

স্বাগত শিক্ষার্থীদের স্বাগত জানাই ম্যাট্রিক্সের উপর বক্তৃতার সিরিজের শেষ বক্তৃতায় আমরা দেখেছিলাম যে প্রাথমিক সারি অপারেশন হিসাবে পরিচিত এবং আমরা দেখেছি যে এটিকে কীভাবে ব্যবহার করতে হয় তা পেতে যা সারি হ্রাসকৃত ইচেলন ম্যাট্রিক্স নামে পরিচিত বাস্তবে শেষের দিকে শেষ লেকচারের আমরা একটি উদাহরণ দেখেছি এখন আমরা আরও একটি উদাহরণ দেই ম্যাট্রিক্সের সমান  $000301004100$  শূন্য শূন্য শূন্য চার দুই শূন্য এই ম্যাট্রিক্স যা আমাদের কাছে প্রথম জিনিসটি আছে লক্ষ্য করতে হবে যে আমাদের একটি শূন্য সারি রয়েছে

তাই আসুন এটিকে শেষের দিকে ঠেলে দেওয়া যাক  $r_3$   $r_4$  দিয়ে অদলবদল করা হয়েছে আমাদের যা থাকবে তা হল  $03010004104200000$  আমাদের এই চেহারাটি রয়েছে প্রথম নন-জিরো কল রো-এর জন্য যা প্রথমটি এবং প্রথম নন-জিরো এলিমেন্টটি হল এই তিনটি তাই আসুন আমরা এক  $r$ -এ রূপান্তর করার চেষ্টা করি এক দ্বারা তিন গুণ  $r$  এক দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় যা আমাদের কাছে একটি শূন্য এক দ্বারা তিন শূন্য হবে দুঃখিত শূন্য এক শূন্য এক করে তিনটি অন্য সারি অপরিবর্তিত রয়েছে এখন আসুন অন্য উপাদানটিকে রূপান্তর করি যা একই কলামে রয়েছে যা চারটি শূন্য  $r$  তিন  $r$  দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়  $r$  তিন বিয়োগ চার বার  $r$  প্রথম সারি অপরিবর্তিত থাকে শূন্য এক শূন্য এক বাই তিন দ্বিতীয় সারি আবার অপরিবর্তিত শূন্য শূন্য চার এক তৃতীয় সারি আমরা একটি পরিবর্তন করছি শূন্য বিয়োগ চার গুণ শূন্য যা শূন্য চার বিয়োগ চার গুণ এক যা শূন্য আবার দুই বিয়োগ চার গুণ শূন্য যা দুই শূন্য বিয়োগ চার গুণ এক বা তিন আপনার কাছে বিয়োগ চার বাই তিন শেষ সারিটি অপরিবর্তিত থাকে এবং তারপরের পরেরটি আমাদের এই সাব ম্যাট্রিক্সটি এই অংশটি দেখা যাক

তাই প্রথমটি হল নন শূন্য সারি এটি এবং নন-জিরো এলিমেন্টটি হল চারটি

তাই আসুন একে একে  $r$  দুই এ রূপান্তরিত করি এক দ্বারা চার গুণ  $r$  দুই শূন্য এক শূন্য এক দ্বারা তিন শূন্য শূন্য এক বাই চার শূন্য শূন্য দুই বিয়োগ চার বাই তিনটি শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য এখন আপনার এখানে  $az$  দুটি আছে

তাই আসুন এই দুটিকে শূন্য  $r$  তে রূপান্তর করার চেষ্টা করি  $r$  তিন বিয়োগ দুই গুণ  $r$  দুই শূন্য এক শূন্য এক বাই তিন শূন্য শূন্য এক বাই চার শূন্য শূন্য দুই বিয়োগ দুই বার এক যা আবার শূন্য আর তিন বিয়োগ চার বাই থ্রি  $e$  বিয়োগ দুই গুণ  $r$  দুই যা অর্ধ শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য এবং

তাই এখানে ফলাফল ম্যাট্রিক্স শূন্য এক শূন্য এক বাই তিন শূন্য শূন্য এক বাই চার শূন্য শূন্য শূন্য

তাই বিয়োগ চার বাই তিন বিয়োগ অর্ধ যা বিয়োগ এগারো বা ছয় শেষ পর্যন্ত আপনি আছে

তাই আপনাকে এই অংশটি বিবেচনা করতে হবে আপনার কাছে একটি শূন্য বল নয় এমন একটি উপাদান আছে এই এগারো বাই সিক্স বিয়োগ এগারো বাই সিক্স রূপান্তর করবে এক  $r$  থ্রি বিয়োগ ছয় দ্বারা প্রতিস্থাপিত হবে এগার বার  $r$  তিন শূন্য এক শূন্য এক দ্বারা তিন শূন্য শূন্য এক এক দ্বারা চার শূন্য শূন্য শূন্য এক বাকী জিনিস শূন্য হতে চলেছে এবং তারপর এখন আমার কাছে এক দ্বারা চার এবং এক দ্বারা তিন এখানে আমাকে তাদের শূন্য রূপান্তর করতে হবে  $r$  এককে  $r$  এক বিয়োগ এক দ্বারা প্রতিস্থাপিত হবে তিন গুণ  $r$  তিন এবং একইভাবে  $r$  দুইটি  $r$  দুই বিয়োগ এক দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় চার গুণ  $r$  তিন শূন্য এক শূন্য তিনটি জিনিস অপরিবর্তিত থাকে শুধুমাত্র এই যে

তাই এক দ্বারা তিন বিয়োগ এক দ্বারা তিন গুণ এক যা শূন্য একইভাবে পরের একটি শূন্য শূন্য এক এক করে চার শূন্য শূন্য শূন্য এক দুঃখিত এটি শূন্য এটি একটি নয় চারটি আপনার কাছে শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য

তাই এটি এইভাবে সারি প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপ প্রয়োগ করে প্রাপ্ত একটি সারি হ্রাস ইচেলন ম্যাট্রিক্স হল নিম্নলিখিত ম্যাট্রিক্স  $0100000100001$  এবং শেষ সারিটি হল  $0000$  এখন আরও একটি উদাহরণ করা যাক ম্যাট্রিক্স  $ab$   $1$  বিয়োগ  $2$   $3$  বিয়োগ  $4$  দুই পাঁচটি আসুন আমরা এটিকে এর  $rre$  তে রূপান্তর করার চেষ্টা করি যাতে প্রথম সারিটি শূন্য নয় এবং প্রথম উপাদানটি নন-জিরো এলিমেন্টটি একটি

তাই আমরা বিরক্ত না হই

তাই আমাদের যা করতে হবে তা হল এই বিয়োগ ফোরকে শূন্য রূপান্তর করতে হবে

তাই  $r$  দুইকে  $r$  দুই যোগ করে চার গুণ  $r$  ওয়ান দিয়ে প্রতিস্থাপিত হবে যাতে প্রথম সারিটি অপরিবর্তিত থাকে  $1$  বিয়োগ  $2$   $3$  দ্বিতীয় সারি বিয়োগ  $4$  যোগ  $4$  বার  $r$   $1$

তাই বিয়োগ  $4$  যোগ  $4$  গুণ  $1$  যা  $0$   $2$  যোগ চার গুণ বিয়োগ দুই

তাই আপনার এখানে যা থাকবে তা হল বিয়োগ ছয় শেষ এক পাঁচ যোগ চার গুণ তিন যার মানে পাঁচ যোগ বারো

তাই আমি শেষ করব সতেরো এখন আমরা পরের সারিটি দেখি

তাই অ শূন্য এক এর পাশে এই বিয়োগ ছয় সতেরো যা একটি এক বাই দুই ম্যাট্রিক্স

তাই আমরা উই এই বিয়োগ ছয়কে এক  $r$  টুতে রূপান্তর করতে হবে বিয়োগ এক দ্বারা ছয় গুণ  $r$  দুই দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় প্রথম সারি অপরিবর্তিত থাকে এক বিয়োগ দুই তিন শূন্য এক বিয়োগ সতেরো বাই ছয় আমাদের পরবর্তী লক্ষ্য এখানে আমাদের এই বিয়োগ দুই আছে এটিকে শূন্য রূপান্তর করতে

তাই আসুন আমরা এটি করি

তাই আমি কী করব আমি  $r$  এককে  $r$  দুই দ্বারা প্রতিস্থাপন করব দুঃখিত  $r$  এক যোগ দুই গুণ  $r$  দুই আমি পরের বছরে একটি শূন্য হবে আমি এখানে  $0$  চাই এবং আমার  $1$  থাকবে  $r$   $1$  প্লাস  $2$  গুণ  $r$   $2$  যার মানে  $3$  বিয়োগ  $17$  বাই  $3$  এবং আমার থাকবে বিয়োগ সতেরো বাই ছয়

তাই তিন বিয়োগ সতেরো বাই তিন যা নয় বিয়োগ সতেরো বাই তিন

তাই নয় বিয়োগ সতেরো আপনার আট হবে আট বিয়োগ আট তাই এই শেষ হবে এক শূন্য বিয়োগ আট বাই তিন শূন্য এক বিয়োগ সতেরো বাই ছয় এই ম্যাট্রিক্স যা চূড়ান্ত এইচ বরাবর রহা কমিয়েছে ইচেলন ম্যাট্রিক্স জরিমানা কিভাবে কম্পিউটিং করে সারি কমানো এপিসিলন ম্যাট্রিক্সের কিছু জানার চেষ্টা করা যাক। এপ্লিকেশন বা এর কিছু অ্যাপলিকেশনের দিকে তাকান প্রথম ক একটি ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ক হিসাবে পরিচিত কী তা খুঁজে বের করার জন্য আমাদের কাছে যে অ্যাপ্লিকেশনটি থাকবে তা হল একটি ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ককে কীভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায়

তাই একটি ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্কটিকে তার সারিতে শূন্যহীন সারির সংখ্যা হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়  $h$  একা ম্যাট্রিক্স হ্রাস করে একটি সারিতে দেওয়া ম্যাট্রিক্স  $h1r$  ম্যাট্রিক্সে কমিয়ে শূন্য নন সারির সংখ্যা দেখুন এবং এটি ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ক এখন প্রশ্নটি একটি ম্যাট্রিক্স দেওয়া হয়েছে একটি কতগুলি সারি কমানো ইচেলন ম্যাট্রিক্স সম্ভব যদি এটি অনন্য হয় তবে এই র্যাঙ্কটি বোঝা যায় তারপরে আমরা যে সংজ্ঞা দিয়েছি তা বোঝা যায় যদি এটি অনন্য না হয় তবে কী করবেন যদি আপনার দুটি থাকে তবে আমি কোনটি বিবেচনা করব এই সমস্ত সমস্যাগুলি আসলে ঘটে

তাই আমাকে কেবল একটি নোট করতে দিন এবং আমি যাব না অবশ্যই এই নোটের বিশদটি স্বজ্ঞাতভাবে পরিষ্কার হবে কেন এটি সত্য তাই আমাকে শুধু মন্তব্য করতে দিন বা একটি নোট করতে দিন যে একটি ম্যাট্রিক্স  $a$  দেওয়া হলে  $a$  এর সাথে যুক্ত সারি হ্রাসকৃত ইচেলন ম্যাট্রিক্সটি অনন্য যার মানে একটি ম্যাট্রিক্স দেওয়া হয়  $a$  সেখানে শুধুমাত্র এক সারি  $\epsilon$  ম্যাট্রিক্স হ্রাস এর সাথে যুক্ত হল সেই

পদ্ধতি যা আমরা ঠিক কয়েক মিনিট আগে দিয়েছি যা আপনাকে দেয় অনন্য সারি রিডুড ম্যাট্রিক্স বা এই ম্যাট্রিক্স  $a$  এর সাথে যুক্ত সারি কমানো ইচেলন ম্যাট্রিক্স এবং এইভাবে ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ক সংজ্ঞাটি বোঝা যায় এখন আসুন ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ক গণনা করতে এগিয়ে চলুন, আসুন আমরা দুটি উদাহরণ দেখি যে আমরা প্রথম উদাহরণটি দেখেছিলাম যা আমরা মাত্র কয়েক মিনিট আগে দেখেছিলাম তাই আসুন আমরা শুধু উদাহরণগুলি দেখি যা আমাদের ছিল শূন্য শূন্য  $4 \ 1 \ 0 \ 3 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 4 \ 2 \ 0$  এটি ছিল ম্যাট্রিক্স যা আমাদের ছিল এবং সারিটি হ্রাস করা  $rre$  ডান শুধু এটিকে  $rre$  ডান হিসাবে বলবে এটি আমাদের কাছে থাকা ম্যাট্রিক্স এবং এর সাথে সম্পর্কিত  $rre$  হল  $0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$  এবং  $0 \ 0 \ 0 \ 0$  এই ছিল ম্যাট্রিক্স যা আমাদের আছে তাই  $rre$  সারিতে অ শূন্য সারির সংখ্যা হ্রাস করা  $a$  এর এপিসিলন ম্যাট্রিক্স তিনটি তাই ম্যাট্রিক্স  $a$  এর র্যাঙ্কটি মাত্র তিনটি দেখা যাক পরবর্তী উদাহরণে যে আমাদের দ্বিতীয় উদাহরণ ছিল আমাদের ম্যাট্রিক্স ছিল এই এক বিয়োগ দুই তিন বিয়োগ চার টি  $w_0$  এবং ফাইভ এই ছিল ম্যাট্রিক্স যা আমাদের ছিল এবং  $rre$  বা সারি কমানো এপিসিলন ম্যাট্রিক্স এর সাথে মিল ছিল এক শূন্য বিয়োগ আট বাই তিন শূন্য এক এবং বিয়োগ সতেরো বাই ছয় এই ছিল  $rre$  যে আমাদের ছিল তাই শূন্য নন সারির সংখ্যা এই  $rre$  তে দুটি তাই  $a$  এর র্যাঙ্ক এখন আমরা আরও একটি উদাহরণ করি আসুন আমরা একটি বেছে নিই দুই তিন চার পাঁচ দুই এক এই ম্যাট্রিক্সটি আমরা এখন এটিকে এর ররে রূপান্তর করার চেষ্টা করি যদি আপনি দেখেন এই ম্যাট্রিক্সে দেখুন কোন শূন্য সারি নেই তাই আসুন আমরা এটি নিয়ে মাথা ঘামাই না প্রথমে নন-জিরো কল প্রথম নন-জিরো কলাম প্রথম নন-জিরো কলাম হল প্রথম কলাম এবং সেই প্রথম কলামের প্রথম নন-জিরো কোর উপাদানটি হল প্রথম উপাদানটি যা প্রথম সারিতে উপস্থিত হয়েছিল এবং যেটি দুটি এখন এটিকে একটিতে পরিণত করা যাক তাই আমরা  $r$  এককে  $r$ -এর অর্ধেক দিয়ে প্রতিস্থাপন করতে যাচ্ছি আমাদের এখানে লিখতে দিন  $r$  একটি আপনার কাছে  $r$ -এর অর্ধেক দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়েছে এক তিন বাই দুই চার পাঁচ দুই এক পরের কাজটি আপনাকে করতে হবে তা হল  $ha$  হবে  $ve$  এই চার এবং দুইকে শূন্যে রূপান্তর করতে হবে তাই আমাদের  $r$  দুই দ্বারা  $r$  দুই যোগ বিয়োগ চার গুণ  $r$  এক এবং  $r$  তিন দ্বারা  $r$  তিন যোগ বিয়োগ দুই গুণ  $r$  এক আমার আছে এক এবং তিন দ্বারা দুই আমাদের রূপান্তর করতে হবে এই দুটি শূন্যে ডান তাই এই দুটি অপারেশন করা হয়েছে তাই এখন বাকি পাঁচ যোগ বিয়োগ চার থেকে তিন বাই দুই তাই বিয়োগ চার থেকে তিন বাই দুই যা বিয়োগ ছয় তাই পাঁচ বিয়োগ ছয় এটি বিয়োগ এক পরের এক যোগ বিয়োগ দুই তে তিন বাই দুই তাই বিয়োগ দুই তে তিন বাই দুই যা বিয়োগ তিন তাই এক বিয়োগ তিন যা বিয়োগ দুই ডান তাই আমাদের প্রথম সারি এবং প্রথম কলামটি মুছে দিন যা আমি শেষ করব এই সাব ম্যাট্রিক্স দুই দ্বারা একটি সাব ম্যাট্রিক্স যা নিজেই একটি অ শূন্য অ শূন্য সেখানে কোন অ শূন্য সারি নেই এবং নেই এবং নেই এবং আপনার কাছে বল নেই নন শূন্য উপাদানটি প্রথমটিতে উপস্থিত হয় তাই আমি প্রথমে এটিকে এক  $r$  টুতে  $r$  দ্বারা প্রতিস্থাপিত করি দুই দুঃখিত  $r$  দুই বিয়োগ এক দ্বারা  $r$  দুই এক তিন দ্বারা দুই শূন্য এক শূন্য মিনিট দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় আমাদের দুই আমার কাছে এটি আছে তারপর আমাদের অন্য দুটি উপাদানকে শূন্যে পরিণত করতে হবে  $i$   $r$  এক দিয়ে  $r$  এক যোগ বিয়োগ তিন দ্বারা দুই বার  $r$  টুতে প্রতিস্থাপিত হবে এবং একইভাবে  $r$  তিনটি  $r$  তিন যোগ দুই গুণ  $r$  দুই দ্বারা প্রতিস্থাপিত হবে তাই এই দুটি অপরিবর্তিত থাকবে এবং আমার কাছে শূন্য থাকবে একটি দেখুন এটি আমার কাছে থাকা এপিসিলন ফর্মটি এবং এই  $rre$  সারিতে অ শূন্য উপাদানের সংখ্যা শূন্য সারি হ্রাস করা একেলন ম্যাট্রিক্স দুটি তাই প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ক  $a$  দেওয়া হয়েছে আমাদের আরও একটি উদাহরণ হতে পারে চতুর্থ উদাহরণ এক দুই শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য এক তিন এই ম্যাট্রিক্স যা আমার কাছে আছে তাই আপনার কাছে তিন বাই চার ম্যাট্রিক্স আছে আসুন আমরা এই ম্যাট্রিক্সের র্যাঙ্ক গণনা করার চেষ্টা করি একটি শূন্য সারি যা দ্বিতীয় সারি যা একটি অ শূন্য সারির উপরে, তাই আসুন এটিকে শেষের দিকে ঠেলে  $r$  তিন দিয়ে অদলবদল করা হয় তাহলে আমার কাছে কী হবে এক দুই শূন্য শূন্য শূন্য এক তিন শূন্য শূন্য শূন্য শূন্য প্রথম অ-শূন্য কলাম হল এটি আপনার প্রথম অ-শূন্য কলাম এবং প্রথম অ-শূন্য উপাদান  $i$  এটি নিজেই একটি তাই আমি এটি নিয়ে বিরক্ত নই এবং এটিও একটি তাই আমি বিরক্ত নই এবং সেই কলামের অন্যান্য উপাদানগুলিও শূন্য তাই কেবলমাত্র আমাদের যা করতে হবে তা হল অন্য জিনিসগুলি দেখতে দিন বাকিগুলি মুছে ফেলুন একটি এবং আমি বাকি সাব ম্যাট্রিক্সটি দেখি যা একটি দুই বাই তিন ম্যাট্রিক্স এবং এখন এখানে প্রথম নন-জিরো কলাম দেখা যাচ্ছে যা এক এবং শূন্য এবং আবার যদি আপনি এই এক এবং শূন্য এই এক এবং শূন্য দেখেন তবে কী? এখানে ঘটছে এক এবং শূন্য এই এক এবং শূন্য এটি প্রথম নন-জিরো কলাম এবং প্রথম এন্ট্রিটি নিজেই একটি এবং অন্য এন্ট্রিটি সেই কলামে বা সেই কলামের অন্যান্য এন্ট্রি বা শূন্য তাই আমাদের প্রথম এবং দ্বিতীয়টি সরাতে দিন প্রথম কলাম এবং প্রথম সারি এবং বাকিটি কেবল শূন্য তাই আমি অবশেষে শুধু অদলবদল করে শেষ করেছি একটি সারি হ্রাস করা ইচেলন ম্যাট্রিক্স দিয়ে তাই এটি প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স থেকে প্রাপ্ত সারি হ্রাস ইকেলন ম্যাট্রিক্স এতে শূন্য নন সারির সংখ্যা ম্যাট্রিক্স এবং এই  $rre$  দুটি তাই  $m$  এর র্যাঙ্ক অ্যাট্রিক্স হ্যাঁ র্যাঙ্ক সম্পর্কে বলেছে পরবর্তী পরবর্তী অ্যাপ্লিকেশন যা আমরা দেখতে যাচ্ছি যা ম্যাট্রিক্সের ইনভার্টিবিলিটি হিসাবে পরিচিত তাই একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স  $a$ কে ইনভার্টেবল বলা হয় যদি আবার ক্রম সহ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স ম্যাট্রিক্স  $b$  থাকে  $a$  এর ক্রম এর  $b$  এর সমান যে  $ab$  এর সমান  $ba$  এর সমান আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স ঠিক যদি আপনি  $a$  এর সাথে  $b$  বা  $b$  এর সাথে  $a$  গুন করেন তবে এটি আপনাকে একই ক্রমটির আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স দেবে তাহলে আপনি যদি এই ধরনের একটি ম্যাট্রিক্স  $b$  পেতে পারেন তারপর আপনি বলছেন যে ম্যাট্রিক্স  $a$  ইনভার্টেবল এখন কিভাবে যাচাই করা যায় যে একটি ম্যাট্রিক্স ইনভার্টেবল কি না এবং এটি সারি প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপ হিসাবে পরিচিত যা ব্যবহার করে এটি করা যেতে পারে তাই বাস্তবে এটি কীভাবে পাওয়া যায় তাই আমাদের একটি ফলাফল বলতে দিন  $rs$  the  $rre$  matrix  $\rho$  হ্রাসকৃত একেলন ম্যাট্রিক্স প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স থেকে প্রাপ্ত একটি প্রদত্ত বর্গাকার ম্যাট্রিক্স আমাদের এটি বলতে দিন তাহলে একটি ইনভার্টেবল  $fn$  শুধুমাত্র যদি  $rre$  ম্যাট্রিক্স  $r$  আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স হয়

কিভাবে একটি ম্যাট্রিক্স ইনভার্টেবল কিনা তা খুঁজে বের করতে হবে  $rre$  একবার আপনি জানেন যে  $r$  অ্যারে যে আপনি অবশেষে প্রাপ্ত করেছেন তা হল শুধুমাত্র পরিচয় তাহলে এই ধরনের একটি ম্যাট্রিক্সকে ইনভার্টেবল হতে হবে ম্যাট্রিক্স  $b$  কে বলা হয়  $e$  এর ইনভার্স হিসাবে প্রশ্ন হল এটি একটি ম্যাট্রিক্সের ইনভার্স অনন্য হল একটি ম্যাট্রিক্স অনন্যের ইনভার্স আসলে উত্তর হল হ্যাঁ এবং এটা কিভাবে প্রমাণ করা যায় ধরুন  $a$  হল একটি ইনভার্টেবল ম্যাট্রিক্স ধরা যাক  $b$  এবং  $c$  এর বিপরীতে আছে যাতে  $ab$  এর সমান  $i$  সমান  $ba$  এবং  $ac$  সমান  $i$  সমান  $c$

তাই আমাকে প্রথমটিকে এক হিসাবে কল করতে দিন এবং দ্বিতীয়টি এখন আমরা একটি সাধারণ জিনিস পর্যবেক্ষণ করি যেকোন বর্গাকার ম্যাট্রিক্স  $aa$  বার দেওয়া হলে আমি কেবল একটি হতে যাচ্ছি কেন এটি

তাই আসুন এটি প্রমাণ করা যাক  $a$   $ai$  এর সমান যাক এবং আমি আমাকে এটি লিখতে দিন  $i$   $ah$  আমাকে লিখতে দিন এটি বিজ হিসাবে এবং এই বিজসবিজগুলি কী যা এক হতে চলেছে যদি আমি  $j$  শূন্যের সমান হয় যদি আমি  $j$  এর সমান না হয় তবে এটি আপনার কাছে

তাই এখন  $a$  এবং  $i$ কে গুন করতে দিন আমি  $aij$  গুণগুলি বিজ হতে যাচ্ছি যা ম্যাট্রিক্স গুণের যোগফলের সংজ্ঞা অনুসারে  $k$  এক থেকে  $n$  পর্যন্ত চলছে

তাই আসুন ধরে নিই যে ম্যাট্রিক্স  $a$  একটি  $n$  দ্বারা  $n$  ম্যাট্রিক্স

তাই আপনার আছে  $e$   $k$  1 থেকে  $naikbkj$  এখন  $bkjs$  এগুলি আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্সের এন্ট্রি এবং

তাই এটি শুধুমাত্র যদি  $k$  এবং  $j$  এক এবং একই হয়

তাই যদি না আমার  $k$   $j$  এর সমান হয় তবে এটি শূন্য হতে চলেছে

তাই একমাত্র পদ যে বেঁচে আছে তা হল বিজেজে ভালভাবে অন্য সব পদ শূন্য হয়ে যাবে

তাই আমার কাছে যা থাকবে তা হল ঠিক  $aijbjj$  এবং  $bjj$  হল একটি

তাই আমি শুধু  $aij$  দিয়ে শেষ করব এটি শুধু ম্যাট্রিক্স  $a$  এবং একইভাবে আমার কী থাকবে

তাই আমাকে দিন শুধু লিখুন

তাই  $ai$  হল শুধু একটি আমাকে এটিকে 3 হিসাবে চিহ্নিত করতে দিন একইভাবে  $i$  বার  $a$  হল একটিও আমরা একে চার হিসাবে বলি

তাই আমি  $bb$  দিয়ে শুরু করি বি গুণের সমান  $i$  এটি তিনটি থেকে কিন্তু আমি  $b$  গুণ  $ace$  ঠিক এই দুটি থেকে অনুসরণ করে যা ম্যাট্রিক্স গুণের সহযোগীতা দ্বারা  $ba$  times  $e$  এর মতোই প্রথমটি যা আমরা ব্যবহার করেছি তা হল সমীকরণ তিনটি দ্বিতীয়টি যা আমরা ব্যবহার করেছি তা হল সমীকরণ দুটি এবং অবশেষে আমরা যা ব্যবহার করেছি তা হল ম্যাট্রিক্স গুণের সহযোগীতা কিন্তু সমীকরণ থেকে কী আমার কাছে থাকবে আমার হবে  $ba$  আছে শুধু  $ii$  বার  $g$  কিন্তু  $i$  বার  $cc$  এটি  $i$  টাইম থেকে অনুসরণ করে  $cc$  এটি সমীকরণ চার থেকে অনুসরণ করে এভাবে  $b$  সমান  $c$  এর আমরা যা দেখিয়েছি তা হল একটি ম্যাট্রিক্সের বিপরীত যদি এটি বিদ্যমান থাকে তবে এটি অনন্য হতে চলেছে আসুন আমরা বিপরীতটির জন্য আরও একটি বৈশিষ্ট্য যাচাই করি যেকোন দুটি বর্গ ম্যাট্রিক্স  $a$  এবং  $b$  একই ক্রমে  $a$  এবং  $b$  এর invertibility বোঝায়  $ab$  এর invertibility এবং  $ab$  এর inভার্সটি  $b$  এর বিপরীত একটি বিপরীত ডানদিকের সমান তাই আমরা যে অনন্য ইনভার্স পেয়েছি

তাই আপনি একবার জানবেন যে একটি ম্যাট্রিক্স  $a$  ইনভার্টেবল ডান তাহলে আপনি জানেন যে বিপরীতটি অনন্য তাহলে আমরা সেই বিপরীতটিকে একটি শক্তি বিয়োগ দ্বারা বোঝাব যা আমাদের কাছে  $ab$  পাওয়ার বিপরীত আমার  $ab$  শক্তি মাইনাস 1 ডান এবং এটি  $b$  দ্বারা দেওয়া হয়েছে একটি বিপরীত এখন চলুন আমরা এর প্রমাণের সাথে যাই কিভাবে যাচাই করা যায় যে কিছু বিপরীত

তাই  $ab$  এর বিপরীতটি  $b$  বিপরীত একটি বিপরীত ভাল আসুন আমরা যাচাই করি যে  $ab$  বার  $b$  inverse  $a$  inverse হল পরিচয় এবং একইভাবে  $b$  inverse  $a$  inverse times  $ab$  হল পরিচয় এবং অনন্যতা দ্বারা এই পরিচয় হওয়া উচিত ইবির জন্য  $ity$  দুঃখিত, এটি  $ab$   $ab$  গুণের জন্য বিপরীত হওয়া উচিত বি বিপরীত একটি বিপরীত যা একটি বারের সমান বিবি বিপরীত গুন একটি বিপরীত কিন্তু বিবি বিপরীত শুধুমাত্র পরিচয়

তাই এটি একটি বারের পরিচয় গুন একটি বিপরীত কিন্তু একটি বার পরিচয়ের সমান শুধু একটি গুন একটি বিপরীত যা পরিচয় হতে চলেছে একইভাবে  $b$  বিপরীত একটি বিপরীত গুণাবলী  $a$   $b$  যা  $b$  এর সমান একটি বিপরীত একটি বিপরীত একটি গুণ  $b$  এবং একটি বিপরীত  $a$  হল পরিচয়

তাই আমার  $b$  হবে বিপরীত গুণ  $i$  গুণাবলী  $b$  কিন্তু  $i$  বার  $b$  শুধু  $b$

তাই এটি  $b$  inverse  $b$  এর মত যা আইডেন্টিটি হতে চলেছে

তাই  $ab$  এর বিপরীত হল  $ab$  সম্পূর্ণ বিপরীত যা  $b$  দ্বারা দেওয়া হয়েছে একটি বিপরীত এখন এই সব বলে চলুন এখন আমরা  $a$  এর বিপরীত গণনা করি ম্যাট্রিক্স এর আগে সারি প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপ ব্যবহার করে

তাই আসুন দেখি কিভাবে এটি গণনা করা যায় আমরা যা পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল যা আমরা পর্যবেক্ষণ করেছি ধরুন আপনার কাছে একটি ম্যাট্রিক্স  $a$  আছে যা ইনভার্টেবল তাহলে সারিটি সেই ম্যাট্রিক্স  $a$  এর সাথে যুক্ত ইচেলন ম্যাট্রিক্স হ্রাস করেছে পরিচয় ম্যাট্রিক্স

তাই কিছু  $ob$  সার্ভেশনগুলি কি

তাই যদি  $\rho$  সমস্ত ম্যাট্রিক্সের সেটে একটি প্রাথমিক সারি অপারেশন হয় তবে সারিটি একটি ফাংশন হিসাবে বিপরীতমুখী যেটি হল  $\rho$  উভয়ই এক এক এবং এক দুটি ডান যার মানে আপনি অন্য একটি ফাংশন  $g$  পাবেন যেমন  $\rho$  বার  $g$  হয় সমান  $g$  গুণ  $\rho$  যা ম্যাট্রিক্সের স্থানের পরিচয়ের সমান প্রকৃতপক্ষে সেট এবং ফাংশনগুলির উপর লেকচারের শেষ সেটে আমরা লক্ষ্য করেছি যে আপনার যদি একটি ফাংশন থাকে যা এক এবং তার উপর থাকে তবে এই ধরনের ফাংশনটি উল্টানো যেতে পারে

তাই একই রকম একই জিনিস এখানে ঘটছে যে প্রতিটি সারির প্রাথমিক অপারেশন আসলে উল্টানো যেতে পারে

তাই আপনি যদি প্রথম সারির প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপটি লক্ষ্য করেন যা দুটি সারির অহ ইন্টারচেঞ্জিং যা একটি ইনভার্টেবল অপারেশন কারণ এর বিপরীতটি আবার একই সারির সেটকে আদান-প্রদান করছে দ্বিতীয়টি একটি প্রদত্ত সারিকে গুন করে বলুন অষ্টম সারিটিকে একটি স্কেলার আলফা স্কেলার ল্যাম্বডা বা আলফা দিয়ে তারপর বিপরীত ক্রিয়াটি সেই স্কেলারের একটি স্কেলার দ্বারা একই গুণ করে বলুন ল্যাম্বডা বা আলফা রিগ  $ht$  একইভাবে তৃতীয় অপারেশন  $ith$  সারিটি  $ith$  সারি দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়েছে প্লাস একটি স্কেলার টাইম স্কেলার ল্যাম্বডা বার  $r$   $ah$   $jth$  সারি এই মুহূর্তে এটি আবার ইনভার্টেবল

তাই যদি  $\rho$  এক সারি দুটি ইত্যাদি  $\rho$   $m$  একটি ম্যাট্রিক্সে সম্পাদিত প্রাথমিক অপারেশন একটি ইনভার্টেবল ম্যাট্রিক্স বা প্রাথমিক সারি ক্রিয়াকলাপগুলি একটি ইনভার্টেবল ম্যাট্রিক্স  $a$ -তে সম্পাদিত প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপগুলি পরিচয় ম্যাট্রিক্স পেতে শুরু না করে যদি ধরা যাক বা একটি ইনভার্টেবল ম্যাট্রিক্সে প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপগুলি সঞ্চালিত হয় আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স প্রাপ্ত করার জন্য তাহলে আমি  $\rho$  ওয়ান রচনা করেছি কি? ভাল করে আমি এটিকে  $\rho$   $m$   $\rho$   $m$  বিয়োগ ওয়ান  $\rho$  1 হিসাবে লিখব যখন এটি একটি এর উপর সঞ্চালিত হলে আপনি যা পাবেন তা হল পরিচয় ম্যাট্রিক্স

তাই এইভাবে rho m বিয়োগ একের সাথে rho দুই রহো ওয়ান দিয়ে গঠিত যখন আপনি আবেদন করবেন এটি পরিচয়ের উপর এবং ম্যাট্রিক্সের সাথে গুণ করলে আপনি যা পাবেন তা হল আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স

তাই এর দ্বারা বোঝাবে যে ম্যাট্রিক্স a এর বিপরীত rho m rho m বিয়োগ এক rho 1 পরিচয়ের উপর প্রয়োগ করা হয়েছে ইনভার্স তাই কিভাবে একটি ম্যাট্রিক্সের ইনভার্স পেতে হয় শুধু প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপের একই সেট প্রয়োগ করুন যা আপনি পরিচয় ম্যাট্রিক্স পাওয়ার জন্য একটি তে প্রয়োগ করেছেন পরিচয়ের উপর একই অপারেশনের সেটটি প্রয়োগ করুন যা দিয়ে আপনি শেষ করবেন একটি এর বিপরীত এখন আসুন 1 1 1 1 2 1 2 3 এর সমান একটি উদাহরণ করুন এটি আমাদের কাছে যে ম্যাট্রিক্সটি রয়েছে

তাই আসুন আমরা এর বিপরীতটি খুঁজে বের করার চেষ্টা করি

তাই আমাদের যা করতে হবে তা হল ম্যাট্রিক্স a লিখতে হবে এবং এর সাথে এটি দেয়। আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্সটি লিখুন এখন আসুন এই অংশটিকে একটি আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্সে রূপান্তরিত করার চেষ্টা করি যা একই সাথে আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্সে একই ক্রিয়াকলাপ প্রয়োগ করে তাই একবার আপনি জানবেন যে এই অংশটি পরিচয় ম্যাট্রিক্সে রূপান্তরিত হয়েছে আমরা জানি যে এটি ইনভার্টেবল এবং তারপরে আপনি অন্য প্রান্তে যেটি পেয়েছেন সেটি হল এর বিপরীত এবং চূড়ান্ত সারি h1r ম্যাট্রিক্স যা আমরা পেয়েছি যদি এটি আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স না হয় তবে আমরা উপসংহারে আসতে পারি যে ম্যাট্রিক্সটি ইনভার্টেবল নয় ভালভাবে চেষ্টা করা যাক এটিতে রূপান্তর করুন সারি h echelon ম্যাট্রিক্সকে এর rre-এ কমিয়েছে

তাই আপনার কাছে প্রথম নন-জিরো সারিটি প্রথমটি এবং প্রথম নন-জিরো উপাদানটি একটি

তাই আসুন আমরা বিরক্ত না হয়ে অন্যটি খুঁজি অন্যটি আমাদের কাছে একটি এবং একটি আছে

তাই আসুন তাদের শূন্যে রূপান্তর করি r দুই বিয়োগ r এক এবং r তিন বিয়োগ r এক প্রথম সারি অপরিবর্তিত দ্বিতীয় সারি r দুই বিয়োগ r এক বিয়োগ এক যা শূন্য দুই বিয়োগ এক যা এক এক বিয়োগ এক যা শূন্য শূন্য বিয়োগ এক বিয়োগ এক এক বিয়োগ এক এক শূন্য বিয়োগ শূন্য আবার আর তিন বিয়োগ আর এক বিয়োগ এক যা শূন্য দুই বিয়োগ এক যা এক তিন বিয়োগ এক যা দুই শূন্য বিয়োগ এক বিয়োগ এক শূন্য বিয়োগ শূন্য শূন্য এক বিয়োগ শূন্য যা এখন এক আসুন আমরা পরবর্তী নন-জিরো সারিটি দেখি যেটি দ্বিতীয়টি এবং এখন আসুন এটি দেখার চেষ্টা করি আপনার কাছে শূন্য এক শূন্য রয়েছে

তাই আমরা বরং যা করব

তাই আমাদের এটিকে একটিতে রূপান্তর করতে হবে যা ইতিমধ্যেই একটি। বিরক্ত না করা যাক রূপান্তর করার চেষ্টা করুন এই এক এবং একটিকে শূন্যে রূপান্তর করার চেষ্টা করুন r এককে r o দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়েছে ne বিয়োগ r দুই r তিন r তিন বিয়োগ r দুই r এক বিয়োগ r দুই এক বিয়োগ শূন্য যা এক এক বিয়োগ এক যা শূন্য এক বিয়োগ শূন্য যা একটি অন্য অংশ এক বিয়োগ বিয়োগ এক যা দুই শূন্য বিয়োগ এক যা বিয়োগ এক শূন্য বিয়োগ শূন্য যা শূন্য দ্বিতীয় সারি অপরিবর্তিত শূন্য এক শূন্য বিয়োগ এক এক শূন্য তৃতীয় এক r তিন বিয়োগ r দুই শূন্য বিয়োগ শূন্য যা শূন্য এক বিয়োগ এক যা শূন্য দুই বিয়োগ শূন্য যা দুই বিয়োগ এক বিয়োগ একটি যা শূন্য শূন্য বিয়োগ এক যা বিয়োগ এক এক বিয়োগ শূন্য মাত্র একটি শেষ পর্যন্ত আপনার দুটি আছে আসুন আমরা এই দুটিকে এক আর তিনে রূপান্তর করি আর তিনের অর্ধেক দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় এক শূন্য এক দুই বিয়োগ এক শূন্য শূন্য এক শূন্য বিয়োগ এক এক শূন্য শূন্য শূন্য এক শূন্য বিয়োগ এক এক দুঃখিত শূন্য বিয়োগ আধা এবং অর্ধ

তাই এখন আপনার কাছে যা থাকবে তা হল এই এককে শূন্য r-এ রূপান্তর করতে হবে r এক বিয়োগ r তিন এক শূন্য শূন্য r এক বিয়োগ r তিন দুই বিয়োগ শূন্য যা দুই বিয়োগ এক বিয়োগ বিয়োগ অর্ধেক

তাই যা বিয়োগ এক প্লাস h alf

তাই আপনার কাছে বিয়োগ আছে অর্ধেক শূন্য বিয়োগ একটি অর্ধ আপনার আবার বিয়োগ অর্ধেক আছে অন্যান্য জিনিস অপরিবর্তিত শূন্য বিয়োগ অর্ধেক এবং অর্ধেক এইভাবে আমরা যা পেয়েছি তা হল পরিচয় ম্যাট্রিক্স যা rho h একা ম্যাট্রিক্স rho প্রদত্ত ম্যাট্রিক্স a এর কমানো এচেলন ম্যাট্রিক্স এবং সেইজন্য প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সটি বিপরীতমুখী এবং একবার আপনি জানেন যে এটি বিপরীতমুখী ম্যাট্রিক্সটি আপনি ডান দিকের যে ম্যাট্রিক্সটি পেয়েছেন সেটি এর বিপরীত

তাই এইভাবে একটি বিপরীত বিপরীত সমান দুই বিয়োগ এক দ্বারা দুই বিয়োগ অর্ধেক বিয়োগ এক এক শূন্য শূন্য বিয়োগ অর্ধেক এবং এর সাথে অর্ধেক এই বক্তৃতাটি বন্ধ করে দেবে পরবর্তী লেকচারে আমরা আরও কিছু অ্যাপ্লিকেশন সারি প্রাথমিক ক্রিয়াকলাপ দেখব বিশেষ করে সমীকরণের সিস্টেমগুলি সমাধান করার জন্য আপনাকে ধন্যবাদ