والا m کے برابر ہے لہذا جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ m کے متعین پر m الٹا m تو ہم مل جاتے ہیں
کو الٹا کا الٹا بھی لکھ سکتا ہوں ٹھیک ہے m الٹا کے تعین کے سوا کچھ نہیں۔ میں اس m برابر ہے لہذا یہ ہے
کے ایک جوڑ الٹا ٹھیک ہے m تو یہ کچھ نہیں ہے مگر
کے برابر ہے۔ الٹا ٹھیک ہے m کے تعین پر جوڑ m کے برابر ہے m کے پورے معکوس کا جوڑ m تو ہمارے پاس یہ رشتہ کیا ہے اور
کا تعین کرنے والا مائنس 2 m کے برابر ہے اور mکے تعین پر 2 m الٹا کا مشترکہ جوڑ m الٹا پلس m تو اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک مشترکہ
ہے
کے برابر ہے لہذا یہ وہی ہے جسے ہم درست ثابت کرنا چاہتے تھے لہذا یہ اس کا مطلب ہے کہ مجھے صرف آخری لائن لکھنے m تو یہ مائنس
کے برابر ہے لہذا ٹھیک ہے m الٹا کا جوائنٹ مائنس m الٹا کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور m دو جو ایک مشترکہ
اور بیٹا گاما کے لیے 1 2 3 کے m اگر m تو اب تیسرے حصے کی طرف چلتے ہیں آئیے تیسرے کو حل کرتے ہیں ایک تہائی والا کہتا ہے کہ
برابر ہے
تو اور مائنس بیٹا پلس گاما 3 کے برابر ہے ٹھیک ہے
مائنس 2 کا تعین کرنے والا ٹھیک ہے mh تو
الٹا ہے m تو اس کا مطلب ہے کہ
کے تعین کنندہ سے تقسیم ٹھیک ہے m الٹا ہے ملحقہ m inverse m تو کیا
تو یہ کیا ہے ہم جانتے ہیں کہ جوائنٹ میٹرکس میں صرف اس میٹرکس کو مائنس 2 سے تقسیم کروں گا
تو ہمیں 1 بذریعہ 2 مائنس 1 بذریعہ 2 1 بذریعہ 2 مائنس 4 3 مائنس 1 مائنس 5 بذریعہ 2 ملے گا
تو یہ 5 سے 2 ہے مائنس 3 بائی 2 ہے اور یہ 1 بائی 2 ہے
الٹا صحیح ہے ٹھیک ہے m تو یہ
تو آہ اب آئیے اس تعلق کو صحیح استعمال کریں
برابر ہے 1 2 3 m تو الفا بیٹا گاما کا
الٹا سے ضرب دیتے ہیں m الٹا 1 2 3 کے برابر ہے اور اگر آپ اس کالم ویکٹر کو m تو اس کا مطلب یہ ہے کہ الفا بیٹا اور گاما ہے
تو ہمیں ملتا ہے
تو مجھے صرف وہی الٹا دوبارہ لکھنے دیں
تو یہ 1 ضرب 2 مائنس 1 بائی 2 1 بائی 2 مائنس 4 کے سوا کچھ نہیں ہے ۔ میں صرف دوبارہ چیک کرتا ہوں مائنس 4 3 مائنس 1 5 بائی 2
مائنس 3 2 1 سے 2 ضرب 1 2 3 ٹھیک ہے
تو یہ کیا ہوگا یہ 1 بائی 2 مائنس 2 3 2 5 1 6 کے علاوہ کچھ نہیں ہے۔ تین ایک سیکنڈ چار مائنس دو دو سے دو سے ایک اور یہ مائنس 1
ہے جو مائنس 4 مائنس 5 جمع 3 کو 2 سے تقسیم کیا گیا ہے اور یہ 1 ٹھیک ہے
تو ہم یہ ہیں الفا بیٹا گاما حاصل کریں یہ ہے
تو اس کا مطلب یہ ہے کہ الفا 1 بیٹا ہے مائنس 1 گاما ہے 1 اور اس کا مطلب یہ ہے کہ الفا مائنس بیٹا پلس گاما برابر ہے 1 جمع 1 جمع 1 3
یہ 3 ہے
تو یہ وہی ہے جو ہم چاہتے تھے ٹھیک ثابت کرنے کے لیے اس لیے تیسرے فریق نے کیا ٹھیک ہے ٹھیک ہے
برابر ہے 2 q برابر ہے 1 1 1 0 2 2 0 0 3 اور p کا تعلق حقیقی نمبر سے ہے اور لیڈ x تو آئیے ایک اور مسئلہ حل کرتے ہیں آئیے
xx 0 4 0 xx 6 اور r pqp حصہ کا تعین کرنے والا ہے میٹرکس 2 r الٹا کے برابر ہے اور پھر یہ کہ پہلا حصہ xx 0 4 0 xx 5
برابر ہے 5 ٹھیک ہے b جمع a پھر eb کے برابر ہے 6 گنا 1 ab ضرب 1 r کے لئے ہے 0 کے برابر ہے اگر x جمع 8 دوسرا حصہ

تو آئیے اس مسئلے کو حل کرتے ہیں ٹھیک ہے
کچھ determinant کا r کے برابر ہے ٹھیک ہے پھر pqp inverse برابر r تو ہم کیا شروع کرتے ہیں اس کے ساتھ شروع کرتے ہیں
الٹا کا det p کے الٹا جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ determinant p میں determinant q کا determinant p کا نہیں ہے مگر
کے تعین پر ایک ہے p خاتمہ
کا تعین کرنے والا ٹھیک ہے q کچھ نہیں ہے مگر determinant r تو یہ کچھ بھی نہیں ہے مگر
میٹرکس لیتے ہیں q تو آئیے
تو آئیے لکھتے ہیں ام ٹھیک ہے میں اسے حذف کر دیتا ہوں ٹھیک ہے
کے برابر ہے determinant q کے determinant r کا تو معذرت میں بہت زیادہ غلطی کر رہا ہوں۔
لکھنے دیں 6 x اور xx 0 4 0 xx میٹرکس کیا ہے مجھے اسے 2 q ہے determinant تو یہ میٹرکس کیا
تو میں صرف چھ

Prutor@IITK

توانائی پانچ جمع ایک
توڑ دوں گا ٹھیک ہے پھر میں کر سکتا ہوں عامل کو دو عاملوں میں
x x 0توڑیں جو کہ 2 کے تعین کے سوا کچھ نہیں ہے اور اس لیے یہاں میں اسے 0 جمع 0 کے طور پر لکھ سکتا ہوں ٹھیک ہے پھر میں اسے 2
لکھ سکتا ہوں لہذا اس دوسرے میٹرکس کا تعین کرنے والا یہ ہے کہ یہ کیا ہے اگر آپ صرف 1 0 0 x 4 xx جمع 2 0 5 xx 0 4
تیسرے کالم کو دائیں طرف کھولتے ہیں
تو یہ ویلیو ہم نے کہا
جمع 8 5 xx کے تعین کنندہ کے برابر ہے۔ 0 4 0 xx کا تعین کنندہ 2 r تو یہ وہی ہے جو ہم ثابت کرنا چاہتے تھے اس کا مطلب ہے کہ
تو یہ کیا ہے۔ یہ وہی ہے جو ہم کرنا چاہتے تھے سب ٹھیک ہے
تو آئیے حصہ اوکے پر چلتے ہیں
صفر ہے x صفر کے برابر لینا ہوگا لہذا اگر x تو حصہ دو یہ کہتا ہے کہ میرا مطلب ہے کہ ہمیں
میٹرکس ہوگا 2 0 0 0 4 0 0 0 6 ٹھیک ہے q میٹرکس q تو کیا ہوگا جو ہوگا
میٹرکس ہمارے پاس ٹھیک ہے q تو یہ وہی ہے
تھا الٹا pqp r تھا r کا حساب لگانا ہوگا واضح طور پر یاد رکھیں r اب ہے ہمیں r تو
کو الٹا تلاش کرنے کی ضرورت ہے ٹھیک ہے p کو جانتے ہیں اور ہمیں p تو اس کا مطلب ہے کہ ہم
کا تعین کنندہ نہیں ہے صفر p کیا ہے 1 1 1 0 2 2 0 0 3 تاکہ ہم آسانی سے جانچ سکیں کہ pp مجھے یہاں یاد کرنے دیں کہ p تو
الٹا مشق کے طور پر چھوڑ دوں گا جس کا حساب لگا کر آپ اس کا ایک جوڑ تلاش کر p کے برابر ہے اس لیے یہ ناگزیر ہے اور میں اسے صرف
determinant p اور determinant p کا تعین بذریعہ uh سے تقسیم کر دیں گے، اس لیے p سکتے ہیں اور آپ صرف اس جوڑ کو
چھ کے برابر ہے لہذا میں اسے صرف ورزش کے طور پر چھوڑ دوں گا p چھ ہے آپ کا حساب کر سکتے ہیں تعین کرنے والا
ہے میں اسے براہ راست لکھوں گا مائنس 1 بائی 2 0 0 باف مائنس 1 بائی 3 0 0 اور 2 ٹھیک ہے 1 rse کیا ہے p inve تو
تو ہاں نہیں معذرت 0 مجھے صرف ہاں صفر صفر ایک سے تین سب ٹھیک ہے ہاں ایک مائنس ایک بائی دو صفر صفر ایک سے دو مائنس ایک سے
الٹا ہے آپ اسے مشق کے طور پر لے سکتے ہیں یہ بہت مشکل نہیں ہے ٹھیک ہے p تین صفر صفر ایک سے تین جی ہاں یہ
میٹرکس کا حساب لگاتے ہیں r تو اب
میں اخترن میٹرکس 2 0 0 0 4 0 0 0 6 ہے qq کے علاوہ کچھ نہیں ہے 1 1 1 0 2 2 0 0 3 p کیا ہے r کیا ہے پھر r تو
الٹا ہے 1 مائنس 1 از 2 0 0 1 از 2 مائنس 1 از 3 0 0 1 3 ایک سیکنڈ ایک تین سے ٹھیک ہے p الٹا p اور
تو آئیے ان میٹرکس کو ضرب دیتے ہیں
تو یہ ایک ایک کے سوا کچھ نہیں ہے 2 2 0 0 3 اور یہ کیا ہے یہ 2 کے سوا کچھ نہیں ہے اور پھر یہ مائنس 1 اور 0 ہے اور پھر یہ 0 ہے
ہوگا by 2 اور پھر 0 1 0
تو یہ 2 ہے اور پھر صفر مائنس فور بائی تھری جمع دو دو مائنس ہاں یہ مائنس فور بائی تھری ہے ٹھیک ہے اور پھر آخری 0 اور 2 ٹھیک ہے
تو یہ وہی ہے جو ہمیں ٹھیک ہے اب آئیے اسے دوبارہ ضرب دیں پھر ہمیں کیا ملے گا ہمیں 2 1 2 بذریعہ 3 0 4 4 بذریعہ 3 ملتا ہے اور یہ 0
اور 6 ہے ٹھیک ہے 0
میٹرکس ہے ٹھیک ہے ٹھیک ہے r تو یہ ہے یہ
کے ساتھ ab کو 1 r ٹھیک ہے اگر آپ ab کے برابر ہے 6 گنا 1 ab 1 r تو جو دیا جاتا ہے دیا جاتا ہے یہ مندرجہ ذیل ہے
ضرب دیں
ہے 6 b کے برابر ہے اور یہ 6 a ٹھیک ہے 6 b 3 by جمع 4 a برابر ہے 6 ٹھیک ہے 4 b 3 by تو آپ کو 2 جمع ایک جمع ملے گا۔ 2
کے برابر ٹھیک ہے اگر آپ اسے آسان بناتے ہیں b
ہے 0 کے برابر ہے لہذا اگر آپ اسے حل b 3 by مائنس 4 a ملے گا۔ 4 کے برابر ہے اور 2 b 3 by جمع 2 a تو آپ کو ایک جمع
کرتے ہیں
ملے گا 8 کے برابر ہے a تو اس مساوات کو حل کریں اس سے آپ کو 4
کے برابر ہے 4 b 3 x ہے 4 b b ہے اور 2 a تو
ٹھیک ہے 3 b تو
تو میں اسے یہاں مکمل کر دوں گا اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک جمع ہی برابر ہے 2 جمع 3 کے برابر ہے 5
تو یہ وہی ہے جو ہم دکھانا چاہتے تھے ٹھیک ہے طلباء
کروں گا۔ یہاں سب سے اوپر اب اگلے سیشن میں اس سیشن میں شرکت کے لیے آپ کا شکریہ، میں میٹرکس اور ڈیٹرمیننٹ سے متعلق s تو میں
کچھ اور مسائل حل کروں گا اور میں ایک نیا موضوع بھی شروع کروں گا جو لکیری مساوات کے نظام پر ہے آپ کا شکریہ

Prutor@IITK