

પાછલા લેક્ચરમાં વિદ્યાર્થીઓનું સ્વાગત કરીએ છીએ, અમે મેટ્રિક્સની એપ્લિકેશનો જોઈ રહ્યા છીએ, ખાસ કરીને આ લેક્ચરમાં પંક્તિ ઘટાડેલા એકેલન મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખાય છે તેના ઉપયોગ પર અમે આ પંક્તિ રિડ્યુડ એચેલોન મેટ્રિક્સનો ઉપયોગ કરીશું અને સિસ્ટમને હલ કરવાનો પ્રયાસ કરીશું.

રેખીય સમીકરણો તો ચાલો આની સાથે શરૂ કરીએ રેખીય સમીકરણ વત્તા એક $n \times n$ બરાબર b એક બે x એક વત્તા બે બે x 2 વત્તા a 2 $n \times n$ બરાબર b 2 સુધી $a_{m \ 1 \times \ 1}$ plus $a_{m \ 2 \times \ 2}$ સુધી $a_{m \ n \times \ n}$ બરાબર b_m છે તેથી આ m સમીકરણોની સિસ્ટમ છે n અજ્ઞાત સાથે નહીં n અજ્ઞાતમાં બરાબર તેથી તમારી પાસે જે છે તે n અજ્ઞાતમાં m સમીકરણોની સિસ્ટમ છે હવે તેને કેવી રીતે હલ કરવી તે સિસ્ટમ આપવામાં આવી છે અમે તેને ઉકેલવા માટે આગળ વધીએ તે પહેલાં અહીં કેટલાક તથ્યો છે જેનું અવલોકન કરવું પડશે તેથી વાસ્તવમાં સિસ્ટમને જોતાં ત્યાં ત્રણ શક્યતાઓ ઊભી થાય છે જે પ્રથમ શું છે, કોઈ ઉકેલ અસ્તિત્વમાં નથી, કદાચ તમે ઉકેલો શોધી શકશો નહીં.

x 1 સુધી x 2 x_n આપેલ સિસ્ટમના બીજા અનન્ય ઉકેલને સંતોષે છે અને અંતે બહુવિધ ઉકેલ હકીકતમાં જ્યારે તમે કહો છો કે તે બહુવિધ ઉકેલ છે તે એક અનંત સોલ્યુશનનો અનંત સમૂહ હશે તો ચાલો આપણે આ પંક્તિનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે જોવાનો પ્રયાસ કરીએ.

સમીકરણની આપેલ સિસ્ટમને ઉકેલવા માટે મેટ્રિક્સ તેથી ચાલો એક ઉદાહરણ કરીએ આપેલ સિસ્ટમ માઈનસ ત્રણ x ઓછા બે y વત્તા ચાર z બરાબર નવ ત્રણ y ઓછા બે z બરાબર પાંચ ચાર x ઓછા ત્રણ y વત્તા બે z બરાબર આપેલ સાત સિસ્ટમ ચાલો આપણે મેટ્રિક્સ માઈનસ ત્રણ ઓછા બે ચાર શૂન્ય 3 ઓછા 2 4 ઓછા 3 2 ના રૂપમાં લખવાનો પ્રયાસ કરીએ અને xyz પર મૂલ્યાંકન કરીએ જે આપણને મળે છે તે નવ પાંચ સાત બરાબર છે

તેથી આ નવ પાંચ સાત તેમને સતત શબ્દો કહેવામાં આવે છે સમીકરણ અને આ મેટ્રિક્સ કે જે આપણી પાસે અહીં છે આ તે છે જેને ગુણાંક મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને આ xyz અજાણ્યા છે તેથી આ ગુણાંક મેટ્રિક્સ છે આ અજ્ઞાત છે અને હવે આ સતત શબ્દો છે.

e_n મેટ્રિક્સના સંદર્ભમાં આપણે જે સિસ્ટમ અધિકાર લખી દીધું છે તે હવે ચાલો આપણે જે ફોર્મની જરૂર હોય તે ફોર્મમાં લખવાનો પ્રયાસ કરીએ

તેથી આપણે શું કરવા જઈ રહ્યા છીએ તે છે ગુણાંક મેટ્રિક્સ લખીએ અને પછી તેને મેટ્રિક્સ જમણા ઓછા ત્રણના સ્થિરાંક સાથે વધારીએ.

માઈનસ બે ચાર શૂન્ય ત્રણ ઓછા બે ચાર ઓછા ત્રણ બે આપણે સતત મેટ્રિક્સ સાથે આને વધારવા જઈ રહ્યા છીએ આપણે આ ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સનો ઉપયોગ કરીને સિસ્ટમને હલ કરવા જઈ રહ્યા છીએ,

તેથી પહેલા આપણે હલ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ તે પહેલાં ચાલો આપણે આને ચાલો માં કન્વર્ટ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ.

આપેલ ગુણાંક મેટ્રિક્સને પંક્તિ ઘટાડેલા એકેલન મેટ્રિક્સમાં રૂપાંતરિત કરવાનો પ્રયાસ કરો.

પ્રથમ વસ્તુ જે આપણે કરવાનું રહેશે તે એ છે કે અગ્રણી ગુણાંક અથવા પ્રથમ બિન શૂન્ય ગુણાંક શોધો

તેથી પ્રથમ બિન શૂન્ય ગુણાંક પ્રથમ પંક્તિ છે માઈનસ ત્રણ

તેથી ચાલો બનાવીએ.

તેને એકમાં ફેરવીએ તો આપણે r ને એક પછી એક બાદ ત્રણ ગુણ્યા r એકને બદલીશું તો આપણી પાસે જે હશે તે એક બે બાય ત્રણ ઓછા ચાર બાય ત્રણ પર સમાન ક્રિયાઓનો સેટ લાગુ કરો.

મેટ્રિક્સની સ્થિરતા પણ

તેથી તમારી પાસે માઈનસ ત્રણ હશે જ્યારે તમે માઈનસ વન બાય ત્રણ લાગુ કરશો ત્યારે તમને તે માઈનસ ત્રણ શૂન્ય ત્રણ ઓછા બે પાંચ ચાર ઓછા ત્રણ બે સાત મળશે પછીની વાત એ છે કે તે સ્તંભના અન્ય ઘટકોને શૂન્યમાં બનાવવું જેનો અર્થ છે કે આપણી પાસે છે અહીં એક

તેથી તેમાંથી એક શૂન્ય છે

તેથી આપણે આ ચારને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવું જોઈએ r ત્રણ તેને r ત્રણ ઓછા ચાર ગુણ્યા r એક શૂન્ય શૂન્યથી બદલશે

તેથી આપણી પાસે સમાન વસ્તુ હશે બે બાય ત્રણ ઓછા ચાર બાય ત્રણ ત્રણ બાદબાકી બે હશે

તેથી આપણે આને શૂન્ય બનાવ્યું છે

તેથી તે જ રીતે આ એકને બે વડે ત્રણ વડે ઓછા ચારનો ગુણાકાર કરો તો તમારી પાસે ઓછા આઠ બાય ત્રણ આઠ ઓછા ત્રણ ઓછા આઠ બાય ત્રણ હશે અને તે જ રીતે બે વત્તા 16 બાય 3 તમારી પાસે ઓછા 3 5 છે 7 વત્તા બાર અને

તેથી પરિણામી મેટ્રિક્સ જે અહીં આપણી પાસે છે તે એક બે બાય ત્રણ ઓછા ચાર બાય ત્રણ ઓગમેન્ટેડ છે જેમાં ઓછા ત્રણ શૂન્ય ત્રણ ઓછા બે પાંચ શૂન્ય ઓછા સત્તર બાય ત્રણ બાવીસ બાય ત્રણ ઓગણીસ હવે ચાલો આપણે આ પેટા મેટ્રિક્સ જોઈએ જે આપણી પાસે છે અથવા પ્રથમ સ્તંભ અને પ્રથમ પંક્તિ છોડીને બાકીના બે બાય બે પેટા મેટ્રિક્સને અહીં ફરીથી અગ્રગણ્ય ગુણાંક જોઈએ જે ત્રણ છે તે ફરીથી શૂન્ય નથી.

તેમને એકમાં બદલીએ જેથી આપણે r બે બાય એક બાય ત્રણ ગુણ્યા r બે એક બે બાય ત્રણ ઓછા ચાર બાય ત્રણ અને પછી તમારી પાસે ઓછા ત્રણ શૂન્ય એક ઓછા બે બાય ત્રણ પાંચ બાય ત્રણ શૂન્ય ઓછા સત્તર બાય ત્રણ બાવીસ બાય ત્રણ અને નેવું હવે આ આપેલ છે, ચાલો આપણે આ બીજા સ્તંભના અન્ય ઘટકોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરીએ r એકને r એક ઓછા ત્રણ વડે બે ગુણ્યા r બે દ્વારા બદલવામાં આવે છે અને તે જ રીતે અન્ય એક માટે r ત્રણને r ત્રણ વત્તા ત્રણ દ્વારા બદલવામાં આવે છે.

સત્તર વખત માફ કરશો તે બે બાય ત્રણ આઠ બે બાય ત્રણ હોવું જોઈએ અને અહીં વત્તા સત્તર બાય ત્રણ ગુણ્યા આર બે તો આપણી પાસે એક શૂન્ય શૂન્ય હશે અને અહીં આપણે બે બાય ત્રણ ઓછા બે બાય ત્રણનો ગુણાકાર કરી રહ્યા છીએ તેથી તમારી પાસે શૂન્ય ઓછા fo છે ur બાય ત્રણ વત્તા ચાર બાય નવ અને પછી અહીં આપણે તેને માઈનસ ત્રણ ઓછા દસ બાય ત્રણ વડે વધારી રહ્યા છીએ અને પછી આપણી પાસે એક ઓછા બે બાય ત્રણ પાંચ બાય ત્રણ છે અહીં તે શૂન્ય બાવીસ બાય ત્રણ ઓછા ચોત્રીસ બાય નવ થશે અને આખરે આપણી પાસે ઓગણીસ વત્તા પંચ્યાસી બાય નવ છે અત્યારે આપણે અંતિમ મેટ્રિક્સ લખીએ કે આપણી પાસે જે છે તે અહીં એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય છે આપણી પાસે માઈનસ ચાર બાય ત્રણ વત્તા ચાર બાય નવ છે તેથી પરિણામ આવશે આપણી પાસે જે છે તે માઈનસ આઠ બાય નવ ઓછા બે બાય ત્રણ છે અને તે જ રીતે આપણી પાસે છઠ્ઠી ઓછા ત્રીસ ચાર સાઈઠ છ ઓછા ચોત્રીસ થશે બે ત્રણ બત્રીસ બાય નવ અને તે જ રીતે અન્ય એક માટે માઈનસ 19 બાય 3 5 બાય 3 181 માફ કરશો 171 વત્તા 85

તેથી તમારી પાસે 6 અધિકાર છે 171 વત્તા 85 6 7 વત્તા 8 તે 15 1 થવા જઈ રહ્યું છે

તેથી નવ પર 256 અને છેલ્લે આપણી પાસે આ એક બાકી છે

તેથી ચાલો તેને એકમાં રૂપાંતરિત કરીએ

તેથી આપણે આર ત્રણને બદલીશું નવ બાય બત્રીસ વખત r ત્રણ તમારી પાસે એક શૂન્ય ઓછા આઠ બાય નવ ગુણ્યા આઠ બાય નવ ઓછા ઓગણીસ બાય ત્રણ શૂન્ય એક ઓછા બે બાય ત્રણ પાંચ બાય ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય એક અને પછી આપણી પાસે બત્રીસ પર બે છપ્પન હશે હવે ચાલો આપણે બીજા બે તત્વો બનાવીએ ત્રીજા સ્તંભમાં શૂન્યમાં

તેથી r એક બાય આઠ બાય નવ ગુણ્યા r ત્રણ વત્તા r વન અને તે જ રીતે r બે બાય બે બાય ત્રણ ગુણ્યા r ત્રણ વત્તા r ની જગ્યાએ આપણે અહીં શું સમાપ્ત કરીશું તે માત્ર ઓળખ મેટ્રિક્સ છે પરંતુ જો તમે નોંધ લો બીજી બાજુ આપણી પાસે જે હશે તે માત્ર 3 7 અને 8 છે.

અને

તેથી હવે આપણે અંતિમ લખવાનો પ્રયત્ન કરીએ કે આપણી પાસે શું છે

તેથી x બરાબર 3 y બરાબર 7 અને z બરાબર અને

તેથી અંતિમ અમે જે ઉકેલની અપેક્ષા રાખીએ છીએ તે ત્રણ સાત આઠ છે વાસ્તવમાં આ આપેલ સિસ્ટમનો ઉકેલ છે

તેથી કુદરતી પ્રશ્નને સમીકરણોની સિસ્ટમ આપવામાં આવે છે

તેથી b ની બરાબર સિસ્ટમ અક્ષ આપવામાં આવે છે

તેથી હવે લાગુ કરવા પર રેખીય સમીકરણોની આપેલ સિસ્ટમ બનો પંક્તિ b ને તત્વ દો ary પંક્તિની ક્રિયાઓ જે a અને b પર કરવામાં આવે છે તે હવે મને લેટ અ ડેશ દ્વારા સૂચવવા દો અથવા ટિલ્ડ એ a ના ρ ને સૂચવે છે અને b ટિલ્ડ હવે b ના ρ દર્શાવે છે કે મારી પાસે એક નવી સિસ્ટમ છે જે b ટિલ્ડની સમાન ટિલ્ડ x તરીકે ઓળખાય છે

તેથી આ નવી મેળવેલી સિસ્ટમ છે જે આપેલ સિસ્ટમ b ની બરાબર છે અને મારી પાસે નવી સિસ્ટમ છે a \tilde{x} બરાબર b \tilde{x} મારી પાસે એકમાત્ર સંબંધ એ છે કે a \tilde{x} એ ટિલ્ડની સમકક્ષ છે કે તમે ટિલ્ડ મેળવી શકો છો માત્ર પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓ લાગુ કરીને a માંથી અને એ જ રીતે b એ b ટિલ્ડ રાઈટની સમકક્ષ ρ છે જે a છે ટિલ્ડ એ જસ્ટમાંથી b અને b ટિલ્ડ રાઈટ માટે સમાન રીતે પંક્તિની પ્રાથમિક ક્રિયાઓ લાગુ કરીને a માંથી મેળવવામાં આવે છે

તેથી b ડેલ્ટા ab માંથી મેળવવામાં આવે છે ફક્ત પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરીને લાગુ કરીને અહીં માત્ર એક જ વસ્તુ છે કે તમે a પર લાગુ કરો છો તે જ કામગીરીનો સમૂહ b પર પણ લાગુ કરવામાં આવે છે હવે દાવો એ છે કે ax બરાબર b વેલ સિસ્ટમ્સ ax બરાબર b અને \tilde{x} બરાબર ટિલ્ડ પાસે છે ઉકેલોનો સમાન સમૂહ સારી રીતે આ હકીકતને કેવી રીતે સાબિત કરવી તે એક વસ્તુ જે અહીં અવલોકન કરવી પડશે તે આના પુરાવામાં જતા પહેલા નીચે મુજબ છે

તેથી ચાલો કેટલાક સરળ ગુણધર્મોને અવલોકન કરવાનો પ્રયાસ કરીએ કે જો ρ એ પ્રાથમિક છે તો ρ એ પ્રાથમિક છે.

પંક્તિની કામગીરી તે માત્ર એક જ કામગીરી છે પછી i વખતના ρ બરાબરનો ρ e આ ત્રણેય પ્રાથમિક કામગીરીને લાગુ કરીને સરળતાથી અવલોકન કરી શકાય છે, ફક્ત તેને એક પર લાગુ કરો તો ઓછામાં ઓછા ત્રણ બાય ત્રણ માટે તેને સરળતાથી ચકાસી શકાય છે.

મેટ્રિક્સ જો કે સામાન્ય n બાય n મેટ્રિક્સ માટે મુશ્કેલ નથી પરંતુ ત્રણ બાય ત્રણ મેટ્રિક્સ માટે તે સરળ હોવું જોઈએ ફક્ત તેને ત્રણ બાય ત્રણ મેટ્રિક્સ a પર લાગુ કરો અને તે જ રીતે ઓળખ મેટ્રિક્સ પર સમાન પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાને લાગુ કરો અને તેને એક નોટિસ સાથે ગુણાકાર કરો કે આ બંને એક અને સમાન છે અને તેના કારણે કોઈ વ્યક્તિ તરત જ અવલોકન કરી શકે છે તે નીચે મુજબ છે હકીકતમાં નીચેના પરિણામો છે પ્રથમ તે છે કે હું આગળ વધું તે પહેલાં હું કહી દઉં કે પંક્તિ એક પંક્તિ બે સુધી ρ s એ પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓનો મર્યાદિત સમૂહ છે, જમણે મારી પાસે પંક્તિની ક્રિયાઓનો મર્યાદિત સમૂહ છે એક n બાય n મેટ્રિક્સ થવા દો પછી તમે પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓના આ બધા મર્યાદિત સેટને એક પછી એક લાગુ કરો.

અગાઉના એકને કારણે સરળતાથી ઓળખી શકાય છે કે આ ઓળખ મેટ્રિક્સ પર પ્રથમ લાગુ કરાયેલી પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરીના સમાન સેટ જેવું જ હશે અને પછી માત્ર મેટ્રિક્સ a જમણા સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવશે,

તેથી આ માત્ર મેટ્રિક્સ ગુણાકાર છે અને અહીં પ્રથમ તમે ઓળખ મેટ્રિક્સ પર એક પછી એક આ s પંક્તિ પ્રાથમિક ક્રિયાઓ લાગુ કરો છો અને પછી તમે તેની સાથે મેટ્રિક્સ સાથે ગુણાકાર કરી રહ્યાં છો, બીજી વસ્તુ ફરીથી સરળતાથી અવલોકન કરી શકાય છે કે જો તમે સમાન પંક્તિનો સમૂહ લાગુ કરવા જઈ રહ્યા છો મેટ્રિક્સ પર એક પછી એક પ્રાથમિક કામગીરીઓ આ સમાન હશે કારણ કે તમે ઓળખ મેટ્રિક્સ પર દરેક અને દરેક પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરીને સમાન ક્રમમાં લાગુ કરો છો અને અંતે e $we1$ સાથે ગુણાકાર કરો છો.

1 જ્યારે તમે a પર ρ 1 લાગુ કરો છો ત્યારે આ ρ 1 વખતની ઓળખ સમાન હશે

તેથી ઓળખના સમયનો ρ 1 અને હવે જ્યારે તમે ρ 1 પર લાગુ કરેલ પંક્તિ 2 લાગુ કરવા જઈ રહ્યા છો ત્યારે ઓળખના ગુણાકારમાં તમે શું મેળવશો તે ρ 1 છે.

ઓળખ સમય $\rho = 2$ ની ઓળખ સમય $\rho = 1$ પર a જે ઓળખના સમયે $\rho = 1$ સમાન છે તેથી સરળ રીતે ઇન્ડક્શન દ્વારા બાકીની વસ્તુઓને આ બે બાબતોથી યોગ્ય સાબિત કરી શકાય છે હવે એક નાનું અવલોકન અથવા એક નોંધ જે હું અહીં કહીશ કે સમાન સંસ્કરણ n બાય m મેટ્રિક્સ માટે પણ ધરાવે છે તે પણ n બાય m મેટ્રિક્સ માટે પણ ધરાવે છે તે પણ પ્રથમ વસ્તુ કે એકવાર તમે આ હકીકતનું અવલોકન કરી લો તે પછી વ્યક્તિએ બરાબર અવલોકન કરવું પડશે હવે એક વસ્તુ જે તમે સરળતાથી નોંધી શકો છો તે એક સરળ વસ્તુ છે જે ફરીથી તમે નોંધ કરી શકો છો કે જો a અને b કોઈપણ બે હોય તો પંક્તિઓ કોઈપણ પંક્તિ એ પ્રાથમિક પંક્તિ ક્રિયા છે અને જો a અને b કોઈપણ બે મેટ્રિક્સ છે જેનો ગુણાકાર કરી શકાય છે, તો આહ સરળ વસ્તુ જે તમે અવલોકન કરી શકો તે નીચે મુજબ છે કે તે ρ શું છે ab એ ρ બરાબર છે a times b વેલ આ કેવી રીતે અનુસરે છે ફક્ત પાછલા એક ρ નો ઉપયોગ કરો a times b માફ કરશો ab ની પંક્તિ આ ρ ની ઓળખ સમયની પંક્તિ ઓળખ સમયની પંક્તિ સમાન હશે પરંતુ ઓળખની પંક્તિ તે ફરીથી એક મેટ્રિક્સ છે અને આપણે જાણીએ છીએ તે મેટ્રિક્સ ગુણાકાર એ એસોસિએટીવ છે

તેથી યાલો આપણે આ બધી વસ્તુઓનો ઉપયોગ કરીએ ab ના ρ જે ઓળખના સમય ab ના ρ સમાન છે પરંતુ એ હકીકતનો ઉપયોગ કરીએ કે મેટ્રિક્સ ગુણાકાર એ સહયોગી છે અને ρ phi માત્ર એક મેટ્રિક્સ છે

તેથી આ i ગુણ્યા a અને ρ છે પછી તમે આને મેટ્રિક્સ b સાથે ગુણાકાર કરો જે સમાન છે પરંતુ i ગુણ્યા a ના ρ આ માત્ર ρ a ગુણ્યા b છે અને

તેથી જો $\rho = s$ માફ કરશો જો $\rho = s$ $\rho = s$ ઓછા 1 $\rho = 2$ $\rho = 1$ એ પ્રાથમિક હરોળની ક્રિયાઓનો મર્યાદિત સમૂહ છે પછી એ જ નિષ્કર્ષ જે આપણે અગાઉ કહ્યું હતું કે $\rho = s$ કમ્પોઝ્ડ $\rho = s$ માઈનસ વન સાથે બનેલું $\rho = s$ માઈનસ બે પંક્તિ $\rho = one$ સાથે બનેલું જો તે આ પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયા પર કાર્ય કરે છે જો તે ab પર કાર્ય કરે છે તો આ સમાન બનશે $\rho = s$ $\rho = s$ mi સાથે બનેલું છે nus one $\rho = s$ $minus$ two up to $\rho = 2$ $\rho = one$ ફક્ત તેને આ મેટ્રિક્સ પર કાર્ય કરવા દો માત્ર s સાથે ગુણાકાર કર્યા પછી એક વાર આપણી પાસે આ હોય હવે કોઈ સરળતાથી બતાવી શકે છે કે આ બંને પાસે સમાન ઉકેલ હશે તે બતાવવું કેવી રીતે શક્ય છે આટલું કુહાડી b ની બરાબર એ આપેલ સિસ્ટમ છે હવે ધારો કે x એ સિસ્ટમનો સોલ્યુશન છે હકીકતમાં સિસ્ટમની ઉપરની તો કુહાડીનો ρ એ b ના ρ બરાબર છે જ્યાં ρ એ કોઈપણ પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયા છે અમારી પાસે આ છે અને

તેથી એકવાર અમારી પાસે આ હોય પણ તેનો ઉપયોગ કરો પાછલું આ એ કહેવાની સમક્ષ છે કે ρ નું ગુણાંક x બરાબર t ના ρ

તેથી અગાઉના સંકેતમાં આપણે થોડી મિનિટો પહેલા જ ઉપયોગ કર્યો હતો આ b tilde ની બરાબર x ટિલ્ડ જેટલો જ છે જે આપણી પાસે જે હતો તે x છે સિસ્ટમ કુહાડી માટે b ની બરાબર એ પણ સિસ્ટમ માટેનું સોલ્યુશન છે a tilde x બરાબર b tilde હવે એ હકીકતનો ઉપયોગ કરો કે પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓ ઉલટાવી શકાય તેવી છે અને

તેથી આપણી પાસે શું છે કે જો x આ સિસ્ટમ માટેનું સોલ્યુશન હોય તો ટિલ્ડ x b ટિલ્ડની બરાબર પછી x એ a is છે o સિસ્ટમ કુહાડીનો ઉકેલ b ની બરાબર છે

તેથી આપણે જે કર્યું તે માત્ર એક પ્રાથમિક પંક્તિ કામગીરી માટે છે અને હવે આપણે જાણીએ છીએ કે સમાન વસ્તુ પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓના મર્યાદિત ક્રમ માટે પણ ધરાવે છે જ્યારે સંપૂર્ણ રીતે લાગુ કરવામાં આવે છે અને

તેથી સિસ્ટમ કુહાડી b ની બરાબર અને સિસ્ટમ a tilde x બરાબર b tilde પાસે સમાન ઉકેલ છે

તેથી આપણે જે પણ કહ્યું છે આમ b ની બરાબર સિસ્ટમ ax અને b tilde ની બરાબર $tilde$ x માં ઉકેલોનો સમાન સમૂહ છે જો ટિલ્ડ મેળવવામાં આવે તો માફ કરશો જો ટિલ્ડ અને b ટિલ્ડ અનુક્રમે a અને b માંથી મેળવવામાં આવે છે, ફક્ત પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓના મર્યાદિત સેટને લાગુ કરીને, ફક્ત પંક્તિની ક્રિયાઓના મર્યાદિત સેટને લાગુ કરીને, એક નવી સિસ્ટમ મેળવી શકે છે જે b ટિલ્ડની બરાબર છે, અમે હમણાં જ તારણ કાઢ્યું છે કે સિસ્ટમ કુહાડી b ની બરાબર છે અને સિસ્ટમ a tilde x બરાબર b tilde પાસે ઉકેલોનો સમાન સમૂહ છે હવે યાલો વધુ એક સમસ્યા કરીએ બે x ઓછા ત્રણ y બરાબર માઈનસ એકવીસ ત્રણ x વત્તા બે y બરાબર એક આઠ x માઈનસ પાંચ y બરાબર માઈનસ ઓગણત્રીસ કોઈ નોટિસ કરી શકે છે કે આ નિર્ધારિત સિસ્ટમ પર સમીકરણોનો ઓવર નિર્ધારિત સમૂહ છે, આ એક ઓવર નિર્ધારિત છે આપણે તેને ઓવર નિર્ધારિત સિસ્ટમ કેમ કહીએ છીએ કારણ કે આપણી પાસે જે છે તે ફક્ત બે જ છે યલ x અને y પણ આપણી પાસે ત્રણ સમીકરણો છે હવે આપણે સિસ્ટમને ઉકેલવાનો પ્રયાસ કરીએ, યાલો આપણે સૌપ્રથમ ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ લખીએ અથવા તે પહેલા આપણે પ્રથમ મેટ્રિક્સ ફોર્મ 2 ઓછા 3 3 2 આઠ ઓછા પાંચ લખીએ xy પર મૂલ્યાંકન કરવામાં આવે તો માઈનસ વીસ જોઈએ એક એક અને બાદબાકી ચૌદ આ એ સિસ્ટમ છે જે હવે આપણે ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ બે ત્રણ આઠ ઓછા ત્રણ ઓછા બે ઓછા પાંચ લખવાનો પ્રયાસ કરીએ, યાલો તેને મેટ્રિક્સ માઈનસ એકવીસ એક ઓછા 49ના સ્થિરાંક સાથે વધારીએ, આ આપેલ વિસ્તૃત છે મેટ્રિક્સ અથવા આ સિસ્ટમ છે અને અમે સિસ્ટમ આપી છે અમે ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ તરીકે લખી છે પ્રથમ વસ્તુ જે આપણે કરવાનું રહેશે તે એ છે કે અગ્રણી ગુણાંક માટે જુઓ તેથી તે s એ અગ્રણી ગુણાંક છે અને આપણે તેને એકમાં રૂપાંતરિત કરવું પડશે

તેથી યાલો આપણે કરીએ કે r એકને r એક દ્વારા બે ગુણ્યા r વન દ્વારા બદલવામાં આવે તો તમારી પાસે જે હશે તે એક ઓછા ત્રણ બાય બે છે અમે તેને માઈનસ વીસ સાથે વધારી રહ્યા છીએ.

એક બાય બે તો યાલો આપણે બીજી વસ્તુઓ લઈએ કારણ કે તે ત્રણ બે એક આઠ ઓછા પાંચ ઓછા 49 છે

તેથી આગળ જે કરવાનું રહેશે તે એ છે કે પ્રથમ સ્તંભના બાકીના ઘટકોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરો r ત્રણ અથવા r બે દ્વારા બદલો r બે ઓછા ત્રણ ગુણ્યા r એક અને તે જ રીતે r ત્રણને r ત્રણ વખત r ત્રણ ઓછા આઠ વખત r બે r એક ઓછા ત્રણ બાય બે લઈએ યાલો તેને માઈનસ એકવીસ બાય બે સાથે વધારીએ પ્રથમ એક સેકન્ડ એક આપણી પાસે શૂન્ય છે મારી પાસે ફરીથી શૂન્ય છે અહીં આપણે શું કરીશું પાસે 2 ઓછા છે

તેથી વત્તા 9 બાય 2 1 વત્તા આનો 3 ગુણો જે બે વડે ત્રીસઠ છે અને ફરીથી માઈનસ પાંચ આપણે આને આઠ વત્તા ચોવીસ સાથે બે વડે

ગુણાકાર કરી રહ્યા છીએ અને અહીં તમારી પાસે માઈનસ ઓગણત્રીસ વત્તા એકવીસમાં આઠ એક હશે હવે આપણે પ્રયત્ન કરીએ આખરી એક લખવા માટે

તેથી અંતે આપણે અહીં તબક્કામાં જે મેટ્રિક્સ મેળવીએ છીએ તે છે એક શૂન્ય શૂન્ય ઓછા ત્રણ બાય બે તેર બાય બે ચૌદ બાય બે ઓગમેન્ટેડ એકવીસ એક બાય બે સાઠ પાંચ બાય બે એસી એક પચાસ સોરી એક ત્રીસ હા કારણ કે એક બાસઠ બાય બે જે એસી એક એસી એક છે માફ કરશો એસી એક ઓછા ઓગણત્રીસ ઓકે ઓકે એસી એક ઓછા ઓગણત્રીસ જે આપણને અગિયાર ઓછા નવ આપશે જે બાર સાત ઓછા ચાર ત્રણ છે

તેથી આપણી પાસે બત્રીસ ઓકે તે ત્રીસ હશે બે હવે પછીનું જે જોવાનું છે તે આ શબ્દ છે જેને આપણે શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવું પડશે જો તમે રૂપાંતરણ શરૂ કરો તો અમારે તમારા માટે શું કરવું પડશે અને એક આર ટુમાં રૂપાંતરિત કરવું પડશે બે દ્વારા બદલવું જોઈએ તેર ગુણ્યા આર બે એક શૂન્ય શૂન્ય ઓછા ત્રણ બાય બે તમારી પાસે એક હશે

તેથી બાકીની પંક્તિઓ અસ્પૃશ્ય છે તમારી પાસે એકવીસ બાય બે છે જે પાંચ બત્રીસ છે મારે બીજી વસ્તુઓને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવી પડશે

તેથી હું શું કરીશ r વનને ત્રણ વડે બે વખત r બે વત્તા r વનના સ્થાને લેવામાં આવે છે અને તે જ રીતે r ત્રણને બાદબાકી ચૌદ વડે બે ગુણ્યા r બે વત્તા r ત્રણ દ્વારા બદલવામાં આવે છે મારી પાસે એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય શું હશે અને પછી મારે અહીં કામ કરવું પડશે માઈનસ એકવીસ બાય બે જમણા પાંચમાં ત્રણ બાય બે જે પંદર બાય બે ઓછા એકવીસ બાય બે છે અને તે જ રીતે મારી પાસે અહીં પાંચ હશે અને છેલ્લું બત્રીસ ઓછા સિત્તેર બાય બે જે પાંત્રીસ છે હા આ બરાબર પાંત્રીસ હોવું જોઈએ હા તેઓ પાંત્રીસ હોવા જોઈએ હા,

તેથી પહેલાનું આ એક સાઈઠ આઠ હોવું જોઈએ જેથી તમને તે ચોર્યાસી વત્તા ત્રણ મળે

તેથી આ પાંત્રીસ હા થવા જઈ રહ્યું છે

તેથી અમારી પાસે જે અંતિમ પરિણામી મેટ્રિક્સ છે તે આ અંતિમ પરિણામી મેટ્રિક્સ છે એક શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય શૂન્ય અને પછી તમારી પાસે જે હશે તે માઈનસ ત્રણ પાંચ શૂન્ય છે તો ચાલો હવે આપણે સમીકરણોનો અંતિમ સેટ લખીએ s એ હવે સિસ્ટમનો ઉકેલ છે જો તમે આને જોશો તો છેલ્લી પંક્તિ હવે સંપૂર્ણપણે શૂન્ય થઈ જાય છે જો ત્યાં કોઈ સિસ્ટમ હોય તો કોઈ એવી સિસ્ટમ હોય કે જેમાં તમે મેટ્રિક્સને તેના પંક્તિના એચેલોન સ્વરૂપમાં ઘટાડી દો.

પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન ફોર્મ અને જો છેલ્લી પંક્તિ શૂન્ય હોવાનું બહાર આવે છે પરંતુ જો તમે સતત મેટ્રિક્સ પર પંક્તિની પ્રાથમિક ક્રિયાઓનો સમાન સેટ લાગુ કરો છો અને નોંધ લો છો કે છેલ્લી મુદત અથવા ગમે તે હોય ત્યાં શૂન્ય સોર્ટ કરો અને જો તમે મેળવો છો બિન-શૂન્ય શબ્દ પછી કોઈ સરળતાથી નિષ્કર્ષ પર આવી શકે છે કે આવી સિસ્ટમ પાસે કોઈ ઉકેલ નથી અથવા ચાલો રેન્કના સંદર્ભમાં એક નોંધ કરીએ રેખીય સમીકરણોની સિસ્ટમમાં ઉકેલ હોય છે જો આપેલ મેટ્રિક્સનો રેન્ક અથવા ગુણાંક મેટ્રિક્સ a સમાન હોય.

મેટ્રિક્સનો ક્રમ a augmented with b the constant matrix b જો આ બે આ બે મેટ્રિક્સના રેન્ક એકસરખા હોય તો તમે કહો છો કે આવી સિસ્ટમ પાસે સોલ્યુશન છે જો તેઓ પાસે ન હોય તો અમે કહીએ છીએ કે આવી સિસ્ટમ પાસે કોઈ ઉકેલ નથી n ow ચાલો વધુ એક ઉદાહરણ કરીએ બે x ઓછા ત્રણ y વત્તા બે z બરાબર તેર ત્રણ x વત્તા y ઓછા z બરાબર બે ત્રણ x ઓછા ચાર y ઓછા ત્રણ z બરાબર એક આ આપેલ સિસ્ટમ છે હવે પહેલા આપણે લખવાનો પ્રયત્ન કરીએ આ બે ઓછા ત્રણ બે ત્રણ એક ઓછા એક ત્રણ ઓછા ચાર ઓછા ત્રણનું મેટ્રિક્સ ફોર્મ જ્યારે સિસ્ટમ પર લાગુ કરવામાં આવે ત્યારે અજાણ્યા xyz પર લાગુ થાય ત્યારે મને તેર બે અને એક હવે હંમેશની જેમ પહેલા આપો ચાલો આપણે ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ બે ત્રણ ત્રણ લખીએ.

ઓછા ત્રણ એક ઓછા ચાર બે ઓછા એક ઓછા ત્રણ તેર બે સાથે વધેલા ગુણાંક મેટ્રિક્સ જ્યારે આપણે મેટ્રિક્સના સ્થિરાંકને ગુણાંક મેટ્રિક્સ સાથે જોડીએ છીએ ત્યારે આપણે તેને ઓગમેન્ટેડ મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખીએ છીએ આપણે સૌ પ્રથમ બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ શોધીએ છીએ અને ત્યાં કોઈ બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ નથી આ કિસ્સામાં અને

તેથી આપણે જે શોધીએ છીએ તે એ છે કે આપણે ચોથા બિન-શૂન્ય ગુણાંક માટે જોઈએ છીએ પ્રથમ પંક્તિ જે માત્ર બે હશે અમે તેને એક આર વનમાં રૂપાંતરિત કરીએ છીએ તેના સ્થાને r વન વન બાય ટુ ટિમ es r one બાકીની પંક્તિઓ અસ્પૃશ્ય છે બાદબાકી ત્રણ બાય બે એક એક ઓછા એક ઓછા ચાર ઓછા ત્રણ અને પછી અહીં માઈનસ ત્રીજું છે માફ કરશો તેર બાય બે બે એક હવે આપણે પ્રથમ સ્તંભના અન્ય ઘટકોને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે ચાલો કરીએ કે આ r વન બાય r વન વત્તા ત્રણ બાય બે ગુણ્યા r બે અને r ત્રણ બાય r ત્રણ ઓછા અડધા ગણા r બદલશે તો આપણી પાસે શું હશે

તેથી પ્રથમ સ્તંભમાં એક શૂન્ય શૂન્ય બીજી કોલમ હશે ફરી આપણી પાસે હશે શૂન્ય એક શૂન્ય હવે આપણે ત્રીજા એક આર વન આર એકની ગણતરી કરીએ જે એક વત્તા ત્રણ બાય બે છે

તેથી જેનું માઈનસ આઠ બાય માઈનસ આઠ હશે

તેથી આપણી પાસે બાર બાય અગિયાર બીજી પંક્તિ યથાવત રહેશે બાદબાકી આઠ બાય અગિયાર ત્રીજી પંક્તિ આર ત્રણ માઈનસ છ આઠ વત્તા બાદબાકી અડધા ગુણ્યા આઠ બાય અગિયાર

તેથી વત્તા ચાર બાય અગિયાર છેલ્લી કોલમ તેર બાય બે વત્તા ત્રણ બાય બે ગુણ્યા ઓછા પાંત્રીસ બાય અગિયાર સાથે વધાર્યા

તેથી તમારી પાસે અગિયાર બીજી પંક્તિ પર આટલું માઈનસ એક શૂન્ય પાંચ હશે nd એક યથાવત રહે છે ત્રીજો એક ઓછા સાડત્રીસ બાય બે વત્તા પાંત્રીસ બાય બાવીસ

તેથી આ કિસ્સામાં પરિણામી મેટ્રિક્સ એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય એક ઓછા બાર બાય અગિયાર છે

તેથી તમારી પાસે ઓછા એક બાય અગિયાર ઓછા આઠ બાય અગિયાર સેકન્ડ એક ઓછા વીસ ઓછા સાઠ વત્તા ચાર બાય અગિયાર વત્તા ચાર એટલે તમારી પાસે માઈનસ બાસઠ બાય 11 હશે છેલ્લી કોલમમાં તમારી પાસે 13 બાય 11 હશે જે 143 ઓછા 105 હશે તો તમારી પાસે 38 બાય અગિયાર બાય 38 હશે, માફ કરશો, ઓછા ત્રીસ બાય બાવીસ બીજું યથાવત રહે છે તે માત્ર આ એક છેલ્લું છે જે તમારી પાસે હશે તે આઠ સાડત્રીસમાંથી અગિયાર છે જે ચાર શૂન્ય સાત વત્તા આઠ ઓછા ચાર શૂન્ય સાત વત્તા

પાંત્રીસ છે જે તમને ત્રણ બતેર આપશે

તેથી આ છે તમને અગિયાર પર ત્રણ સિતેર આપવા જઈ રહ્યા છીએ

માફ કરશો બાવીસ પર

તેથી અહીં છેલ્લું ઘટક જે માઈનસ બાસઠ બાય અગિયાર છે આપણે તેને એકમાં રૂપાંતરિત કરીશું જેથી r ત્રણની જગ્યાએ અગિયાર ઓછા $e1$ આવે. બાસઠ બાય આર ત્રણમાં પણ તો આપણી પાસે અહીં હશે એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય ઓછા એક બાય અગિયાર ઓછા આઠ બાય અગિયાર એક છેલ્લી કોલમ ત્રીસ આઠ બાય બાવીસ ઓછા પાંત્રીસ બાય અગિયાર અને અહીં તમારી પાસે હશે આઠ આ છે મને આઠ માઈનસ ત્રણ બતેર અને ઓછા 60 પર ઓછા 62 આપવા જઈ રહ્યા છીએ જે મને માત્ર 6 આપશે અને 11 બાય 22 મને અડધો આપશે એટલે મારી પાસે માત્ર 3 હશે.

તો હવે આપણે શું કરવું પડશે આ માઈનસને એક વડે કન્વર્ટ કરવું પડશે.

અગિયાર અને ઓછા આઠ બાય અગિયાર એક માં શૂન્ય માં માફ કરશો તો ચાલો આપણે કરીએ કે હવે r એક ને r એક વત્તા એક વડે અગિયાર ગુણ્યા r ત્રણ અને એ જ રીતે r બે ને r બે વત્તા આઠ બાય અગિયાર ગુણ્યા r ત્રણ વડે બદલીએ ચાલો ગણતરી કરીએ તે પ્રથમ અને બીજી કોલમ તેઓ એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય યથાવત રહે છે અને આ ગણતરીઓના આધારે તે ફરીથી સ્પષ્ટ થાય છે કે છેલ્લી કોલમ ફરીથી શૂન્ય શૂન્ય છે, ચાલો આપણે અંતિમ કોલમની ગણતરી કરીએ જે સંવર્ધિત કોલમ છે જે આપણી પાસે હશે તે છે r .

હવે દ્વારા એક આડત્રીસ બે વત્તા એક બાય અગિયાર ગુણ્યા આર ત્રણ જે ત્રણ બાય અગિયાર છે બીજો એક આર બે

તેથી ઓછા પાંત્રીસ બાય અગિયાર વત્તા આઠ બાય અગિયાર ગુણ્યા આર ત્રણ એટલે જે ચોવીસ બાય અગિયાર છે અને છેલ્લું પદ માત્ર ત્રણ છે

તેથી પરિણામી મેટ્રિક્સ અહીં એક શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય શૂન્ય એક છે

તેથી આડત્રીસ વત્તા પાંત્રીસ વત્તા છે જે મને ચાર ચાળીસ ચાર ચાર બાય બાવીસ આપશે તે મને બે બીજા એક ઓછા પાંત્રીસ વત્તા ચોવીસ આપશે જે માત્ર અગિયાર ઓછા છે અગિયાર એટલે મારી પાસે માત્ર એક હશે અને છેલ્લું માત્ર ત્રણ છે

તેથી ઉકેલ બે ઓછા એક ત્રણ છે આ સાથે જરૂરી ઉકેલ છે આ સાથે ચાલો આ લેક્ચરને હવે પછીના લેક્ચરમાં બંધ કરીએ આપણે રેખીય સમીકરણોની eq સિસ્ટમ ઉકેલવા પરના કેટલાક વધુ ઉદાહરણો જોઈશું.

ખાસ કરીને તે સિસ્ટમો પર કે જેની પાસે કોઈ ઉકેલ નથી અને જેની પાસે અસંખ્ય ઉકેલો છે તે બધાનો આભાર