

સ્વાગત વિદ્યાર્થીઓનું સ્વાગત છે મેટ્રિક્સ પરના વ્યાખ્યાનોની શ્રેણીના છેલ્લા લેક્ચરમાં અમે જોયું કે જેને પ્રાથમિક પંક્તિ કામગીરી તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને અમે જોયું કે તેનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે મેળવવા માટે જે પંક્તિ ઘટાડેલા એકેલન મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખાય છે હકીકતમાં છેલ્લામાં છેલ્લા લેક્ચરના અંતે આપણે એક ઉદાહરણ જોયું હવે ચાલો એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ મેટ્રિક્સને 0 0 0 3 0 1 0 0 4 1 0 0 0 0 0 4 1 0 0 શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય ચાર બે શૂન્ય આ તે મેટ્રિક્સ છે જે આપણી પાસે પ્રથમ છે તમારે જે બાબતની નોંધ લેવી પડશે તે એ છે કે આપણી પાસે શૂન્ય પંક્તિ છે

તેથી ચાલો તેને છેલ્લી એક તરફ ધકેલીએ r3 એ r4 સાથે અદલાબદલી થાય છે જે આપણી પાસે હશે તે છે 0 3 0 1 0 0 0 4 1 0 4 2 0 0 0 0 0 આપણે પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલ પંક્તિ માટે આ જુઓ જે પ્રથમ છે અને પ્રથમ બિન- શૂન્ય તત્વ આ ત્રણ છે તેથી ચાલો આપણે એક r માં રૂપાંતરિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ એક r એક દ્વારા ત્રણ ગુણ્યા r એક દ્વારા બદલવામાં આવે છે જે આપણી પાસે શૂન્ય એક હશે.

ત્રણ શૂન્ય દ્વારા માફ કરશો શૂન્ય એક શૂન્ય એક બાય ત્રણ અન્ય પંક્તિઓ યથાવત છે હવે ચાલો થાને કન્વર્ટ કરીએ e અન્ય ઘટક જે તે જ સ્તંભમાં છે જે ચારમાં શૂન્ય r ત્રણ છે તેને r ત્રણ ઓછા ચાર વખત r વડે બદલવામાં આવે છે એક પ્રથમ પંક્તિ યથાવત રહે છે શૂન્ય એક શૂન્ય એક બાય ત્રણ બીજી પંક્તિ ફરીથી યથાવત રહે છે શૂન્ય શૂન્ય ચાર એક ત્રીજી પંક્તિ અમે બનાવી રહ્યા છીએ એક ફેરફાર શૂન્ય ઓછા ચાર ગુણ્યા શૂન્ય જે શૂન્ય ચાર ઓછા ચાર ગુણ્યા એક જે શૂન્ય ફરી બે ઓછા ચાર ગુણ્યા શૂન્ય જે બે શૂન્ય ઓછા ચાર ગુણ્યા એક બાય ત્રણ છે તમારી પાસે માઈનસ ચાર બાય ત્રણ છેલ્લી પંક્તિ યથાવત રહે છે અને પછીની પંક્તિ ચાલો આપણે આ પેટા મેટ્રિક્સ આ ભાગ જોઈએ જેથી પ્રથમ એક બિન શૂન્ય પંક્તિઓ આ છે અને બિન શૂન્ય તત્વ ચાર છે

તેથી ચાલો તેને એક r બે માં રૂપાંતરિત કરીએ એક દ્વારા ચાર ગુણ્યા r બે શૂન્ય એક શૂન્ય એક બાય ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય એક એક બાય ચાર શૂન્ય શૂન્ય બે ઓછા ચાર બાય ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય હવે તમારી પાસે az બે છે તો ચાલો આ બેને શૂન્યમાં રૂપાંતર કરવાનો પ્રયાસ કરીએ

thr ee શૂન્ય શૂન્ય એક એક બાય ચાર શૂન્ય શૂન્ય બે ઓછા બે ગુણ્યા એક જે ફરીથી શૂન્ય છે r ત્રણ ઓછા ચાર બાય ત્રણ ઓછા બે ગુણ્યા r બે જે અડધા શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય છે અને

તેથી અહીં પરિણામી મેટ્રિક્સ શૂન્ય એક શૂન્ય એક બાય ત્રણ શૂન્ય છે શૂન્ય એક બાય ચાર શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય

તેથી ઓછા ચાર બાય ત્રણ ઓછા અડધા જે માઈનસ અગિયાર બાય છ છે અંતે તમારી પાસે છે

તેથી તમારે આ ભાગ ધ્યાનમાં લેવો પડશે કે તમારી પાસે શૂન્ય ન હોય તેવું બળ છે, આ અગિયાર બાય છ ઓછા અગિયાર બાય

રૂપાંતર કરશે છ આને એક આર ત્રણમાં રૂપાંતરિત કરશે બાદબાકી છ બાય અગિયાર ગુણ્યા આર ત્રણ શૂન્ય એક શૂન્ય એક બાય

ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય એક એક બાય ચાર શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક બાકીની વસ્તુઓ શૂન્ય થવા જઈ રહી છે અને હવે મારી પાસે એક બાય ચાર

છે અને એક બાય ત્રણ અહીં મારે તેમને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે r એકને r એક બાદબાકી એક વડે ત્રણ ગુણ્યા r ત્રણ અને એ જ રીતે r બેને r બે બાદબાકી એક વડે ચાર ગુણ્યા r ત્રણ શૂન્ય એક શૂન્ય ત્રણ વસ્તુઓ r .

અપરિવર્તિત રહે છે માત્ર વસ્તુ એ છે કે

તેથી એક બાય ત્રણ ઓછા એક બાય ત્રણ ગુણ્યા એક જે શૂન્ય છે તે જ રીતે આગામી એક શૂન્ય શૂન્ય એક એક બાય ચાર શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક માફ કરશો આ શૂન્ય છે આ એક બાય ચાર નથી તમારી પાસે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય છે

તેથી આ રીતે પંક્તિ પ્રાથમિક ક્રિયાઓ લાગુ કરીને મેળવેલી પંક્તિનું ઘટાડેલું એકેલન મેટ્રિક્સ

નીચેનું મેટ્રિક્સ છે 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 અને છેલ્લી પંક્તિ 0 0 0 0 છે હવે ચાલો એક વધુ કરીએ ઉદાહરણ તરીકે , મેટ્રિક્સ ab

1 ઓછા 2 3 ઓછા 4 બે પાંચ ચાલો આપણે તેને તેના rre માં રૂપાંતરિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી પ્રથમ પંક્તિ શૂન્ય ન હોય અને પ્રથમ તત્વ શૂન્ય ન હોય તે એક છે

તેથી આપણે ચિંતા ન કરીએ કે આપણી પાસે શું હશે.

કરવા માટે આ માઈનસ ચારને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવું છે

તેથી r બેને r બે વત્તા ચાર વખત r વન બદલશે

તેથી પ્રથમ પંક્તિ યથાવત રહેશે 1 ઓછા 2 3 બીજી પંક્તિ બાદબાકી 4 વત્તા 4 ગુણ્યા r 1

તેથી ઓછા 4 વત્તા 4 ગુણ્યા 1 જે છે 0 2 વત્તા ચાર ગુણ્યા ઓછા બે

તેથી તમારી પાસે જે હશે તે માઈનસ છે છ છેલ્લું એક પાંચ વત્તા ચાર ગુણ્યા ત્રણ એટલે કે પાંચ વત્તા બાર એટલે હું સત્તર સાથે સમાપ્ત થઈશ હવે ચાલો આપણે આગળની પંક્તિ જોઈએ તો શૂન્ય સિવાયના એકની બાજુમાં આ ઓછા છ સત્તર છે જે એક બાય બે મેટ્રિક્સ છે

તેથી આપણી પાસે હશે આ માઈનસ સિક્સને એક આર ટુમાં રૂપાંતરિત કરવા માટે

માઈનસ વન બાય છ વખત r બે પ્રથમ પંક્તિ યથાવત રહે છે એક બાદબાકી બે ત્રણ શૂન્ય એક ઓછા સત્તર બાય છ અમારો

આગળનો ઉદ્દેશ અહીં છે આ માઈનસ બે છે જેને આપણે કન્વર્ટ કરવું પડશે આને શૂન્યમાં ફેરવીએ તો ચાલો આ કરીએ તો હું શું

કરીશ હું r એકને r બેથી બદલીશ માફ કરશો r એક વત્તા બે ગુણ્યા r બે મને આવતા વર્ષે એક શૂન્ય હશે મને અહીં 0 જોઈએ છે

અને મારી પાસે મારું 1 r 1 હશે વત્તા 2 ગુણ્યા r 2 જેનો અર્થ થાય છે 3 ઓછા 17 બાય 3 અને મારી પાસે ઓછા સત્તર બાય છ હશે તો ત્રણ ઓછા સત્તર બાય ત્રણ શું છે જે નવ ઓછા સત્તર બાય ત્રણ છે તો નવ ઓછા સત્તર તમારી પાસે આઠ હશે

તેથી ઓછા આઠ એટલે આ સમાપ્ત થશે ઉપર એક શૂન્ય ઓછા આઠ બાય ત્રણ શૂન્ય ચાલુ છ માઈનસ સત્તર બાય છ આ એ મેટ્રિક્સ

છે કે જે અંતિમ h સાથે rho ઘટાડે છે એચેલોન મેટ્રિક્સ ફાઇન કેવી રીતે ગણતરી કરવી તે વિશે જણાવ્યું હતું કે પંક્તિ ઘટાડેલી

એચેલોન મેટ્રિક્સની ગણતરી કેવી રીતે કરવી, ચાલો તેની કેટલીક એપ્લિકેશનો શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ અથવા તેની કેટલીક

એપ્લિકેશનો જોઈએ.

મેટ્રિક્સના રેન્ક તરીકે ઓળખાતી પ્રથમ એપ્લિકેશન એ શોધવાની છે કે કોઈ મેટ્રિક્સના રેન્કને કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરે છે જેથી મેટ્રિક્સનો રેન્ક

તેની પંક્તિમાં શૂન્ય ન હોય તેવી પંક્તિઓની સંખ્યા તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે અને તમે એકલા મેટ્રિક્સમાં ઘટાડો કરો છો એક પંક્તિમાં આપેલ મેટ્રિક્સ $h1r$ મેટ્રિક્સમાં ઘટાડીને બિન-શૂન્ય પંક્તિઓની સંખ્યાને જુઓ છે અને તે મેટ્રિક્સનો ક્રમ છે હવે પ્રશ્ન એ છે કે મેટ્રિક્સને કેટલી પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ શક્ય છે જો તે અનન્ય હોય તો આ રેન્ક બનાવે છે અર્થ તો અમે જે વ્યાખ્યા આપી છે તે અર્થપૂર્ણ છે જો તે અનન્ય ન હોય તો શું કરવું જો તમારી પાસે બે હશે તો મારે કોને ધ્યાનમાં લેવું જોઈએ આ બધી સમસ્યાઓ હકીકતમાં થાય છે

તેથી મને ફક્ત એક નોંધ કરવા દો અને હું આની વિગતોમાં જઈશ નહીં, અલબત્ત આ નોંધ સાહજિક રીતે સ્પષ્ટ થશે કે તે શા માટે સાચું છે,

તેથી ચાલો હું ફક્ત ટિપ્પણી કરું અથવા એક નોંધ કરું કે મેટ્રિક્સ a આપવામાં આવે તો પછી a સાથે સંકળાયેલ પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ અનન્ય છે જેનો અર્થ છે મેટ્રિક્સ a આપવામાં આવે તો તેની સાથે સંકળાયેલ માત્ર એક પંક્તિમાં ઘટાડો થયેલ એપ્સીલોન મેટ્રિક્સ હોય છે તે પ્રક્રિયા છે જે અમે થોડી મિનિટો પહેલા જમણી બાજુએ આપી છે જે તમને અનન્ય પંક્તિ રીડ્યુડ મેટ્રિક્સ આપે છે અથવા આ મેટ્રિક્સ a સાથે સંકળાયેલ પંક્તિ ઘટાડેલ એકેલન મેટ્રિક્સ આપે છે અને આમ મેટ્રિક્સના રેન્કની વ્યાખ્યાનો અર્થ થાય છે હવે ચાલો મેટ્રિક્સના રેન્કની સારી રીતે ગણતરી કરવા આગળ વધીએ, ચાલો આપણે બે બંને ઉદાહરણો જોઈએ જે આપણે પહેલું ઉદાહરણ જોયું જે આપણે થોડી મિનિટો પહેલાં જોયું હતું,

તેથી ચાલો જોઈએ પ્રથમ ઉદાહરણ જે અમારી પાસે હતું તે શૂન્ય શૂન્ય છે $4\ 1\ 0\ 3\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 4\ 2\ 0$ આ તે મેટ્રિક્સ હતું જે અમારી પાસે હતું અને પંક્તિ ઘટાડેલી rre જમણી તેને ફક્ત rre રાઇટ તરીકે બોલાવશે આ સાદડી છે અમારી પાસે જે રિક્સ છે અને આને અનુરૂપ rre છે $0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1$ અને $0\ 0\ 0\ 0$ આ તે મેટ્રિક્સ હતું જે આપણી પાસે છે

તેથી rre પંક્તિમાં શૂન્ય સિવાયની પંક્તિઓની સંખ્યા

ઘટાડીને એપ્સીલોન મેટ્રિક્સ a એ ત્રણ છે

તેથી મેટ્રિક્સનો રેન્ક a માત્ર ત્રણ છે ચાલો આપણે આગળનું ઉદાહરણ જોઈએ કે આપણી પાસે બીજું ઉદાહરણ હતું આપણું મેટ્રિક્સ આ એક ઓછા બે ત્રણ ઓછા ચાર બે અને પાંચ આ મેટ્રિક્સ હતું જે આપણી પાસે હતું અને rre અથવા પંક્તિ આને અનુરૂપ ઘટાડેલું એપ્સીલોન મેટ્રિક્સ એક શૂન્ય ઓછા આઠ બાય ત્રણ શૂન્ય એક અને ઓછા સત્તર બાય છ હતું આ તે rre હતી જે અમારી પાસે હતી

તેથી આ rre માં શૂન્ય સિવાયની પંક્તિઓની સંખ્યા બે છે

તેથી a ની રેન્ક હવે ચાલો વધુ એક કરીએ ઉદાહરણ તરીકે ચાલો આપણે બે ત્રણ ચાર પાંચ બે એક તરીકે પસંદ કરીએ આ તે મેટ્રિક્સ છે જે આપણે હવે રાખ્યું છે ચાલો આપણે તેને તેના આરંભમાં રૂપાંતરિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જો તમે આ મેટ્રિક્સને જુઓ તો ત્યાં કોઈ શૂન્ય પંક્તિઓ નથી

તેથી ચાલો આપણે તેના વિશે ચિંતા ન કરીએ.

પહેલા આપણે નોન ઝીરો કોલ ફર્સ્ટ n જોઈએ શૂન્ય કોલમ પર પ્રથમ બિન શૂન્ય કોલમ એ પ્રથમ કોલમ છે અને તે પ્રથમ કોલમમાં પ્રથમ બિન-શૂન્ય મુખ્ય ઘટક એ પહેલું ઘટક છે જે પ્રથમ પંક્તિમાં જ દેખાય છે અને જે બે છે હવે ચાલો આપણે તેને એક બનાવીએ તેથી આપણે જઈ રહ્યા છીએ r એકને r એકના અડધા દ્વારા બદલો, ચાલો હું તેને અહીં લખું r એકને r એકના અડધાથી બદલવામાં આવે છે તમારી પાસે એક છે ત્રણ બાય બે ચાર પાંચ બે એક પછીનું જે તમારે કરવું પડશે તે આને ચાર અને બેમાં કન્વર્ટ કરવું પડશે શૂન્ય

તેથી મારે r બે બાય r બે વત્તા ઓછા ચાર ગુણ્યા r એક અને r ત્રણ બાય r ત્રણ વત્તા ઓછા બે ગુણ્યા r એક મારી પાસે એક છે અને ત્રણ બાય બે મારે આ બેને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરવા પડશે

તેથી આ બે કામગીરી થઈ ગઈ છે

તેથી હવે આપણે બાકીના પાંચ વત્તા ઓછા ચારમાં ત્રણ બાય બેની ગણતરી કરીએ

તેથી ઓછા ચારમાં ત્રણ બાય બે જે માઇનસ છ છે તો પાંચ ઓછા છ તે બાદબાકી એક પછીનો એક વત્તા ઓછા બેમાંથી ત્રણ બાય બે છે

તેથી ઓછા બે થી ત્રણ બાય બે જે ન્યૂનતમ છે અમે ત્રણ એટલે એક ઓછા ત્રણ જે માઇનસ બે જમણા છે તો ચાલો હું પ્રથમ પંક્તિ અને પ્રથમ કોલમ કાઢી નાખીશ જે હું સમાપ્ત કરીશ તે આ સબ મેટ્રિક્સ ટુ બાય વન સબ મેટ્રિક્સ છે જે પોતે જ બિન શૂન્ય છે બિન શૂન્ય છે ત્યાં કોઈ બિન નથી શૂન્ય પંક્તિ અને ત્યાં ના છે અને તમારી પાસે બળ નથી તે પ્રથમ એકમાં શૂન્ય તત્વ દેખાય છે, તેથી ચાલો હું પહેલા એ બનાવી દઉં કે એક r બે માં r બે બદલાઈ જાય છે માફ કરશો r બે ની જગ્યાએ માઇનસ વન માં r બે એક ત્રણ દ્વારા બે શૂન્ય એક શૂન્ય ઓછા બે મારી પાસે આ છે પછી મારે બીજા બે તત્વોને શૂન્ય બનાવવું પડશે હું r એક વડે r વન વત્તા ઓછા ત્રણને બે વખત r બેમાં બદલીશ અને તે જ રીતે r ત્રણને r ત્રણ વત્તા બે વખત બદલીશ r બે અધિકાર છે તેથી આ બે યથાવત રહેશે અને મારી પાસે શૂન્ય હશે એક જુઓ આ મારી પાસે એપ્સીલોન સ્વરૂપ છે અને આ રેર પંક્તિમાં શૂન્ય સિવાયની પંક્તિઓ બિન શૂન્ય તત્વોની સંખ્યા

ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ બે છે

તેથી આપેલ રેન્ક મેટ્રિક્સ એ ચાલો આપણે વધુ એક પરીક્ષા કરીએ $mp1e$ એ યોથું ઉદાહરણ હોઈ શકે છે એક બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક ત્રણ આ મારી પાસે મેટ્રિક્સ છે

તેથી તમારી પાસે ત્રણ બાય ચાર મેટ્રિક્સ છે ચાલો આપણે આ મેટ્રિક્સના રેન્કની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ અને તમારી પાસે શૂન્ય પંક્તિ છે જે બીજી પંક્તિ છે જે શૂન્ય સિવાયની પંક્તિની ઉપર છે

તેથી ચાલો તેને છેલ્લી એક તરફ ધકેલીએ તો આર થ્રી સાથે અદલાબદલી થાય છે તો મારી પાસે એક બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલમ આ તમે છો પ્રથમ બિન-શૂન્ય સ્તંભ છે અને પ્રથમ બિન-શૂન્ય તત્વ પોતે એક છે તેથી મને આની ચિંતા નથી અને તે પણ એક છે

તેથી મને ચિંતા નથી અને તે સ્તંભમાંના અન્ય ઘટકો પણ શૂન્ય છે

તેથી માત્ર એક જ વસ્તુ જે હું ફરીશ અન્ય વસ્તુઓ જોવાની છે, યાલો હું બાકીનું એક કાઢી નાખું અને મને બાકીના સબ મેટ્રિક્સ જોવા દો જે બે બાય ત્રણ મેટ્રિક્સ છે અને હવે અહીં પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલમ દેખાય છે જે એક અને શૂન્ય છે અને ફરીથી જો તમે આ એક જુઓ અને શૂન્ય આ એક અને શૂન્ય શું શું છે t અહીં થઈ રહ્યું છે એક અને શૂન્ય આ એક આ એક અને શૂન્ય આ પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલમ છે અને પ્રથમ એન્ટ્રી પોતે એક છે અને બીજી એન્ટ્રી તે કોલમમાં છે અથવા તે કોલમ અથવા શૂન્યની અન્ય એન્ટ્રીઓ છે

તેથી યાલો હું પ્રથમને દૂર કરું અને બીજી પ્રથમ કોલમ અને પ્રથમ પંક્તિ અને બાકીની એક માત્ર શૂન્ય છે

તેથી મેં અંતે ફક્ત અદલાબદલી કરીને એક પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ સાથે સમાપ્ત કર્યું છે

તેથી આ આપેલ મેટ્રિક્સમાંથી બિન શૂન્ય પંક્તિઓની સંખ્યા મેળવેલી પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ છે.

આ મેટ્રિક્સમાં અને આ rre બે છે

તેથી મેટ્રિક્સનો રેન્ક હા, પછીની એપ્લિકેશનમાં રેન્ક વિશે કહ્યું

કે જે આપણે જોવા જઈશું તે મેટ્રિક્સની ઇન્વર્ટિબિલિટી તરીકે ઓળખાય છે

તેથી ચોરસ મેટ્રિક્સ a ઇન્વર્ટિબલ કહેવાય છે જો ત્યાં ફરીથી એક ચોરસ મેટ્રિક્સ મેટ્રિક્સ b હોય તો b ના ક્રમના ક્રમ સમાન હોય કે ab બરાબર ba બરાબર ઓળખ મેટ્રિક્સ સાથે જો તમે માત્ર a ને b અથવા b સાથે a સાથે ગુણાકાર કરો તો તે તમને ઓળખ આપશે તે જ ક્રમનું ટાઇટી મેટ્રિક્સ તો પછી જો તમે આવા મેટ્રિક્સ b મેળવી શકો તો તમે કહો છો કે મેટ્રિક્સ એ ઇન્વર્ટિબલ છે હવે મેટ્રિક્સ ઇન્વર્ટિબલ છે કે નહીં તે કેવી રીતે ચકાસવું અને આ પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરી તરીકે ઓળખાય છે તેનો ઉપયોગ કરીને કરી શકાય છે.

તો હકીકતમાં આ કેવી રીતે મેળવવું

તેથી યાલો હું ફક્ત એક પરિણામ જણાવું ધારો કે આપેલ મેટ્રિક્સમાંથી આપેલ ચોરસ મેટ્રિક્સમાંથી મેળવેલ rs ધ rre મેટ્રિક્સ ρ ઘટાડેલ એકેલન મેટ્રિક્સ, મને આ કહેવા દો તો પછી a invertible fn માત્ર જો rre મેટ્રિક્સ r એ ઓળખ છે મેટ્રિક્સ કેવી રીતે તપાસવું કે મેટ્રિક્સ ઇન્વર્ટિબલ છે કે નહીં તે માત્ર એક વાર તેનો rre શોધી કાઢો જ્યારે તમે જાણો છો કે તમે છેલ્લે મેળવેલ r એરે માત્ર ઓળખ છે તો આવા મેટ્રિક્સને ઇન્વર્ટિબલ હોવું જરૂરી છે મેટ્રિક્સ b ને e નું વ્યસ્ત કહેવામાં આવે છે.

પ્રશ્ન એ છે કે આ અનોખા મેટ્રિક્સનું વ્યુત્ક્રમ છે અનન્ય મેટ્રિક્સનું વ્યસ્ત છે હકીકતમાં જવાબ હા છે અને તે કેવી રીતે સાબિત કરવું કે ધારો કે a એ ઇન્વર્ટિબલ મેટ્રિક્સ છે યાલો b અને c ત્યાં ઊલટું હોય ses કે જેથી ab બરાબર i બરાબર ba અને ac બરાબર i બરાબર c તો યાલો હું પહેલાને એક કહીએ અને બીજાને એક કહીએ અને હવે યાલો એક સરળ વસ્તુનું અવલોકન કરીએ જે કોઈપણ ચોરસ મેટ્રિક્સ aa ગણો હું કરવા જઈ રહ્યો છું માત્ર એક બનો તે શા માટે છે તો યાલો આપણે તેને સાબિત કરીએ aij ની બરાબર દો અને હું મને તે લખવા દઈએ i ah મને તેને બિજ તરીકે લખવા દો અને આ બિજસ્વીજ શું છે જે એક થશે જો હું j શૂન્યની બરાબર હોય તો j ની બરાબર નથી આ તમારી પાસે છે

તેથી હવે યાલો a અને i નો ગુણાકાર કરીએ

તેથી એક વખત i aij ગુણ્યા bij થવા જઈ રહ્યો છે

જે મેટ્રિક્સ ગુણાકારના સમીકરણ k ની વ્યાખ્યા દ્વારા એક થી n સુધી યાલે છે તો યાલો ધારીએ કે મેટ્રિક્સ a છે an n બાય n મેટ્રિક્સ

તેથી તમારી પાસે k 1 થી $naikbkj$ સુધી યાલે છે

હવે $bkjs$ આ ઓળખ મેટ્રિક્સની એન્ટ્રીઓ છે અને

તેથી જો k અને j એક અને સમાન હોય તો જ આ એક છે

તેથી જ્યાં સુધી મારું k j બરાબર ન હોય ત્યાં સુધી આ છે શૂન્ય થવા જઈ રહ્યું છે

તેથી એકમાત્ર શબ્દ જે ટકી રહે છે તે છે bjj સારી અન્ય તમામ ટે rms શૂન્ય થવા જઈ રહ્યા છે

તેથી મારી પાસે જે હશે તે માત્ર $aijbjj$

અધિકાર છે અને bjj એક છે

તેથી હું ફક્ત aij સાથે સમાપ્ત કરીશ આ માત્ર મેટ્રિક્સ a છે અને તે જ રીતે મારી પાસે શું હશે

તેથી મને લખવા દો

તેથી ai માત્ર a છે યાલો હું તેને ફક્ત 3 તરીકે ચિહ્નિત કરું તે જ રીતે i ગુણ્યા a પણ a છે આપણે તેને ચાર તરીકે ઓળખીએ છીએ

તેથી યાલો હું bb થી શરૂ કરું બરાબર b ગુણ્યા i આ ત્રણમાંથી છે પણ i b ગુણ્યા ace છે જમણે આ બેમાંથી અનુસરે છે જે ba સમાન છે વખત e મેટ્રિક્સ ગુણાકારની સહયોગીતા દ્વારા પ્રથમ એક જે આપણે ઉપયોગ કર્યો છે તે સમીકરણ ત્રણ સેકન્ડ એક છે જેનો આપણે ઉપયોગ કર્યો છે તે સમીકરણ બે છે અને અંતે આપણે જેનો ઉપયોગ કર્યો છે તે મેટ્રિક્સ ગુણાકારની સહયોગીતા છે પરંતુ સમીકરણ એકમાંથી મારી પાસે શું હશે મારી પાસે ba is હશે માત્ર ii વખત c પરંતુ i વખત cc આ i સમય cc માંથી અનુસરે છે આ સમીકરણ ચારમાંથી અનુસરે છે આમ b બરાબર c જે આપણે બતાવ્યું છે કે મેટ્રિક્સનો વ્યસ્ત જો તે અસ્તિત્વમાં હોય તો તે અનન્ય હશે તો યાલો ચકાસો.

એક મી સમાન ક્રમના કોઈપણ બે ચોરસ મેટ્રિક્સ a અને b માટે વ્યુત્ક્રમ માટે અચસ્ક ગુણધર્મ a અને b ની વ્યુત્ક્રમતા ab ની ઉલટાવી શકાય તેવું સૂચવે છે અને ab ની વ્યુત્ક્રમ એ b વ્યુત્ક્રમ જમણી બાજુએ છે

તેથી અનોખો વ્યસ્ત છે જે અમે મેળવ્યો

તેથી એકવાર તમે જાણો કે મેટ્રિક્સ a એ ઇન્વર્ટિબલ રાઇટ છે તો તમે જાણો છો કે વ્યસ્ત અજોડ છે તો પછી આપણે તે વ્યસ્તને ઘાત બાદ એક વડે દર્શાવીશું એટલે કે આપણી પાસે ab પાવરનો વ્યસ્ત છે માય એબ પાવર માઇનસ 1 રાઇટ છે અને તે આપેલ છે b વ્યુત્ક્રમ એ વ્યસ્ત હવે યાલો આપણે આના પુરાવા સાથે જઈએ કે કઈ વસ્તુ વ્યુત્ક્રમ છે તે કેવી રીતે ચકાસવું જેથી ab નો વ્યસ્ત b

વ્યુત્ક્રમ છે અને યાલો આપણે ખરાઈ કરીએ કે ab ગુણ્યા b inverse a inverse એ ઓળખ છે અને તે જ રીતે b inverse a inverse times ab એ ઓળખ છે અને વિશિષ્ટતા દ્વારા આ eb ની ઓળખ હોવી જોઈએ માફ કરશો આ અબાબ વખત b માટે વ્યુત્ક્રમ હોવું જોઈએ

b વ્યુત્ક્રમ એક વ્યુત્ક્રમ જે ગુણ્યા bb વ્યુત્ક્રમ ગુણ્યા વ્યુત્ક્રમ સમાન છે પરંતુ bb વ્યસ્ત માત્ર એક ઓળખ છે તેથી આ એક વખતની ઓળખ ગુણ્યા વ્યુત્ક્રમ સમાન છે પરંતુ વખતની ઓળખ માત્ર એક ગણો વ્યસ્ત છે જે ઓળખ બનશે તેવી જ રીતે b વ્યુત્ક્રમ એક વ્યસ્ત ગુણ્યા ab જે b વ્યુત્ક્રમ અને વ્યસ્ત ગુણ્યા b સમાન છે અને એક વ્યસ્ત a એ ઓળખ છે તેથી મારી પાસે b નો વ્યસ્ત ગુણો i ગુણ્યા b હશે પણ i ગુણ્યા b એ ફક્ત b છે તેથી આ b વ્યસ્ત b જેટલો જ છે જે ઓળખ બનશે તેથી ab નો વ્યસ્ત એ ab સંપૂર્ણ વ્યસ્ત છે જે છે b વડે આપેલ વ્યુત્ક્રમ એક વ્યસ્ત હવે આ બધું કહ્યા પછી યાલો હવે તે પહેલા પંક્તિ પ્રાથમિક ક્રિયાનો ઉપયોગ કરીને મેટ્રિક્સના વ્યસ્તની ગણતરી કરીએ તો યાલો જોઈએ કે આપણે જે અવલોકન કર્યું છે તે નીચે પ્રમાણે છે કે આપણે ધારો કે જે અવલોકન કર્યું તે શું છે તમારી પાસે એક મેટ્રિક્સ a છે જે ઉલટાવી શકાય તેવું છે તો તે મેટ્રિક્સ a સાથે સંકળાયેલ પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ એ ઓળખ મેટ્રિક્સ છે તેથી ઓછા અવલોકનો શું છે

તેથી જો ρ એ તમામ મેટ્રિક્સના સેટ પર પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયા છે તો પંક્તિ i s ઇન્વર્ટિબલ ફંક્શન તરીકે જે ρ છે તે બંને એક એક અને એક બે રાઇટ છે જેનો અર્થ છે કે તમને બીજું ફંક્શન g મળે છે જેમ કે ρ ટાઇમ્સ g બરાબર g ગણા ρ જે મેટ્રિક્સની જગ્યા પર ઓળખ સમાન છે હકીકતમાં છેલ્લો સેટ સેટ અને ફંક્શન્સ પરના લેક્ચર્સનું અમે અવલોકન કર્યું કે જો તમારી પાસે એક ફંક્શન છે જે એક છે અને તેના પર તો આવા ફંક્શનને આટલું સરખું ઊંધુ કરી શકાય છે

તેથી અહીં પણ તે જ થઈ રહ્યું છે કે દરેક પંક્તિની પ્રાથમિક કામગીરી વાસ્તવમાં ઊંધી થઈ શકે છે તેથી જો તમે પ્રથમ પંક્તિની પ્રાથમિક કામગીરીનું અવલોકન કરો જે બે પંક્તિઓનું આહ વિનિમય છે જે એક ઉલટાવી શકાય તેવું ઓપરેશન છે કારણ કે તેની વ્યસ્ત ફરીથી પંક્તિઓના સમાન સમૂહને બદલી રહી છે અને બીજી પંક્તિનો ગુણાકાર આપેલ પંક્તિને આઠમી પંક્તિને સ્કેલર આલ્ફા દ્વારા કહો કે સ્કેલર લેખ્યાડા અથવા આલ્ફા પછી ઊલટું ઓપરેશન એ જ સ્કેલર દ્વારા ગુણાકાર કરે છે જે સ્કેલર એક પર ફેકે છે લેખ્યાડા અથવા આલ્ફા જમણે તે જ રીતે ત્રીજી ઓપરેશનમાં ith પંક્તિને ith દ્વારા બદલવામાં આવે છે પંક્તિ વત્તા સ્કેલર ટાઇમ્સ સ્કેલર લેખ્યાડા ગુણ્યા આર આહ jth પંક્તિ અત્યારે તે ફરીથી ઉલટાવી શકાય તેવું છે તેથી જો ρ એક પંક્તિ બે વગેરે વગેરે ρ m એ ઇન્વર્ટિબલ મેટ્રિક્સ પર મેટ્રિક્સ પર કરવામાં આવતી પ્રાથમિક કામગીરી છે અથવા પ્રાથમિક પંક્તિની ક્રિયાઓ એક પર કરવામાં આવતી પ્રાથમિક કામગીરી છે ઇન્વર્ટિબલ મેટ્રિક્સ એ સાથે શરૂ કરવાને બદલે ઓળખ મેટ્રિક્સ મેળવવા માટે જો ધારો કે ઓળખ મેટ્રિક્સ મેળવવા માટે ઇન્વર્ટિબલ મેટ્રિક્સ a પર પ્રાથમિક કામગીરી કરવામાં આવે

તો મારી પાસે શું છે ρ one સાથે કમ્પોઝ કરેલ છે હું તેને ρ m ρ m માઈનસ વન તરીકે લખીશ ρ 1 જ્યારે તે તમને જે મળે છે તેના પર કરવામાં આવે છે તે ઓળખ મેટ્રિક્સ છે

તેથી આ રીતે ρ m ρ m માઈનસ વન સાથે ρ ટુ બનેલો છે જ્યારે તમે તેને ઓળખ પર લાગુ કરો છો અને તમે જે મેળવો છો તે મેટ્રિક્સ સાથે ગુણાકાર કરો છો ઓળખ મેટ્રિક્સ છે

તેથી આ સૂચવે છે કે મેટ્રિક્સ a નું વ્યસ્ત ρ m છે અને ઓળખ પર લાગુ ρ m માઈનસ વન ρ 1 એ વ્યસ્ત છે તો કેવી રીતે કરવું મેટ્રિક્સનો વ્યુત્ક્રમ

મેળવો, ઓળખ મેટ્રિક્સ મેળવવા માટે તમે જે પ્રાથમિક ઓપરેશન્સનો એ જ સેટ લાગુ કરો છો તે જ ઓપરેશન્સના સેટને ઓળખ પર લાગુ કરો, જેની સાથે તમે અંત પામશો એનો વ્યસ્ત છે હવે યાલો એક ઉદાહરણ કરીએ.

1 1 1 1 2 1 1 2 3 ની બરાબર આ એ મેટ્રિક્સ છે જે આપણી પાસે છે

તેથી યાલો આપણે આનો વ્યસ્ત શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ તો આપણે શું કરવું પડશે તે મેટ્રિક્સ a લખીશું અને તેની સાથે ઓળખ લખવા દો.

મેટ્રિક્સ હવે યાલો આ ભાગને ઓળખ મેટ્રિક્સમાં એક સાથે અનુરૂપ ભાગને રૂપાંતરિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ અને તે જ કામગીરીને ઓળખ મેટ્રિક્સ પર લાગુ કરીએ જેથી એકવાર તમને ખબર પડે કે આ ભાગ ઓળખ મેટ્રિક્સમાં રૂપાંતરિત થઈ ગયો છે અમે જાણીએ છીએ કે તે ઉલટાવી શકાય તેવું છે અને પછી એક જે તમે બીજા છેડે મેળવ્યું છે તે તેનો વ્યસ્ત છે અને આખરી પંક્તિ $h1r$ મેટ્રિક્સ જે આપણે મેળવ્યું છે જો તે ઓળખ મેટ્રિક્સ ન હોય તો આપણે નિષ્કર્ષ પર આવી શકીએ કે મેટ્રિક્સ ઉલટાવી શકાય તેવું નથી, યાલો આપણે તેને સમજવાનો પ્રયાસ કરીએ.

આને પંક્તિમાં ફેરવો h echelon મેટ્રિક્સને તેના rre માં ઘટાડી દો જેથી તમારી પાસે પ્રથમ બિન-શૂન્ય પંક્તિ પ્રથમ છે અને પ્રથમ બિન-શૂન્ય તત્વ એક છે

તેથી યાલો આપણે પરેશાન ન થઈએ, યાલો આપણે અન્ય મુદ્દાઓ શોધીએ.

એક છે અને એક છે

તેથી યાલો આપણે તેમને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરીએ r બે ઓછા r એક અને r ત્રણ ઓછા r એક પ્રથમ પંક્તિ યથાવત રહે છે બીજી પંક્તિ r બે ઓછા r એક એક ઓછા એક જે શૂન્ય બે ઓછા એક છે જે એક એક ઓછા એક છે જે શૂન્ય શૂન્ય ઓછા એક ઓછા એક એક ઓછા એક એક શૂન્ય ઓછા શૂન્ય શૂન્ય ફરીથી r ત્રણ ઓછા r એક ઓછા એક જે શૂન્ય બે ઓછા એક જે એક ત્રણ ઓછા એક જે બે શૂન્ય ઓછા એક ઓછા એક શૂન્ય ઓછા શૂન્ય શૂન્ય એક ઓછા શૂન્ય જે એક છે હવે યાલો હવે પછીની બિન-શૂન્ય પંક્તિ જોઈએ જે બીજી છે અને હવે યાલો આ જોવાનો પ્રયત્ન કરીએ તમારી પાસે શૂન્ય એક શૂન્ય છે તો આપણે તેના બદલે

શું કરીશું

તેથી આપણે તેને એકમાં રૂપાંતરિત કરવું પડશે.

પહેલેથી જ એક છે

તેથી ચિંતા ન કરીએ ચાલો કન્વર્ટ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ આ એક અને એક શૂન્યમાં r વનને r એક ઓછા r બે r ત્રણથી બદલવામાં આવે છે r ત્રણ ઓછા r બે r એક ઓછા r બે એક ઓછા શૂન્ય જે એક એક ઓછા એક છે જે શૂન્ય એક ઓછા શૂન્ય છે જે એક છે બીજો ભાગ એક બાદબાકી બાદબાકી એક જે બે શૂન્ય ઓછા એક જે બાદબાકી એક શૂન્ય ઓછા શૂન્ય જે શૂન્ય બીજી પંક્તિ યથાવત રહે છે શૂન્ય એક શૂન્ય ઓછા એક એક શૂન્ય ત્રીજો એક આર ત્રણ ઓછા આર બે શૂન્ય ઓછા શૂન્ય જે શૂન્ય એક ઓછા એક છે શૂન્ય બે ઓછા શૂન્ય છે જે બે ઓછા એક ઓછા ઓછા એક છે જે શૂન્ય શૂન્ય ઓછા એક છે જે માઈનસ એક છે એક ઓછા શૂન્ય માત્ર એક છે છેલ્લે તમારી પાસે બે છે ચાલો આ બેને એક આર ત્રણમાં રૂપાંતરિત કરીએ તે આર ત્રણના અડધા એક શૂન્ય દ્વારા બદલવામાં આવે છે એક બે ઓછા એક શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય ઓછા એક એક શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય ઓછા એક એક માફ કરશો શૂન્ય ઓછા અડધા અને અડધા

તેથી તમારી પાસે જે હશે તે હવે આપણે આને શૂન્ય r માં કન્વર્ટ કરવું પડશે એકને r એક ઓછા r દ્વારા બદલવામાં આવશે ત્રણ એક શૂન્ય શૂન્ય આર એક મી inus r ત્રણ બે ઓછા શૂન્ય જે બે ઓછા એક ઓછા ઓછા અડધા છે

તેથી જે માઈનસ એક વત્તા અડધા છે

તેથી તમારી પાસે માઈનસ અડધો શૂન્ય ઓછા અડધા છે તમારી પાસે ફરીથી માઈનસ અડધો છે અન્ય વસ્તુઓ યથાવત રહે છે શૂન્ય ઓછા અડધા અને અડધા આમ આપણે શું મેળવ્યું છે ઓળખ મેટ્રિક્સ છે જે આપેલ મેટ્રિક્સ a_{ij} ρ h એકલું મેટ્રિક્સ ρ ઘટાડેલ એકેલન મેટ્રિક્સ છે અને

તેથી આપેલ મેટ્રિક્સ ઇન્વર્ટિબલ છે અને એકવાર તમે જાણો છો કે તે ઇન્વર્ટિબલ છે તે મેટ્રિક્સ જે તમે જમણી બાજુએ મેળવ્યું છે તે આનો વ્યસ્ત છે આમ બે ઓછા એક બાય બે ઓછા અડધા ઓછા એક એક શૂન્ય શૂન્ય ઓછા અડધા અને અડધા આની સાથે વ્યુત્ક્રમ આ લેક્ચર બંધ કરશે આગામી લેક્ચરમાં આપણે કેટલીક વધુ એપ્લિકેશન પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરીઓ જોઈશું ખાસ કરીને સમીકરણોની સિસ્ટમો ઉકેલવા પર તમારો આભાર