ریاضی کے مسائل حل کرنے کے سیشن میں خوش آمدید یہ لیکچر نمبر دو ہے اور آج کے لیکچر میں ہمارا موضوع iit pam ہیلو طلباء کو
میٹرکس اور تعین کنندہ ہے میں میٹرک سے متعلق کچھ اور مسائل حل کروں گا اور ان مسائل کا مطلوبہ پس منظر پہلے ہی پہلے لیکچر میں دیا جا
رہا ہے۔ ٹھیک ہے
تو آئیے سوال نمبر ایک سوال سے شروع کرتے ہیں ٹھیک ہے اگر 3 کراس 3 میٹرکس بی کا جوائنٹ اور جوائنٹ 3 1 1 7 1 2 4 4 1 ہے
ٹھیک کے تعین کنندہ کی ممکنہ قدریں کیا ہیں p تو
تو یہ سوال ہے
تو آئیے اس مسئلے کو حل کرتے ہیں
مائنس 1 کے برابر n کے طاقت a کا تعین کنندہ a میٹرکس کے لیے ملحقہ n کراس n تو ٹھیک ہے جواب دیں جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ ایک
ہے p 3 1 1 7 1 2 4 4 1 ہے۔ ٹھیک ہے اور ہمارے پاس مشترکہ
کا جوڑ ہے ٹھیک ہے p تو یہ
تو یہ ہے
میں شامل ہوا p تو پھر اس کا عامل کیا ہوگا میں
مائنس 4 میں 2 میں 3 6 مائنس 7 پلس 4 گنا 2 مائنس 1۔ ٹھیک ہے n کے جوڑ کا تعین 1 سے 3 دیا جاتا ہے مائنس 7 ٹھیک ہے p تو
تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن
تو یہ مائنس 4 ہے یہ جمع 4 ہے اور پھر یہ جمع 4 ہے اور یہ 4 کے برابر ہے
کے متعین کے برابر ہے اس کا مطلب ہے کہ آپ معذرت کا a کے ملحقہ کے 3 کے متعین کے برابر ہے پورے مربع کے p دیا گیا ہے۔ n تو
کا تعین p پورا مربع ہے 4 کا مطلب ہے p اس کا مطلب ہے کہ تعین کرنے والا p ٹھیک ہے یہ تعین کرنے والا ہے p تعین کرتے ہیں اور یہ
کنندہ کے برابر ہے۔ پلس مائنس 2
تو میں صرف پہلی سلائیڈ میں چیک کرتا ہوں ٹھیک ہے یہ ہے میں نے اسے کسی بھی جنرل میٹرکس کے لیے لکھا ہے یہ فارمولہ ٹھیک ہے
کے تعین کرنے والے کی دو قدریں ہیں جمع اور مائنس دو آئیے ایک اور سوال حل کرتے ہیں ٹھیک ہے p تو یہ حتمی جواب ہے اس لیے
کے skew symmetric am ہے یا Symmetric ہے mn ٹرانسپوز n دکھائیں کہ پہلا حصہ n اور m تو 3 کراس 3 میٹرس کے لیے
ہے یا معاف کیجیے گا ٹھیک ہے آئیے اسے دوسری لائن یا سمیٹری میں لکھتے ہیں۔ یہ پہلا حصہ ہے لہذا یہ کیا کہتا ہے symmetric مطابق
ہم آہنگ ہے m ٹرانسفر جرمن ہم آہنگ ہے اگر n اور ٹرانسپوز ہمیں یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ
skew symmetric ہے تمام ہم آہنگی کے لئے m میں n مائنس n میں m خصوصی ہے دوسرا حصہ m تو یہ تب بھی ہم آہنگ ہے اگر
ٹھیک ہے n اور m ہے میٹرکس
تو اس مسئلے کو کیسے حل کیا جائے ٹھیک ہے
تو آئیے اس کا جواب حل کریں
تو آئیے پہلے حصے کو حل کرتے ہیں ٹھیک ہے
n کے برابر ہے اب ہمیں یہ دکھانے کی ضرورت ہے کہ m ٹرانسپوز m ایک ہم آہنگی میٹرکس ہے اس کا مطلب ہے m تو پہلے فرض کریں
ہے سمیٹرک میٹرکس transpose mn
تو آئیے اس کا ٹرانسپوز لیتے ہیں اس کا مطلب ہے کہ ہمیں یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ اس میٹرکس کا ٹرانسپوز خود ٹھیک ہے
کے طور پر لیتے ہیں یہ ایک اور میٹرکس کے n میں m ٹرانسپوز ہے ہم اسے ایک میٹرکس n تو آئیے جوڑا بناتے ہیں مثال کے طور پر پہلا
ٹرانسپوز کچھ نہیں ab طور پر ہے اور یہ ٹرانسپوز ہے اور یہ ایم اور ٹرانسپوز اور ٹرانسپوز کے سوا کچھ نہیں ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ
میٹرکس کے اس پروجیکٹ میں a ٹرانسپوز ایک ٹرانسپوز میں ہے لہذا اب ہم دوبارہ ٹرانسپوز فارمول کو لاگو کر سکتے ہیں b ہے مگر
کے سوا کچھ نہیں mn ٹرانسپوز n ہے لہذا یہ m ٹرانسپوز m کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور چونکہ n ٹرانسپوز اور m ٹرانسپوز n تو یہ
ہے
میں n کے اس کا مطلب یہ ہے کہ mn ٹرانسورس n ٹرانسپوز کچھ نہیں ہے سوائے mn ٹرانسپوز n تو ہم نے کیا دکھایا ہم نے دکھایا کہ
میں منتقل کرنا ایک ہم آہنگی میٹرکس ہے ٹھیک ہے n کو m
تو اب اگر ہم فرض کریں کہ وہ تصویر دو ہموار ٹھیک ہے
ٹھیک ہے m برابر ہے مائنس m transpose ہونے دیں اس کا مطلب ہے skew symmetric کو um تو حصہ ایک کا دوسرا حصہ خود
لیتے ہیں اور ہم اس کا ٹرانسپوز لیتے ہیں اور ہم جانتے ہیں کہ پچھلی سلائیڈ میں ہم یہ کچھ نہیں mn ٹرانسپوز n پھر ہم وہی کام کرتے ہیں جو ہم
m کی جگہ ہم اسے مائنس لکھتے ہیں۔ m transpose کرتے ہیں اور اب m transpose ٹرانسپوز n بلکہ
ہے اور یہ ایک سکیو سمی میٹرک میٹرکس سکیو سمی m ٹرانسپوز n کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا اس کا مطلب mn ٹرانسپوز n تو یہ مائنس
میٹرک میٹرکس ہے سوری میٹرکس ٹھیک ہے
n اور m کو ثابت کریں دوسرا حصہ یہاں ہمیں یہ دکھانے کی ضرورت ہے کہ اگر s تو اس طرح ہم پہلے حصے کو ثابت کرتے ہیں اب آئیے
م
توازی میٹرکس ہیں
سکیو سمیٹرک ہے ٹھیک ہے nm مائنس mn تو ہمیں یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ
ٹھیک ہے n ٹرانسپوز n اور m ٹرانسپوز m کو ہم آہنگی میٹرکس ہونے دیں اس کا مطلب ہے n اور m تو
ٹرانسپوز صرف ایک ٹرانسپوز مائنس b لیں اور پھر ٹرانسپوز لیں جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ یہ ایک مائنس nm مائنس mn تو اب آئیے یہ میٹرکس
ٹرانسپوز کے سوا کچھ نہیں ہے b
ٹرانسپوز ہے فارمولہ جو ہم m ٹرانسپوز n کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور ٹرانسپوز مائنس ٹرانسپوز یہ کچھ نہیں ہے مگر یہاں پر m تو یہ
nm کے علاوہ کچھ نہیں ہے لہذا n ٹرانسپوزنگ n ٹرانسپوز اور ٹرانسپوز کے اور یہ m استعمال کرتے ہیں اور یہ کچھ نہیں ہے سوائے
ہے mn مائنس m یہ m ٹرانسپوز ہے
لیتے ہیں nm مائنس mn تو یہ مائنس کے سوا کچھ نہیں ہے ہم ایک عام
ایک سکیو سمی nm مائنس mn کا منفی ہے لہذا اس کا مطلب یہ ہے کہ n مائنس mn ٹرانسپوز nm مائنس so mn تو اس کا مطلب کیا ہے
میٹرک میٹرکس ہے ٹھیک ہے
تو اس طرح ہم دونوں حصوں کو ٹھیک ثابت کرتے ہیں
دو صوابدیدی تین تین غیر صفر سکیو سمی میٹرک میٹرکس کو کراس کریں yb اور x تو آئیے حل کرتے ہیں ایک اور مسئلہ کا سوال بتائیں کہ
کیوب ایک ہے y سے پاور 4 z کو پاور 4 مائنس z کیوب y صوابدیدی تین کراس تین غیر صفر ہم آہنگی میٹرکس پھر دکھائیں کہ z bn اور
symmetric matrix b part x to the power 44 plus y to the power 44 a symmetric matrix part

cx to the power 4 z کیوب مائنس z کیوب x to the power 4 ایک skew symmetric by dx to the power 23 plus y 23 ایک skew symmetric matrix ہے مجھے بس اسے ختم کرنے دو ٹھیک ہے
تو یہ مسئلہ ہے
تو آئیے اسے حل کرتے ہیں ٹھیک ہے
تو ٹھیک ہے
ٹرانسپوز z اور x transpose is equals to مائنس xy transpose is equals to minus y تو یہ دیا جاتا ہے کہ
ایک ہم آہنگ میٹرکس ہے ٹھیک ہے z سکیو سمی میٹرک میٹرکس ہیں اور y اور x کے برابر ہے کیونکہ z
n جی کو پاور میں منتقل کریں n کو کیا پاور میں منتقل کریں n y کو پاور کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں x تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ہم
ٹھیک ہے er n کسی کے لیے ٹرانسپوز کریں قدرتی ہے حسی
گنا ٹھیک ہے n بار ٹرانسپوز سے ضرب دیتے ہیں اور یہ n کو x ٹرانسپوز کچھ بھی نہیں ہے لیکن آپ n کی طاقت x تو آئیے دیکھتے ہیں
ٹرانسپوز میں منتقل ہوتا ہے اور یہ اس کے سوا کچھ نہیں x ٹرانسپوز x تو آئیے اس فارمولے کو ٹرانسپوز کی پیداوار کا استعمال کرتے ہیں جو
ٹھیک ہے x ہے۔ مائنس
کے سوا کچھ نہیں ہے n پاور x میں منتقل کرنے کے سوا کچھ نہیں ہے اور یہ مائنس n پاور x تو چلیں یہ کہتے ہیں کہ یہ
کے سوا کچھ نہیں ہے n سے پاور nx تو یہ مائنس 1 پاور
کے برابر ہے n پاور nx ٹرانسپوز مائنس 1 پاور n پاور x تو یہ ہمارا رشتہ ہے اس کا مطلب ہے کہ
برابر ہے اور یہ ہے مائنس ایکس کو n کے برابر ہوگا اگر n پاور x ٹرانسپوز n پاور x ٹرانسپوز اس کا مطلب ہے x تو اس کا مطلب ہے
طاق ہے n اگر n پاور
بھی ہم آہنگی ہے y کے لیے بھی درست ہے کیونکہ y تو یہی بات
بھی ہے n اگر n کے برابر ہے y ٹرانسپوز طاقت کے لیے n پاور کے لیے y تو
عجیب ہے n ہے اگر y کے لیے مائنس n تو یہ پاور
کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں ۔ پاور این ٹرانسپوز z تو اب دیکھتے ہیں کہ ہم
سے ضرب اور اوقات ٹھیک ہے ٹھیک ہے z کو z تو یہ کچھ بھی نہیں ہے
z کو پاور اور انرجی ٹرانسپوز z ٹرانسپوز اور یہ کچھ نہیں ہے مگر z ٹرانسپوز سے ضرب کر کے z ٹرانسپوز کو z تو یہ کچھ نہیں ہے ہے
تو یہ کچھ نہیں ہے z to the power n
اور ٹھیک ہے z to the power n transpose is equals to z to the power n for all تو ہمارے پاس
تو آئیے ان چاروں حصوں کو ثابت کرنے میں ان رشتہ کو استعمال کرتے ہیں
تو آئیے پارٹی میں چلتے ہیں ٹھیک ہے
کیوب ٹھیک ہے z 4 y مائنس z 4 کیوب y یہ وہ میٹرکس ہے جس کی ہمیں تحقیقات کرنے کی ضرورت ہے y تو یہ کہتا ہے کہ
کیوب ٹرانسپوز ٹھیک ہے y کو پاور 4 z کو پاور 4 میں مائنس z کیوب y تو آئیے ٹرانسپوز لیں یہ کچھ نہیں ہے مگر
z 4 کیوب ٹرانسپوز y کیوب ٹرانسپوز مائنس y کیوب کو پاور y کے علاوہ کچھ نہیں ہے پاور 4 ٹرانسپوز z تو اب دوبارہ پروڈکٹ 1 یہ
یہاں 3 طاق y دے گا طاقت 4 ٹھیک ہے z کی کوئی بھی طاقت اور اس کا ٹرانسپوز وہی z سمی میٹرک میٹرکس تھا لہذا z ٹرانسپوز کیونکہ نمبر ہے
ہے z 4 کیوب ہے اور یہ y کیوب ہے یہ مائنس مائنس y کیوب ٹرانسپوز کچھ نہیں ہوگا مگر یہ مائنس y تو
کیوب سب ٹھیک ہے z 4 y مائنس z 4 کیوب y تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن اس لیے یہ پلس کچھ نہیں ہوگا مگر
کیوب y تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ اس حق جیسا ہی ہے لہذا اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ میٹرکس سمیٹرک میٹرکس ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ
z 4 y مائنس z 4 کیوب ایک ہم آہنگ میٹرکس ہے ایک سمیٹرک میٹرکس ٹھیک ہے
ہے b تو آئیے دوسرے حصے کی طرف چلتے ہیں جو ایک حصہ
کو پاور سے چھاننے کی ضرورت ہے y کو پاور 44 پلس x تو یہاں ہمیں اس
تو آئیے ایک ٹرانسپوز لیتے ہیں
پاور 44 ٹرانسپوز کے برابر ہے ٹھیک ہے کیونکہ 44 ایک ایون نمبر ہے y کے پاور 44 ٹرانسپوز پلس x تو یہ کچھ بھی نہیں بلکہ
پاور y پاور 44 جمع x ہے اس کا مطلب ہے y کے سوا کچھ نہیں ہے اور یہ پاور 44 کا x تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ پاور 44 کے لیے 44 میں ایک ہم آہنگ میٹرکس ہے ٹھیک ہے
پاور 4 کی طرف x کیوب z کیوب مائنس z سے ملتا جلتا ہے۔ پاور 4 x حصے پر جائیں جو کہ c تو اب
کیوب ایکس پاور 4 ٹرانسپوز کے برابر z یہ ٹیک ٹرانسپوز ہے اور یہ ایکس ٹو پاور 4 سی کیوب ٹرانسپوز مائنس eck کرتے ہیں ch تو آئیے
ٹھیک ہے zq ٹرانسپوز مائنس ایکس 4 ٹرانسپوز x 4 کیوب ٹرانسپوز کے برابر ہے z ہے یہ
z کا مائنس ٹو پاور 4 x کیوب کے سوا کچھ نہیں ہے اور یہ z سے پاور 4 4 x مائنس 4 x کیوب کے سوا کچھ نہیں ہے یہ z تو یہ
کیوب اوور 2 کے سوا کچھ نہیں ہے z مکعب مائنس
کیوب z کیوب مائنس z سے پاور 4 x تو اس کا مطلب یہ ہے کہ اس میٹرکس کا مطلب یہ ہے کہ x to the power 4 ایک skew symmetric matrix ہے ٹھیک ہے
کا پاور 23 y کا پاور 23 اور x کی طرف چلتے ہیں جو کہ یہ بھی آسان ہے d تو آئیے آخری حصہ حصہ
پاور 23 y پاور 23 ٹرانسپوز پلس x دونوں میں طاق طاقت ہے لہذا یہ کچھ بھی نہیں ہے y اور x تو اگر آپ ٹرانسپوز لیتے ہیں کیونکہ
پاور 23 y ٹرانسپوز اور یہ اس کے علاوہ کچھ نہیں ہے مائنس ایکس ٹو پاور 23 مائنس
سے پاور 23 y سے ہے پاور 23 جمع x تو جو دوبارہ مائنس گنا
سے پاور 23 کا سکیو سمیٹرک میٹرکس ٹھیک ہے y سے پاور 23 پلس x تو اس کا مطلب ہے کہ
کی اس طاقت کو دیکھ کر حل کر سکتے ہیں چاہے یہ طاق y اور x تو یہ ہے اس طرح کے مسائل آپ ہمیشہ کر سکتے ہیں آپ ہمیشہ صرف
طاقت ہے یا مساوی ہم اس قسم کے مسائل کو حل کرنے کے لیے اس کا استعمال کر سکتے ہیں ٹھیک ہے
مائنس k ایک مثبت حقیقی نمبر ٹھیک ہے اور ایک میٹرکس 3 کراس 3 میٹرکس ہونے دیں جس کی وضاحت k تو آئیے ایک اور مسئلہ حل کرتے ہیں
ہے جس b مائنس 1 ٹھیک ہے اور ایک اور میٹرکس k 2 k مائنس 2 جڑ k مائنس 2 1 k دوسری قطار ہے 2 جڑ k جڑ 2 k جڑ 2 1
ٹھیک ہے اگر 0 k مائنس 2 جڑ ہے k جڑ ٹھیک ہے تیسری قطار مائنس روٹ 2 0 k مائنس 2 1 k مائنس 1 روٹ k کی تعریف 0 2
کے ملحقہ کے ایک جمع کا تعین کرنے والا 10 کی طاقت 6 کے برابر ہے b

Prutor@IITK

سے کم یا اس کے برابر ظاہر کرتا ہے ۔ میٹرکس اے اور بی k سب سے بڑے عدد کو k تو مربع بریکٹ کلید کی قیمت کیا ہے جہاں مربع بریکٹ
کے مربع جڑ کی قدر تلاش کرنے کی ضرورت ہے k دیے گئے ہیں اور ایک رشتہ ہے۔ دی گئی ہے اور ہمیں
تو آئیے اس مسئلے کو حل کرتے ہیں ٹھیک ہے
تو پہلے ایک اوکے کے عامل کا حساب لگاتے ہیں
تو کافی کا تعین کرنے والا کیا ہوگا ٹھیک ہے
مائنس k 2 k 1 مائنس 2 جڑ k مائنس k 2 k 2 k 1 2 مائنس لکھنے دیں۔ 1 2 جڑ k تو عمر مجھے صرف اسے 2
مربع ٹھیک ہے k مائنس 1 کو ضرب 1 مائنس 1 رقم مائنس 1 جمع k 4 تو آئیے اس عامل کو پہلی قطار سے پھیلائیں ٹھیک ہے یہ برابر ہے 2
کو 4 گنا k اوکے پلس 2 گنا روٹ k روٹ k اور مائنس k 4 پھر ہم ذیلی میٹرکس کا تعین کرتے ہیں جو کہ مائنس 2 روٹ k مائنس 2 روٹ
جمع 2 گنا ٹھیک ہے k روٹ k
تو آئیے اسے کھولتے ہیں ٹھیک ہے
kمربع مربع جمع 4 kمربع ٹھیک ہے 8 kجمع 8 kمربع جمع 4 kکیوب مائنس 4 kجمع 8 kمائنس 1 ضرب مائنس 1 یہ ہے 1 مائنس 2 kتو 2
ٹھیک ہے
مربع میں 16 مائنس 4 ہے k کیوب کے برابر ہے ٹھیک ہے پھر kتو یہ 8
مائنس دو جمع چھ ک جمع ایک ٹھیک ہے ight چار پوائنٹ ای کیا ہے۔ k تو 12 کے جمع 12 مربع ٹھیک ہے اور پھر
صفر کے برابر ہے اس کا مطلب حقیقت میں یہ ہے کہ یہ مثبت ہے k تو یہ تعین کنندہ کی قدر ہے ٹھیک ہے کیونکہ
کا تعین کنندہ 0 سے سختی سے بڑا ٹھیک ہے ٹھیک ہے a سے سختی سے بڑا ہے اس کا مطلب ہے k 0 تو ٹھیک ہے ہاں
کے تعین کنندہ کا حساب لگاتے ہیں b Okay تو آئیے اب
تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن اگر ہم پہلی قطار سے پھیلاتے ہیں
تو ٹھیک ہے ٹھیک ہے
بالکل k 0 مائنس 2 جڑ k مائنس جڑ k جڑ 2 k 0 لکھنے دیں 1 مائنس root k 2 مائنس k 1 تو مجھے صرف آپ کے لیے 0 سے
ٹھیک ہے
تو ہاں اگر آپ پہلی قطار سے پھیلتے ہیں
k جمع k 4 اور پھر آپ مائنس 2 جڑ k سب ٹھیک ہے جمع جڑ k مائنس 1 کو 2 سے ضرب کیا گیا k تو پہلی اندراج 0 ہے پھر مائنس 2
کے ساتھ ضرب کریں ٹھیک ہے k جڑ
تو آئیے اس کو بڑھاتے ہیں
مربع بالکل ٹھیک ہے k جمع k 4 مائنس k 2 مربع جمع k 2 تو یہ کچھ نہیں ہے مائنس 4
تو یہ 0 کے علاوہ کچھ نہیں ہے لہذا تعین کنندہ بی 0 سب ٹھیک ہے
تو ہاں
کے ملحقہ کا b تو ہم ایک رشتہ ہے جو دیا جاتا ہے کہ یہ کچھ نہیں ہے لیکن اس بات کا تعین کریں کہ وہ کیا ہے جو ایک جمع کا تعین کرنے والا
کے تعین کنندہ کے درمیان تعلق ہے تعین کرنے والے کے لحاظ a تعین کرنے والا 10 کے طاقت 6 کے برابر ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ مشترکہ
کا تعین کرنے والا ایک مربع کے علاوہ کچھ نہیں ہے لہذا یہ مربع کا تعین کرنے والا اور a دیا گیا 3 کراس 3 میٹرکس ہے لہذا مشترکہ a سے
ہے b 0 مربع کا تعین کرنے والا کچھ نہیں ہے یہ 10 کی طاقت 6 کے برابر ہے لہذا تعین کن b
کا تعین کنندہ 10 کی طاقت 3 a تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن ایک مربع کا تعین کنندہ 10 کے برابر ہے 6 کی طاقت 0 سے بڑا ہے اس کا مطلب ہے
کے برابر ہے ٹھیک ہے
جمع 1 کے علاوہ کچھ نہیں تھا یہ k 1 مربع جمع k 6 کیوب جمع k 12 تو اب ہم تعین کا اظہار لکھتے ہیں جس کا ہم نے حساب لگایا جو 8
مائنس 999 صفر کے برابر ہے لہذا بنیادی طور پر ہمیں k مربع جمع k 6 مکعب جمع k 12 کے برابر ہے لہذا اس کا مطلب ہے 8 000
تلاش کرنے کی ضرورت ہے اس کی جڑ ٹھیک ہے جس کو تلاش کرنا تھوڑا مشکل ہو سکتا ہے
مائنس ٹھیک ہے k مربع جمع k 6 کیوب پلس k 12 سے ظاہر کرتے ہیں bkpk 8 تو آئیے اس ایکسپریشن کو بائیں ہاتھ کی طرف
کی مختلف قیمت کے لیے اس قدر کو چیک کرتے ہیں۔ ٹھیک ہے k تو آئیے
تو چلو ٹھیک ہے
تو ہاں اس کے لیے معذرت، ہاں
کی قیمت کیا ہے pqp 1 p 1 تو
کچھ بھی نہیں مگر 8 جمع 12 جمع 6 مائنس 9 9 یہ یقینی طور پر 0 سے کم ہے p 1 ہم جانتے ہیں کہ pk تو
کیا ہے p2 تو
کیوب کے علاوہ کچھ نہیں k کیا ہے p2 8 تو
کیا ہے آپ جانتے ہیں 12 میں 4 جمع 6 میں 2 مائنس pk 9 تو 64 پلس مجھے صرف یہ دیکھنے دو کہ
سے 27 جمع 12 میں 9 جمع 6 میں 3 ہے 18 مائنس 9 9 9 اور یہ بھی کم ٹائم شفٹ نکلا p3 p3 8 تو یہ بھی یقینی طور پر 0 سے کم ہے
اگر آپ صرف اس کا حساب لگائیں کیونکہ ہاں یقینی طور پر یہ نمبر 999 سے کم ہے ٹھیک ہے
کا کیا ہوگا 8 میں 64 جمع 12 میں 16 جمع 6 میں 4 ہے 24 مائنس p4 4 999 تو
چوبیس مائنس نو نو نو معذرت یہ تقریباً 700 ہے جو یقینی طور پر ٹرپل نو سے p تو آئیے حساب لگائیں یہ کیا ہے 5 1 2 جمع 2 3 ایک نو دو
کم ہے
تو یہ بھی صفر سے کم ہے ٹھیک ہے
کیا ہے 8 میں 125 جمع 12 میں 25 جمع 6 5 30 مائنس 9 9 p5 p5 تو آئیے دیکھتے ہیں
کے pk تو یہ 1000 جمع 300 جمع 30 مائنس 9 کے سوا کچھ نہیں ہے یہ 0 سے بڑا ہے لہذا بنیادی طور پر 4 اور 5 کے درمیان 4 کے بعد یہ
اور 4 کے k 5 ہوگا 0 کے لیے رقم pk نشان کو تبدیل کرتا ہے کہ کثیر الثانی نشان کو تبدیل کرتا ہے لہذا اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک 0
درمیان ہے ٹھیک ہے
سے کم یا اس کے برابر سب سے بڑا عدد ہے k جو کہ k تو اس کا مطلب کیا ہے کیونکہ اس کا مطلب ہے
تو جو 4 کے سوا کچھ نہیں ہوگا ٹھیک ہے کیونکہ ایک 0 ہے جو 4 اور 5 کے درمیان ہے۔ یہ ہے یہ حتمی جواب ہے ٹھیک ہے ٹھیک ہے
ایک 3 کراس 3 میٹرکس ہے جو 3 مائنس 1 مائنس 2 2 0 الفا 3 مائنس 5 0 ہے p تو آئیے ایک اور مسئلہ کا سوال حل کرتے ہیں
k برابر ہے q میں p ایک اور میٹرکس میٹرکس ہو جیسے q تو یہ 3 کراس 3 میٹرکس ہے جہاں الفا کا تعلق ہے کچھ حقیقی نمبر فرض کریں
تین کراس تین شناختی میٹرکس ہے شناخت میٹرکس ٹھیک ہے اگر i سے ہے 0 کے برابر نہیں ہے اور rk کا تعلق k جہاں i کے برابر ہے

Prutor@IITK

کے برابر ہے k مائنس q کا 3 2
مربع 2 کے برابر ہے k کا تعین کنندہ q تو 8 کے برابر ہے اور
جمع 8 ہے 0 کے برابر ہے k الفا مائنس 4 b کا تعین کنندہ ہے 9 کی طاقت 2 کے برابر ہے اور نقطہ p پر q تو جوائنٹ
کی اس قدر کو تلاش کرنے k تو ان تمام معلومات کو دیکھتے ہوئے ہم ہمیں یہ ٹھیک ثابت کرنے کی ضرورت ہے لہذا یقینی طور پر ہمیں الفا اور
کی ضرورت ہے اور
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ہم اس مسئلے کو کیسے حل کرتے ہیں ٹھیک ہے جواب
اوقات شناختی میٹرکس ہے۔ اگر آپ دونوں طرف سے ڈیٹرمیننٹ لیتے ہیں k کچھ بھی نہیں ہے بلکہ q میں p تو یہ دیا جاتا ہے کہ
کا تعین کنندہ ہے جو 1 کے برابر i کیوب اور k ایک 3 کراس 3 میٹرکس ہے لہذا یہ i کا تعین ہوتا ہے اور یہ چونکہ i اوقات k تو ہمیں
کے برابر نہیں k 0 نہیں ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ 0 کے برابر نہیں ہے۔ کیونکہ 0 k کیوب کے برابر ہے اور کیونکہ k ہے اور یہ
کے اس پروڈکٹ فارمولے کو لاگو کر سکتے q determinant determinant ہے ہم determinant کا p ہے اس لیے ہمارے پاس
ہیں صفر کے برابر نہیں
بھی برابر نہیں ہے۔ 0 سے determinant کا q صفر کے برابر نہیں ہے اور determinant کا p تو یہاں سے ہم دیکھتے ہیں کہ
ٹھیک ہے
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ اے پی میٹرکس کیا ہے
تو پی میٹرکس جو دیا گیا ہے وہ ہے 3 مائنس 1 مائنس 2 0 الفا 3 مائنس 5 0
کا تعین کرتے ہیں b تو اگر آپ
تو یہ کچھ بھی نہیں ٹھیک ہے
تو آئیے کالم کا کالم لیتے ہیں۔ تیسرا کالم کیونکہ ایک صفر ہے
تو آئیے وہاں سے پھیلتے ہیں
تو یہ مائنس 2 بار کے سوا کچھ نہیں ہے ٹھیک ہے یہ مائنس 10 ہے اور یہ 3 جمع 2 5 ہوگا
تو یہ مائنس الفا ٹائم مائنس 15 جمع 3 ہے
نہیں ہے اس کا مطلب ہے کہ 12 الفا جمع 20 صفر کے 0 p تو یہ کچھ نہیں ہے ہمیں 12 الفا جمع 20 ملتا ہے ٹھیک ہے دی گئی تعین کرنے والا
کا تعین کنندہ صفر کے برابر نہیں ہے ٹھیک ہے p برابر نہیں ہے کیونکہ
اس کا مطلب یہ ہے کہ جیسا کہ ہم نے i بار k کے برابر ہے۔ q میں واپس جانے کے لئے واپس جاتے ہیں۔ p تو اب دوبارہ ہم اس تعلق
مکعب کے بالکل ٹھیک ہے k کچھ نہیں ہے سوائے determinant q شروع میں کیا تھا
سے تقسیم کیا گیا ہے جو کہ 12 الفا determinant p کیوب کو k کچھ نہیں ہے مگر determinant کا q تو اس کا مطلب یہ ہے کہ
اب ہم جانتے ہیں ٹھیک ہے q جمع 20 کے سوا کچھ نہیں ہے۔ تعین کرنے والا
کو دونوں اطراف میں الٹا ضرب کر سکتے ہیں p ہمارے پاس ہے آپ i اوقات k کے برابر ہے k برابر ہے pq تو اب دوبارہ اس تعلق سے
الٹا p کے سوا کچھ نہیں ہے۔ اوقات q الٹا موجود ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ p صفر نہیں ہے لہذا p اس لیے تعین کریں
کا جوڑ کیا ہے p الٹا حساب کرنے کے لئے ہمیں معلوم ہونا چاہئے کہ p تو
کا جوڑ p تو
سے تقسیم کیا جاتا ہے p کے جوڑ کو p تو یہ کچھ نہیں ہے مگر
کے جوڑ کا حساب لگاتے ہیں p تو آئیے
کا جوڑ ہے حساب لگانا آسان ہے یہ کو فیکٹر میٹرکس کے ٹرانسپوز کے سوا کچھ نہیں ہے p تو
تو آئیے اس کا حساب لگاتے ہیں ٹھیک ہے
تو پہلے انٹری 5 الفا ہوگی اور پھر 3 الفا یہ مائنس 10 ہے یہ 10 ہے 6 یہ 12 ہے یہ مائنس الفا یہ ہے مائنس 3 الفا پلس 4 اور یہ i s 2
ٹھیک ہے
تو یہ ہے اس کا حساب لگانا آسان ہے
سے تقسیم کیا گیا ہے جو کہ 12 الفا جمع 20 determinant p کو d اوقات k کچھ نہیں ہے بلکہ qq تو اب آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا ہے
میں شامل ہوا جو ایک ہی میٹرکس کے سوا کچھ نہیں ہے۔ 5 الفا 10 مائنس الفا 3 الفا 6 مائنس 3 الفا پلس 4 یہ p کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور میں
مائنس 10 12 اور 2 ٹھیک ہے
ہے 8 by k مائنس 3 2 q میٹرکس ہے اور ہم جانتے ہیں کہ q تو یہ
کیا ہے 3 اس میٹرکس کا 2 3 اندراج ہوگا 2 q 3 2 q تو آئیے دیکھتے ہیں
سے 8 k کچھ نہیں ہے مگر مائنس 3 2 q تو ٹھیک ہے دیکھتے ہیں کہ دیا گیا
کو 8 سے 8 اس لئے k کو 12 الفا جمع 20 سے تقسیم کرنے کے علاوہ کچھ نہیں ہے k تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ مائنس 3 الفا جمع 4 گنا
منسوخ ہو جائے گا مائنس مائنس منسوخ ہو جائے گا k ہے اور k غیر صفر ہے ہم دونوں طرف منسوخ کر سکتے ہیں ہمارے پاس یہ k دیا گیا
تو ہمیں 3 الفا جمع 4 ملے گا تقسیم 12 الفا جمع 20 1 بائی 8 کے برابر ہے یہ 24 الفا جمع 32 کے برابر 12 الفا جمع 20 کے علاوہ کچھ نہیں
ہے
کچھ بھی نہیں مگر 12 الفا مائنس 12 کے برابر ہے۔ ٹھیک ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ الفا مائنس 1 کے برابر ہے لہذا ہم الفا کی قدر s i تو یہ
حاصل کرتے ہیں جو کہ مائنس 1 کے سوا کچھ نہیں ہے، ٹھیک ہے
ٹھیک ہے k تو آئیے اس کی قدر معلوم کرنے کے لیے کچھ اور تعلقات استعمال کرتے ہیں۔
مربع 2 کے طور پر دیا جاتا ہے ٹھیک ہے ak کا تعین کرنے والا q تو ہمارے پاس ایک اور رشتہ ہے
کے برابر ہے مربع بذریعہ k کیوب کو 12 الفا جمع 20 سے تقسیم کیا ہے یہ k کا تعین کن کیا ہے ہم جانتے ہیں کہ یہ ہم نے شروع میں q تو
مربع چلا گیا 3 کے قریب چلا جائے گا k مربع کو دونوں اطراف سے منسوخ کر سکتے ہیں لہذا k نہیں ہے لہذا ہم 0 k دوبارہ 2
برابر ہے 12 الفا مائنس 1 جمع 20 k تو یہ کچھ نہیں ہے لیکن یہ کچھ نہیں ہے لیکن 2 بار
برابر ہے k افسوس ہے 4 کا مطلب یہ ہے کہ k یہ ہے 8 21 ہے 12 اس کا مطلب یہ ہے کہ 2 z مائنس k تو اس کا مطلب یہ ہے کہ 2
ٹھیک ہے 4
ہم کیا ہم صرف اس بات کی تصدیق کر سکتے ہیں کہ 4 الفا مائنس b الفا مائنس 1 ہے پھر حصہ 4 k تو ہم جانتے ہیں کہ ہم یہ جانتے ہیں کہ
پلس 8 یہ 4 میں مائنس کے سوا کچھ نہیں ہے 1 یہ مائنس 4 جمع 8 ہے یہ 0 کے علاوہ کچھ نہیں ہے ٹھیک ہے k
ہے ٹھیک ہے b حصہ b تو حصہ
تو آئیے حصہ ایک پر چلتے ہیں ٹھیک ہے

تو حصہ یہ ہے کہ ہمیں p کے تعین کنندہ کی قدر کو جوائنٹ پر تلاش کرنا ہے۔ q ٹھیک ہے
تو یہ کچھ بھی نہیں ہے لیکن ہم سب سے پہلے استعمال کرتے ہیں determinant کی determinant product is nothing but for the determinant of two matrices of determinant determinant p اور دو determinant a
Joint of q اور determinant p مگر جوڑ 20 اور یہ کچھ بھی نہیں ہے 12 الفا جمع کے سوا کچھ نہیں q کے ذریعے تعین کرنے
والا q کیونکہ پورے مربع کا تعین کرنے والا ہے q بھی 3 کراس 3 میٹرکس ہے ٹھیک ہے
تو یہ 20 کیا ہے اور determinant q تھا k مکعب کو 12 الفا جمع 20 پورے مربع سے تقسیم کیا گیا
تو یہ کچھ بھی نہیں ہے مگر k طاقت 6 کو 12 الفا جمع 20 سے تقسیم کیا گیا ہے اور الفا مائنس 1 ہے
تو یہاں k 4 ہے
تو 4 کی طاقت 6 اور یہ 12 جمع 20 ہے کچھ بھی نہیں سوائے 8 کے
تو یہ 2 کے سوا کچھ نہیں ہے۔ پاور 12 یہاں 2 سے پاور 3 اور ٹی اس کی طاقت 9 کے سوا 2 کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا ہم حاصل کرتے ہیں
کے جوائنٹ میں 2 سے طاقت 9 کے علاوہ کچھ بھی نہیں ہے لہذا یہ وہی ہے جو ہمیں ثابت کرنا تھا کہ ٹھیک ہے q کا تعین کرتے ہیں p کہ ہم
تو ہاں، لہذا یہ ہے، لہذا یہ ہے کیا یہ اس سوال کا حل تھا ہم نے دونوں حصوں کی تصدیق کی ٹھیک ہے طلباء اس لیے اب میں یہاں رکتا ہوں اس سیشن میں شرکت کے لیے آپ کا شکریہ میں اگلے لیکچر میں میٹرک اور تعین کنندہ کے کچھ اور دلچسپ مسائل حل کروں گا شکریہ

Prutor@IITK