

IIT पाम गणित समस्या समाधान सत्र में आपका स्वागत है यह आज के व्याख्यान में व्याख्यान संख्या तीन है मैं मैट्रिसेस और निर्धारक से संबंधित कुछ और समस्याओं को हल करूंगा तो चलिए समस्या नंबर एक प्रश्न से शुरू करते हैं  $r$  से संबंधित दूर के  $x$  की कुल संख्या ज्ञात करें जो कि वास्तविक संख्या है जिसके लिए  $x \times$  वर्ग 1 जमा  $x$  घन  $2 \times 4 \times$  वर्ग 1 जमा  $8 \times$  घन  $3 \times 9 \times$  वर्ग 1 जमा  $27 \times$  घन  $z$  के बराबर 10 है,

इसलिए हमें  $x$  को खोजने की आवश्यकता है जो इस निर्धारक समीकरण को संतुष्ट करता है तो आइए हल करें  $x$  को वास्तविक संख्या होना चाहिए ठीक है तो चलिए इस सारणिक को दो भागों में तोड़ते हैं पहला भाग  $x \ 2x \ 3x \ x$  वर्ग  $x$  वर्ग  $9 \times$  वर्ग  $1 \ 1 \ 1$  यह पहला निर्धारक है दूसरा निर्धारक  $x \ 2 \ x \ 3 \ xx$  वर्ग है  $4 \ x$  वर्ग  $9 \ x$  वर्ग  $x$  घन  $x$  घन पर  $27 \ x$  घन यह 10 के बराबर है ठीक है तो अब चलो उह इसे हल करते हैं इन निर्धारकों को इन निर्धारकों को सरल बनाते हैं ठीक है तो मैं क्या करूंगा कि मैं  $x$  से सामान्य लूंगा पहले निर्धारक से मैं कॉलम 1 से  $x$  कॉलम और कॉलम 2 से  $x$  वर्ग लूंगा,

इसलिए हमें  $1 \ 2 \ 3 \ 1 \ 4 \ 9 \ 1 \ 1 \ 1$  प्लस मिलेगा, मैं कॉलम 1 से  $x$  को कॉलम से  $x$  तक ले जाऊंगा।

कॉलम  $3 \ x$  से  $x$  वर्ग गुणा  $x$  घन और हमें  $1 \ 2 \ 3 \ 1 \ 4 \ 9 \ 1 \ 8 \ 27$  मिलता है यह 10 के बराबर है तो इसका मतलब है कि यह  $x$  घन 1 गुणा 4 घटा 9 घटा 1 गुणा 2 घटा 3 जमा 1 गुणा 18 है माइनस 12 ठीक है प्लस यह  $x$  से घात 6 है और अब यहाँ मैं पंक्ति 2 से 2 उभयनिष्ठ और पंक्ति 3 से 3 सामान्य लूंगा ।

इसलिए 2 से 3 हमें  $1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 4 \ 1 \ 3 \ 9$  मिलता है यह 10 के बराबर है ठीक है इसका मतलब है कि हमें वहाँ क्या मिलता है यह कुल्हाड़ी घन 2 घटा 5 जमा 1 जमा 6 जमा  $6 \ x$  से घात 6 है और यह 1 गुणा 18 घटा 12 घटा 1 से 9 घटा 4 1 घटा 3 घटा 2 यह बराबर है 10 तक ठीक है तो इसका मतलब है कि यह  $2 \ x$  घन प्लस  $6 \ x$  से घात 6 है और यह 6 है और घटा 5 जमा 1 बराबर 10 के बराबर है तो हमें  $12 \times 6$  सही मिलता है

इसलिए हमारे पास है  $2 \ x$  घन जोड़  $12 \ x$  घात 6 के बराबर 10 इसका अर्थ है  $6 \ x$  घात 6 जमा  $x$  घन घटा 5, 0 के बराबर है तो चलिए इसे गुणनखंड करते हैं ताकि हमें  $6 \ x$  घात 6 जोड़  $6 \ x$  घन घटा 5 मिले  $x$  क्यूब माइनस 5 बराबर 0 है इसका मतलब है कि हमें  $6 \ x$  का पावर क्यूब  $x$  क्यूब प्लस 1 माइनस  $5 \ x$  क्यूब प्लस 1 बराबर 0 मिलता है, तो इसका मतलब है कि  $x$  क्यूब प्लस 1 गुणा  $6 \ x$  क्यूब माइनस 5 बराबर 0 है।

0 है या तो  $x$  घन जोड़ 1 0 के बराबर है या 6 छह  $x$  घन घटा पांच शून्य के बराबर है या दोनों ठीक है तो आह  $x$  घन प्लस एक का समाधान शून्य के बराबर है या  $6 \ x$  घटा 5 बराबर 0 है ठीक है तो चलिए हल करते हैं इसे हल करते हैं आइए इन दो समीकरणों की जड़ों का पता लगाएं, ताकि मैं इसे और सरल बना सकूँ,

इसलिए यह कुछ भी नहीं है, लेकिन 5 बटा 6 की शक्ति के लिए क्षमा करें 0 के बराबर है तो यहाँ मैं क्या करूँगा मैं करूँगा बस कुछ सामान्य रूप लेगा उदाहरण के लिए देखें मैं एक्स क्यूब प्लस क्यूब की जड़ की गणना करूँगा कि यह एक्स प्लस कुल्हाड़ी वर्ग के अलावा कुछ भी नहीं है माइनस कुल्हाड़ी प्लस एक वर्ग तो यह शून्य के बराबर है

इसलिए इसका मतलब है कि एक्स बराबर है माइनस ए यह पहला भोजन है और एक्स बराबर है इस गुणवत्ता समीकरण के लिए हमें एक्सए प्लस माइनस ए स्क्वायर माइनस 4 ए वर्ग से विभाजित मिलता है 2 यह एक प्लस माइनस ए रूट 3 के अलावा और कुछ नहीं है जिसे मैं 2 से विभाजित करता हूँ ठीक है तो ये चीजें ठीक हैं तो चलो ठीक है तो एक्स माइनस ए के बराबर है और एक्स प्लस माइनस ए रूट 3 के बराबर है जिसे मैं 2 से विभाजित करता हूँ एक्स की जड़ें हैं क्यूब प्लस ए क्यूब बराबर 0 होता है।

इसलिए यदि आप देखते हैं कि हमारे पास केवल एक वास्तविक रूट है जो एक्स बराबर माइनस ए है तो ठीक है

इसलिए एक्स क्यूब प्लस क्यूब बराबर 0 है, केवल एक वास्तविक रूट है जो क्षमा करें एक्स बराबर है माइनस ए एक समान  $x$  क्यूब माइनस ए क्यूब बराबर 0 है, केवल एक वास्तविक रूट है जो एक्स द्वारा दिया गया है, ठीक है अन्य दो जटिल हैं एक ठीक है इसलिए हम आप उसी तरह से उद्योग कर सकते हैं तो इसका मतलब है कि यह क्या है इसका मतलब है कि  $x$  घन जमा एक शून्य के बराबर है, जिसका एक वास्तविक मूल है  $x$  बराबर घटा 1 और  $x$  .

है क्यूब माइनस यह 5 बटा 6 था, 0 के बराबर है क्योंकि वास्तविक रूट  $x$  बराबर है 5 बटा 6 से घात 1 3 ठीक है तो इसका मतलब है कि इसका मतलब है कि हमें इस समीकरण के लिए केवल 2 वास्तविक रूट मिलता है  $c$  वर्ग 1 प्लस  $x$  घन  $2 \times 4 \times$  वर्ग 1 जमा  $8 \times$  घन  $3 \times 9 \times$  वर्ग 1 जमा  $27 \times$  घन 10 के बराबर है और वे  $x$  के बराबर माइनस 1 और  $x$  बराबर  $\pi$  बटा 6 से घात 1 3 के बराबर है 1 बटा 3 तो यह है यह अंतिम उत्तर है चलो एक और समस्या हल करते हैं ठीक है तो मान लें कि  $a$  बराबर है तीन  $a$  तीन क्रॉस तीन मैट्रिक्स 1 वह है  $1 \ \pi$  वर्ग 1 प्लस 2 अल्फा वर्ग 1 प्लस 3 अल्फा वर्ग 2 प्लस अल्फा वर्ग 2 प्लस 2 अल्फा स्क्वायर 2 प्लस 3 अल्फा स्क्वायर 3 प्लस अल्फा स्क्वायर 3 प्लस 2 अल्फा स्क्वायर 3 प्लस 3 अल्फा स्क्वायर बी 3 क्रॉस 3 मैट्रिक्स जैसे कि ए का निर्धारक माइनस 6 4 8 अल्फा के बराबर है और फिर का मान क्या होगा अल्फा ठीक है तो हमें पहले अल्फा के संदर्भ में एक निर्धारक खोजने की जरूरत है और फिर हम इसे हल करने का प्रयास करते हैं समीकरण ठीक है तो चलिए ऐसा करते हैं कि एक का निर्धारक कुछ भी नहीं है, लेकिन आइए उन शर्तों को सरल बनाते हैं,

इसलिए यह 1 प्लस 2 अल्फा प्लस अल्फा स्क्वायर 1 प्लस 4 अल्फा प्लस 4 अल्फा स्क्वायर थर्ड वन 1 प्लस सिक्स अल्फा प्लस नौ एन है पीआई स्क्वायर ठीक है तो दूसरी पंक्ति चार प्लस चार अल्फा प्लस एल पीआई स्क्वायर ठीक है और यह 4 प्लस 8 अल्फा प्लस 4 अल्फा स्क्वायर है यह 4 प्लस 6 अल्फा है, नहीं यह 12 है क्षमा करें यह 4 प्लस 12 अल्फा प्लस 9 अल्फा स्क्वायर ठीक है तो मुझे इसे फिर से लिखने दें इसके लिए क्षमा करें ठीक है तो यह क्या था कि यह 4 प्लस 12 अल्फा प्लस 9 और 5 स्क्वायर ओके है तीसरी पंक्ति 9 प्लस 6 अल्फा प्लस अल्फा स्क्वायर ठीक है तो 9 प्लस 12 अल्फा प्लस 4 अल्फा स्क्वायर ठीक है और फिर तीसरी प्रविष्टि है 9 जमा 18 अल्फा ठीक है प्लस 9 एल फी वर्ग नकारात्मक 5 वर्ग ठीक है तो यह नौ ठीक है तो अब यह निर्धारक है तो आइए इसे सरल बनाने का प्रयास करें

ठीक है तो हम कुछ करेंगे हम ' कुछ प्राथमिक पंक्ति संचालन करेंगे तो मैं क्या करूँ क्या मैं इस ऑपरेशन को लागू करूँगा  $r_2 \ r_2$  माइनस  $r_1$  है, इसका मतलब है कि हम पंक्ति 1 को पंक्ति 2 से घटाएँगे और पंक्ति 3 भी पंक्ति 1 को पंक्ति 3 के साथ घटाएँगी, इसलिए  $r_3 \ r_3$  माइनस  $r_1$  पर जाता है ठीक है

इसलिए हम पता है कि इन प्राथमिक पंक्ति संचालन के साथ निर्धारक नहीं बदलता है

इसलिए यह कुछ भी नहीं है लेकिन ठीक है तो वह क्या है

इसलिए यह उह है क्योंकि पहली पंक्ति में कोई बदलाव नहीं है

इसलिए हम इसे केवल 1 प्लस 2 अल्फा प्लस लिखेंगे अल्फा स्कायर 1 प्लस 4 अल्फा प्लस 4 अल्फा स्कायर ओके और 1 प्लस 6 अल्फा प्लस 9 और वाई स्कायर फिर आर 2 माइनस आर 1 है तो हमें जो मिलता है हमें 3 प्लस 2 अल्फा मिलता है यहां हमें 3 प्लस 4 अल्फा मिलता है यहां हमें 3 प्लस 6 अल्फा मिलता है ठीक है और उह तीसरी पंक्ति आर श्री माइनस आर वन है तो हमें आठ जमा चार अल्फा ठीक है और फिर आठ जमा आठ अल्फा ठीक है और हमें 8 जमा 12 अल्फा ठीक है तो यह वही है जो हमें अब मिलता है हम फिर से कुछ बदलाव करते हैं उह हम फिर से कुछ प्राथमिक पंक्ति संचालन करते हैं उदाहरण के लिए यदि मैं दूसरे को गुणा करता हूँ पंक्ति दो से दो और उह इसे तीसरी पंक्ति से घटाएँ तो यह ऑपरेशन है मैं  $r_3$  माइनस  $2 r_2$  करूँगा ठीक है तो देखते हैं कि हमें क्या मिलता है इसलिए यहाँ पहली और दूसरी पंक्ति के निर्धारक में कोई बदलाव नहीं है  $a$  बराबर है ठीक करने के लिए पहली दो पंक्तियों में कोई बदलाव नहीं है

इसलिए एक प्लस 2 अल्फा प्लस एन फी स्कायर 1 प्लस 4 अल्फा प्लस 4 एल फी स्कायर 1 प्लस 6 अल्फा प्लस नौ अल्फा स्कायर ठीक है दूसरी पंक्ति तीन प्लस दो अल्फा 3 प्लस 4 अल्फा है और 3 प्लस 6 अल्फा तब ऑपरेशन था  $r \ 3$  माइनस  $2 r \ 2$  तो  $r \ 3$  माइनस  $2 r \ 2$  क्या हमें मिलता है

इसलिए अल्फा टर्म नॉक आउट हो जाएगा

इसलिए हम यहां 2 और 2 प्राप्त करते हैं और यह भी 2 है।

ठीक है तो मुझे बस करने दो एक और बार सत्यापित करें ठीक है तो ठीक है मुझे इसे ठीक से हटा दें ताकि हम इसे और सरल बना सकें, हां अब हम कुछ कॉलम ऑपरेशन करेंगे उदाहरण के लिए मैं इस ऑपरेशन को सी 2 माइनस सी 1 पर चलाऊँगा और  $c_3$  हम  $c_3$  माइनस  $c_1$  लागू करेंगे ठीक है तो देखते हैं कि हमें क्या मिलता है

इसलिए हम जानते हैं कि निर्धारण  $\text{nant}$  मान नहीं बदलता है

इसलिए पहले कॉलम में कोई बदलाव नहीं होता है

इसलिए 1 प्लस 2 अल्फा प्लस एल फाई स्कायर 3 प्लस 2 अल्फा 2 और यह 2 अल्फा प्लस 3 अल्फा स्कायर के अलावा कुछ भी नहीं है और यह 4 अल्फा प्लस 8 एल फाई स्कायर है यह 2 अल्फा है और यह 4 अल्फा है ठीक है और उह यह एक प्रवेश शून्य होगा यह भी शून्य है ठीक है तो अब हम केवल निर्धारक को खोल सकते हैं

इसलिए यह कुछ भी नहीं है लेकिन हम इसे तीसरे में खोल देंगे पंक्ति तो यह और कुछ नहीं बल्कि 2 गुना 4 अल्फा में 2 एन प्लस 3 एल पीआई वर्ग माइनस 2 एन पॉइंट 2 4 अल्फा प्लस 8 अल्फा स्कायर है और यह मुझे देता है यह मुझे 2 गुना 8 अल्फा स्कायर आई डेल वाई स्कायर प्लस 16 अल्फा क्यूब देता है ठीक है तो यह और कुछ नहीं बल्कि 8 एल फी स्कायर प्लस 12 अल्फा क्यू माइनस 8 अल्फा स्कायर माइनस 16 अल्फा क्यूब ठीक है और यह उह के बराबर है थोड़ा पीआई स्कायर खटखटाया जाएगा

इसलिए यह माइनस 8 अल्फा क्यूब के बराबर है

इसलिए ए का निर्धारक है माइनस 8 अल्फा क्यूब के बराबर है तो प्रश्न में यह दिया गया है कि निर्धारक माइनस 648 अल्फा के बराबर है इसका मतलब है कि माइनस 8 अल्फा क्यूब माइनस 6 48 अल्फा के बराबर है,

इसलिए इसका मतलब है कि अल्फा क्यू माइनस 8 81 ओके एल पीआई 0 के बराबर है इसका मतलब है कि अल्फा टाइम्स अल्फा माइनस 9 अल्फा प्लस 9 बराबर 0 है तो इसका मतलब है कि अल्फा मान 0 9 और माइनस 9 हैं,

इसलिए ये अल्फा के तीन मान हैं जिसके लिए वह समीकरण धारण करता है

इसलिए यह अंतिम उत्तर है ठीक है तो चलिए एक और समस्या हल करते हैं प्रश्न बी 2 में 3 क्रॉस 3 मैट्रिक्स जैसे कि एमएन बराबर एनएम के बराबर है

यदि एम एन वर्ग के बराबर नहीं है और एम वर्ग एन के बराबर शक्ति 4 के बराबर है ताकि पहला भाग निर्धारक एम वर्ग प्लस एमएन वर्ग शून्य के बराबर हो, दूसरा भाग ए 3 क्रॉस श्री है गैर-शून्य मैट्रिक्स यू जैसे कि एम स्कायर प्लस एमएन स्कायर यू शून्य मैट्रिक्स है ठीक है तो चलिए इस समस्या को हल करते हैं उत्तर ठीक है तो यह दिया गया है कि एन बराबर है एनएम चलो देखते हैं कि यह हमें क्या देता है  $t$  तो अगर मैं ऊह सो  $mn$  को  $n$  से और दाईं ओर से गुणा करता हूँ तो  $mn$  वर्ग  $nmn$  के बराबर होता है

और अब मैं लागू कर सकता हूँ  $mn$  यहाँ  $nm$  के बराबर है

इसलिए हमें  $mn$  वर्ग ओके के बराबर है और यह  $n$  वर्ग के बराबर है एम तो हमारे पास एमएन वर्ग एन वर्ग के बराबर है ठीक है तो अब इसे ले लो जो दिया गया है एम वर्ग बराबर है  $n$  से घात 4 तो इसका मतलब है कि एम वर्ग माइनस एन से पावर 4 0 मैट्रिक्स है

इसलिए यह 0 का प्रतिनिधित्व करता है 0 मैट्रिक्स 0 मैट्रिक्स सभी प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स है 0 ठीक है तो अब इस समीकरण में कुछ हेरफेर करने की कोशिश करते हैं ताकि मैं हमेशा एमएस स्कायर माइनस एम एन स्कायर प्लस एमएन स्कायर माइनस एन को पावर 4 के बराबर लिख सकूँ 0 मैट्रिक्स इसका मतलब है कि मील यहां आम ले सकता है तो यह एम माइनस एन स्कायर के अलावा और कुछ नहीं है, मैं यहां से एमएन स्कायर को एन स्कायर एम में बदल दूँगा ताकि मैं एन स्कायर एम माइनस एन को पावर 4 में लिख सकूँ 0 के बराबर है

इसलिए यह का अर्थ है मिमी घटा  $n$  वर्ग जमा  $n$  वर्ग यदि मैं यहाँ से लेता हूँ  $n$  हम प्राप्त करेंगे  $m$  घटा  $n$  वर्ग 0 के बराबर है

इसलिए हमारे पास  $m$  जमा  $n$  वर्ग गुणा  $m$  घटा  $n$  वर्ग शून्य है तो चलिए इस समीकरण को नंबर एक कहते हैं ठीक है तो अब दो मामलों पर विचार करें केस एक जहां  $m$  प्लस  $n$  वर्ग का निर्धारक शून्य है ठीक है इसका मतलब है कि पहला भाग यह था कि हमें एम

वर्ग प्लस एमएन वर्ग के निर्धारक को साबित करने की आवश्यकता है, जिसका मतलब है कि वर्ग 0 होना चाहिए, इसलिए यह निर्धारक मैं इसे एक निर्धारक एम के रूप में एम प्लस एन वर्ग के रूप में लिख सकता हूँ यह निर्धारक के बराबर है एम का एम प्लस एन वर्ग के निर्धारक और एम प्लस एन वर्ग के निर्धारक में हम शून्य होने पर विचार कर रहे हैं,

इसलिए इसका मतलब है कि यह शून्य है

इसलिए इसमें शून्य वह अदिश है जिसे मैं जानता हूँ

इसलिए इन शून्यों के साथ भ्रमित न हों, ठीक है तो यह निर्धारक शून्य है तो इसका मतलब है कि पहला भाग इस मामले के तहत किया गया है

इसलिए ऐसा है लेकिन एक और मामला भी संभव है जिसका मतलब है कि केस 2

एम प्लस एन वर्ग शून्य के बराबर नहीं है,

इसलिए ये केवल दो हैं ओ मामले संभव हैं

इसलिए यदि ऐसा है तो इसका मतलब है कि एम प्लस एन वर्ग उलटा है जिसका मतलब है कि यह उलटा मौजूद है ठीक है तो हम एम प्लस एन के साथ बाएं से समीकरण 1 को गुणा करते हैं ठीक है इसका मतलब एम प्लस एन वर्ग उलटा एम प्लस एन में है वर्ग मीटर माइनस एन वर्ग शून्य के बराबर होना ठीक है तो यहां हमने जो किया है, हमने उन्हें बाईं ओर से समीकरण एक के लिए प्लस एन वर्ग के विपरीत गुणा किया है,

इसलिए यह पहचान मैट्रिक्स देता है,

इसलिए इसका मतलब है कि एम माइनस एन वर्ग एक 0 मैट्रिक्स है ठीक है तो मैं यहीं पर आता हूँ इसका तात्पर्य यह है कि  $m$  बराबर  $n$  वर्ग है और यह संभव नहीं है जो संभव नहीं है क्योंकि प्रश्न में यह दिया गया है कि  $m$ ,  $n$  वर्ग के बराबर नहीं है जो संभव नहीं है ठीक है तो ठीक है इसका तात्पर्य यह है कि स्थिति 2 घटित नहीं हो सकती क्योंकि यदि ऐसा होता है तो हम विरोधाभास तक पहुँचते हैं ठीक है तो इसका तात्पर्य है कि

$m$  वर्ग प्लस  $mn$  वर्ग का निर्धारक शून्य है जैसा कि नीचे मामले में निष्कर्ष निकाला गया है तो पहले ठीक है भाग का पहला भाग ठीक हो गया है तो दूसरा भाग क्या है तो चलिए दूसरे भाग में दूसरे भाग को साबित करते हैं, हमें यह दिखाने की ज़रूरत है कि वहाँ मौजूद है एक गैर-शून्य मैट्रिक्स आप ठीक है ताकि एम वर्ग प्लस एमएन वर्ग यू शून्य के बराबर है

इसलिए दूसरे भाग में हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि एम वर्ग प्लस एमएन वर्ग यू कुछ गैर-शून्य मैट्रिक्स के लिए 0 के बराबर है, तो यह शून्य यह शून्य मैट्रिक्स का प्रतिनिधित्व करता है,

इसलिए मुझे सभी का उल्लेख करने की आवश्यकता नहीं है समय मुझे लगता है कि जब भी कोई स्केलर होता है तो शून्य स्केलर का प्रतिनिधित्व करना आसान होता है, जब भी दूसरी तरफ यह एक मैट्रिक्स होता है तो यह मैट्रिक्स का प्रतिनिधित्व करता है, इसका मतलब है कि हमें एक गैर-शून्य मैट्रिक्स की पहचान करने की आवश्यकता है जिसके लिए यह है सच ठीक है तो अब हम समीकरण पर वापस जाते हैं एक से समीकरण संख्या एक क्या था

हमारे पास यह एम प्लस एन वर्ग में एम घटा एन वर्ग शून्य के बराबर है तो अब आप इसका मतलब है कि आप इसे एम से गुणा करें ठीक है यह इसका मतलब है कि एमएन एम वर्ग प्लस एम

है और वर्ग मीटर माइनस एन वर्ग शून्य के बराबर है ठीक है तो आप को परिभाषित करें कि गैर-शून्य मैट्रिक्स एम माइनस एन वर्ग के रूप में है जो प्रश्न की परिकल्पना से प्रश्न से 0 के बराबर नहीं है ठीक इसका मतलब है एम वर्ग प्लस एम वर्ग यू शून्य मैट्रिक्स के बराबर है इसलिए यह वही है जो ठीक साबित हुआ है, तो चलिए एक और समस्या हल करते हैं तो मान लें कि एम 3 क्रॉस 3 मैट्रिक्स है जो 0 1 ए 1 2 3 3 बी 1 द्वारा दिया गया है और यह एक संयुक्त एम द्वारा दिया गया है माइनस वन माइनस वन ओके सेकेंड हम आठ माइनस छह दो माइनस पांच तीन माइनस एक ओके है जहां ए और बी वास्तविक संख्याएं हैं ए और बी वास्तविक संख्याएं हैं ठीक है और फिर दिखाएं कि नंबर एक ए प्लस बी तीन के बराबर है दूसरा भाग एक है व्युत्क्रम का संयुक्त  $m$  जोड़  $m$  व्युत्क्रम का एक जोड़ माइनस  $m$  के बराबर होता है तीसरा भाग यदि  $m$  में अल्फा बीटा गामा है जो तीन क्रॉस है एक वेक्टर 1 2 3 के बराबर है तो अल्फा माइनस बीटा प्लस गामा 3 के बराबर है तो यह ठीक है समस्या है तो चलो चलो इसे हल करते हैं उत्तर ठीक है तो उह एम दिया गया है संयुक्त भी दिया गया है और एम को उह प्रविष्टियों को जानना है जो ए और बी हैं तो मूल रूप से पहले आइए ए और बी की गणना करने का प्रयास करें तो आइए पहली समस्या को पहले भाग को हल करें तो यहां एम है 0 1 ए 1 2 तीन तीन बी एक सब ठीक है तो एम का एक एक सहकारक क्या है इसलिए यह सब मैट्रिक्स के निर्धारक के अलावा कुछ भी नहीं है जो पहली पंक्ति और पहले कॉलम को हटाकर प्राप्त किया जाता है, जो कि कुछ भी नहीं है 2 3 बी 1 उप मैट्रिक्स का निर्धारक है,

इसलिए यह निर्धारक 2 माइनस 3 बी है ठीक है,

इसलिए हम संयुक्त मैट्रिक्स या एम के जोड़ को जानते हैं,

इसलिए यह 2 माइनस 3 बी इसका मतलब है 2 माइनस 3 बी 1 1 प्रविष्टि के बराबर होना चाहिए ऊपरी जोड़ एम राइट जो कि माइनस 1 के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए इसका मतलब है कि 3 बी बराबर है 3 का मतलब है कि बी 1 के बराबर है,

इसलिए बी हमने प्राप्त किया है,

इसलिए अब एम के तीन एक कॉफ़ैक्टर को खोजें जो सब मैट्रिक्स के निर्धारक के अलावा और कुछ नहीं है।

तीसरी पंक्ति और पहली पंक्ति को हटाकर प्राप्त किया गया उम तो यह और कुछ नहीं बल्कि

इस 2 क्रॉस 2 मैट्रिक्स का 1 ए 2 3 निर्धारक है और यह 3 माइनस 2 ए के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए हम जानते हैं कि संयुक्त एम उह एक कॉफ़ैक्टर मैट्रिक्स का एक स्थानान्तरण है,

इसलिए यह तीन एक कॉफ़ैक्टर है एक संयुक्त मीटर के एक तीन स्थान पर संग्रहीत किया जाएगा, तो इसका मतलब है कि 3 माइनस 2ए

यह एक संयुक्त मीटर की 1 3 प्रविष्टि होगी जो कि माइनस 1 के अलावा कुछ भी नहीं है, तो इसका मतलब है कि 2 ए के बराबर 4 का मतलब है कि ए है 2 के बराबर है

इसलिए ए प्लस बी 2 प्लस 1 के बराबर 3 है

इसलिए पहला भाग ठीक है तो चलिए दूसरे पर चलते हैं ठीक है तो यह कहता है कि मुझे सिर्फ एक्सप्रेशन और जॉइंट एम इनवर्स प्लस एक जॉइंट ऑफ एम व्युत्क्रम लिखने दें यह माइनस एम के बराबर है,

इसलिए हमें यह दिखाने की जरूरत है कि ठीक है, ठीक है, हम ए और बी मान जानते हैं,

इसलिए इन मानों का उपयोग करके मिमी क्या होगा 0 1 2 एआई के स्थान पर 2 1 2 3 डाल देगा और 3 बी 1 तो बी 1 3 1 1 है तो आइए गणना करते हैं कि एम का निर्धारक कुछ भी नहीं है लेकिन उह 1 माइनस 9 तो यह माइनस 1 गुणा 1 माइनस 9 जमा 2 गुणा 1 माइनस 6 है तो यह कुछ भी नहीं है लेकिन 8 माइनस 10 बराबर माइनस 2 है

इसलिए m का सारणिक माइनस 2 के बराबर है ठीक है,

इसलिए हम जानते हैं कि उह

m के जोड़ का निर्धारक एम पूरे वर्ग के निर्धारक के अलावा कुछ भी नहीं है क्योंकि एम 3 क्रॉस 3 है

इसलिए यह एक 4 है जो 0 के बराबर नहीं है, इसका मतलब है कि एक संयुक्त एम मैट्रिक्स यह उलटा है ठीक है तो चलिए अभिव्यक्ति को साबित करते हैं ताकि हम जान सकें कि संयुक्त m एक संयुक्त m में और m व्युत्क्रम में शामिल हो गया है,

इसलिए यह किन्हीं दो मैट्रिक्स के लिए सही है जो कि पहचान मैट्रिक्स के अलावा कुछ भी नहीं है, ठीक है तो हमारा संयुक्त  $m_i$  क्या है मैं शामिल हुआ m निर्धारक m में m उलटा संयुक्त m व्युत्क्रम के बराबर है मैं तो इसका मतलब यह है कि हम बाईं ओर से दोनों तरफ से एम से गुणा कर सकते हैं,

इसलिए हमें मिल गया है एम प्रतिलोम, एम के सारणिक पर एम के बराबर है,

इसलिए हम जानते हैं कि एम का निर्धारक एम के प्रतिलोम पर 1 के बराबर है,

इसलिए यह है

m व्युत्क्रम का निर्धारक के अलावा कुछ नहीं मैं इस m को व्युत्क्रम का व्युत्क्रम भी लिख सकता हूं,

इसलिए यह और कुछ नहीं बल्कि m का जोड़ उलटा ठीक है तो हमारे पास क्या है हमारा यह संबंध है और m का जोड़ पूरा उलटा m के बराबर है m का निर्धारक

एक संयुक्त m के बराबर है उलटा ठीक है तो इसका मतलब है कि एक संयुक्त एम उलटा प्लस एम का एक जोड़ एम के निर्धारक पर 2 मीटर के बराबर है और एम का निर्धारक शून्य से 2 है,

इसलिए यह शून्य से एम के बराबर है,

इसलिए हम इसे सही साबित करना चाहते हैं इसका मतलब है कि मैं केवल अंतिम पंक्ति लिखता हूं जो कि एक संयुक्त m व्युत्क्रम के अलावा कुछ भी नहीं है और m व्युत्क्रम का एक जोड़ माइनस m के बराबर है,

इसलिए ठीक है तो अब तीसरे भाग पर वापस जाते हैं आइए तीसरे को हल करते हैं एक तिहाई कहता है कि m यदि एम और बीटा गामा के लिए 1 2 3 के बराबर है और माइनस बीटा प्लस गामा 3 के बराबर है ठीक है,

इसलिए एमएच माइनस 2 का उह निर्धारक दिया

गया है, इसका मतलब है कि एम उलटा है तो एम उलटा एम उलटा क्या है के सारणिक से विभाजित मी मी सही तो यह क्या है हम जानते हैं कि संयुक्त मैट्रिक्स मैं बस उस मैट्रिक्स को माइनस 2 से विभाजित करूंगा

इसलिए हमें 1 बटा 2 माइनस 1 बटा 2 1 बटा 2 माइनस 4 3 माइनस 1 माइनस 5 बटा 2 मिलता है तो यह 5 बटा 2 है माइनस 3 बटा 2 है और यह 1 बटा 2 है तो यह एम उलटा सही है तो आह तो अब चलो इस संबंध का सही उपयोग करते हैं

इसलिए अल्फा बीटा गामा का एम बराबर है 1 2 3 तो इसका मतलब है कि अल्फा बीटा और गामा है m व्युत्क्रम 1 2 3 के बराबर है और यदि आप इस कॉलम वेक्टर को m व्युत्क्रम से गुणा करते हैं तो हमें मिलता है तो मैं इसे बस उसी व्युत्क्रम को फिर से लिख देता हूं, इसलिए यह 1 बटा 2 माइनस 1 बटा 2 1 बटा 2 माइनस 4 है।

मैं बस फिर से माइनस 4 3 माइनस 1 5 बटा 2 माइनस 3 बटा 2 1 बटा 2 गुणा करके 1 2 3 ओके से फिर से चेक करता हूँ तो यह क्या होगा यह 1 बटा 2 माइनस 2 3 2 5 1 6 के अलावा कुछ नहीं है।

उह तीन माइनस दो तीन एक सेकंड चार माइनस दो दो बटा दो बटा एक और यह माइनस 1 है जो माइनस 4 माइनस 5 प्लस 3 को 2 से विभाजित किया जाता है और यह 1 ठीक है तो हम यही हैं अल्फा बीटा प्राप्त करें गामा यह है तो इसका मतलब है कि अल्फा 1 बीटा है माइनस 1 गामा 1 है और इसका मतलब है कि अल्फा माइनस बीटा प्लस गामा 1 प्लस 1 2 प्लस 1 3 के बराबर है यह 3 है

इसलिए यह वही है जो हम चाहते थे ठीक साबित करने के लिए

इसलिए तीसरे पक्ष ने ऐसा किया ठीक है ठीक है तो चलिए एक और समस्या हल करते हैं मान लें कि x वास्तविक संख्या से संबंधित है और लेट p 1 1 1 0 2 2 0 0 3 के बराबर है और q 2 xx 0 4 0 xx के बराबर है।

6 और r , pqp के व्युत्क्रम के बराबर है और फिर पहला भाग r का सारणिक है, मैट्रिक्स के निर्धारक के बराबर है 2 xx 0 4 0 xx 5 प्लस 8 दूसरा भाग x के लिए 0 के बराबर है यदि r गुणा 1 ab बराबर है 6 गुना 1 ईबी फिर ए प्लस बी 5 के बराबर है तो चलिए इस समस्या को हल करते हैं ठीक है तो हम क्या शुरू करते हैं तो चलिए इस आर के साथ शुरू करते हैं पीक्यूपी के बराबर है ठीक है तो

आर का निर्धारक कुछ भी नहीं है, लेकिन पी के निर्धारक में क्यू के निर्धारक में निर्धारक है p का व्युत्क्रम ज सा कि हम जानते हैं कि det पी का व्युत्क्रम निर्धारक पी पर एक है,

इसलिए यह कुछ भी नहीं है, लेकिन निर्धारक आर कुछ भी नहीं है, लेकिन

क्यू का निर्धारक है, तो चलिए क्यू मैट्रिक्स लेते हैं, तो चलिए उम ठीक है, मुझे इसे ठीक से हटा दें, क्षमा करें, मैं बहुत अधिक गलती कर

रहा हूँ  $r$  का निर्धारक  $q$  के निर्धारक के बराबर है, तो यह मैट्रिक्स क्या निर्धारक है,  $q$  मैट्रिक्स क्या है, मुझे इसे  $2 \times 4$  और  $6 \times 6$  लिखने दें,

इसलिए मैं सिर्फ छह ऊर्जा पांच प्लस एक को तोड़ दूंगा तो मैं कर सकता हूँ दो निर्धारकों में सारणिक को तोड़ें जो कि 2 के निर्धारक के अलावा और कुछ नहीं है और

इसलिए यहां मैं इसे 0 प्लस 0 के रूप में लिख सकता हूँ, फिर मैं इसे  $2 \times 4$  प्लस  $2 \times 4$  के निर्धारक लिख सकता हूँ।

इस दूसरे मैट्रिक्स का निर्धारक यह है कि यह सिर्फ यही है यदि आप तीसरे कॉलम के माध्यम से खोलते हैं तो यह मान हमने कहा है इसलिए हम यही साबित करना चाहते हैं इसका मतलब है कि  $r$  का निर्धारक  $2 \times 4$  के निर्धारक के बराबर है  $5$  जमा  $8$  तो यह है क्या यह वही है जो हम करना चाहते

थे ठीक है तो चलिए भाग पर चलते हैं ठीक है तो भाग दो यह है कि यह कहता है कि मेरा मतलब है कि हमें  $x$  को शून्य के बराबर लेना है इसलिए यदि  $x$  शून्य है तो क्या होगा क्यू मैट्रिक्स क्यू मैट्रिक्स होगा  $2 \times 4$  सब ठीक है तो यह है यह क्यू मैट्रिक्स है हमारे पास सब ठीक है

इसलिए आर अब हमें आर की गणना करने की आवश्यकता है स्पष्ट रूप से याद रखें आर आर था पीक्यूपी उलटा तो इसका मतलब है कि हम पी को जानते हैं और हमें पी को उलटा खोजने की जरूरत है,

इसलिए पी मुझे यहां याद दिलाना है कि पीपी  $1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0 \ 3$  है,

इसलिए हम आसानी से जांच सकते हैं कि पी का निर्धारक नहीं है शून्य के बराबर है

इसलिए यह अपरिहार्य है और मैं इसे केवल पी के विपरीत व्यायाम के रूप में छोड़ दूंगा, आप इसके जोड़ को ढूँढकर गणना कर सकते हैं और आप उस जोड़ को पी से विभाजित कर सकते हैं,

इसलिए निर्धारक पी द्वारा  $y$  का निर्धारक पी और निर्धारक पी छह सही है।

निर्धारक की गणना कर सकते हैं पी छह के बराबर है

इसलिए मैं इसे व्यायाम के रूप में छोड़ दूंगा तो पी निवेश क्या है  $r$  से  $1$  है मैं इसे सीधे माइनस  $1$  बटा  $2 \times 0$  हाफ माइनस  $1$  बटा  $3 \times 0$  और  $2$  लिखूंगा सब ठीक है तो हॉ नो सॉरी  $0$  मुझे जस्ट यस जीरो एक बटा श्री सब ठीक हॉ एक माइनस एक बटा दो जीरो शून्य एक

बटा दो माइनस एक बटा तीन शून्य शून्य एक बटा तीन हॉ तो यह  $p$  उलटा है आप इसे व्यायाम के रूप में ले सकते हैं यह बहुत मुश्किल नहीं है ठीक है तो अब चलो  $r$  मैट्रिक्स की गणना करते हैं तो  $r$  क्या है तो  $r$  है कुछ भी नहीं, लेकिन  $p$   $1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0$

$3$  है,  $qq$  विकर्ण मैट्रिक्स है  $2 \times 4$  और  $p$  व्युत्क्रम  $p$  व्युत्क्रम  $1$  घटा  $1$  बटा  $2 \times 0$   $1$  बटा  $2$  घटा  $1$  बटा  $3 \times 0$  है  $0 \ 1 \ 3$  एक

सेकंड एक से तीन ठीक है तो चलिए इन मैट्रिक्स को गुणा करते हैं तो यह कुछ भी नहीं बल्कि एक एक  $2 \times 2$  है और यह और कुछ नहीं  $2$  है और फिर यह माइनस  $1$  और  $0$  है और फिर  $0$  यह है  $0$  होगा और फिर  $0 \ 1$  बटा  $2$  तो यह  $2$  है और फिर शून्य घटा चार बटा

तीन जमा दो दो घटा उह हॉ यह एक माइनस चार बटा तीन है ठीक है और फिर आखिरी वाला  $0 \ 0$  और  $2$  है तो ठीक है अब हम इसे फिर से गुणा करते हैं फिर हमें क्या मिलता है हमें  $2 \ 1 \ 2$  बटा  $3 \ 0 \ 4 \ 4$  बटा  $3$  मिलता है और यह  $0 \ 0$  और  $6$  है ठीक है तो यह है यह  $r$  मैट्रिक्स है ठीक है तो जो दिया गया है वह दिया गया है यह इस प्रकार है  $r$   $1 \ ab$  बराबर है  $6$  गुना  $1 \ ab$  ठीक है

इसलिए यदि आप  $r$  को  $1 \ ab$  से गुणा करते हैं तो आपको  $2$  जमा  $a$  प्लस मिलता है  $2$  बटा  $3$  बी बराबर है  $6$  ओके  $4$  ए प्लस  $4$  बटा  $3$  बी ओके बराबर  $6$  ए है और यह  $6$  बी है  $6$  बी के बराबर है ठीक है

इसलिए यदि आप इसे सरल करते हैं तो आपको एक प्लस ए प्लस  $2$  बटा  $3$  बी मिलता है  $4$  और  $2$  के बराबर है  $a$  माइनस  $4$  बटा  $3 \ b$  बराबर  $0$  है

इसलिए यदि आप इसे हल करते हैं तो इस समीकरण को हल करें यह आपको  $4$  देगा  $a$  बराबर  $8$  है तो  $a$   $2$  है और  $b$   $4$  बटा  $3 \ b$  बराबर है  $4$  तो बी  $3$  है ठीक है तो मैं इसे यहाँ ही पूरा करूँगा इसका मतलब है कि ए प्लस बी के बराबर  $2$  जमा  $3$  बराबर  $5$  है तो यही वह है जो हम दिखाना चाहते थे

ठीक है छात्रों तो मैं करूँगा शीर्ष अब अगले सत्र में इस सत्र में भाग लेने के लिए धन्यवाद मैं मैट्रिसेस और निर्धारक से संबंधित कुछ और समस्याओं का समाधान करूँगा और मैं एक नया विषय भी शुरू करूँगा जो रैखिक समीकरणों की प्रणाली पर है, धन्यवाद