خوش آمدید طلباء کو میٹرکس پر لیکچرز کی سیریز میں دوبارہ خوش آمدید کہتے ہیں پچھلے لیکچر میں ہم نے میٹرکس کی ضرب کا تصور متعارف
کرایا تھا اور ہم نے کچھ خاصیتیں دیکھی ہیں تو آئیے میٹرکس کے ضرب پر کچھ مزید خصوصیات بنا کر آگے بڑھیں پہلے ایک میٹرکس ضرب
ضرب کے c اور b ضرب کے لیے ہم آہنگ ہوں اور b اور a کے لیے ہو جیسے c اور ab جو کسی بھی تین میٹرکس associative
m از ah n ہونے دیں۔ a کے برابر ہے تو آئیے ہم اسے ثابت کریں تو dot b dot c ایک b dot c لیے ہم آہنگ ہوں تو ایک ڈاٹ
میٹرکس تو یہ ممکن ہے کیونکہ یہ دی گئی مفروضے کی وجہ سے ممکن ہے s بذریعہ cb ah r میٹرکس اور r بذریعہ bbm میٹرکس
ضرب کے لیے b اور a کے حق کے لیے اس قسم کا انتخاب ہے تو یہ وہ مفروضہ ہے جو ہمارے پاس ہے s اور mnmr اور n لہذا
از ایک میٹرکس n ایک a ضرب کے لیے مطابقت رکھتے ہیں تو آپ کے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ c اور b مطابقت رکھتے ہیں اور اسی طرح
i کے برابر کرنے دیں۔ حق 1 اس سے کم یا برابر aij میٹرکس ہے لہذا ایک کو s بذریعہ r ایک c میٹرکس اور r بذریعہ m ہے ایک b
سے کم یا i ایک سے کم یا برابر bij کے برابر mb سے کم یا برابر j سے کم یا اس کے برابر n 1 اس سے کم ویں ایک یا اس کے برابر
r اس سے کم یا i کے برابر ایک اس سے کم یا اس کے برابر c cij سے اور آخر میں r سے کم یا برابر j سے کم یا برابر m برابر
کے برابر اب آئیے ایک ڈاٹ بی ڈاٹ اے ڈاٹ بی ڈاٹ سی کا حساب لگانے کی s سے کم یا j کے برابر اور ایک اس سے کم یا اس کے برابر
ٹھیک ہے اگر آپ ان دونوں کو ضرب کریں گے تو نتیجے میں آنے والے cij کوشش کریں ایک ڈاٹ بی ہے یہ میٹرکس بیجا ڈاٹ کے ساتھ اب
تک چلتی ہے لہذا یہاں پر غور سے دیکھنا چاہئے کہ یہ دونوں مطابقت رکھتے ہیں لہذا r bikckj ایک سے k میٹرکس میں درج ذیل چیز ہوگی
کے k تک چلتے ہوئے سمیشن rbikckj کے برابر ہے۔ اس میٹرکس کے ساتھ جس کے اندراجات ایک سے aij یہ معنی رکھتا ہے جو
ذریعہ دیے گئے ہیں ابھی آئیے ہم اسے پھیلانے کی کوشش کرتے ہیں آئیے ہم ان دونوں کو دوبارہ سے ضرب کریں جو انٹری کے برابر ہے ایک
c اور b ہونے والا ہے لہذا باقی ہے آپ جو چاہتے ہیں وہ حاصل کرنے جا رہا ہے آہ شاید اگر میں t تک چلتے ہوئے سمیشن m ait سے
ijth ہے صحیح یہ وہ dtj کے ساتھ ہے تو مجھے جس چیز کی ضرورت ہے وہ dij اندراجات d کہوں گا۔ وہ میٹرکس t کی پیداوار کو
کے t تک چلنے والے سمیشن m ویں اندراج ہے تو یہ ایک سے tj میں c ڈاٹ b میٹرکس dtj عنصر ہے جو میں چاہتا تھا لہذا جہاں
تک چل رہا ہے یہ وہی ہے جو میرے پاس ہے جو سمیشن r btk ckj ایک سے k ہم اسے لکھتے ہیں سمیشن dtj اور ait برابر ہو گا۔
تک یہ وہی ہے جو میرے پاس آخر کار توسیع کے بعد ہے۔ تمام raitbtk ckj چل رہا ہے 1 سے k سمیشن m کے برابر ہے 1 سے t
ویں اندراج اس فارمولے کے ذریعہ دیا گیا ہے اب آئیے دوسرے ایک ڈاٹ بی ڈاٹ ij بریکٹ میرے پاس یہ ہیں لہذا آخر میں ایک ڈاٹ بی ڈاٹ سی
اوقات کی پیداوار میٹرکس کے ساتھ aij کے ساتھ حساب کرنے کی کوشش کرتے ہیں جو اندراجات کے ساتھ میٹرکس کی پیداوار ہوگی c کو
کے ذریعے دیا جاتا ہے ایک k کے ساتھ تو یہ ہم پروڈکٹ کے اصول سے جانتے ہیں کہ اندراجات کو سمیشن c اوقات bij اندراجات کے ساتھ
کے ساتھ cij یہ maikbkj لکھوں k کے ساتھ ڈاٹ برابر ہے تاکہ میں 1 سے چلتے ہوئے سمیشن c تو aikbkj aikbkj m سے
تک چلنے r تو مجھے ضرب کرنی پڑے گی مجھے صرف ایک سے lement کے برابر ہونے والی ہیں ij th e اندراجات ڈاٹ ہیں جو
تک چل r ایک سے t ویں عنصر کے عنصر کی ضرورت ہے لہذا خلاصہ i پر ایک ہی چیز کا خلاصہ استعمال کرنے دیں مجھے t والے
عنصر ہے اس پوری چیز کو اس کے ساتھ ضرب ith یہ aik bkt تک چل رہا ہے m ہے ایک سے k ویں عنصر سمیشن i رہا ہے لہذا
t ہے یہ وہی ہے جو میرے پاس ہے جو سمیشن ctj عنصر کے ساتھ ضرب کرنا پڑے گا جو بالکل t jth اسے اس کے i کیا جائے گا
سمیشن کے برابر ہے فی الحال آپ کو جو بات نوٹ کرنی ہوگی وہ یہ ہے کہ یہ وہی ہے جو ہم نے ڈاٹ بی ڈاٹ سی کے r کے برابر ہے ایک سے
کے کرداروں کا تبادلہ کرتے ہیں یا کیونکہ k اور t لیے اظہار کیا تھا تو اس کا موازنہ کیسے کیا جائے تو اس معاملے میں ہم کیا کریں گے۔ ہم
یہ صرف ڈمی انڈیکس ہیں
k کے طور پر لکھوں گا میں نے m کے برابر ایک سے r اور t کے برابر ایک سے tk سے k اور k کو t اس لیے میں اسے صرف
یہ وہی ہے جو اب میرے پاس ہے صرف اس اظہار کو دیکھیں جو ہم ckj ہاں اور btk معذرت t by kbkt کو ٹائٹ سے بدل دیا ہے اور
نے پچھلی بار کیا تھا اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ بالکل ایک ڈاٹ بی ڈاٹ سی کی طرح ہے اس طرح ہم نے دکھایا ہے کہ میٹرکس ضرب ملحقہ ہے
اگلا ایک فطری سوال جو کوئی پوچھے گا کہ کمیوٹیٹیٹی کے بارے میں سچائی یہ ہے کہ میٹرکس ضرب عام طور پر غیر متغیر ہے لہذا حقیقت میں
برابر 2 4 2 تین پانچ ایک b آئیے ایک مثال دیتے ہیں آئیے اس کے لیے ایک مثال دیکھتے ہیں آئیے 1 مائنس 2 3 مائنس 4 2 5 کے برابر اور
ایک کے برابر دو .1 2 5 4 3 2 b کو 1 مائنس 2 3 مائنس کے برابر شمار کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ 4 2 5 بار یہ ab ab پہلے ہم
ایک میں تین مائنس دو میں پانچ تو مائنس دس تین میں ایک جمع تین منفی چار انچ دو مائنس x دو مائنس دو میں چار منفی آٹھ تین میں دو چھ تو جمع
آٹھ دو میں چار جمع آٹھ پانچ میں دو دس جمع دس مائنس چار میں تین منفی بارہ دو میں پانچ جمع سات پانچ میں معذرت جمع دس جمع پانچ میں ایک جو
پانچ ہے نتیجہ میٹرکس 2 مائنس 8 مائنس 6 جمع 6 ہے جو ہے 0 3 مائنس 10 مائنس 7 جمع 3 جو کہ مائنس چار آٹھ مائنس آٹھ صفر جمع دس ہے
برابر baba جو دس مائنس بارہ جمع دس ہے جو مائنس دو جمع پانچ ہے جو کہ تین ہے دوسری طرف آئیے ہم حساب کرنے کی کوشش کرتے ہیں
اوقات 1 مائنس 2 3 مائنس 4 2 5 برابر 2 سے 1 کے 3 میں مائنس 4 مائنس 12 2 میں مائنس 2 جو کہ مائنس 4 3 میں 2 1 2 5 4 3 2
میں 3 جو کہ 6 پانچ میں تین پندرہ تو جمع پندرہ چار میں ایک پانچ میں مائنس چار جو کہ مائنس چوبیس میں مائنس دو جو 2 x ہے تو جمع 6
مائنس آٹھ پانچ میں دو دس چار میں تین ہے جو بارہ پانچ میں پانچ ہے جو پچیس ہے تو جمع پچیس دو میں ایک دو ایک میں مائنس بھی مائنس چار دو
میں مائنس دو جو مائنس چار ایک میں دو ہے جو دو دو میں ہے تین جو چھ جمع پانچ ہے ایک میں پانچ جو کہ پانچ ہے نتیجہ میٹرکس دو منفی بارہ ہے
جو مائنس دس مائنس چار جمع چھ ہے جو مائنس ہے جو دو چھ جمع پندرہ ہے جو اکیس مائنس بیس ہے جو کہ مائنس سولہ مائنس 8 پلس ہے 10 جو
جمع 25 ہے جو کہ 37 2 مائنس 4 ہے جو کہ مائنس 2 مائنس 4 جمع 2 دوبارہ مائنس 2 6 جمع 5 جو کہ 11 ہے۔ آپ مندرجہ ذیل دیکھ 12 2
کے اندراجات کو بھی b اور a ایک میٹرکس آف آرڈر ٹو بائی ٹو ہے جبکہ بی اے آرڈر تھری بائی تھری کا میٹرکس ہے اور ab سکتے ہیں کہ
ملایا نہیں جا سکتا
اس لیے ایک بار آپ کے پاس یہ ہو جائے گا۔ یہ دونوں مختلف ترتیب کے میٹرکس کے ہیں ان دونوں کا موازنہ نہیں کیا جا سکتا
مربع میٹرکس کے بارے میں کیا خیال ہے آئیے ایک اور مثال دیکھیں ah کا برابر نہیں ہے فطری سوال یہ ہے کہ ایک ہی ترتیب کے ab اس لیے
کی گنتی کرنے کی کوشش کریں ab ab جو 1 2 3 اور 4 کے برابر ہے اور آئیے بی کو پانچ چھ سات اور آٹھ کے طور پر منتخب کریں اب ہم
جو 1 2 3 4 گنا 5 6 7 اور 8 ہے جو ایک کے برابر پانچ پانچ سات میں دو چودہ کے برابر ہے تو جمع چودہ ایک میں چھ چھ دو میں آٹھ جو سولہ
تین میں پانچ پندرہ سات میں چار اٹھائیس 3 میں 6 ہے جو کہ 18 جمع 4 میں 8 ہے جو 32 ہے نتیجہ میٹرکس 5 جمع 14 ہے جو 19 6 جمع 16
کو 5 6 7 8 ضرب 1 2 3 اور 4 کے برابر حساب baba ہے جو 22 15 جمع 28 ہے جو 43 18 جمع 32 ہے جو کہ 50 ہے۔ اب ہم
کرنے کی کوشش کریں جو 5 سے 1 کے برابر ہے۔ 5 جمع 6 میں 3 جو کہ 18۔ پانچ میں دو دس چھ میں چار چوبیس سات میں ایک سات آٹھ میں تین
چوبیس سات میں دو چودہ آٹھ میں چار بتیس جو پانچ جمع اٹھارہ کے برابر ہے جو کہ تئیس دس جمع بیس ہے چار جو چونتیس 7 جمع 24 ہے جو 31
ba جو کہ 19 32 43 اور 50 کے برابر ہے اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک بھی اندراج میٹرکس ab جمع 32 ہے جو 46 ہے اس طرح 14
ایک ہی ترتیب b اور a برابر نہیں ہے تب بھی جب ab کے اندراجات کے برابر نہیں ہے۔ اور 46 جو کہ حق کے برابر ہے لہذا 31 34 23
کے مربع میٹرس ہوں تو اگلی ایک اگلی پراپرٹی جو عام عمل میں میٹرکس کرتی ہے مندرجہ ذیل ہے تو مثال کے طور پر اگر الفا اور بیٹا یا کوئی دو
اسکیلرز جیسے وہ الفا ڈاٹ بیٹا جب آپ ان دونوں کو ضرب دیتے ہیں اور اس کے نتیجے میں صفر اسکیلر ہوتا ہے تو پھر یا تو الفا برابر صفر ہوتا

ہے یا بیٹا صفر کے برابر ہوتا ہے لیکن میٹرکس کے معاملے میں ایسا نہیں ہوتا ہے تو آئیے ایک سادہ سی مثال دیکھتے ہیں جہاں یہ ناکام ہوجاتا ہے
تو صفر مائنس ون کے برابر ہونے دیں۔ صفر دو اور ہی جو تین پانچ صفر صفر ہے آپ کے پاس یہ ہے آپ کے پاس یہ دو ہیں اب آئیے اب ہم
حساب کرنے کی کوشش کرتے ہیں میٹرکس تین پانچ صفر صفر سے تین میں صفر ہو جائے گا جو صفر جمع مائنس ایک میں صفر ہے آپ کے پاس
صفر صفر ہے پانچ میں آپ کے پاس صفر مائنس ایک میں صفر ہے تو یہ دوبارہ صفر ہے تین میں صفر ہے یہ صفر جمع دو میں صفر ہے جو
دوبارہ صفر ہے پانچ میں صفر ہے یہ صفر جمع دو میں صفر آدھا صفر ہوگا تو نتیجہ میٹرکس صرف صفر میٹرکس ہے لہذا میٹرکس اگرچہ ایسا
لگتا ہے جیسے وہ حقیقی نمبروں یا پیچیدہ نمبروں کی طرح برتاؤ کرتے ہیں ان کی اپنی خصوصیات کا ایک سیٹ ہے جو کہ وہ انتہائی غیر متغیر ہیں
اور اسی طرح اگر آپ کے پاس دو غیر صفر میٹرکس ہوں تو بھی ان کی پیداوار ہوسکتی ہے۔ اس 0 میٹرکس کی طرف لیڈ کریں اب آئیے اس تصور
کی طرف بڑھتے ہیں جسے یا ایلیمنٹری قطار آپریشنز اور قطار ایکیلون میٹرکس کے نام سے جانا جاتا ہے آئیے سب سے پہلے اس بات کی
وضاحت کے ساتھ شروع کریں کہ قطار ایکیلون میٹرکس کیا ہے اور پھر یہ سمجھنے کی کوشش کریں کہ صفر آپریشنز فائن کے نام سے کیا جانا
کم شدہ ایکیلون رائٹ یا ایک قطار ایکیلون میٹرکس کہا جاتا ہے اگر row جاتا ہے۔ تو دو ہم اس تعریف کے ساتھ شروع کرتے ہیں کہ میٹرکس کو
دوسرے سے نیچے ہو تو لیڈنگ گتانک پہلے غیر صفر سے کیا مطلب rho مندرجہ ذیل خصوصیات میں پہلی ایک ہر صفر کی قطار ہر غیر صفر
ہے ہر قطار کا گتانک ایک کنواں ہے تیسرا ایک کالم جس میں ایک معروف غیر صفر اندراج پر مشتمل ہے لیڈنگ پر مشتمل ہے کیونکہ دوسرا کہتا ہے
کہ لیڈنگ گتانک ایک ہونا چاہئے لہذا جس میں لیڈنگ گتانک شامل ہو اور قطار میں سے ایک دائیں اگر آپ کے پاس ہے ایک کالم جس میں ایک قطار میں
ایک صف اول کا عدد ہے اس میں باقی تمام کوفیسینٹ صفر کے دائیں برابر ہوتے ہیں لہذا آپ کے پاس تین ہیں اب آخری شرط چوتھی ایک فرض
قطار کی ith غیر صفر قطاریں ہیں اس کا مطلب ہے کہ باقی قطاریں صفر دائیں میٹرکس ہیں غیر صفر قطاریں اگر r کریں کہ میٹرکس میں
کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں تو k 1 k 2 kr صف اول کی غیر صفر اندراج کی لیڈنگ غیر صفر اندراج کی وہی کالم میں ہوتی ہے تو آپ
سے کم یہ وہ چار چیزیں ہیں جن کے بارے میں آپ کو اس تصور کی وضاحت k سختی سے o سے سختی سے کم ہے k 1 k 2 up t
کہا جاتا ہے اب آئیے کچھ مثالیں پیش کرتے ہیں پہلے ہم اس ایک کو row reduced echelon matrix کرنے کی ضرورت ہے جیسے
دیکھتے ہیں ایک صفر دو صفر صفر صفر ایک صفر ایک صفر پہلی شرط کہتی ہے کہ ہر صفر قطار ہر غیر صفر قطار کے نیچے ہے لہذا دوسری قطار
صفر ہے لیکن یہ غیر صفر قطار کے اوپر ہے دائیں دوسری قطار غیر صفر قطار کے اوپر ہے تیسری قطار غیر صفر ہے اور کیونکہ ہم کیا چاہتے
ہیں یہ ہے کہ ہر صفر کی قطار ہر غیر صفر قطار کے نیچے ہونی چاہئے اور دوسری قطار جو صفر کی قطار ہے ایک غیر صفر قطار سے اوپر
ہے اور اس وجہ سے قطار کو کم نہیں کیا گیا اور نہ ایک قطار کو کم کیا گیا ایکیلون میٹرکس دائیں آئیے ہم دوسری مثال کو دیکھتے ہیں اسی طرح
بات تو آئیے دوسری اور تیسری قطار کو تبدیل کریں ایک صفر دو صفر صفر صفر ایک صفر تو آپ کے پاس یہاں صفر ہے ایک صفر ایک ایک
دو صفر دائیں دائیں تو یہ میٹرکس ہے کہ آپ کے پاس ایک صفر ایک صفر دو صفر صفر صفر صفر ہے تو پہلے ایک یہاں صفر قطار آخری ہے جو
ہر قطار میں he nonzero other nonzero rows second one first leading coefficient تمام ٹی سے نیچے ہے۔
ہو یہ پہلا پہلا لیڈنگ گتانک ہے جو اس سال غیر صفر ہے آپ کی پہلی قطار non-zero ہونا چاہیے ایک ہونا چاہیے جو کہ پہلی صف میں پہلا
ایک جو ٹھیک ہے لیکن دوسرے میں آپ کے پاس دو ہیں
اس لیے پہلا لیڈنگ گتانک یا دوسری قطار میں پہلا غیر صفر عدد دو ہے اور
اس لیے ایک قطار میں کمی نہیں کی گئی ایکیلون میٹرکس آئیے ایک اور مثال دیکھتے ہیں آئیے اس کو دیکھتے ہیں 1. ایک دو صفر ایک ایک صفر صفر
صفر کی قطار جو کہ تیسری ہے اور یہ دوسری دو صفر قطاروں یا دوسری دو غیر صفر قطاروں سے نیچے ہے پہلی قطار میں پہلا لیڈنگ c
گتانک پہلا عنصر ہے جو ایک ہے اور اسی طرح دوسری قطار یہ دوسرا عنصر ہے جو دوبارہ ایک ہے لیکن اگر آپ کو تیسری شرط نظر آتی ہے کہ
آپ کو ایک قطار میں کمی کی گئی ایکیلون میٹرکس کی ضرورت ہے وہ یہ ہے کہ اگر آپ کے پاس پہلا لیڈنگ گتانک ہے تو اس کالم کی دوسری دیگر
اندراجات صفر ہونی چاہئیں۔ اگر آپ کے پاس یہاں ایک ہے تو دوسری اندراجات یہاں صفر ہیں لیکن آپ کے پاس ایک ہے جو لیڈنگ گتانک ہے لیکن پھر
آپ کے پاس یہاں صفر ہے لیکن یہ نان زیرو صحیح ہے لہذا یہ قطار میں کمی والا ایتھالون میٹرکس نہیں ہے آئیے ایک اور 0 کو دیکھتے ہیں۔ 1 2
صفر تین صفر صفر صفر پانچ صفر آپ کے پاس یہ ہے تو صفر قطار جو کہ تیسری قطار ہے جو دوسری قطاروں سے نیچے ہے لہذا پہلا
معروف عدد یہاں پہلی قطار میں ہے اور پہلا معروف عدد یہاں دوسری میں ہے قطار میں یہ سب ایک ہیں اور جہاں بھی آپ کے پاس لیڈنگ گتانک
ہے اس کالم میں دیگر اندراجات صفر ہیں آپ کے پاس پہلی قطار کے دوسرے کالم میں ایک ہے اور اس کالم میں دیگر اندراجات صفر ہیں اور آپ
ایک تو آپ کے پاس دو غیر صفر k کے پاس پہلے میں ایک ہے پہلی اندراج دوسری قطار میں ایک دائیں ہے اور دوسری اندراجات صفر ہیں تو
ایک ہے اس صورت میں معذرت دو اس صورت میں جو دوسری ہے اس k کالم چوتھی شرط kth قطاریں ہیں لہذا آپ جو چاہتے ہیں وہ ہے
معاملے میں کالم اور کے ٹو آن ہے۔ e
ایک سے کم ہے k ٹو ہے وہ k اس لیے آپ کے پاس جو
اس لیے یہ ہے یہ قطار نہیں کم ہوئی ہے لہذا یہ میٹرکس قطار نہیں کم ہوئی ہے آئیے ایک اور مثال دیکھیں 1 0 2 0 1 3 0 صفر صفر تاکہ
آپ دیکھ سکیں کہ یہ صفر قطار تیسری قطار تمام غیر صفر قطاروں کے نیچے ہے پہلی چیز دوسری اہم عدد یا پہلی غیر صفر عدد پہلی اور
دوسری قطار دونوں میں پہلی اور دوسری دونوں قطاروں میں لیڈنگ گتانک صرف ایک دائیں ہیں یہ صرف ایک ہے اور
اس لیے آپ کا کام ہو گیا تیسرا جو آپ چاہتے تھے وہ یہ ہے کہ تمام عناصر ٹھیک ہوں
اس لیے ایک کالم میں موجود عناصر جس میں ایک اہم عدد ہے باقی تمام عناصر سیدھے ایک کالم میں جس میں ایک اہم عدد یا صفر ہوتا ہے
اس لیے پہلے کالم اور دوسرے کالم میں لیڈنگ گتانک ظاہر ہوتا ہے آپ اسے دیکھ سکتے ہیں۔ اس ایک کے علاوہ باقی دو عناصر صفر ہیں آخری ایک
ایک اس سے کم ہے k دو ہے لہذا k ٹو ہے یہاں یہ سیکنڈ ٹو ہے تو k ایک ایک k ایک کالم میں ظاہر ہوتا ہے یا پہلا کالم k ایک دائیں پہلا k
ہے اب اس مرحلے پر کوئی فطری سوال جو پوچھنا چاہیے گا وہ یہ h ک دو تو اس طرح یہ میٹرکس میٹرکس کے ساتھ ساتھ ایک قطار میں گھٹا ہوا
کیا اسے قطار میں تبدیل کرنے کا کوئی طریقہ کار ہے سوال تو مجھے ایک میٹرکس کے حوالے سے سوال کو a ہے کہ میٹرکس کو دیا گیا ہے
کیا اسے قطار میں تبدیل کرنے کا کوئی طریقہ کار ہے جی ہاں ایک طریقہ کار موجود ہے اور طریقہ کار یہ ہے کہ اس کو لاگو کیا a دہرانے دیں
جائے جسے ایلیمنٹری آپریشنز کہا جاتا ہے یا جو رو ایلیمنٹری آپریشنز کے نام سے جانا جاتا ہے آئیے سب سے پہلے اس بات پر بحث کریں کہ یہ
قطار کو غیر صفر اسکیلر سے ضرب دے کر لیمبڈا کہتے ہیں ith قطار کے ابتدائی آپریشنز کیا ہیں تین قطار کے ابتدائی آپریشنز ہیں پہلے ایک
آئیے ایک سادہ مثال دیتے ہیں اگر آپ اس میٹرکس کو دیکھیں ایک دو ri قطار سے ظاہر کرے گا جس کی جگہ لیمبڈا ٹائمز ہے ith تو اسے دائیں
تین چار پانچ چھ آپ صرف پہلی قطار کو ایک کے دو گنا سے ضرب دیں گے تو آپ کیا ختم کریں گے آپ پہلی قطار کو دو سے ضرب کر رہے ہیں
تو دو ایک میں دو دو ہیں دو سے یہ چار ہے اور دو میں تین چھ چار پانچ چھ یہ وہی ہے جو آپ کے پاس ہے لہذا نیا میٹرکس دو چار چھ چار پانچ چھ
سے دائیں طرف یہ اس کی نشاندہی کرے گا جیسا j پہلی قطار سے صرف پہلی قطار کو اسکیلر سے ضرب کرنے سے حاصل کیا جاتا ہے اور
کو تبدیل کیا گیا ہے یا آپس میں تبدیل کیا گیا ہے یہ وہ اشارے ہے جس میں ہوگا تو آئیے ہم ایک مثال دیکھیں 0 1 ith row اور jth row کہ
دو کو تبدیل کرنے جا رہے r ایک اور r ایک صفر تین صفر صفر صفر تو یہ ایک مثال ہے تو کیا ہے یہ کہ ہم جو کرنے جا رہے ہیں ہم صرف 2
قطار کے ith تھرو کو i ہیں اور آپ کے پاس کیا ہوگا اگر آپ ایک صفر تین صفر ایک دو صفر صفر صفر تیسری قطار کے ابتدائی آپریشن کو
مجموعہ سے بدل دیں اور j تھرو کا ایک mu ملٹیپل آپ ith row کو r i the ith row کے علاوہ a scalar times j th

دو سے بدل رہے ہیں یہ ہم کیا ہے کر رہے ہیں تو j بار mu قطار کے علاوہ اسکیلر ri ith کو ith row سے بدل رہے ہیں تو ہم row
صفر ایک تین یہ وہ میٹرکس ہے جسے ہم نے اب ro آئیے اس کے لیے ایک مثال دیتے ہیں میٹرکس جو آپ کے پاس ہے ایک دو صفر صفر ہے
دو کو ضرب کر رہے ہیں تو پہلے r دو یہ ہے جو ہمارے پاس ہے ہم صرف دو بار r ایک جمع دو گنا r ایک کی جگہ r درج ذیل کرتے ہیں
ایک ہے ایک جمع دو گنا صفر جو ایک دو جمع دو گنا صفر ہے 2 0 جمع 2 بار 1 کے ساتھ ختم ہو گا 2 0 جمع 2 گنا 3 کے ساتھ ختم ہو r ایک ہے
گا تو میں 6 پر ختم ہو جائے گا۔ لہذا 0 0 1 3 یہ ہے ایک جس کا ہمارے پاس حق ہے تو یہ وہ 3 ابتدائی آپریشن ہیں جو ہم حاصل کرنے کے لیے
انجام دینے جا رہے ہیں جسے قطار ایکیلون میٹرکس کے نام سے جانا جاتا ہے اب وہ کیا طریقہ کار ہے جو ہمیں دیے گئے میٹرکس سے ایک قطار
کو کم کیا ہوا ایکیلون میٹرکس حاصل کرنے کے لیے اپلائی کرنا پڑے گا۔

اس لیے کسی دیے گئے میٹرکس سے ایک قطار کو کم کیا ہوا ایکیلون میٹرکس حاصل کرنے کا طریقہ کار ہے ،

اس لیے درج ذیل مراحل ہیں،

اس لیے میں انہیں صرف نقطوں سے ظاہر کرتا ہوں پہلے قدم میں اسے پہلے قدم کے طور پر لکھتا ہوں کیونکہ آپ کو کچھ مراحل کو بار بار دہرانا
پڑ سکتا ہے۔ آپ کو جو چیز نوٹ کرنی ہوگی وہ یہ ہے کہ دائیں ہر صفر قطار ہر غیر صفر کے نیچے ہے اس کی تصدیق کرنی پڑے گی تاکہ اگر
ایسا نہیں ہے تو صفر کی قطاروں کو میٹرکس کے آخر تک نیچے دھکیلنے کے لیے قطاروں کے تبادلے کا اطلاق کریں تو ایک بار جب آپ یہ کر لیں
گے تو اس کے آخر تک تمام صفر قطاریں ہر غیر کے نیچے ہوں گی۔ صفر قطار اب دوسرا ایک مرحلہ دو پہلا غیر صفر کالم تلاش کریں آپ کو پہلا
غیر صفر کالم تلاش کرنا پڑے گا درحقیقت مجھے اسے بائیں دائیں سے لکھنا چاہئے آپ کو بائیں دائیں سے شروع کرنا پڑے گا تو آئیے فرض کریں
ایک پہلا غیر صفر کالم مرحلہ تین ہے پھر پش اپ کرنے کے لیے قطاروں کا تبادلہ لاگو کریں تو k ایک ہے دائیں k کہ پہلا غیر صفر کالم کہ یہ
پہلے ہم نے نیچے کو دھکیل دیا تھا اب ہم ایک قطار کو آگے بڑھانے کے لیے پش اپ کر رہے ہیں جس کی لیڈنگ نان زیرو کوفیشینٹ پہلے میں ہوتا
ہے غیر صفر کالم کالم پہلی قطار میں

اس لیے میں چاہتا ہوں کہ یہ پہلی قطار میں ہو اگر یہ عدد ایک نہیں ہے تو میں کیا کروں گا کہ پہلی قطار کو معروف غیر صفر عدد سے تقسیم کر
کے پہلی قطار کو معروف غیر صفر عدد سے تقسیم کریں معروف غیر صفر عددی بن جاتا ہے جو میں چاہتا ہوں۔ کہ اب ایک ہونے کے لیے اب چار
کی مناسب قدروں کے لیے i sorry j لگائیں mu times rj پلس ri کو لاگو کریں جس کی جگہ ri قدم اگلا آخری ابتدائی آپریشن
تاکہ پہلے پہلے mu اور i ایک ہونا چاہیے۔ r ایک کے طور پر لکھنا چاہیے یہ مناسب اقدار کے لیے r اور mu اور درحقیقت مجھے اسے
نان زیرو کالم میں غیر صفر عدد موجود ہوں صرف پہلے اب مرحلہ پانچ میں دو دو چار کو دہرائیں سب میٹرکس کے لیے پہلی قطار اور پہلے کالم
کو حذف کر کے حاصل کیا گیا جب تک کہ تمام غیر صفر قطاریں ختم نہ ہو جائیں۔ جب تک آپ تمام غیر صفر قطاروں کو ختم نہیں کر لیتے اس کو
بار بار لگاتے رہیں تو اب ہم ایک سادہ سی مثال کرتے ہیں ایک 1 2 1 1 2 3 یہ میٹرکس ہے جو میرے پاس ہے تو وہ کون سی چیزیں ہیں جو
ہمیں کرنی ہوں گی۔ پہلے مرحلے میں دیکھیں کہ کیا کوئی صفر قطاریں ہیں اور پھر قطاروں کا تبادلہ لاگو کریں تاکہ انہیں آخری کی طرف دھکیلیں
اب اگر آپ اس میٹرکس کو دیکھیں تو کوئی صفر قطاریں نہیں ہیں لہذا آپ کو یہ پہلا ایک سیکنڈ لگانے کی ضرورت نہیں ہے پہلی غیر کی شناخت
اس بات کو یقینی بنائیں کہ اس کالم میں پہلے غیر صفر عدد کو دیکھیں جہاں وہ قطار نظر آتی ur کریں۔ صفر کالم جو خود پہلا کالم ہے اور واں
ہے جس چپ میں یہ دوبارہ ظاہر ہوتا ہے وہ پہلی قطار کے پہلے کالم میں ہے لہذا کوئی مسئلہ نہیں ہے لہذا اگلا کام جو کرنا پڑے گا وہ کرنا ہے۔
لہذا یہ دوبارہ 1 ہے لہذا ہمیں تقسیم کرنے کی ضرورت نہیں ہے ہمیں یہ کرنا پڑے گا کہ دوسرے اندراجات کو دیکھیں کہ وہ غیر صفر ہیں تو
r ٹو جمع مائنس ایک بار r دو کو تبدیل کیا جائے بذریعہ r ایک دائیں r ٹو پلس مائنس ایک بار r ٹو کو r اسے کیسے بنایا جائے 0 کی جگہ
دو جو کہ دو r ایک تو آپ کے پاس یہاں صفر ہوگا r دو جمع مائنس ایک بار r ایک تو پہلی قطار رکھی جاتی ہے کیونکہ یہ دوسری قطار ہے
ایک r تھری سے بدل دیں مائنس ایک بار r تھری کو r جمع مائنس ایک ہے جو ایک ایک جمع مائنس دو ہے مائنس ون اور پھر آخری کو دوبارہ آپ
آپ کے پاس صفر ہوگا تو پھر آپ کے پاس ایک ہوگا تو آپ کے پاس تین مائنس ٹو ہوگا جو ایک ہے اب آپ اس ذیلی کو دیکھیں میٹرکس ون مائنس ون
ون اس سب میٹرکس کو دیکھیں اور پھر وہی آپریشن کریں جس میں آپ کے پاس کوئی غیر صفر چیز نہیں ہے صفر قطاروں پر اور اچھی طرح سے
آپ کو پہلے غیر صفر کالم کو دیکھنا ہوگا جو یہ ہے اور پہلا نان زیرو کوفیشینٹ یہ ہے جو دوبارہ ایک ہے لہذا ہمیں پریشان نہ کریں لہذا ہمیں
دو سے بدل دیں تو میرے پاس صفر ایک مائنس r ایک مائنس مائنس ایک بار r ایک کو r دوسری چیزوں کو تبدیل کرنا پڑے گا تو میں کیا کروں گا
ایک مائنس مائنس ون کو صفر میں تبدیل کر رہا ہوں جو اس طرح ہے کہ میرے پاس ایک ایک مائنس مائنس r ایک r ون ہوگا جیسا کہ میں صرف
کے طور پر لکھنا پڑے گا یہ جمع psi ون ہوگا میرا ایک مائنس ون جو صفر ہے دو مائنس ون میں مائنس ون جو ایک اوہ ہے مجھے اسے جمع
تین r دو صحیح تو r تھری پلس ہے مائنس ایک گنا r تھری کی جگہ r صحیح ہونا چاہئے لہذا دو جمع ایک جو تین ہے ہاں یہاں پھر آخری ایک
تو میں چاہتا ہوں کہ یہ صفر ہو تو میرے پاس یہاں صفر ہوگا تو ایک مائنس ون جو صفر ایک جمع مائنس ایک میں ایک جو دو ہے تو میرے پاس آخر
i کار یہ وہی ہے جو میں ہوں ذیلی میٹرکس جو ایک ایک کرکے میٹرکس صحیح ہے تو یہ صرف غیر صفر عدد ہے اور میرے پاس جو ہے وہ
تین سے بدل دیں میرے پاس دوسری چیزیں ہیں ایک صفر r تین ہے ایک سے دو گنا r اسے ایک میں بنائیں تو آخری کو بدل دیں d ہے shool
تین صفر ایک مائنس ایک صفر صفر ایک مجھے باقی دو عناصر کو صفر بنانا پڑے گا جو مائنس ایک ہے اور تین تو مجھے انہیں صفر میں تبدیل کرنے
تھری میں بدل دوں گا تو میں کیا کروں گا کہ میرے پاس ایک صفر صفر r ایک سے مائنس تھری کو r ایک کو r دیں تو میں کیا کروں گا کہ میں
تین تو میں کیا ختم کروں گا میں صرف صفر ایک r دو جمع r تین صرف r دو جمع r دو کو بدل دوں گا بذریعہ r ہوگا اور اسی طرح میں
صفر صفر کے ساتھ ختم کروں گا یہ وہ چیز ہے جو میرے پاس حق ہے اس طرح طریقہ کار کو لاگو کرنے کے بعد حاصل ہونے والی قطار میں
کمی ہوئی ایکیلون میٹرکس یا میٹرکس کا الگورتھم ایک دو 1 2 1 2 3 صرف شناختی میٹرکس ہے اور اس کے ساتھ میں اس لیکچر کو روکتا ہوں
آپ سب کا شکریہ