मागील लेक्चर्समधील विद्यार्थ्यांचे स्वागत करा आम्ही मॅट्रिक्सचे ऍप्लिकेशन्स पाहत आहोत, विशेषत: या व्याख्यानात आम्ही या पंक्ती कमी केलेले एकेलॉन मॅट्रिक्स म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या वापरासाठी आणि या पद्धतीचे निराकरण करण्याचा प्रयत्न करू.

रेखीय समीकरणे म्हणून आपण यापासून सुरुवात करू या रेषीय समीकरणाची प्रणाली अधिक a one nxn समान b one a एक दोन x एक अधिक a दोन दोन x 2 अधिक a 2 nxn समान b 2 पर्यंत am 1 x 1 अधिक am 2 x 2 पर्यंत amnxn समान bm पर्यंत आहे म्हणून ही m समीकरणांची प्रणाली आहे n अज्ञात सह n अज्ञात बरोबर नाही तर आपल्याकडे काय आहे ते n अज्ञात मधील m समीकरणांची प्रणाली आहे आता एक प्रणाली दिली आहे ती कशी सोडवायची याचे निराकरण करण्यासाठी पुढे जाण्यापूर्वी येथे काही तथ्ये आहेत ज्यांचे निरीक्षण करणे आवश्यक आहे,

त्यामुळे प्रत्यक्षात तीन शक्यता निर्माण होतात ज्या प्रणालीमुळे उद्भवतात ते पहिले काय आहेत, एक उपाय नाही समाधान अस्तित्वात नाही कदाचित तुम्हाला उपाय सापडणार नाहीत.

ते x 1 x 2 xn दिलेल्या प्रणालीचे समाधान देणारे दुसरे अद्वितीय समाधान आणि शेवटी एकापेक्षा जास्त सोल्यूशन जेव्हा तुम्ही म्हणता की हे एक बहुविध समाधान आहे ते एक अनंत समाधान असीम समाधानाचा अनंत संच असणार आहे, म्हणून आपण ही पंक्ती कमी केलेली एकेलॉन कशी वापरायची ते पाहण्याचा प्रयत्न करूया.

दिलेली समीकरण प्रणाली सोडवण्यासाठी मॅट्रिक्स, तर आपण उदाहरण देऊ या, दिलेली प्रणाली उणे तीन x वजा दोन y अधिक चार z समान नऊ तीन y वजा दोन z समान पाच चार x वजा तीन y अधिक दोन z समान सात दिले आहेत.

प्रणाली आपण मॅट्रिक्स वजा तीन वजा दोन चार शून्य 3 वजा 2 4 वजा 3 2 या स्वरूपात लिहिण्याचा प्रयत्न करू आणि xyz वर मूल्यमापन केले की आपल्याला नऊ पाच सात बरोबर मिळतात म्हणून या नऊ पाच सात यांना स्थिर संज्ञा म्हणतात आपल्याकडे येथे असलेले समीकरण आणि हे मॅट्रिक्स हे गुणांक मॅट्रिक्स म्हणून ओळखले जाते आणि हे xyz अज्ञात आहेत म्हणून हे गुणांक मॅट्रिक्स आहे हे अज्ञात आहेत आणि या स्थिर संज्ञा आहेत.

en मॅट्रिक्सच्या संदर्भात आपण योग्य प्रणाली लिहून ठेवली आहे आता आपल्याला आवश्यक असलेल्या फॉर्ममध्ये लिहिण्याचा प्रयत्न करूया, म्हणून आपण गुणांक मॅट्रिक्स लिहिणार आहोत आणि नंतर मॅट्रिक्स राईट वजा तीनच्या स्थिरांकाने ते वाढवू.

उणे दोन चार शून्य तीन वजा दोन चार वजा तीन दोन आपण स्थिर मॅट्रिक्ससह हे वाढवणार आहोत आपण या वाढीव मॅट्रिक्सचा वापर करून सिस्टम सोडवणार आहोत म्हणून प्रथम आपण सोडवण्याचा प्रयत्न करण्यापूर्वी आपण याला let us मध्ये रूपांतरित करण्याचा प्रयत्न करूया दिलेल्या गुणांक मॅट्रिक्सला पंक्ती कमी केलेल्या एकेलॉन मॅट्रिक्समध्ये रूपांतरित करण्याचा प्रयत्न करा.

पहिली गोष्ट जी आपल्याला करावी लागेल ती म्हणजे अग्रगण्य गुणांक किंवा पहिला शून्य नसलेला गुणांक शोधा म्हणजे पहिली न शून्य गुणांक पहिली पंक्ती उणे तीन आहे, तर करूया.

ते एक मध्ये म्हणून आपण काय करणार आहोत r एक एकावर एक वजा तीन गुणा r एक वर बदलू म्हणजे आपल्याजवळ एक दोन बाय तीन वजा चार बाय तीन हे समान क्रियांचा संच लागू करा.

मॅट्रिक्सची स्थिरता देखील

त्यामुळे तुमच्याकडे उणे तीन असतील जेव्हा तुम्ही वजा एक बाय तीन लागू कराल तेव्हा तुम्हाला ते उणे तीन शून्य तीन वजा दोन पाच चार वजा तीन दोन सात असे मिळेल पुढील गोष्ट म्हणजे त्या स्तंभातील इतर घटक शून्य करणे म्हणजे आपल्याकडे आहे येथे एक म्हणून त्यापैकी एक शून्य आहे म्हणून आपण या चारचे शून्यात रूपांतर केले पाहिजे r तीन त्यास r तीन वजा चार पट r एक शून्य शून्याने बदलेल म्हणजे आपल्याकडे समान गोष्ट असेल दोन बाय तीन वजा चार बाय तीन तीन वजा दोन करावे लागतील म्हणून आपण हे शून्य केले आहे, त्याचप्रमाणे याला एक दोन तीन ने वजा चार ने गुणा म्हणजे तुमच्याकडे वजा आठ बाय तीन आह वजा तीन वजा आठ ने तीन आणि त्याचप्रमाणे दोन अधिक 16 बाय 3 तुमच्याकडे वजा 3 5 असेल 7 अधिक बारा आणि म्हणून परिणामी मॅट्रिक्स जो आपल्याकडे येथे आहे तो एक दोन बाय तीन वजा चार बाय तीन वाढलेला आहे वजा तीन शून्य तीन वजा दोन पाच शून्य वजा सतरा बाय तीन बावीस बाय तीन एकोणीस आता आपल्याजवळ असलेले हे सब मॅट्रिक्स पाहू या किंवा पहिला कॉलम आणि पहिली पंक्ती सोडून उर्वरित दोन बाय दोन सब मॅट्रिक्स पाहू या येथे पुन्हा आघाडीचा गुणांक जो तीन आहे तो पुन्हा शून्य नाही.

त्यांना एकामध्ये बदला म्हणजे आपण r दोन एकाने तीन गुणिले r दोन एक दोन बाय तीन वजा चार बाय तीन आणि नंतर तुमच्याकडे वजा तीन शून्य एक वजा दोन बाय तीन पाच बाय तीन शून्य वजा सतरा बाय तीन बावीस बाय तीन आणि नव्वद आता हे दिल्यास आपण या दुसऱ्या स्तंभातील इतर घटकांचे शून्यात रूपांतर करूया r एक r एक वजा तीन ने दोन गुणिले r दोन ने बदलला आहे आणि त्याचप्रमाणे दुसऱ्या एका r तीन साठी r तीन अधिक तीन ने बदलला आहे.

सतरा वेळा माफ करा ते दोन बाय तीन आह दोन बाय तीन आणि इथे अधिक सतरा बाय तीन गुणिले r दोन असले पाहिजे तर आपल्याकडे एक शून्य शून्य असेल आणि इथे आपण दोनने तीन वजा दोन तीनने गुणाकार करत आहोत

त्यामुळे तुमच्याकडे शून्य वजा fo आहे ur by तीन अधिक चार बाय नऊ आणि मग इथे आपण ते उणे तीन वजा दहा बाय तीन ने वाढवत आहोत आणि मग आपल्याकडे एक वजा दोन बाय तीन पाच बाय तीन आहे इथे ते शून्य बावीस बाय तीन वजा चौत्तीस बाय नऊ असेल आणि शेवटी आपल्याकडे एकोणीस अधिक पंचऐंशी बाय नऊ आहेत आत्ता आपण अंतिम मॅट्रिक्स लिहू या की आपल्याकडे येथे जे आहे ते एक शून्य शून्य शून्य एक शून्य आहे आपल्याकडे उणे चार बाय तीन अधिक चार बाय नऊ आहे

त्यामुळे परिणाम होणार आहे आमच्याकडे जे आहे ते उणे आठ बाय नऊ वजा दोन बाय तीन आणि त्याचप्रमाणे आमच्याकडे सहासष्ट वजा चौत्तीस छत्तीस वजा चौत्तीस म्हणजे दोन तीन बत्तीस बाय नऊ आणि त्याचप्रमाणे इतर एकासाठी उणे १९ बाय ३ ५ बाय ३ 181 क्षमस्व 171 अधिक 85 तर तुमच्याकडे 6 बरोबर आहे 171 अधिक 85 6 7 अधिक 8 ते 15 1 होणार आहे तर नऊ वर 256 आणि शेवटी आमच्याकडे हा एक शिल्लक आहे म्हणून आपण याचे रुपांतर एकामध्ये करूया म्हणजे आपण आर तीन बदलणार आहोत नऊ बाय

बत्तीस वेळा r तीन तुमच्याकडे एक शून्य वजा आठ बाय नऊ गुणिले आठ बाय नऊ वजा एकोणीस बाय तीन शून्य एक वजा दोन बाय तीन पाच बाय तीन शून्य शून्य एक आणि मग आपल्याकडे बत्तीस वर दोन छप्पन असतील आता आपण इतर दोन घटक बनवू.
तिसऱ्या स्तंभात शून्यात r एक बाय आठ बाय नऊ गुणिले r तीन अधिक r एक आणि त्याचप्रमाणे r दोन बाय दोन बाय तीन गुणा r तीन अधिक r ची आपण येथे समाप्ती करणार आहोत ते फक्त ओळख मॅट्रिक्स आहे पण जर तुमच्या लक्षात आले तर दुस-या टोकाला जे असेल ते फक्त ३ ७ आणि ८ आहे.
आणि म्हणून आता आपण अंतिम लिहिण्याचा प्रयत्न करू या म्हणजे x समान ३ y बरोबर ७ आणि z समान आणि
त्यामुळे अंतिम आम्हाला अपेक्षित असलेले समाधान तीन सात आठ आहे खरे तर हे दिलेल्या प्रणालीचे समाधान आहे
त्यामुळे नैसर्गिक प्रश्नाला समीकरणांची प्रणाली दिली जाते म्हणून b च्या बरोबरीची प्रणाली अक्ष दिली जाते
त्यामुळे आता लागू केल्यावर रेखीय समीकरणांची दिलेली प्रणाली बनवा पंक्ती ब घटक द्या ary रो ऑपरेशन्स जे a आणि b वर केले जातात आता मला लेट a डॅश किंवा टिल्ड द्वारे दर्शवू द्या a चा rho आणि b tilde rho दर्शवा b चा आता माझ्याकडे एक नवीन प्रणाली आहे जी टिल्ड x समान b tilde म्हणून ओळखली जाते तर ही नवीन प्राप्त केलेली प्रणाली आहे जी दिलेली प्रणाली b च्या ax च्या बरोबरीची आहे आणि माझ्याकडे नवीन प्रणाली a tilde x समान b tilde आहे माझ्याकडे फक्त एकच संबंध आहे की a is rho समतुल्य टिल्ड आहे म्हणजे तुम्ही टिल्ड मिळवू शकता a मधून फक्त प्राथमिक पंक्तीची क्रिया लागू करून आणि त्याचप्रमाणे b हा b tilde च्या समतुल्य rho आहे जो a आहे a tilde आहे जस्ट मधून b आणि b tilde राईट साठी अशाच प्रकारे पंक्ती प्राथमिक क्रिया लागू करून a मधून मिळवला जातो
त्यामुळे b मधून b डेल्टा प्राप्त होतो फक्त पंक्ती प्राथमिक ऑपरेशन्स लागू करून इथे फक्त एकच गोष्ट आहे की तुम्ही a वर लागू केलेल्या ऑपरेशन्सचा समान संच b वर देखील लागू केला जातो आता दावा असा आहे की b बरोबर ax समान आणि सिस्टम ax समान b आणि a tilde x समान to b tilde आहे सोल्यूशन्सचा समान संच, हे सत्य कसे सिद्ध करायचे, याच्या पुराव्यात जाण्यापूर्वी येथे एक गोष्ट पाळावी लागेल, म्हणून आपण काही साधे गुणधर्म पाहण्याचा प्रयत्न करूया की जर rho असेल तर प्राथमिक असेल तर rho हा प्राथमिक आहे.
पंक्ती ऑपरेशन हे फक्त एकच ऑपरेशन आहे मग i टाइम्सच्या rho च्या बरोबरीचे rho e हे सहज लक्षात येते फक्त सर्व तीन प्राथमिक ऑपरेशन्स लागू करून ते फक्त एक वर लागू करा, किमान तीन बाय तीन पर्यंत ते सहजपणे सत्यापित केले जाऊ शकते.
मॅट्रिक्स जरी सामान्य n बाय n मॅट्रिक्ससाठी अवघड नसले तरी तीन बाय तीन मॅट्रिक्ससाठी ते सोपे असले पाहिजे फक्त ते तीन बाय तीन मॅट्रिक्स a वर लागू करा आणि त्याचप्रमाणे आयडेंटिटी मॅट्रिक्सवर समान प्राथमिक पंक्ती ऑपरेशन लागू करा आणि एखाद्याच्या लक्षात येईल अशासह गुणाकार करा हे दोन्ही एक आणि समान आहेत आणि यामुळे एखाद्याला ताबडतोब लक्षात येऊ शकते ते खालील आहे खरेतर खालील परिणाम आहेत पहिले म्हणजे मी पुढे जाण्यापूर्वी मी ते सांगतो पंक्ती एक पंक्ती दोन पर्यंत rho s हा प्राथमिक पंक्तीच्या ऑपरेशन्सचा एक मर्यादित संच असू द्या, बरोबर माझ्याकडे पंक्ती ऑपरेशन्सचा एक मर्यादित संच आहे एक n बाय n मॅट्रिक्स असू द्या मग तुम्ही प्राथमिक पंक्तीच्या ऑपरेशन्सचे हे सर्व मर्यादित संच एक-एक करून लागू करा.
मागील एकामुळे हे सहज ओळखता येते की हे प्रथम आयडेंटिटी मॅट्रिक्सवर लागू केलेल्या पंक्तीच्या प्राथमिक ऑपरेशन्सच्या समान संचाप्रमाणेच असेल आणि नंतर फक्त मॅट्रिक्स a राइटने गुणाकार केला जाईल म्हणून हे फक्त मॅट्रिक्स गुणाकार आहे आणि येथे पहिले तुम्ही ओळख मॅट्रिक्सवर या s पंक्ती प्राथमिक ऑपरेशन्स एकामागून एक लागू करत आहात आणि नंतर तुम्ही मॅट्रिक्ससह त्याचा गुणाकार करत आहात, दुसरी गोष्ट पुन्हा सहज लक्षात येईल की तुम्ही समान पंक्तीचा संच लागू करणार असाल तर मॅट्रिक्सवर एक-एक करून प्राथमिक ऑपरेशन्स a हे सारखेच होणार आहे कारण तुम्ही ओळख मॅट्रिक्सवर प्रत्येक पंक्तीची प्राथमिक क्रिया समान क्रमाने लागू कराल आणि शेवटी ewel ने गुणाकार कराल.
l जेव्हा तुम्ही a वर rho 1 लागू कराल तेव्हा हे rho 1 पट ओळखी प्रमाणे असेल
त्यामुळे ओळखीच्या वेळेच्या rho 1 आणि आता तुम्ही जेव्हा rho 1 वर लागू केलेली पंक्ती 2 लागू करणार आहात तेव्हा ओळखीच्या वेळा तुम्हाला rho 1 प्राप्त होईल.
ओळखीच्या वेळा rho 1 मधील rho 2 ची ओळख वेळा rho 1 सारखीच असते आणि
त्यामुळे फक्त इंडक्शनद्वारे या दोन गोष्टींसह उरलेल्या गोष्टी सिद्ध करता येतात, आता एक लहान निरीक्षण किंवा एक टीप जी मी येथे सांगेन.
तत्सम आवृत्ती n by m matrices साठी देखील n by m matrices साठी देखील धारण करते ही पहिली गोष्ट आहे की एकदा तुम्ही हे सत्य पाहिल्यानंतर एखाद्याला बरोबर पाळावे लागेल आता एक गोष्ट सहज लक्षात येईल ती म्हणजे पुन्हा एक सोपी गोष्ट एखाद्याच्या लक्षात येईल की जर a आणि b कोणत्याही दोन असतील तर पंक्ती कोणतीही पंक्ती प्राथमिक पंक्तीची क्रिया आहे आणि जर a आणि b या दोन मॅट्रिक्स असतील ज्यांचा गुणाकार केला जाऊ शकतो तर अह एक साधी गोष्ट आहे जी आपण पाहू शकतो की तो rho काय आहे? ab हे rho च्या बरोबरीचे आहे a times b वेल हे कसे फॉलो करते फक्त मागील rho वापरा a times b क्षमस्व पंक्ती ab ची ही rho सारखीच असेल ओळख पटाची पंक्ती ab ची ओळख पट पण ओळखीची पंक्ती ही पुन्हा मॅट्रिक्स आहे आणि आम्हाला माहित आहे तो मॅट्रिक्स गुणाकार सहयोगी आहे म्हणून आपण या सर्व गोष्टी वापरूया ab चा rho जो ओळख गुणा ab च्या rho च्या बरोबरीचा आहे परंतु मॅट्रिक्सचा गुणाकार सहयोगी आहे आणि rho phi हा फक्त एक मॅट्रिक्स आहे म्हणून हा i गुणा a आणि rho आहे.
मग तुम्ही हे मॅट्रिक्स b सह गुणाकार करा जे i गुणा a चा rho समान आहे पण rho a गुणा b आहे आणि म्हणून जर rho s s s rho s minus 1 rho 2 rho 1 हा प्राथमिक पंक्तीच्या क्रियांचा मर्यादित संच आहे.
मग आपण आधी म्हटल्याप्रमाणे rho s वजा एक सह बनलेला rho s वजा दोन rho एक बरोबर बनलेला rho एक बरोबर बनलेला आहे, जर या प्राथमिक पंक्तीच्या ऑपरेशनने ab वर कार्य केले तर ते समान असेल rho s rho s mi सह बनलेला आहे nus one rho s उणे दोन पर्यंत rho दोन rho एक फक्त या मॅट्रिक्सवर कार्य करू द्या फक्त s ने गुणाकार केला एकदा

आमच्याकडे हे आहे आता कोणीही सहज दाखवू शकेल की या दोघांमध्ये समान समाधान असेल ते दाखवणे कसे शक्य आहे? ब च्या बरोबरीने दिलेली सिस्टीम आहे आता समजा x हे सिस्टीमचे सोल्यूशन आहे खरेतर वरील सिस्टीम तर ax चा rho हा b च्या rho च्या बरोबरीचा आहे जेथे rho a हे कोणतेही प्राथमिक पंक्तीचे ऑपरेशन आहे आमच्याकडे हे आहे आणि म्हणून एकदा आमच्याकडे हे आहे परंतु वापरा मागील एक हे असे म्हणण्यासारखे आहे की rho चा गुणा x बरोबर t च्या rho म्हणून मागील नोटेशनमध्ये आम्ही फक्त काही मिनिटे मागे वापरला आहे हे टिल्ड x समान b टिल्ड सारखे आहे हे समाधान x आहे जे आपल्याकडे होते सिस्टम ॲक्ससाठी b च्या बरोबरीचे हे देखील सिस्टमसाठी समाधान आहे a tilde x समान b tilde आता हे तथ्य वापरा की प्राथमिक पंक्ती ऑपरेशन्स इन्व्हर्टेबल आहेत आणि म्हणून आमच्याकडे हे आहे की जर या सिस्टमसाठी x हे समाधान असेल तर टिल्ड x b tilde च्या समान नंतर x als आहे o सिस्टम ॲक्सचे समाधान b च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आम्ही जे केले ते फक्त एका प्राथमिक पंक्तीच्या ऑपरेशनसाठी आहे आणि आता आम्हाला माहित आहे की समान गोष्ट पूर्णपणे लागू केल्यावर प्राथमिक पंक्ती ऑपरेशन्सच्या मर्यादित क्रमासाठी देखील असते आणि म्हणून सिस्टम ॲक्स b च्या बरोबरीने आणि सिस्टम a tilde x बरोबर b tilde ला समान सोल्युशन आहे म्हणून आम्ही जे काही म्हटले आहे त्याप्रमाणे b ax च्या बरोबरीचे सिस्टम ax आणि b tilde च्या बरोबर a tilde x मध्ये समान सोल्यूशन आहेत जर टिल्ड मिळाले असेल तर माफ करा जर tilde आणि b tilde अनुक्रमे a आणि b मधून फक्त प्राथमिक पंक्ती ऑपरेशन्सचा मर्यादित संच लागू करून फक्त पंक्ती ऑपरेशन्सचा एक मर्यादित संच लागू करून एक नवीन सिस्टम मिळवू शकतो एक टिल्ड x b टिल्डच्या बरोबरीने आम्ही आत्ताच निष्कर्ष काढला आहे की सिस्टीम ॲक्स ब च्या बरोबरी आहे आणि सिस्टम a टिल्ड x बरोबर b टिल्ड मध्ये समान उपाय आहेत आता आपण आणखी एक समस्या करूया दोन x उणे तीन y समान ते वजा एकवीस x अधिक दोन y समान एक आठ x उणे पाच y समान वजा एकोणचाळीस एक लक्षात येईल की हे निर्धारित प्रणालीवरील समीकरणांचा एक ओव्हर निर्धारित संच आहे, बरोबर हे एक ओव्हर निर्धारित आहे आपण त्याला ओव्हर डिटेड सिस्टम का म्हणतो कारण आपल्याकडे जे आहे ते फक्त दोन आहे व्हेरिएबल्स x आणि y पण आपल्याकडे तीन समीकरणे आहेत आता आपण सिस्टीम सोडवण्याचा प्रयत्न करू या आधी ऑगमेंटेड मॅट्रिक्स लिहू या किंवा त्यापूर्वी प्रथम मॅट्रिक्स फॉर्म 2 वजा 3 3 2 आठ वजा पाच लिहू या xy वर मूल्यमापन केलेले वजा वीस द्यावे एक एक आणि उणे चौदा ही अशी प्रणाली आहे जी आता आपण वाढवलेले मॅट्रिक्स दोन तीन आठ वजा तीन दोन वजा पाच लिहिण्याचा प्रयत्न करू या मॅट्रिक्स वजा एकवीस वजा एकोणचाळीस या स्थिरांकासह वाढवू या मॅट्रिक्स किंवा ही सिस्टीम आहे आणि आम्ही सिस्टीम दिली आहे आम्ही ऑगमेंटेड मॅट्रिक्समध्ये लिहून ठेवले आहे पहिली गोष्ट जी आम्हाला करावी लागेल ती म्हणजे अग्रगण्य गुणांक शोधा.

s हा अग्रगण्य गुणांक आहे आणि आपल्याला त्याचे एकामध्ये रूपांतर करावे लागेल, म्हणून आपण असे करूया की r एक r एकाने r एकाने दोन पटीने r एक ने बदलला जाईल, तर तुमच्याकडे एक वजा तीन बाय दोन असेल आम्ही त्यास वजा वीस ने वाढवत आहोत.

एक दोन करून आपण इतर गोष्टी घेऊ या कारण ते तीन दोन एक आठ वजा पाच वजा एकोणचाळीस आहे

त्यामुळे पुढील गोष्टी कराव्या लागतील की पहिल्या स्तंभातील उर्वरित घटक शून्यात बदला r तीन किंवा r दोन r दोन वजा तीन वेळा r एक आणि त्याचप्रमाणे r तीन बाय r तीन वजा आठ वेळा r दोन r एक वजा तीन बाय दोन वाढवू या वजा एकवीस बाय दोन करून प्रथम एक सेकंद आपल्याकडे शून्य आहे मी पुन्हा शून्य आहे इथे आपण काय करू have हे 2 वजा आहे

त्यामुळे अधिक 9 by 2 1 अधिक 3 गुणाकार याच्या 3 पट म्हणजे दोन आणि पुन्हा वजा पाच आपण याला आठ अधिक चोवीस ने दोनने गुणत आहोत आणि इथे तुमच्याकडे उणे एकोणचाळीस अधिक एकवीस ते आठ एक असेल बासष्ट आता आपण प्रयत्न करूया फायनल लिहायचे म्हणजे शेवटी इथे स्टेजमध्ये मिळालेले मॅट्रिक्स म्हणजे एक शून्य शून्य वजा तीन बाय दोन तेरा बाय दोन चौदा बाय दोन वाढलेले वजा एकवीस बाय दोन साठ पाच बाय दोन ऐंशी एक पन्नास सॉरी एक तीस होय कारण एक बासष्ट बाय दोन जे ऐंशी एकेऐंशी एक क्षमस्व ऐंशी एक उणे एकोणचाळीस ठीक आहे एकेऐंशी उणे एकोणचाळीस जे आपल्याला अकरा उणे नऊ देईल जे बारा सात वजा चार तीन म्हणजे आपल्याकडे बत्तीस ओके असतील त्यात तीस असतील दोन आता पुढची ही संज्ञा पहावी लागेल जी आपण रूपांतर सुरू केल्यास आपल्याला त्याचे शून्यात रूपांतर करावे लागेल, तर आपल्यासाठी आपल्याला काय करावे लागेल हे एक आर दोन मध्ये रूपांतरित करावे लागेल दोन द्वारे बदलले पाहिजे तेरा वेळा r दोन एक शून्य शून्य वजा तीन बाय दोन तुमच्याकडे एक असेल

त्यामुळे उरलेल्या पंक्ती अस्पर्श आहेत तुमच्याकडे एकवीस बाय दोन आहेत जे पाच बत्तीस आहेत मला इतर गोष्टींचे शून्यात रूपांतर करावे लागेल म्हणून मी काय करू r एक च्या जागी तीन ने दोन वेळा r दोन अधिक r एक आणि त्याचप्रमाणे r तीन च्या जागी वजा चौदा ने दोन वेळा r दोन अधिक r तीन काय माझ्याकडे एक शून्य शून्य शून्य शून्य एक शून्य असेल आणि मग मला येथे काम करावे लागेल उणे एकवीस बाय दोन उजवे पाच ते तीन म्हणजे दोन म्हणजे पंधरा बाय दोन वजा एकवीस बाय दोन आणि त्याचप्रमाणे माझ्याकडे इथे पाच असतील आणि शेवटचा एक बत्तीस वजा सत्तर बाय दोन म्हणजे पस्तीस होय हे नक्की पस्तीस असावे होय ते पस्तीस असावेत होय, तर आधीचे हे एक अठ्ठावन्न असावे म्हणजे तुम्हाला ते चौराशी अधिक तीन असे मिळतील, म्हणजे हे पस्तीस होय, म्हणून आमच्याकडे असलेले अंतिम परिणामी मॅट्रिक्स हे अंतिम परिणामी मॅट्रिक्स आहे एक शून्य शून्य एक शून्य शून्य आणि मग तुमच्याकडे जे असेल ते उणे तीन पाच शून्य, तर आता आपण समीकरणांचा अंतिम संच लिहू या x समान वजा तीन y समान पाच आणि z समान क्षमस्व तेथे z नाही क्षमस्व बरोबर आहे s हा सिस्टीमवर उपाय आहे आता जर तुम्हाला ही एक लक्षात आली तर शेवटची पंक्ती पूर्णपणे शून्य झाली आहे जर अजिबात अशी प्रणाली असेल ज्यामध्ये तुम्ही मॅट्रिक्सला त्याच्या रो एचेलॉन फॉर्ममध्ये कमी करता.

पंक्ती कमी केलेला एकेलॉन फॉर्म आणि जर शेवटची पंक्ती शून्य निघाली परंतु जर तुम्ही स्थिर मॅट्रिक्सवर पंक्तीच्या प्राथमिक क्रियांचा समान संच लागू केला आणि लक्षात घ्या की शेवटची टर्म किंवा जे काही असेल तेथे शून्य क्रमवारी लावा आणि तुम्हाला एक प्राप्त झाल्यास नॉन-झिरो टर्म मग अशा सिस्टीमला कोणताही उपाय नाही असा सहज निष्कर्ष काढू शकतो किंवा आपण फक्त रँकच्या संदर्भात एक नोंद करू या जर दिलेल्या मॅट्रिक्सची रँक किंवा गुणांक मॅट्रिक्स a समान असेल तर रेखीय समीकरणांच्या प्रणालीमध्ये एक उपाय आहे.

मॅट्रिक्सची रँक a a augmented with b the constant matrix b जर या दोन मॅट्रिक्सचे रँक एकरूप झाले तर तुम्ही म्हणता की अशा प्रणालीला उपाय मिळाला आहे जर त्यांच्याकडे नसेल तर आम्ही म्हणतो की अशा प्रणालीला समाधान मिळाले नाही

n ow आणखी एक उदाहरण करूया दोन x वजा तीन y अधिक दोन z समान तेरा तीन x अधिक y वजा z समान दोन तीन

x वजा चार y वजा तीन z समान एक ही दिलेली प्रणाली आहे आता प्रथम आपण लिहिण्याचा प्रयत्न करूया.

या दोन वजा तीन दोन तीन एक वजा एक वजा तीन वजा चार वजा तीन चे मॅट्रिक्स फॉर्म सिस्टीमवर लागू केल्यावर अज्ञात xyz वर लागू केल्यावर मला तेरा दोन आणि आता नेहमीप्रमाणे प्रथम एक वाढवलेला मॅट्रिक्स दोन तीन तीन लिहूया.

वजा तीन एक वजा चार दोन वजा एक वजा तीन तेरा दोन सह वाढवलेले गुणांक मॅट्रिक्स जेव्हा आपण गुणांक मॅट्रिक्ससह मॅट्रिक्सच्या स्थिरांकाला जोडतो तेव्हा आपण त्याला वर्धित मॅट्रिक्स म्हणतो आपण प्रथम शून्य नसलेल्या पंक्ती शोधतो आणि शून्य शून्य पंक्ती आहेत या प्रकरणात आणि म्हणून आपल्याला जे आढळते ते म्हणजे आपण चौथ्या नॉन-झिरो गुणांक शोधतो, पहिली पंक्ती जी फक्त दोन असणार आहे, आपण तिचे रूपांतर एक r मध्ये करतो, r one ने एक द्वारे दोन वेळा बदलतो es r one उरलेल्या पंक्ती अस्पर्श आहेत वजा तीन बाय दोन एक एक वजा एक वजा चार वजा तीन आणि नंतर येथे उणे तिसरा तिसरा सॉरी तेरा बाय दोन दोन एक आता आपल्याला पहिल्या स्तंभातील इतर घटक शून्यात रूपांतरित करावे लागतील आपण असे करू या की हे r एक द्वारे r एक अधिक तीन ने दोन वेळा r दोन आणि r तीन द्वारे r तीन वजा अर्धा पट r बदलेल तर आपल्याकडे काय असेल तर पहिल्या स्तंभात एक शून्य शून्य असेल दुसरा स्तंभ पुन्हा आपल्याकडे असेल शून्य एक शून्य आता आपण तिसरा एक आर एक आर एक गणूया जो एक अधिक तीन बाय दोन आहे म्हणजे ज्याला वजा आठ बाय वजा अह असेल तर आपल्याकडे बारा बाय अकरा दुसरी रांग कायम राहील वजा आठ बाय अकरा तिसरी पंक्ती आर तीन उणे सहा आह अधिक वजा अर्धा गुणा आठ गुणा अकरा तर अधिक चार गुणा अकरा शेवटच्या स्तंभासह वाढवलेला तेरा बाय दोन अधिक तीन बाय दोन गुणा उणे पस्तीस बाय अकरा

त्यामुळे तुमच्याकडे एवढी उणे एक शून्य पाच वर अकरा दुसरी पंक्ती असेल सेको nd एक अपरिवर्तित राहते तिसरा एक वजा सदतीस बाय दोन अधिक पस्तीस बाय बावीस

त्यामुळे या प्रकरणात परिणामी मॅट्रिक्स एक शून्य शून्य शून्य एक शून्य एक वजा बारा बाय अकरा असेल तर तुमच्याकडे वजा एक बाय अकरा वजा आठ बाय अकरा सेकंद एक वजा आहे वीस वजा साठ सहा अधिक चार बाय अकरा अधिक चार म्हणजे तुमच्याकडे उणे बासष्ट बाय 11 असेल शेवटच्या स्तंभात तुमच्याकडे 13 ते 11 असेल जे 143 वजा 105 असेल तर तुमच्याकडे ते 38 बाय अकरा बाय 105 असेल माफ करा वजा अठ्ठावीस बाय बावीस दुसरा अपरिवर्तित राहील तो फक्त हा एक शेवटचा आहे जो तुमच्याकडे असेल अह सदतीस ते अकरा म्हणजे चार शून्य सात तर चार शून्य सात अधिक अह वजा चार शून्य सात अधिक पस्तीस जे तुम्हाला तीन बहात्तर देईल

त्यामुळे हे आहे तुम्हाला अकरा वर तीन बहात्तर देणार आहे

क्षमस्व बावीस वर

त्यामुळे येथे शेवटचा घटक जो उणे बासष्ट बाय अकरा आहे आपण त्याचे रूपांतर एक मध्ये करू म्हणजे r तीन च्या जागी अकरा वजा el होईल अगदी बासष्ट ते आर थ्री पर्यंत तर आपल्याकडे इथे एक शून्य शून्य शून्य एक शून्य वजा एक अकरा वजा आठ बाय अकरा एक शेवटचा स्तंभ अठ्ठावीस बाय बावीस वजा पस्तीस बाय अकरा असा असेल आणि इथे तुमच्याकडे हे असेल मला आह उणे तीन बहात्तर आणि वजा 62 वर उणे 60 देणार आहे जे मला फक्त 6 देईल आणि 11 बाय 22 मला अर्धा देईल म्हणजे माझ्याकडे फक्त 3 असेल.

तर आता आपल्याला काय करावे लागेल हे वजा एक ने बदलले पाहिजे अकरा आणि वजा आठ बाय अकरा एक मध्ये शुन्य मध्ये सॉरी म्हणून आता आपण असे करू या की आता r एक च्या ऐवजी r एक अधिक एक ने अकरा गुणिले r तीन आणि त्याचप्रमाणे r दोन च्या ऐवजी r दोन अधिक आठ ने अकरा गुणा r तीन ची गणना करूया हा पहिला आणि दुसरा स्तंभ एक शून्य शून्य शून्य शून्य एक शून्य अपरिवर्तित राहतो आणि या गणनेच्या आधारे हे पुन्हा स्पष्ट होते की शेवटचा स्तंभ पुन्हा शून्य शून्य आहे, चला अंतिम स्तंभाची गणना करूया जो वाढलेला स्तंभ आहे तो म्हणजे आर.

एक अडतीस बाय दोन दोन अधिक एक बाय अकरा गुणिले r तीन जे तीन बाय अकरा आहे दुसरे एक r दोन

त्यामुळे वजा पस्तीस बाय अकरा अधिक आठ बाय अकरा गुणिले r तीन म्हणजे चोवीस बाय अकरा आणि शेवटची टर्म फक्त तीन आहे

त्यामुळे परिणामी मॅट्रिक्स येथे आहे एक शून्य शून्य शून्य एक शून्य शून्य शून्य एक म्हणजे अडतीस अधिक अडतीस अधिक सहा जे मला चारचाळीस चारचाळीस बाय बावीस देईल फक्त मला दोन देईल इतर एक वजा पस्तीस अधिक चोवीस जे फक्त उणे अकरा वर आहे अकरा म्हणजे माझ्याकडे फक्त एक असेल आणि शेवटचा फक्त तीन आहे म्हणून उपाय दोन वजा एक तीन आवश्यक उपाय आहे यासह आपण हे व्याख्यान थांबवूया पुढील लेक्चरमध्ये आपण रेखीय समीकरणांची eq प्रणाली सोडवण्याची आणखी काही उदाहरणे पाहू.

विशेषत: ज्या प्रणालींवर कोणतेही उपाय नाहीत आणि ज्यांच्याकडे असंख्य उपाय आहेत, त्याबद्दल आपणा सर्वांचे आभार