

வரவேற்கும் மாணவர்களை மெட்ரிக்குகள் பற்றிய விரிவுரைகளின் தொடரின் கடைசி விரிவுரையில் மீண்டும் வருக, நாங்கள் எலிமெண்டரி வரிசை செயல்பாடுகள் என அழைக்கப்படுவதைப் பார்த்தோம், மேலும் வரிசை குறைக்கப்பட்ட எக்கலான் மெட்ரிக்ஸ் என அறியப்படுவதைப் பெற அதை எவ்வாறு பயன்படுத்துவது என்பதைப் பார்த்தோம்.

கடைசி விரிவுரையின் முடிவில் நாம் ஒரு உதாரணத்தைப் பார்த்தோம், இப்போது மேலும் ஒரு உதாரணத்தைச் செய்வோம்,  $0003010004100$  பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் நான்கு இரண்டு பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமான அணி நீங்கள் கவனிக்க வேண்டிய விஷயம் என்னவென்றால், எங்களிடம் பூஜ்ஜிய வரிசை உள்ளது, எனவே அதை கடைசி  $r3$  க்கு தள்ளுவோம்  $r4$  உடன் மாற்றப்பட்டது  $03010004104200000$  முதல் பூஜ்ஜியம் அல்லாத அழைப்பு வரிசையைப் பார்க்கவும், இது முதல் மற்றும் முதல் பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்பு இந்த மூன்றாகும், எனவே நாம் ஒரு  $r$  ஆக மாற்ற முயற்சிப்போம், ஒன்றுக்கு மூன்று முறை  $r$  ஒன்றுக்கு பதிலாக பூஜ்ஜியம் ஒன்று இருக்கும் மூன்று பூஜ்ஜியத்தால் மன்னிக்கவும் பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்யம் ஒன்று மூன்று மற்ற வரிசைகள் மாறாமல் உள்ளது இப்போது வது மாற்றுவோம் அதே நெடுவரிசையில் இருக்கும்  $e$  மற்ற உறுப்பு பூஜ்ஜியமாக  $r$  மூன்றுக்கு பதிலாக  $r$  மூன்று கழித்தல் நான்கு முறை  $r$  ஒரு முதல் வரிசை மாறாமல் இருக்கும் பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்யம் ஒன்று மூன்று இரண்டாவது வரிசை மீண்டும் மாறாமல் பூஜ்ஜியம் பூஜ்யம் நான்கு மூன்றாவது வரிசை மாறாமல் இருக்கும் ஒரு மாற்றம் பூஜ்ஜியம் கழித்தல் நான்கு முறை பூஜ்யம் அது பூஜ்ஜியம் நான்கு கழித்தல் நான்கு முறை ஒன்று மீண்டும் பூஜ்யம் இரண்டு கழித்தல் நான்கு முறை பூஜ்யம் இரண்டு பூஜ்யம் கழித்தல் நான்கு முறை ஒன்றுக்கு மூன்று நீங்கள் கழித்தல் நான்கிலிருந்து மூன்று கடைசி வரிசை மாறாமல் உள்ளது, பின்னர் அடுத்தது இந்த துணை மெட்ரிக்ஸை இந்த பகுதியைப் பார்ப்போம், எனவே முதல் ஒன்று பூஜ்ஜியமற்ற வரிசைகள் மற்றும் பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்பு நான்கு, எனவே அதை ஒன்று  $r$  இரண்டாக மாற்றுவோம், ஒன்றுக்கு நான்கு மடங்கு  $r$  இரண்டு பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்யம் ஒன்றுக்கு மூன்று.

பூஜ்யம் பூஜ்யம் ஒன்று நான்கு பூஜ்யம் பூஜ்யம் இரண்டு கழித்தல் நான்கு மூன்று பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் இப்போது உங்களிடம்  $az$  இரண்டு உள்ளது, எனவே இந்த இரண்டையும் பூஜ்ஜியமாக மாற்ற முயற்சிப்போம்  $r$  மூன்றை  $r$  மூன்று கழித்தல் இரண்டு முறை  $r$  இரண்டு பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்யம் ஒன்று மூலம்  $thr$   $ee$  பூஜ்ஜியம் ஒன்று ஒன்றுக்கு நான்கு பூஜ்யம் பூஜ்யம் இரண்டு கழித்தல் இரண்டு முறை ஒன்று அது மீண்டும் பூஜ்யம்  $r$  மூன்று கழித்தல் நான்கு மூன்று மைனஸ் இரண்டு முறை  $r$  இரண்டு இது அரை பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் எனவே இங்கு வரும் அணி பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று மூன்று பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் ஒன்று நான்கு பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் எனவே இங்கு வரும் அணி பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று மூன்று பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் ஒன்று நான்கு பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் எனவே கழித்தல் நான்கு மூன்று கழித்தல் பாதி இது மைனஸ் பதினொன்றிலிருந்து ஆறு இறுதியாக உங்களிடம் உள்ளது, எனவே இந்த பகுதியை நீங்கள் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும், உங்களிடம் பூஜ்ஜியமற்ற வரிசை உள்ளது பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்பு என்பது இந்த பதினொன்றிலிருந்து ஆறு மைனஸ் பதினொன்றை மாற்றும் ஆறு இதை ஒரு  $r$  மூன்றாக மாற்றும், மைனஸ் ஆறால் பதினொரு முறை  $r$  மூன்று பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்யம் ஒன்று மூன்று பூஜ்யம் பூஜ்யம் ஒன்று ஒன்று நான்கு பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் ஒன்று மீதமுள்ளவை பூஜ்ஜியங்களாக இருக்கும், பின்னர் இப்போது என்னிடம் ஒன்றுக்கு நான்கு உள்ளது இங்கே நான் அவற்றை பூஜ்ஜியங்களாக மாற்ற வேண்டும்  $r$  ஒன்று  $r$  ஒன்று கழித்தல் ஒன்று மூன்று முறை  $r$  மூன்று மற்றும் அதே போல்  $r$  இரண்டு பதிலாக  $r$  இரண்டு கழித்தல் ஒன்று நான்கு முறை  $r$  மூன்று பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்யம் மூன்று விஷயங்கள்  $r$  மாறாத ஒரே விஷயம் என்னவென்றால், ஒன்றுக்கு மூன்று கழித்தல் ஒன்றுக்கு மூன்று மடங்கு ஒன்று அது பூஜ்ஜியம் இதேபோல் அடுத்த ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று ஒன்று நான்கு பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் ஒன்று மன்னிக்கவும் இது பூஜ்ஜியம் இது நான்கில் ஒன்று அல்ல பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்ஜியம் வரிசை அடிப்படை செயல்பாடுகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் பெறப்பட்ட வரிசை குறைக்கப்பட்ட எச்செலான் மெட்ரிக்ஸ் இதுவாகும் உதாரணம் மெட்ரிக்ஸ்  $ab$  1 கழித்தல் 2 3 கழித்தல் 4 இரண்டு ஐந்து இதை அதன்  $rre$  ஆக மாற்ற முயற்சிப்போம், எனவே முதல் வரிசை பூஜ்ஜியமற்றது மற்றும் முதல் உறுப்பு பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்பு ஒன்று எனவே நாம் கவலைப்பட வேண்டாம்,

அதனால் நமக்கு என்ன கிடைக்கும் செய்ய வேண்டியது இந்த மைனஸ் நான்கை பூஜ்ஜியமாக மாற்றுவதால்  $r$  இரண்டை  $r$  இரண்டு கூட்டல் நான்கு முறை  $r$  ஒன்று மாற்றும் எனவே முதல் வரிசை மாறாமல் இருக்கும் 1 கழித்தல் 2 3 இரண்டாவது வரிசை கழித்தல் 4 கூட்டல் 4 முறை  $r$  1 ஆக கழித்தல் 4 கூட்டல் 4 முறை 1 ஆகும் 0 2 கூட்டல் நான்கு முறை மைனஸ் இரண்டு எனவே நீங்கள் இங்கே பெறுவது மைனஸ் ஆகும் ஆறு கடைசி ஒன்று ஐந்து கூட்டல் நான்கு பெருக்கல்

மூன்று அதாவது ஐந்து கூட்டல் பன்னிரண்டு, எனவே நான் பதினேழுடன் முடிப்பேன், இப்போது அடுத்த வரிசையைப் பார்ப்போம், எனவே பூஜ்ஜியம் அல்லாத ஒன்றுக்கு அடுத்ததாக இந்த கழித்தல் ஆறு பதினேழு ஆகும், இது ஒன்றுக்கு இரண்டு அணி ஆகும், எனவே நம்மிடம் இருக்கும் இந்த மைனஸ் சிக்கை ஒன்று ஆர் இரண்டாக மாற்ற மைனஸ் ஒன்றால் ஆறு மடங்கு ஆர் இரண்டால் மாற்றப்படும் இதை பூஜ்ஜியத்தில் செய்வோம்,

அதனால் நான் என்ன செய்வேன், நான்  $r$  ஒன்றை  $r$  இரண்டால் மாற்றுவேன் மன்னிக்கவும்  $r$  ஒன்று கூட்டல் இரண்டு முறை  $r$  இரண்டையும் நான் அடுத்த வருடத்தில் ஒரு பூஜ்ஜியத்தைப் பெறுவேன், எனக்கு இங்கே 0 வேண்டும், எனது  $1 r 1$  வேண்டும் கூட்டல் 2 முறை  $r 2$  அதாவது 3 மைனஸ் 17 ஆல் 3 மற்றும் எனக்கு மைனஸ் பதினேழு ஆறாக இருக்கும்,

அதனால் என்ன மூன்று கழித்தல் பதினேழில் மூன்று அதாவது ஒன்பது மைனஸ் பதினேழில் மூன்று

அதனால் ஒன்பது கழித்தல் பதினேழு உங்களுக்கு எட்டு

அதனால் எட்டு கழித்தல் எட்டு எனவே இது முடிவடையும் ஒரு

பூஜ்ஜியத்தில் இருந்து எட்டு முதல் மூன்று பூஜ்ஜியம் வரை  $e$  மைனஸ் பதினேழு ஆறாக உள்ள அணி இது,  $\rho$  குறைக்கப்பட்ட எச்சலான் மேட்ரிக்ஸ் ஃபைன் உடன் இறுதி  $h$  ஆனது, வரிசை குறைக்கப்பட்ட எப்சிலான் மேட்ரிக்ஸை எவ்வாறு கணக்கிடுவது என்பதைப் பற்றி கூறியதுடன், அதன் பயன்பாடுகளில் சிலவற்றைக் கண்டறிய முயற்சிப்போம் அல்லது அதன் பயன்பாடுகளில் சிலவற்றைப் பார்க்கலாம்.

ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தரவரிசை என்று அறியப்படுவதைக் கண்டறிவதில் எங்களிடம் இருக்கும் முதல் பயன்பாடு ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தரவரிசையை எவ்வாறு வரையறுக்கிறது, எனவே மேட்ரிக்ஸின் தரவரிசை

அதன் வரிசையில் உள்ள பூஜ்ஜியமற்ற வரிசைகளின் எண்ணிக்கையாக

வரையறுக்கப்படுகிறது  $h$  மட்டும் அணி கொடுக்கப்பட்ட அணியை  $h1r$  மேட்ரிக்ஸாகக் குறைக்கிறது நாம் கொடுத்துள்ள வரையறை அர்த்தமுள்ளதாக இருந்தால், அது தனித்துவமாக இல்லாவிட்டால், உங்களுக்கு இரண்டு இருந்தால் என்ன செய்வது, இந்த பிரச்சினைகள் அனைத்தும் உண்மையில் ஏற்படுகின்றன என்பதை நான் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும், எனவே நான் ஒரு குறிப்பை உருவாக்குகிறேன் மற்றும் நான் இதைப் பற்றிய விவரங்களுக்குச் செல்லமாட்டேன், இது ஏன் உண்மை என்று உள்ளூணர்வுடன் தெளிவாக இருக்கும், எனவே ஒரு மேட்ரிக்ஸுடன் தொடர்புடைய வரிசை குறைக்கப்பட்ட எக்கலான் மேட்ரிக்ஸ் தனித்துவமானது என்று குறிப்பிடுகிறேன் அல்லது ஒரு குறிப்பை உருவாக்குகிறேன்.

ஒரு மேட்ரிக்ஸ் கொடுக்கப்பட்டால், இதனுடன் தொடர்புடைய ஒரே ஒரு வரிசை குறைக்கப்பட்ட எப்சிலான் மேட்ரிக்ஸ் மட்டுமே உள்ளது, இது சில நிமிடங்களுக்கு முன்பு நாங்கள் கொடுத்துள்ள செயல்முறையாகும், இது உங்களுக்கு தனித்துவமான வரிசை குறைப்பு அணி அல்லது இந்த அணியுடன் தொடர்புடைய வரிசை குறைக்கப்பட்ட எச்சலான் மேட்ரிக்ஸை வழங்குகிறது

மேட்ரிக்ஸின் தரவரிசையின் வரையறை இப்போது அர்த்தமுள்ளதாக இருக்கிறது

எடுத்துக்காட்டுகள் முதலில் எங்களிடம் இருந்த பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் 4 1 0 3 0 1 0 0 0 0 4 2 0 இது நம்மிடம் இருந்த மேட்ரிக்ஸ் மற்றும் வரிசை குறைக்கப்பட்ட ஆர்ரே ரைட் அதை ஆர்ரே ரைட் என்று அழைக்கும்.

எங்களிடம் உள்ள ரிக்ஸ் மற்றும் அதற்குரிய  $rre$  ஆனது 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 மற்றும் 0 0 0 0 இது நம்மிடம் உள்ள அணி ஆகும், எனவே  $rre$  வரிசையில் உள்ள பூஜ்ஜியமற்ற வரிசைகளின் எண்ணிக்கை எப்சிலன் மேட்ரிக்ஸைக் குறைக்கிறது  $a$  என்பது மூன்று அணிகளின் தரவரிசை  $a$  வெறும் மூன்று, அடுத்த உதாரணத்தைப் பார்ப்போம், இரண்டாவது உதாரணம் நமது அணி இது ஒன்று கழித்தல் இரண்டு மூன்று கழித்தல் நான்கு இரண்டு மற்றும் ஐந்து இது நம்மிடம் இருந்த அணி மற்றும்  $rre$  அல்லது வரிசை இதனுடன் தொடர்புடைய குறைக்கப்பட்ட எப்சிலான் மேட்ரிக்ஸ் ஒன்று பூஜ்ஜியம் மைனஸ் எட்டு மூன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று மற்றும் கழித்தல் பதினேழு ஆறாக இருந்தது.

உதாரணத்திற்கு இரண்டு மூன்று நான்கு ஐந்து இரண்டாக ஒன்றைத் தேர்வு செய்வோம், இது இப்போது நம்மிடம் உள்ள மேட்ரிக்ஸாகும் முதலில் பூஜ்ஜியமற்ற அழைப்பை முதலில் பார்க்கலாம்  $n$  பூஜ்ஜிய நெடுவரிசையில் முதலில் பூஜ்ஜியம் அல்லாத நெடுவரிசை முதல் நெடுவரிசையாகும் மற்றும் அந்த முதல் நெடுவரிசையில் உள்ள முதல் பூஜ்ஜியமற்ற மைய

உறுப்பு

முதல் வரிசையில் தோன்றிய முதல் உறுப்பு ஆகும், மேலும் இது இரண்டாக இப்போது இதை ஒன்றாக ஆக்குவோம், எனவே நாம் போகிறோம்  $r$  ஒன்றின் பாதியை  $r$  இன் பாதியாக இங்கே எழுதுகிறேன்,  $r$  ஒன்று  $r$  இன் பாதியால் மாற்றப்பட்டுள்ளது, உங்களிடம் ஒன்று மூன்று மற்றும் இரண்டு நான்கு ஐந்து இரண்டு ஒன்று உள்ளது, நீங்கள் செய்ய வேண்டிய விஷயம் என்னவென்றால், இந்த நான்கையும் இரண்டையும் மாற்ற வேண்டும்.

பூஜ்ஜியம் எனவே நான்  $r$  இரண்டை  $r$  இரண்டு கூட்டல் கழித்தல் நான்கு முறை  $r$  ஒன்று மற்றும்  $r$  மூன்றை  $r$  மூன்று கூட்டல் கழித்தல் இரண்டு முறை  $r$  ஒன்று நான் ஒன்று மற்றும் மூன்று மூலம் இரண்டு நான் இந்த இரண்டையும் பூஜ்ஜியமாக மாற்ற வேண்டும், எனவே இந்த இரண்டு செயல்பாடுகள் முடிந்துவிட்டன, இப்போது மீதமுள்ள ஐந்து கூட்டல் மைனஸ் நான்கிலிருந்து மூன்றை மூன்றாகக் கணக்கிடுவோம், மைனஸ் நான்கிலிருந்து மூன்றில் இருந்து இரண்டு, அதாவது மைனஸ் ஆறு, ஐந்து மைனஸ் ஆறு அது மைனஸ் ஒன்று அடுத்தது ஒன்று கூட்டல் மைனஸ் இரண்டிலிருந்து மூன்றிலிருந்து இரண்டு

அதனால் கழிப்போம்.

இரண்டாக மூன்றாக இரண்டு, இது நிமிடம் நாங்கள் மூன்று, ஒன்று கழித்தல் மூன்று, அது மைனஸ் இரண்டு ஆகும், எனவே முதல் வரிசையையும் முதல் நெடுவரிசையையும் நீக்கிவிடுகிறேன், நான் முடிப்பது இந்த துணை அணி  $\bar{r}$  பை ஒன் துணை மேட்ரிக்ஸாகும், இது பூஜ்ஜியமல்லாத பூஜ்ஜியமல்லாதது இல்லை பூஜ்ஜிய வரிசை இல்லை மற்றும் உங்களிடம் சக்தி இல்லை, பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்பு முதல் ஒன்றில் தோன்றும், எனவே முதலில் ஒன்று  $r$  இரண்டாக மாற்றப்படுவதை நான் செய்கிறேன்

இரண்டு பூஜ்யம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் கழித்தல் இரண்டு என்னிடம் உள்ளது பிறகு மற்ற இரண்டு உறுப்புகளையும் பூஜ்ஜியமாக மாற்ற வேண்டும்  $r$  இரண்டு வலது எனவே இவை இரண்டும் மாறாமல் இருக்கும், எனக்கு பூஜ்ஜியம் ஒன்று இருக்கும், இது என்னிடமுள்ள எப்சிலான் வடிவம் மற்றும் பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை பூஜ்ஜியமல்லாத வரிசைகள் இந்த  $rre$  வரிசையில் குறைக்கப்பட்ட echelon matrix இரண்டு எனவே கொடுக்கப்பட்ட தரவரிசை matrix  $a$  என்பது இன்னும் ஒரு தேர்வு செய்வோம்  $mple$  நான்காவது உதாரணம் ஒன்று இரண்டு பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்ஜியம் ஒன்று மூன்று இது என்னிடம் இருக்கும் அணி, எனவே உங்களிடம் மூன்று நான்கு அணி உள்ளது, இந்த மேட்ரிக்ஸின் தரத்தை கணக்கிட முயற்சிப்போம், உங்களிடம் பூஜ்ஜிய வரிசை உள்ளது.

பூஜ்ஜியமல்லாத வரிசைக்கு மேலே உள்ள இரண்டாவது வரிசை, அதை கடைசி வரிசைக்கு தள்ளுவோம்,  $r$  3 உடன் மாற்றப்பட்டது,

அதனால் எனக்கு ஒன்று இரண்டு பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் ஒன்று மூன்று பூஜ்யம் பூஜ்யம் பூஜ்ஜியம் பூஜ்யம் பூஜ்யம் அல்லாத முதல் நெடுவரிசை இது  $\bar{r}$  முதல் பூஜ்யம் அல்லாத நெடுவரிசை மற்றும் முதல் பூஜ்ஜியமற்ற உறுப்பு தானே ஒன்று

அதனால் நான் இதைப் பற்றி கவலைப்படவில்லை, இதுவும் ஒன்றாகும்,

அதனால் நான் கவலைப்படவில்லை, அந்த நெடுவரிசையில் உள்ள மற்ற உறுப்புகளும் பூஜ்ஜியமாகும், எனவே நான் செய்வேன் செய்ய வேண்டியது மற்ற விஷயங்களைப் பார்க்க வேண்டும், மீதமுள்ள ஒன்றை நீக்கிவிட்டு, மீதமுள்ள துணை மேட்ரிக்ஸைப் பார்க்கிறேன், இது இரண்டு மூன்று அணிகளாகும், இப்போது முதல் பூஜ்ஜியமற்ற நெடுவரிசை இங்கே தோன்றும், இது ஒன்று மற்றும் பூஜ்ஜியம் மற்றும் நீங்கள் என்றால்.

இதைப் பாருங்கள், இதைப் பூஜ்ஜியம் மற்றும் பூஜ்யம் என்ன?  $t$  இங்கே நடக்கிறது ஒன்று மற்றும் இது ஒன்று பூஜ்ஜியம் இது ஒன்று மற்றும் பூஜ்ஜியம் இது முதல் பூஜ்ஜியமற்ற நெடுவரிசை மற்றும் முதல் உள்ளீடு தானே ஒன்று மற்றும் மற்ற உள்ளீடு அந்த நெடுவரிசையில் உள்ளது அல்லது அந்த நெடுவரிசை அல்லது பூஜ்ஜியத்தில் உள்ள மற்ற உள்ளீடுகள் எனவே முதலில் நீக்குகிறேன் மற்றும் இரண்டாவது முதல் நெடுவரிசை மற்றும் முதல் வரிசை மற்றும் மீதமுள்ள ஒன்று பூஜ்ஜியமாகும், எனவே நான் இறுதியாக மாற்றுவதன் மூலம் ஒரு வரிசை குறைக்கப்பட்ட எச்சலான் மேட்ரிக்ஸுடன் முடிந்தது, எனவே இது கொடுக்கப்பட்ட மேட்ரிக்ஸில் இருந்து பெறப்பட்ட வரிசை குறைக்கப்பட்ட எக்கலான் மேட்ரிக்ஸாகும், இது பூஜ்ஜியமற்ற வரிசைகளின் எண்ணிக்கையாகும் இந்த அணி மற்றும் இந்த  $rre$  என்பது அணியின் ரேங்க் இரண்டாகும், எனவே

ரேங்க் பற்றி சொன்னவுடன் அடுத்த அபிவிருத்தினைப் பார்க்கப் போகிறோம், அதுதான் மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழ்தன்மை என்று அழைக்கப்படுகிறது, எனவே சதுர அணி  $a$  invertible என்று கூறப்படுகிறது.

மீண்டும் ஒரு சதுர அணி அணி  $b$  வரிசைக்கு சமமாக இருந்தால்,  $ab$  க்கு சமமான  $ba$  வரிசைக்கு சமமான அடையாள அணிக்கு சமமாக இருந்தால், நீங்கள்  $a$  உடன்  $b$  அல்லது  $b$  உடன் பெருக்கினால் அது உங்களுக்கு ஐடனைக் கொடுக்க வேண்டும்.

அதே வரிசையின் tity matrix, நீங்கள் அத்தகைய அணி  $b$  ஐப் பெற முடிந்தால், ஒரு அணி  $a$  invertible என்று இப்போது கூறுகிறீர்கள், ஒரு அணி தலைகீழாக உள்ளதா இல்லையா என்பதை எவ்வாறு சரிபார்ப்பது மற்றும் வரிசை அடிப்படை செயல்பாடுகள் என அறியப்படுவதைப் பயன்படுத்தி இதைச் செய்யலாம்.

உண்மையில் இதை எப்படிப் பெறுவது எனவே

, கொடுக்கப்பட்ட மேட்ரிக்ஸில் இருந்து பெறப்பட்ட rre மேட்ரிக்ஸ் rho குறைக்கப்பட்ட echelon matrix என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

மேட்ரிக்ஸ் ஒரு அணி தலைகீழாக உள்ளதா இல்லையா என்பதை எப்படிச் சரிபார்ப்பது , நீங்கள் இறுதியாகப் பெற்ற  $r$  வரிசை வெறும் அடையாளம் என்பதை நீங்கள் அறிந்தவுடன் அதன் rre ஐக் கண்டுபிடிப்பது எப்படி கேள்வி இது ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழ் தனித்துவமானது என்பது ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழ் தனித்துவமானது , உண்மையில் பதில் ஆம் மற்றும் அதை எவ்வாறு நிரூபிப்பது

என்பது ஒரு தலைகீழான அணி என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $b$  மற்றும்  $c$  தலைகீழாக இருக்கட்டும் ses ஐ

சமம்  $ba$  மற்றும்  $ac$  சமம்  $c$  க்கு சமம் எனவே முதல் ஒன்றை ஒன்று என்றும் இரண்டாவதாகவும் அழைக்கிறேன், இப்போது நான் செல்லும் எந்த சதுர அணி  $aa$  முறையையும் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு எளிய விஷயத்தைக் கவனிப்போம் .

அது ஏன் என்றால், அதை நிரூபிப்போம், ஐஜிக்கு சமமாக இருக்கட்டும் , நான் அதை பிஜ் என்று எழுதுகிறேன் , நான் ஜே பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருந்தால், இந்த பிஜ்ஸ்பிஜ்கள் என்னவாக இருக்கும்  $j$  க்கு சமமாக இல்லை இதுவே இப்போது  $a$  மற்றும்  $i$

so  $a$  முறை ஐப் பெருக்குவோம்  $AI_j$  முறைகள்  $b_{ij}$  ஆக போகிறது இது அணி பெருக்கல் கூட்டுத்தொகை  $k$  என்பதன் வரையறையின்படி ஒன்றிலிருந்து  $n$  வரை இயங்கும் எனவே அணி  $a$  என்று வைத்துக்கொள்வோம் ஒரு  $n$  by  $n$  matrix எனவே உங்களிடம்  $k$  இப்போது  $1$  முதல்  $naikbkj$  வரை இயங்குகிறது பூஜ்ஜியமாக இருக்கும், எனவே மற்ற எல்லா  $te$  ஐ விடவும்  $b_{jj}$  மட்டுமே எஞ்சியிருக்கும் rms பூஜ்ஜியமாகப் போகிறது,

அதனால் என்னிடம் இருப்பது  $AI_j b_{jj}$  சரியானது மற்றும்  $b_{jj}$  ஒன்றுதான், எனவே நான்  $AI_j$  உடன் முடிப்பேன் இது ஒரு அணி மட்டுமே , அதே போல் என்னிடம் என்ன இருக்கும், எனவே நான் எழுதுகிறேன், எனவே  $AI$  வெறும்  $a$  நான் அதை  $3$  என மட்டும் குறிப்போம், அதே போல்  $i$  பெருக்கல்  $a$  என்பதும் இதை நான்கு என அழைக்கிறோம், எனவே  $b$  க்கு சமமான  $bb$  ஐ ஆரம்பிக்கிறேன் நான் இது மூன்றில் இருந்து ஆனால்  $i$   $b$  முறை  $ace$  சரியாக இது இரண்டில் இருந்து பின்வருபவை  $ba$  க்கு சமம் முறை  $e$  அணி பெருக்கத்தின் இணைப்பின் மூலம் முதலில் நாம் பயன்படுத்திய சமன்பாடு மூன்று வினாடி ஒன்று சமன்பாடு இரண்டு மற்றும் இறுதியாக நாம் பயன்படுத்தியது அணி பெருக்கத்தின் தொடர்பு ஆனால் சமன்பாட்டிலிருந்து என்னிடம் என்ன இருக்கும் வெறும்  $ii$  முறை  $c$  ஆனால்  $i$  முறை  $cc$  இது  $i$  நேரத்திலிருந்து  $cc$  ஐப் பின்தொடர்கிறது, இது சமன்பாடு நான்கில் இருந்து பின்தொடர்கிறது

,  $c$  க்கு சமம்  $b$  என்று நாம் காட்டியது என்னவென்றால் , ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழ் அது இருந்தால் அது தனித்துவமாக இருக்கும் என்பதை சரிபார்ப்போம் ஒரு  $m$  ஒரே வரிசையின்  $a$  மற்றும்  $b$  ஆகிய இரண்டு சதுர மேட்ரிக்ஸ்களுக்கான தலைகீழ் தாதுப் பண்பு ,  $a$  மற்றும்  $b$  இன் தலைகீழானது  $ab$  இன் தலைகீழ் தன்மையைக் குறிக்கிறது மற்றும்  $ab$  இன் தலைகீழ்  $b$  தலைகீழ் வலது க்கு சமம் எனவே நாங்கள் பெற்ற தனித்துவமான தலைகீழ் நீங்கள் ஒரு முறை ஒரு அணி  $a$  தலைகீழானது என்பதை அறிந்து கொள்ளுங்கள், தலைகீழ் தனித்துவமானது என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள், பின்னர் அந்த தலைகீழ் ஒரு சக்தியைக் கழிப்போம் என்பதைக் குறிப்போம்.

$b$  தலைகீழ் ஒரு தலைகீழ் இப்போது இந்த ஆதாரத்துடன் செல்வோம், ஏதாவது தலைகீழ் என்பதை எவ்வாறு சரிபார்க்கலாம், எனவே  $ab$  இன் தலைகீழ்  $b$  தலைகீழ் ஒரு தலைகீழ் நன்றாக உள்ளது என்பதை சரிபார்ப்போம்  $ab$  முறை  $b$  தலைகீழ் ஒரு தலைகீழ் அடையாளம் மற்றும் அதே போல்  $b$  தலைகீழ்  $a$  தலைகீழ் நேரங்கள்  $ab$  என்பது அடையாளம் மற்றும் தனித்தன்மையின்படி இது  $eb$  க்கு அடையாளமாக இருக்க வேண்டும் மன்னிக்கவும் இது  $abab$  முறைகளுக்கு தலைகீழாக இருக்க வேண்டும்

$b$  தலைகீழ் ஒரு தலைகீழ் இது ஒரு முறை  $bb$  தலைகீழ் முறை தலைகீழ் ஆனால்  $bb$  தலைகீழ்

வெறும் அடையாளம் தான் எனவே இது ஒரு முறை அடையாளம் நேரங்கள் ஒரு தலைகீழ் போன்றது ஆனால் ஒரு முறை அடையாளம் என்பது ஒரு முறை தலைகீழாகும், இது அடையாளமாக இருக்கும் அதே போல்  $b$  தலைகீழ் ஒரு தலைகீழ் முறை  $ab$  இது  $b$  தலைகீழ் ஒரு தலைகீழ்  $a$  முறை  $b$  மற்றும் ஒரு தலைகீழ்  $a$  என்பது அடையாளம் எனவே எனக்கு  $b$  தலைகீழ் முறைகள்  $i$  முறை  $b$  இருக்கும், ஆனால்  $i$  முறை  $b$  என்பது  $b$  தான், எனவே இது  $b$  தலைகீழ்  $b$  ஐப் போன்றது, இது அடையாளமாக இருக்கும், எனவே  $ab$  இன் தலைகீழ் இது  $ab$  முழு தலைகீழ் ஆகும்.

$b$  இன்வெர்ஸால் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தலைகீழ் இப்போது இவை அனைத்தையும் சொல்லிவிட்டு,

அதற்கு முன் வரிசை அடிப்படை செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழ் கணக்கீட்டை இப்போது கணக்கிடுவோம், எனவே நாம் கவனித்ததைக் கணக்கிடுவது எப்படி என்று பார்ப்போம்.

உங்களிடம் ஒரு அணி உள்ளது, அது தலைகீழாக உள்ளது, பின்னர் அந்த அணியுடன் தொடர்புடைய வரிசை குறைக்கப்பட்ட எக்கலான் மேட்ரிக்ஸ் என்பது அடையாள அணி, எனவே சில அவதானிப்புகள் என்ன, எனவே அனைத்து மேட்ரிக்ஸின் தொகுப்பிலும்  $\rho$  ஒரு அடிப்படை வரிசை செயல்பாடு

என்றால் வரிசை  $i$   $\rho$  என்பது ஒரு செயல்பாடாக தலைகீழாக உள்ளது, அது ஒன்று ஒன்று மற்றும் ஒன்று இரண்டு வலது ஆகும், அதாவது நீங்கள் மற்றொரு செயல்பாடு  $g$  ஐப் பெறுவீர்கள், அதாவது  $\rho$  முறை  $g$  என்பது  $g$  மடங்கு  $\rho$  க்கு சமம், இது மேட்ரிக்ஸின் இடைவெளியில் அடையாளத்திற்குச் சமம் உண்மையில் கடைசி தொகுப்பு தொகுப்புகள் மற்றும் செயல்பாடுகள் பற்றிய விரிவுரைகளில், உங்களிடம் ஒரு செயல்பாடு இருந்தால், அத்தகைய செயல்பாடு தலைகீழாக மாற்றப்படலாம் என்பதை நாங்கள் கவனித்தோம்.

முதல் வரிசை அடிப்படை செயல்பாட்டைக் கவனிக்கவும், இது இரண்டு வரிசைகளை மாற்றுவது என்பது தலைகீழான செயல், ஏனெனில் அதன் தலைகீழ் மீண்டும் அதே வரிசைகளின் தொகுப்பை மாற்றுகிறது, கொடுக்கப்பட்ட வரிசையை பெருக்கினால் எட்டாவது வரிசையை ஸ்கேலார் ஆல்பாவால் ஸ்கேலர் லாம்ப்டா அல்லது ஆல்பா என்று சொல்லுங்கள்.

தலைகீழ் இயக்கமானது, நான் எறிந்த ஸ்கேலரைப் பெருக்குகிறது.

வரிசை மற்றும் ஒரு ஸ்கேலர் முறை ஸ்கேலர் லாம்ப்டா முறை  $r$   $ah$   $j$ th வரிசை இப்போது மீண்டும் தலைகீழானது, எனவே  $\rho$  ஒரு வரிசை இரண்டு போன்றவை என்றால்  $\rho$   $m$  என்பது தலைகீழான மேட்ரிக்ஸில் ஒரு மேட்ரிக்ஸில் செய்யப்படும் அடிப்படை செயல்பாடுகள் அல்லது ஒரு தலைகீழ் வரிசை செயல்பாடுகள் அடிப்படை செயல்பாடுகள் invertible matrix  $a$  அடையாள மேட்ரிக்ஸைப் பெறுவதற்குப் பதிலாக, ஒரு invertible matrix இல் தொடங்கும் அடிப்படைச் செயல்பாடுகள் அல்லது  $a$  identity matrix ஐப் பெறுவதற்கு  $a$  invertible matrix, பிறகு என்னிடம்  $\rho$  ஒன்று நன்றாக இயற்றப்பட்டிருந்தால் அதை  $\rho$   $m$   $\rho$   $m$  minus one என்று எழுதுகிறேன்.

$\rho$   $1$ , நீங்கள் எதைப் பெறுகிறீர்களோ, அது அடையாள அணியாகும், எனவே  $\rho$   $m$  ஆனது  $\rho$   $m$  மைனஸ் ஒன்று முதல்  $\rho$  இரண்டு வரை  $\rho$  ஒன்றுடன் இயற்றப்பட்டது, இதை நீங்கள் அடையாளத்தின் மீது பொருத்தி, நீங்கள் பெறுவதை அணியுடன் பெருக்கினால் இது அடையாள அணி ஆகும், எனவே இது அணி  $a$  இன் தலைகீழ்  $\rho$   $m$  ஆனது  $\rho$   $m$  மைனஸ் ஒன்  $\rho$   $1$  ஐ அடையாளத்தின் மீது பயன்படுத்தப்படும் தலைகீழ் என்பதை இது குறிக்கும், எனவே எப்படி ஒரு மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழாகப் பெறுங்கள், அடையாள அணியைப் பெற நீங்கள் பயன்படுத்திய அதே அடிப்படை செயல்பாடுகளின் தொகுப்பைப் பயன்படுத்துங்கள், அடையாள அணியைப் பெறுவதற்கு அதே செயல்பாடுகளின் தொகுப்பைப் பயன்படுத்துங்கள்.

$1$   $1$   $1$   $1$   $2$   $1$   $1$   $2$   $3$  க்கு சமம் இது நம்மிடம் உள்ள மேட்ரிக்ஸ் எனவே இதன் தலைகீழ் நிலையைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிப்போம், எனவே நாம் செய்ய வேண்டியது என்னவென்றால் அணி  $a$  ஐ எழுதுங்கள், இதனுடன் அடையாளத்தையும் எழுதலாம் மேட்ரிக்ஸ் இப்போது இந்த பகுதியை அடையாள அணியாக மாற்ற முயற்சிப்போம், அதே செயல்பாடுகளை அடையாள மேட்ரிக்ஸில் ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்துகிறது, எனவே இந்த பகுதி அடையாள அணியாக மாற்றப்பட்டுள்ளது என்பதை நீங்கள் அறிந்தவுடன் அது தலைகீழானது என்பதை அறிவோம். மறுமுனையில் நீங்கள் பெற்ற ஒன்று அதன் தலைகீழ் மற்றும் இறுதி வரிசை  $h1r$  மேட்ரிக்ஸ் அடையாள அணி இல்லை என்றால், அந்த அணி தலைகீழாக இல்லை என்று முடிவு செய்யலாம்.

$H$  echelon matrix ஐ அதன்  $rre$  ஆகக் குறைக்கப்பட்ட வரிசையாக மாற்றவும், எனவே

உங்களிடம் முதல் பூஜ்ஜியம் அல்லாத வரிசை உள்ளது மற்றும் முதல் பூஜ்ஜியம் அல்லாத உறுப்பு ஒன்று, எனவே கவலைப்பட வேண்டாம் மற்றவற்றைத் தேடுவோம்.

ஒன்று மற்றும் ஒன்று உள்ளது எனவே அவற்றை பூஜ்ஜியங்களாக மாற்றுவோம்  $r$  இரண்டு கழித்தல்  $r$  ஒன்று மற்றும்  $r$  மூன்று கழித்தல்  $r$  ஒன்று முதல் வரிசை மாறாமல் உள்ளது இரண்டாவது வரிசை  $r$  இரண்டு கழித்தல்  $r$  ஒன்று ஒன்று கழித்தல் ஒன்று பூஜ்ஜியம் இரண்டு கழித்தல் ஒன்று இது ஒன்று கழித்தல் ஒன்று பூஜ்ஜியம் மைனஸ் ஒன்று கழித்தல் ஒன்று கழித்தல் ஒன்று ஒரு பூஜ்ஜியம் கழித்தல் பூஜ்ஜியம் மீண்டும்  $r$  மூன்று கழித்தல்  $r$  ஒன்று கழித்தல் ஒன்று இது பூஜ்ஜியம் இரண்டு கழித்தல் ஒன்று இது ஒன்று மூன்று கழித்தல் ஒன்று இது இரண்டு பூஜ்ஜியம் கழித்தல் ஒன்று கழித்தல் ஒன்று பூஜ்ஜியம் கழித்தல் ஒன்று இப்போது இரண்டாவது பூஜ்ஜியம் அல்லாத அடுத்த வரிசையைப் பார்ப்போம், இப்போது இதைப் பார்க்க முயற்சிப்போம் உங்களிடம் பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் உள்ளது, எனவே நாங்கள் என்ன செய்வோம், எனவே இதை ஒன்றாக மாற்ற வேண்டும் ஏற்கனவே ஒன்று எனவே தொந்தரவு செய்ய வேண்டாம் மாற்றலாம் மாற்ற முயற்சி செய்யலாம் இது ஒன்று மற்றும் ஒன்று பூஜ்ஜியமாக  $r$  ஒன்றுக்கு பதிலாக  $r$  ஒன்று கழித்தல்  $r$  இரண்டு  $r$  மூன்றுக்கு பதிலாக  $r$  மூன்று மைனஸ்  $r$  இரண்டு  $r$  ஒன்று கழித்தல்  $r$  இரண்டு ஒன்று கழித்தல் பூஜ்ஜியம், இது ஒன்று மைனஸ் ஒன்று, இது பூஜ்ஜியம் ஒன்று கழித்தல் பூஜ்ஜியம், இது ஒன்று மற்ற பகுதி ஒன்று மைனஸ் மைனஸ் ஒன்று இரண்டு பூஜ்ஜியம் கழித்தல் ஒன்று இது மைனஸ் ஒன்று பூஜ்ஜியம் கழித்தல் பூஜ்ஜியம் இரண்டாவது வரிசை மாறாமல் உள்ளது பூஜ்ஜியம் இரண்டு கழித்தல் பூஜ்ஜியம் இது இரண்டு கழித்தல் ஒன்று கழித்தல் ஒன்று இது பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் கழித்தல் ஒன்று இது மைனஸ் ஒன்று கழித்தல் பூஜ்ஜியம் ஒன்று இறுதியாக உங்களிடம் இரண்டு உள்ளது இந்த இரண்டையும் ஒன்று ஆர் மூன்றாக மாற்றுவோம்  $r$  மூன்றின் பாதி ஒரு பூஜ்ஜியத்தால் மாற்றப்படுகிறது ஒன்று இரண்டு கழித்தல் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று பூஜ்ஜியம் ஒன்று மைனஸ் ஒன்று மன்னிக்கவும் பூஜ்ஜியம் கழித்தல் பாதி பாதி அதனால் உங்களிடம் என்ன இருக்கிறது, இப்போது நாம் இதை பூஜ்ஜியமாக மாற்ற வேண்டும்  $r$  ஒன்று  $r$  ஒன்று கழித்தல்  $r$  ஆல் மாற்றப்படும் மூன்று ஒன்று பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் ஆர் ஒரு மீ inus  $r$  மூன்று இரண்டு கழித்தல் பூஜ்ஜியம், இது இரண்டு கழித்தல் ஒன்று கழித்தல் கழித்தல் பாதி, அதாவது மைனஸ் ஒன்று கூட்டல் பாதி, எனவே உங்களிடம் மைனஸ் பாதி பூஜ்ஜியம் கழித்தல் ஒரு பாதி, உங்களிடம் மீண்டும் மைனஸ் பாதி உள்ளது மற்ற விஷயங்கள் மாறாமல் பூஜ்ஜியம் கழித்தல் பாதி மற்றும் பாதி மாறாமல் உள்ளது.

கொடுக்கப்பட்ட அணி  $a$  இன்  $\rho$   $h$  மட்டும் மேட்ரிக்ஸ்  $\rho$  குறைக்கப்பட்ட echelon matrix ஆகும் அடையாள அணி, எனவே கொடுக்கப்பட்ட அணி தலைகீழானது, அது தலைகீழானது என்று நீங்கள் அறிந்தவுடன் வலது புறத்தில் நீங்கள் பெற்ற அணி இதன் தலைகீழ் ஆகும்.

எனவே இரண்டு கழித்தல் ஒன்றுக்கு சமமான தலைகீழ் ஒன்று இரண்டு கழித்தல் அரை கழித்தல் ஒன்று பூஜ்ஜியம் பூஜ்ஜியம் கழித்தல் பாதி பாதி இத்துடன் அடுத்த விரிவுரையில் இந்த விரிவுரையை நிறுத்துவோம், மேலும் சில பயன்பாடுகள் வரிசை அடிப்படை செயல்பாடுகளை குறிப்பாக சமன்பாடுகளின் அமைப்புகளைத் தீர்ப்பதில் காண்போம் நன்றி