

नमस्ते छात्रों का स्वागत है आईआईटी पाम गणित समस्या समाधान सत्र में यह व्याख्यान संख्या दो है और हमारा विषय मैट्रिक्स और निर्धारक है आज के व्याख्यान में मैं मैट्रिसेस से संबंधित कुछ और समस्याओं को हल करूंगा और निर्धारक इन समस्याओं के लिए आवश्यक पृष्ठभूमि पहले व्याख्यान में पहले से ही दी जा रही है ठीक है तो चलिए प्रश्न संख्या एक प्रश्न से शुरू करते हैं ठीक है यदि 3 क्रॉस 3 मैट्रिक्स बी का जोड़ और जोड़ 1 4 4 2 1 7 1 1 3 है तो पी के निर्धारक के संभावित मान क्या हैं ठीक है तो यह सवाल है तो चलिए इस समस्या को हल करते हैं

इसलिए उत्तर ठीक है, जैसा कि हम जानते हैं कि एक  $n$  क्रॉस एन मैट्रिक्स के लिए, आसन्न  $a$  का एक निर्धारक, घात  $n$  माइनस 1 के सारणिक के बराबर होता है।

ठीक है और हमारे पास एक संयुक्त  $p$  है जो 1 4 4 के रूप में दिया गया है।

2 1 7 1 1 3 तो यह  $p$  का जोड़ है ठीक है तो ऐसा है तो इसका निर्धारक क्या होगा मैं  $p$  से जुड़ता हूँ

इसलिए  $p$  के जोड़ का सारणिक 1 गुणा 3 से दिया जाता है माइनस 7 ओके एन माइनस 4 गुणा 2 गुणा 3 6 माइनस 7 प्लस 4 गुणा 2 माइनस 1.

ठीक है तो यह कुछ भी नहीं है लेकिन यह माइनस 4 है यह प्लस 4 है और फिर यह प्लस 4 है और यह 4 के बराबर है इसलिए दिया गया एन पी के आसन्न के 3 निर्धारक के बराबर है, पूरे वर्ग के एक के निर्धारक के बराबर है इसका मतलब है कि आप खेद निर्धारित करते हैं और यह पी ठीक है यह निर्धारक पी है इसका मतलब है कि निर्धारक पी पूरा वर्ग 4 के बराबर है, पी का निर्धारक बराबर है प्लस माइनस 2 तो मुझे केवल पहली स्लाइड में चेक करने दें ठीक है यह मैंने इसे किसी भी सामान्य मैट्रिक्स के लिए लिखा है यह फॉर्मूला ठीक है तो यह अंतिम उत्तर है

इसलिए पी के निर्धारक के दो मान प्लस और माइनस हैं दो एक और प्रश्न हल करते हैं ठीक है

इसलिए 3 क्रॉस 3 मैट्रिसेस एम और एन के लिए दिखाते हैं कि पहला भाग एन ट्रांसपोज़ है एमएन सममित या तिरछा सममित है, एम के अनुसार सममित है या मुझे क्षमा करें ठीक है चलो इसे दूसरी पंक्ति या समरूपता में लिखते हैं

इसलिए यह भाग एक है तो यह क्या कहता है और स्थानांतरित करने के लिए हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि  $n$  स्थानांतरण जर्मन सममित है यदि  $m$  सममित है तो यह अभी भी सममित है यदि  $m$  अनन्य है तो दूसरा भाग  $m$  गुणा  $n$  घटा  $n$  गुणा  $m$

सभी सममित के लिए तिरछा सममित है मैट्रिसेस एम और एन ठीक है तो इस समस्या को कैसे हल करें ठीक है तो चलिए इसे हल करते हैं तो चलिए पहले भाग को हल करते हैं ठीक है तो पहले मान लीजिए कि एम एक सममित मैट्रिक्स है इसका मतलब है कि एम ट्रांसपोज़ एम के बराबर है अब हमें यह दिखाने की ज़रूरत है कि एन ट्रांसपोज़ एमएन है सममित मैट्रिक्स तो चलिए इसका स्थानान्तरण करते हैं जिसका अर्थ है कि हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि इस मैट्रिक्स का स्थानान्तरण स्वयं ठीक है, तो आइए युग्म को उह बनाते हैं उदाहरण के लिए पहला  $n$  स्थानान्तरण है जिसे हम इसे एक मैट्रिक्स  $m$  के रूप में  $n$  में लेते हैं।

यह एक और मैट्रिक्स के रूप में है और यह स्थानान्तरण है और यह कुछ भी नहीं है, केवल  $m$  और स्थानान्तरण और स्थानान्तरण का स्थानान्तरण है क्योंकि हम जानते हैं कि  $ab$  स्थानान्तरण कुछ भी नहीं है, लेकिन  $b$  एक स्थानान्तरण में स्थानांतरित है

इसलिए अब हम फिर से स्थानान्तरण सूत्र लागू कर सकते हैं ए मैट्रिक्स की इस परियोजना में तो यह कुछ भी नहीं है, लेकिन एन ट्रांसपोज़ एम ट्रांसपोज़ और एन है और क्योंकि एम ट्रांसपोज़ एम है

इसलिए यह कुछ भी नहीं है लेकिन एन ट्रांसपोज़ एमएन तो हमने क्या दिखाया हमने दिखाया कि एन ट्रांसपोज़ एमएन ट्रांसपोज़ एन ट्रांसवर्स एमएन के अलावा कुछ भी नहीं है

इसलिए इसका तात्पर्य यह है कि  $n$  को  $n$  में स्थानांतरित करना सममित मैट्रिक्स है, एक सममित मैट्रिक्स है ठीक है,

इसलिए अब अगर हम मानते हैं कि छवि दो सममित ठीक है, तो भाग का एक और हिस्सा स्वयं उम को सममित होने देता है, इसका मतलब है कि एम ट्रांसपोज़ माइनस एम के बराबर है ठीक है फिर हम वही काम करते हैं जो हम  $n$  ट्रांसपोज़  $mn$  लेते हैं और हम उसका ट्रांसपोज़ लेते हैं और हम जानते हैं कि पिछली स्लाइड से हम यह कुछ भी नहीं है  $n$  ट्रांसपोज़  $m$  ट्रांसपोज़ और अब  $m$  ट्रांसपोज़ के स्थान पर हम इसे माइनस के रूप में लिखते हैं  $m$  तो यह कुछ भी नहीं है, माइनस  $n$  ट्रांसपोज़  $mn$  है,

इसलिए इसका अर्थ है  $n$  ट्रांसपोज़  $m$  और एक तिरछा सममित मैट्रिक्स तिरछा सममित मैट्रिक्स सॉरी मैट्रिक्स है, तो यह है कि हम पहले भाग को कैसे साबित करते हैं, अब हम  $s$  को साबित करते हैं दूसरा भाग यहाँ हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि यदि  $m$  और  $n$  सममित आव्यूह हैं तो हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि  $mn$  घटा  $nm$  तिरछा सममितीय है तो मान लें कि  $m$  और  $n$  सममित आव्यूह हैं इसका अर्थ है कि  $m$  स्थानान्तरण  $m$  और  $n$  स्थानान्तरण  $n$  ठीक है तो अब चलो इस मैट्रिक्स को एमएन माइनस एनएम लें और फिर ट्रांसपोज़ करें क्योंकि हम जानते हैं कि यह एक माइनस बी ट्रांसपोज़ कुछ भी नहीं है, लेकिन एक ट्रांसपोज़ माइनस बी ट्रांसपोज़ है,

इसलिए यह एम और ट्रांसपोज़ माइनस ट्रांसपोज़ के अलावा और कुछ नहीं है।

सूत्र हम उपयोग करते हैं और यह कुछ भी नहीं है, लेकिन एम ट्रांसपोज़ और ट्रांसपोज़ है और यह कुछ भी नहीं है, लेकिन एन ट्रांसपोज़िंग एन

इसलिए एनएम ट्रांसपोज़ है एम यह एम माइनस एमएन है,

इसलिए यह कुछ भी नहीं है, लेकिन माइनस हम एक सामान्य एमएन माइनस एनएम लेते हैं,

इसलिए इसका मतलब है कि इतना एमएन माइनस क्या है  $nm$  ट्रांसपोज़  $mn$  माइनस  $n$  का नेगेटिव है,

इसलिए इसका मतलब है कि  $mn$  माइनस  $nm$  एक तिरछा सममित मैट्रिक्स है तो ठीक है तो इस तरह से हम दोनों भागों को ठीक साबित करते हैं

तो चलिए हल करते हैं एक अन्य समस्या प्रश्न  $x$  और  $y$  दो मनमानी तीन क्रॉस तीन गैर-शून्य तिरछा सममित मैट्रिक्स और  $z$   $bn$  मनमानी तीन तीन गैर-शून्य सममित मैट्रिक्स को पार करते हैं, फिर दिखाएं कि  $y$  घन  $z$  से घात 4 घटा  $z$  से घात 4  $y$  घन एक है सममित मैट्रिक्स  $b$  भाग  $x$  से घात 44 और  $y$  से घात 44 एक सममित मैट्रिक्स भाग है  $cx$  से घात 4  $z$  घन घटा  $z$  घन  $x$  से घात 4

एक तिरछा सममित है  $dx$  से घात 23 जमा  $y$  से घात 23 एक तिरछा सममित मैट्रिक्स है, मुझे इसे ठीक से मिताने दें, तो यह समस्या है तो चलिए इसे ठीक करते हैं ठीक है तो यह दिया जाता है कि  $x$  ट्रांसपोज़ माइनस  $xy$  ट्रांसपोज़ के बराबर माइनस  $y$  और  $z$  के बराबर है ट्रांसपोज़  $z$  के बराबर है क्योंकि  $x$  और  $y$  तिरछा सममित मैट्रिक्स हैं और  $z$  एक सममित मैट्रिक्स है ठीक है, तो आइए देखें कि हम  $x$  के बारे में क्या कह सकते हैं  $n$  शक्ति के लिए  $y$  को क्या स्थानांतरित करें  $n$  जी को शक्ति में स्थानांतरित करें  $n$  किसी के लिए स्थानांतरित करें प्राकृतिक सुत्र ठीक है तो चलिए  $x$  को घात में देखते हैं  $n$  ट्रांसपोज़ कुछ भी नहीं है, लेकिन आप  $x$  को  $n$  बार ट्रांसपोज़ से गुणा करते हैं और यह  $n$  बार ठीक है तो चलिए उस फॉर्मूले का उपयोग एक ट्रांसपोज़ के उत्पाद के रूप में करते हैं जो  $x$  ट्रांसपोज़  $x$  ट्रांसपोज़ में स्थानांतरित होता है और यह कुछ भी नहीं है माइनस  $x$  ठीक है, तो चलिए बताते हैं कि यह और कुछ नहीं बल्कि  $x$  पावर  $n$  में ट्रांसफर है और यह माइनस  $x$  से पावर  $n$  के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए यह और कुछ नहीं बल्कि पावर  $nx$  से पावर  $n$  के अलावा कुछ भी नहीं है, इसलिए यह हमारा संबंध है इसका मतलब है कि  $x$  से पावर  $n$  ट्रांसपोज़ माइनस 1 से पावर  $nx$  से पावर  $n$  के बराबर है, इसलिए इसका मतलब है कि  $x$  ट्रांसपोज़ का मतलब  $x$  से पावर  $n$  ट्रांसपोज़ के बराबर होगा  $x$  से पावर  $n$  के बराबर होगा अगर  $n$  सम है और यह है घात  $x$  से घात  $n$  यदि  $n$  विषम है तो वही बात  $y$  के लिए सही है क्योंकि  $y$  भी सममित है इसलिए  $y$  घात  $n$  स्थानान्तरण  $y$  से घात  $n$  के बराबर है यदि  $n$  सम है तो यह घात  $n$  से घटा  $y$  है अगर  $n$  विषम है तो अब देखते हैं कि हम  $z$  के बारे में क्या कह सकते हैं पावर एन ट्रांसपोज़

इसलिए यह कुछ भी नहीं है, लेकिन ज़ेड को ज़ेड से गुणा किया जाता है और समय ठीक है तो यह कुछ भी नहीं है, लेकिन ज़ेड ट्रांसपोज़ को ज़ेड ट्रांसपोज़ से गुणा करके ज़ेड ट्रांसपोज़ करता है और यह कुछ भी नहीं है, लेकिन ज़ेड को पावर और एनर्जी ट्रांसपोज़ के लिए ट्रांसपोज़ करना है,

इसलिए यह कुछ भी नहीं है  $z$  से घात  $n$

इसलिए हमारे पास  $z$  से

घात  $n$  है, सभी के लिए  $z$  से घात  $n$  के बराबर है और ठीक है तो चलिए इन सभी चार भागों को सिद्ध करने के लिए इन संबंधों का उपयोग करते हैं

तो चलिए पार्टी में जाते हैं ठीक है तो यह कहता है कि  $y$  यह वह मैट्रिक्स है जिसकी हमें जांच करने की आवश्यकता है  $y$  घन  $z$  4 माइनस  $z$  4  $y$  क्यूब ठीक है तो चलिए स्थानांतरित करते हैं यह कुछ भी नहीं है  $y$  घन  $z$  घात में 4 माइनस  $z$  को घात में स्थानांतरित करें 4  $y$  घन स्थानान्तरण ठीक है तो अब फिर से उत्पाद 1 यह और कुछ नहीं है, बल्कि  $z$  से घात 4 में  $y$  क्यूब को शक्ति  $y$  क्यूब में स्थानांतरित करें माइनस  $y$  क्यूब को स्थानांतरित करें  $z$  4 को स्थानांतरित करें क्योंकि  $z$   $z$  सममित मैट्रिक्स था, इसलिए  $z$  की कोई भी शक्ति और इसका स्थानान्तरण समान  $z$  देगा।

पावर 4 ठीक है  $y$  यहाँ 3 विषम संख्या है

इसलिए  $y$  क्यूब ट्रांसपोज़ कुछ भी नहीं होगा लेकिन माइनस  $y$  क्यूब यह माइनस माइनस  $y$  क्यूब है और यह  $z$  4 है

इसलिए यह कुछ भी नहीं है,

इसलिए यह प्लस कुछ भी नहीं होगा लेकिन  $y$  क्यूब  $z$  4 माइनस  $z$  4  $y$  क्यूब सभी ठीक है तो इसका मतलब है कि यह इस अधिकार के समान है, इसका मतलब है कि यह मैट्रिक्स सममित मैट्रिक्स है इसका मतलब है  $y$  घन  $z$  4 घटा  $z$  4  $y$  घन एक सममित मैट्रिक्स है एक सममित मैट्रिक्स ठीक है तो चलिए दूसरे भाग पर चलते हैं जो एक भाग  $b$  है

इसलिए यहाँ हमें इस  $x$  की घात 44 प्लस  $y$  से घात की जांच करने की आवश्यकता है, तो चलिए एक स्थानान्तरण करते हैं तो यह और कुछ नहीं बल्कि  $x$  से घात के बराबर है 44 स्थानान्तरण प्लस  $y$  से घात तक 44 स्थानान्तरण ठीक है क्योंकि 44 एक सम संख्या है तो इसका मतलब है कि यह  $x$  से घात 44 के अलावा और कुछ नहीं है और यह  $y$  से 44 की शक्ति है इसका अर्थ है  $x$  से 44 की शक्ति प्लस  $y$  से 44 एक सममित मैट्रिक्स है तो अब  $c$  भाग पर जाएं जो समान  $x$  है घात 4  $z$  घन घटा  $z$  घन  $x$  से घात 4 तो चलिए  $ch$  ईक यह ट्रांसपोज़ करता है और यह कुछ भी नहीं है  $x$  से पावर 4  $c$  क्यूब ट्रांसपोज़ माइनस  $z$  क्यूब  $x$  से पावर 4 ट्रांसपोज़ यह बराबर है  $z$  क्यूब ट्रांसपोज़  $x$  4 ट्रांसपोज़ माइनस  $x$  4 ट्रांसपोज़  $zq$  सब ठीक है तो यह और कुछ नहीं है  $z$  क्यूब यह और कुछ नहीं बल्कि  $x$  4 माइनस  $x$  4 से घात 4  $z$  क्यूब है और यह और कुछ नहीं बल्कि  $x$  का घात 4  $z$  क्यूब माइनस  $z$  क्यूब 2 से अधिक है, तो इसका मतलब है कि यह मैट्रिक्स इसका अर्थ है कि  $x$  से घात 4 जेड क्यूब माइनस जेड क्यूब एक्स टू पावर 4 एक तिरछा सममित मैट्रिक्स है ठीक है तो चलिए अंतिम भाग  $d$  पर चलते हैं जो कि सरल भी है यह  $x$  से घात 23 प्लस  $y$  से घात 23 है

इसलिए यदि आप एक स्थानान्तरण लेते हैं क्योंकि  $x$  और  $y$  दोनों में विषम शक्ति है

इसलिए यह और कुछ नहीं है, बल्कि  $x$  से घात 23 ट्रांसपोज़ प्लस  $y$  से पावर 23 ट्रांसपोज़ है और यह माइनस  $x$  से पावर 23 माइनस  $y$  से पावर 23 के अलावा और कुछ नहीं है, जो कि फिर से माइनस गुना  $x$  से है घात 23 जमा  $y$  से घात 23 तो इसका तात्पर्य है कि  $x$  से the पावर 23 प्लस वाई टू पावर 23 तिरछा सममित मैट्रिक्स है ठीक है तो यह है

इसलिए इस प्रकार की समस्याएं आप हमेशा कर सकते हैं आप हमेशा एक्स और वाई की इस शक्ति को देखकर हल कर सकते हैं चाहे वह विषम शक्ति हो या समस्या भी हम इस प्रकार की समस्याओं को हल करने के लिए इसका उपयोग कर सकते हैं ठीक है तो चलिए एक और समस्या हल करते हैं चलो  $k$  एक सकारात्मक वास्तविक संख्या है ठीक है और एक मैट्रिक्स 3 क्रॉस 3 मैट्रिक्स को  $k$  माइनस 1 2 रूट  $k$  2 रूट  $k$  दूसरी पंक्ति के रूप में परिभाषित किया गया है।

2 रूट  $k$  1 माइनस 2  $k$  माइनस 2 रूट  $k$  2  $k$  माइनस 1 ओके और एक और मैट्रिक्स  $b$  है जिसे 0 2  $k$  माइनस 1 रूट  $k$  1 माइनस 2  $k$  0 2 रूट ओके के रूप में परिभाषित किया गया है।

तीसरी पंक्ति माइनस रूट  $k$  माइनस 2 रूट है  $k$  0 ठीक है यदि  $b$  के जोड़ के जोड़ के सारणिक का सारणिक 10 से घात 6 के बराबर है तो वर्ग ब्रैकेट कुंजी का मान क्या है जहाँ वर्ग ब्रैकेट  $k$   $k$

से कम या उसके बराबर सबसे बड़े पूर्णांक को दर्शाता है ठीक है तो ठीक है मैट्रिक्स ए और बी दिए गए हैं और एक संबंध है दिए गए पर

और हमें  $k$  के वर्गमूल का मान ज्ञात करने की आवश्यकता है, तो चलिए इस समस्या को हल करते हैं ठीक है तो पहले आइए एक ओके के निर्धारक की गणना करें,  
तो कॉफी का निर्धारक क्या होगा  
ठीक है तो उम्र मुझे इसे  $2k$  माइनस लिखने दें  $12$  मूल  $k$   $2k$   $2k$   $1$  घटा  $2k$  घटा  $2$  मूल  $k$   $2k$  घटा  $1$  तो चलिए इस सारणिक को पहली पंक्ति से बढ़ाते हैं ठीक है यह  $2k$  ऋण  $1$  के बराबर है  $1$  घटा  $1$  योग घटा  $1$  जमा  $4k$  वर्ग ठीक है माइनस  $2$  रूट  $k$  तो हम सब मैट्रिक्स के सारणिक को ढूँढते हैं जो माइनस  $2$  रूट  $k$  और माइनस  $4k$  रूट  $k$  ओके प्लस  $2$  बार रूट  $k$  को  $4$  गुना  $k$  रूट  $k$  प्लस  $2$  बार ओके ओके है तो चलिए इसे ओपन करते हैं ओके तो  $2k$  माइनस  $1$  गुणा घटा  $1$  यह  $1$  घटा  $2k$  जमा  $8k$  घन घटा  $4k$  वर्ग जमा  $4k$  जमा  $8k$  वर्ग ओके प्लस  $8k$  वर्ग वर्ग प्लस  $4k$  ठीक है तो यह  $8k$  घन के बराबर है ठीक है तो  $k$  वर्ग में  $16$  घटा  $4$  है तो  $12$  जमा  $12k$  वर्ग ठीक है और तो  $k$  चार बिंदु क्या है  $e$  ight माइनस टू प्लस सिक्स  $k$  प्लस वन ओके तो यह निर्धारक का मान है ठीक है क्योंकि  $k$  ज़ीरो के बराबर से बड़ा है इसका मतलब वास्तव में इसके अलावा अन्य सकारात्मक है तो ठीक है हाँ  $k$  सख्ती से  $0$  से अधिक है इसका मतलब है कि ए का निर्धारक है सख्ती से  $0$  से अधिक ठीक है तो अब बी के निर्धारक की गणना करते हैं ठीक है तो यह कुछ भी नहीं है, लेकिन अगर हम पहली पंक्ति से विस्तार करते हैं तो ठीक है तो मुझे आपके लिए  $0$  से के शून्य से  $1$  रूट के लिए निर्धारक लिखने दें  $1$  माइनस  $2k$   $0$   $2$  रूट  $k$  माइनस रूट  $k$  माइनस  $2$  रूट  $k$   $0$  सब ठीक है तो हाँ तो यदि आप पहली पंक्ति से एक्सपैंड करते हैं तो पहली एंटी  $0$  है तो माइनस  $2k$  माइनस  $1$  को  $2$  गुना  $k$  से गुणा किया जाता है  $k$  ऑल राइट प्लस रूट  $k$  और फिर आप माइनस  $2$  रूट  $k$  प्लस  $4k$  रूट  $k$  से गुणा करें, ठीक है तो चलिए इसका विस्तार करते हैं तो यह माइनस  $4k$  स्क़ायर प्लस  $2k$  माइनस  $2k$  प्लस  $4k$  स्क़ायर के अलावा और कुछ नहीं है, इसलिए यह और कुछ नहीं है,  
इसलिए निर्धारक बी  $0$  का ठीक है तो हाँ तो हम एक संबंध है जो दिया गया है कि यह कुछ भी नहीं है लेकिन यह निर्धारित करता है कि बी के संयुक्त के प्लस निर्धारक के जोड़ का निर्धारक घात  $6$  के बराबर है,  
इसलिए हमें एक संयुक्त के निर्धारक के बीच संबंध पता है निर्धारक के संदर्भ में दिया गया एक  $3$  क्रॉस  $3$  मैट्रिक्स है,  
इसलिए एक संयुक्त का निर्धारक एक वर्ग के अलावा कुछ भी नहीं है,  
इसलिए यह एक वर्ग के निर्धारक के अलावा कुछ भी नहीं है और बी वर्ग का निर्धारक यह  $10$  से घात  $6$  के बराबर है  
इसलिए निर्धारक बी  $0$  है तो यह कुछ भी नहीं है, लेकिन एक वर्ग का निर्धारक  $10$  के बराबर है घात  $6$  दिए गए निर्धारक  $0$  से अधिक है इसका मतलब है कि एक का निर्धारक  $10$  के बराबर है घात  $3$  ठीक है तो अब हम निर्धारक की अभिव्यक्ति लिखते हैं जिसकी हमने गणना की थी जो और कुछ नहीं बल्कि  $8k$  घन जमा  $12k$  वर्ग जमा  $6k$  जमा  $1$  यह  $1000$  के बराबर है तो इसका मतलब है कि  $8k$  घन जमा  $12k$  वर्ग जमा  $6k$  घटा  $999$  शून्य के बराबर है,  
इसलिए मूल रूप से हमें खोजने की आवश्यकता है इस ओके की जड़, जिसे खोजना थोड़ा मुश्किल हो सकता है, तो चलिए इस एक्सप्रेसन को बाईं ओर  $bkpk$  के बराबर बताते हैं  $bkpk$  बराबर  $8k$  क्यूब प्लस  $12k$  स्क़ेयर प्लस  $6k$  माइनस ओके है तो चलिए  $k$  के अलग-अलग वैल्यू के लिए इस वैल्यू को चेक करते हैं।  
ठीक है तो ठीक है तो हाँ इसके लिए खेद है हाँ तो  $pqp$   $1$   $p$   $1$  मान क्या है  
इसलिए  $pk$  हम जानते हैं कि  $p$   $1$  कुछ नहीं बल्कि  $8$  जमा  $12$  जमा  $6$  घटा  $99$  है यह निश्चित रूप से  $0$  से कम है तो  $p2$  क्या है तो  $p2$  है  $8k$  क्यूब के अलावा कुछ नहीं तो  $64$  प्लस मुझे सिर्फ यह देखने दें कि  $pk$  क्या है आप  $12$  गुणा  $4$  जमा  $6$  गुणा  $2$  घटा  $9$  जानते हैं तो यह भी निश्चित रूप से  $0$  से कम है  $p3$  के बारे में क्या है  $p3$   $8$  गुणा  $27$  जमा  $12$  गुणा  $9$  जमा  $6$  गुणा  $3$  है  $18$  माइनस  $999$  और यह भी कम टाइमशिफ्ट के रूप में निकला है यदि आप इसकी गणना करते हैं क्योंकि हाँ निश्चित रूप से यह संख्या  $999$  से कम है ठीक है तो पी  $4$  के बारे में क्या है  $8$  गुणा  $64$  जमा  $12$  गुणा  $16$  जमा  $6$  गुणा  $4$  है  $24$  घटा  $999$  तो आइए गणना करें कि यह क्या है  $5$   $12$  जमा  $23$  एक नौ दो पी  $1us$  चौबीस माइनस नौ नौ नौ क्षमा करें यह मोटे तौर पर यह  $700$  है जो निश्चित रूप से ट्रिपल नौ से कम है इसलिए यह भी शून्य से कम है तो आइए देखें कि  $p5$   $p5$  क्या है  $8$  गुणा  $125$  प्लस  $12$  गुणा  $25$  प्लस  $6530$  माइनस  $99$  तो यह  $1000$  जमा  $300$  जमा  $30$  माइनस  $9$  के अलावा और कुछ नहीं है,  
इसलिए मूल रूप से  $4$  और  $5$  के बीच  $4$  के बाद यह संकेत बदलता है कि बहुपद संकेत बदलता है, तो इसका मतलब है कि एक  $0$  पीके होगा  $0$  योग के लिए  $k$   $5$  और  $4$  के बीच है तो इसका मतलब क्या है क्योंकि इसका मतलब  $k$  है जो  $k$  से कम या उसके बराबर सबसे बड़ा पूर्णांक है, जो  $4$  के अलावा और कुछ नहीं होगा क्योंकि एक  $0$  है जो  $4$  और  $5$  के बीच स्थित है ठीक है तो यह अंतिम उत्तर है, ठीक है तो चलिए एक और समस्या का समाधान करते हैं, मान लीजिए कि  $p$  एक  $3$  क्रॉस  $3$  मैट्रिक्स है जो  $3$  माइनस  $1$  माइनस  $220$  अल्फा  $3$  माइनस  $50$  द्वारा दिया गया है,  
इसलिए यह  $3$  क्रॉस  $3$  मैट्रिक्स है जहां अल्फा का संबंध है कुछ वास्तविक संख्या मान लीजिए  $q$  एक और मैट्रिक्स मैट्रिक्स हो जैसे कि  $p$  गुणा  $q$  के बराबर है, जहां  $k$   $rk$  से संबंधित है जो  $0$  के बराबर नहीं है और  $i$  तीन क्रॉस श्री है पहचान मैट्रिक्स पहचान मैट्रिक्स है ठीक है  
इसलिए यदि  $23$  का  $q$  माइनस  $k$  बटा  $8$  के बराबर है और  $q$  का सारणिक,  $k$  वर्ग बटा  $2$  के बराबर है, तो वह बिंदु  $p$  का निर्धारक है, संयुक्त पर  $q$ , घात  $9$  के  $2$  के बराबर है और बिंदु  $b$ ,  $4$  अल्फा माइनस  $k$  जमा  $8,0$  के बराबर है,  
इसलिए यह सारी जानकारी दी गई है हमें इसे ठीक साबित करने की आवश्यकता है,  
इसलिए निश्चित रूप से हमें अल्फा और के के इस मूल्य को खोजने की जरूरत है और  
इसलिए देखते हैं कि हम इस समस्या को कैसे हल करते हैं ठीक है उत्तर तो यह दिया गया है कि पी में क्यू कुछ भी नहीं है, लेकिन  $k$  बार पहचान मैट्रिक्स है  
इसलिए यदि आप दोनों पक्षों पर सारणिक लेते हैं तो हमें  $k$  गुना  $i$  का निर्धारक मिलता है और यह क्योंकि  $i$  एक  $3$  क्रॉस  $3$  मैट्रिक्स

है,

इसलिए यह  $k$  क्यूब और  $i$  का सारणिक है जो 1 के बराबर है और यह  $k$  क्यूब के बराबर है और क्योंकि  $k = 0$  नहीं है इसका मतलब है कि यह 0 के बराबर नहीं है क्योंकि  $k, 0$  के बराबर नहीं है,

इसलिए हमारे पास  $p$  का सारणिक है, हम निर्धारक सारणिक  $q$  के इस उत्पाद सूत्र को शून्य के बराबर नहीं लागू कर सकते हैं, इसलिए यहाँ से हम देखते हैं कि  $p$  का सारणिक शून्य के बराबर नहीं है और  $q$  का निर्धारक भी बराबर नहीं है।

0 से ठीक है तो देखते हैं कि एपी मैट्रिक्स क्या है

इसलिए पी मैट्रिक्स जो दिया गया है वह 3 माइनस 1 माइनस 2 2 0 अल्फा 3 माइनस 5 0 है, इसलिए यदि आप बी के निर्धारक की गणना करते हैं तो यह कुछ भी नहीं है लेकिन ठीक है तो चलिए कॉलम कॉलम लेते हैं तीसरा कॉलम क्योंकि वहाँ एक शून्य है तो चलिए वहाँ से विस्तार करते हैं

इसलिए यह माइनस 2 गुना के अलावा

और कुछ नहीं है यह माइनस 10 है और यह 3 प्लस 2 5 होगा

इसलिए यह माइनस अल्फा गुना माइनस 15 प्लस 3 है तो यह कुछ भी नहीं है हमें 12 अल्फा प्लस 20 मिलता है ठीक है, दिया गया निर्धारक पी 0 नहीं है इसका मतलब है कि 12 अल्फा प्लस 20 शून्य के बराबर नहीं है क्योंकि पी का निर्धारक शून्य के बराबर नहीं है, इसलिए अब फिर से हम इस संबंध में वापस जाने के लिए वापस जाते हैं।

क्यू बराबर है  $k$  बार  $i$  इसका तात्पर्य यह है कि जैसा कि हमने शुरुआत में निर्धारक  $q$  में किया था,  $k$  क्यूब के अलावा कुछ भी नहीं है,

इसलिए इसका तात्पर्य है कि  $q$  का निर्धारक कुछ भी नहीं है, लेकिन  $k$  क्यूब को निर्धारक  $p$  से विभाजित किया गया है, जो कि 12 अल्फा प्लस 20 के अलावा और कुछ नहीं है।

निर्धारक  $q$  हम अब ठीक जानते हैं

इसलिए अब इस संबंध से  $pq$  बराबर  $k$  गुना  $k$  गुना है मेरे पास आप दोनों पक्षों पर  $p$  को व्युत्क्रम से गुणा कर सकते हैं, क्योंकि निर्धारित करें कि  $p$  शून्य नहीं है,

इसलिए  $p$  उलटा मौजूद है, इसका मतलब है कि  $q$  कुछ भी नहीं बल्कि  $k$  है बार पी उलटा तो पी की गणना करने के लिए उलटा हमें पता होना चाहिए कि पी का जोड़ क्या है

इसलिए पी का एक जोड़ है तो यह कुछ भी नहीं है, पी के जोड़ को निर्धारक पी द्वारा विभाजित किया जाता है, तो चलिए पी के जोड़ की गणना करते हैं

इसलिए पी का जोड़ है इसकी गणना करना आसान है, यह सह-कारक मैट्रिक्स के स्थानान्तरण के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए इसकी गणना ठीक है

इसलिए पहली प्रविष्टि 5 अल्फा होगी और फिर 3 अल्फा यह शून्य से 10 है यह 10 है यह 6 है यह 12 है यह शून्य से अल्फा है यह है माइनस 3 अल्फा प्लस 4 और यह  $i = 2$  ठीक है तो यह गणना करना आसान है तो अब देखते हैं कि  $q$  कुछ भी नहीं है, लेकिन  $k$  बार  $d$  को निर्धारक  $p$  से विभाजित किया गया है जो कि 12 अल्फा प्लस 20 के अलावा और कुछ नहीं है और मैं  $p$  में शामिल हो गया जो एक ही मैट्रिक्स के अलावा और कुछ नहीं है 5 अल्फा 10 माइनस अल्फा 3 अल्फा 6 माइनस 3 अल्फा प्लस 4 यह माइनस 10 12 और 2 ठीक है तो यह  $q$  मैट्रिक्स है और हमें पता है कि  $q = 2 \ 3$  माइनस  $k$  बटा 8 है तो आइए देखें कि  $q = 2 \ 3 \ q = 2$  क्या है 3 इस मैट्रिक्स की 2 3 प्रविष्टि होगी तो ठीक है, देखते हैं  $q = 2 \ 3$  और कुछ नहीं बल्कि माइनस  $k$  बटा 8 है, तो इसका मतलब यह है कि यह माइनस 3 अल्फा प्लस 4 गुना  $k$  के अलावा 12 अल्फा प्लस 20 से विभाजित है, यह माइनस के अलावा और कुछ नहीं है  $k = 8$  से इसलिए क्योंकि दिया गया  $k$  गैर-शून्य है, हम दोनों पक्षों को रद्द कर सकते हैं, हमारे पास माइनस यह  $k$  है और  $k$  को रद्द कर दिया जाएगा माइनस माइनस को रद्द कर दिया जाएगा

इसलिए हमें 3 अल्फा प्लस 4 को 12 अल्फा प्लस 20 से विभाजित किया जाएगा 1 बटा 8 के बराबर है यह और कुछ नहीं बल्कि 24 अल्फा जमा 32 बराबर 12 अल्फा जमा 20 के बराबर है

इसलिए यह  $i = 2$  कुछ भी नहीं बल्कि 12 अल्फा माइनस 12 के बराबर है।

ठीक है इसका मतलब है कि अल्फा माइनस 1 के बराबर है

इसलिए हमें अल्फा का मान प्राप्त होता है जो कि माइनस 1 के अलावा और कुछ नहीं है, ठीक है तो आइए कुछ और संबंधों का उपयोग करके मूल्य का पता लगाएं  $k$  ठीक है तो हमारे पास एक और संबंध है जो  $q$  का निर्धारक है  $ak$  वर्ग बटा 2 के रूप में दिया गया है ठीक है तो  $q$  का निर्धारक क्या है हम जानते हैं कि हम शुरुआत में गणना करते हैं  $k$  क्यूब को 12 अल्फा प्लस 20 से विभाजित किया जाता है यह  $k$  के बराबर होता है वर्ग बटा 2 फिर से  $k = 0$  नहीं है

इसलिए हम  $k$  वर्ग पर दोनों तरफ से रद्द कर सकते हैं

इसलिए  $k$  वर्ग 3 के पास चला गया है तो यह कुछ भी नहीं है लेकिन यह कुछ भी नहीं है लेकिन 2 बार  $k = 12$  के बराबर है अल्फा शून्य से 1 जमा 20 है तो इसका मतलब है कि 2  $k$  माइनस  $z = 2$  यह 8 21 है 12 इसका तात्पर्य है कि  $k$  सॉरी 4 का अर्थ है कि  $k = 4$  के बराबर है ठीक है तो हम जानते हैं कि हम जानते हैं कि  $k = 4$  अल्फा माइनस 1 है तो भाग  $b$  हम क्या हम सिर्फ यह सत्यापित कर सकते हैं कि 4 अल्फा माइनस के प्लस 8 यह और कुछ नहीं बल्कि 4 माइनस है 1 यह माइनस 4 प्लस 8 है यह और कुछ नहीं बल्कि 0 ठीक है

इसलिए पार्ट बी पार्ट बी है ठीक है तो चलिए पार्ट वन पर चलते हैं तो पार्ट यह है कि हमें पी के सारणिक का मान ज्ञात करना है।

क्यू ठीक है तो यह कुछ भी नहीं है लेकिन हम पहले सारणिक के निर्धारक उत्पाद का उपयोग करते हैं, लेकिन दो मैट्रिक्स के उत्पाद के निर्धारक के लिए कुछ भी नहीं है, लेकिन निर्धारक निर्धारक पी के उत्पाद और क्यू के संयुक्त के दो निर्धारक और पी के निर्धारक कुछ भी नहीं है 12 अल्फा प्लस 20 और यह कुछ भी नहीं है, क्यू में शामिल होने से उह निर्धारक कुछ भी नहीं है, लेकिन क्यू पूरे वर्ग का निर्धारक

है क्योंकि क्यू भी 3 क्रॉस 3 मैट्रिक्स ठीक है तो यह 20 क्या है और निर्धारक क्यू के क्यूब को 12 अल्फा प्लस 20 पूरे वर्ग से विभाजित किया गया था तो यह और कुछ नहीं बल्कि  $k$  से घात 6 को 12 अल्फा प्लस 20 से विभाजित किया गया है और अल्फा माइनस 1 है इसलिए यहाँ  $k = 4$  है तो 4 घात 6 और यह 12 प्लस 20 और कुछ नहीं बल्कि 8 है इसलिए यह और कुछ नहीं बल्कि 2 है शक्ति 12 यहाँ 2 से घात 3 और  $t$  उसका और कुछ नहीं बल्कि घात 9 है, इसलिए हम पाते हैं कि  $p$  का निर्धारक  $q$  के जोड़ में और कुछ नहीं बल्कि घात 9 के लिए 2 है, इसलिए हमें यही साबित करना था कि ठीक है तो हाँ, ऐसा है तो ऐसा है क्या यह इस प्रश्न का समाधान था हमने दोनों भागों को सत्यापित किया ठीक है छात्रों

इसलिए मैं अब यहाँ रुकता हूँ इस सत्र में भाग लेने के लिए धन्यवाद मैं अगले व्याख्यान में मैट्रिसेस और निर्धारक पर कुछ और दिलचस्प समस्याओं को हल करूँगा धन्यवाद