

સ્વાગત વિદ્યાર્થીઓનું સ્વાગત છે મેટ્રિક્સ પરના વ્યાખ્યાનોની શ્રેણીમાં પાછલા લેક્ચરમાં અમે મેટ્રિક્સના ગુણાકારની વિભાવના રજૂ કરી હતી અને અમે કેટલાક ગુણધર્મો જોયા છે

તેથી ચાલો પહેલા મેટ્રિક્સના ગુણાકાર પર કેટલાક વધુ ગુણધર્મો કરીને આગળ વધીએ.

મેટ્રિક્સ ગુણાકાર એ એસોસિએટીવ છે જે કોઈપણ ત્રણ મેટ્રિક્સ ab અને c માટે છે જેમ કે a અને b ગુણાકાર માટે સુસંગત છે અને b અને c ગુણાકાર માટે સુસંગત છે તો એક ડોટ b ડોટ c એ ડોટ b ડોટ c બરાબર છે

તો ચાલો આ સાબિત કરીએ.

ચાલો a ah n બાય m મેટ્રિક્સ b bm બાય r મેટ્રિક્સ અને cb ah r બાય s મેટ્રિક્સ

તેથી આ શક્ય છે કારણ કે આપેલ પૂર્વધારણાને કારણે આ શક્ય છે

તેથી n અને mnr અને s માટે આ પ્રકારની પસંદગી યોગ્ય છે

તેથી આ પૂર્વધારણા છે કે આપણી પાસે a અને b ગુણાકાર માટે સુસંગત છે અને તે જ રીતે b અને c ગુણાકાર માટે સુસંગત છે

તેથી તમારી પાસે જે છે તે એ છે કે a એ n બાય મેટ્રિક્સ b એ એક m બાય r મેટ્રિક્સ છે અને c એ r બાય છે s મેટ્રિક્સ તો

ચાલો aij જમણી 1 કરતાં ઓછી અથવા બરાબર i કરતાં ઓછી અથવા બરાબર n 1 કરતાં ઓછી અથવા બરાબર j કરતાં

ઓછી અથવા બરાબર mb બરાબર bij એક કરતાં ઓછી અથવા બરાબર i કરતાં ઓછી અથવા બરાબર m એક j કરતાં

ઓછું અથવા બરાબર r કરતાં j ઓછું કે બરાબર અને છેલ્લે c બરાબર cij એક કરતાં ઓછું અથવા બરાબર i r કરતાં

ઓછું અથવા બરાબર અને એક j કરતાં ઓછું અથવા s કરતાં ઓછું કે બરાબર હવે ચાલો આપણે જાણીએ ડોટ બી ડોટ એ ડોટ

બી ડોટ સી એ ડોટ બી છે આ મેટ્રિક્સ બિજા ડોટની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરો હવે જો તમે આ બેનો ગુણાકાર કરશો તો પરિણામી

મેટ્રિક્સમાં નીચેની વસ્તુ k એક થી $rbikckj$ સુધી ચાલશે

તેથી તમારે ધ્યાનપૂર્વક ધ્યાન આપવું જોઈએ અહીં બરાબર છે કે આ બે સુસંગત છે

તેથી આનો અર્થ થાય છે જે આ મેટ્રિક્સ સાથે aij ની બરાબર છે જેની એન્ટ્રીઓ એક થી $rbikckj$ સુધી ચાલી રહેલ સમીકરણ

k દ્વારા આપવામાં આવે છે અત્યારે ચાલો આપણે તેને વિસ્તૃત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, ચાલો ફરીથી આ બેને એન્ટ્રીની સમાન ગણીએ

સુમા હશે $tion$ t એક થી $mait$ સુધી

ચાલે છે

તેથી બાકીની પાસે તમને જે જોઈએ છે તે મળશે અહ કદાચ જો હું b અને c ના ઉત્પાદનને એન્ટ્રી ડીજે સાથે મેટ્રિક્સ d તરીકે કોલ

કરવા જઈ રહ્યો છું તો મને જે જોઈએ છે તે dtj છે બરાબર આ છે ij th તત્વ હું ઇચ્છતો હતો

તેથી જ્યાં dtj એ

મેટ્રિક્સ b ડોટ c માં tj મી એન્ટ્રી છે

તેથી આ એક થી $mait$ તરફ દોડવાના સમેશન t સમાન હશે અને dtj ચાલો તેને લખીએ કે એક થી $rbtkckj$ સુધી ચાલે

છે.

મારી પાસે શું છે જે

1 થી m સમેશન k 1 થી $raitbtkckj$ સુધી ચાલી રહેલ સમેશન t સમાન છે આ તે છે જે આખરે મારી પાસે છે બધા કૌંસને

વિસ્તૃત કર્યા પછી મારી પાસે આ છે

તેથી અંતે a dot b dot c ij મી એન્ટ્રી આપવામાં આવી છે આ સૂત્ર દ્વારા હવે આપણે બીજા એક a dot b dot ની c

સાથે ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જે એન્ટ્રીઓ સાથેના મેટ્રિક્સનું ઉત્પાદન હશે aij ગુણ્યા ગુણાંકનો ગુણાંક

સાથેની એન્ટ્રીઓ સાથે bij ગુણ્યા c સાથે

તેથી આ આપણે ઉત્પાદન ru દ્વારા જાણીએ છીએ.

$1e$ એન્ટ્રીઓ એક થી $maikbkjaikbkj$ સુધી ચાલી રહેલ સમેશન k દ્વારા આપવામાં આવે છે

તેથી c સાથે ડોટ બરાબર છે, ચાલો હું લખું છું કે 1 થી $maikbkj$ સુધી ચાલતો સમેશન k

આ cij સાથેની એન્ટ્રીઓ ડોટ છે જે ij મી તત્વની બરાબર હશે

તેથી i ગુણાકાર કરવો પડશે મને ફક્ત એક જ વસ્તુનો ઉપયોગ કરવા દો એક થી ri

સુધી ચાલતા t ઉપરના સરવાળો માટે ith તત્વની જરૂર છે

તેથી સરવાળો t એક થી r સુધી ચાલે છે

તેથી ith તત્વ એ એક થી $maikbkt$ સુધી ચાલતી સમીકરણ k

છે આ i છે th તત્વ આ આખી વસ્તુ સાથે ગુણાકાર થાય છે i તેને આના

t jth તત્વ સાથે ગુણાકાર કરવો પડશે જે બરાબર છે ctj આ તે છે જે મારી પાસે છે જે સમીકરણ t સમાન છે એક થી r

સમીકરણ k બરાબર એક થી $maikbktctg$ અત્યારે તમારે નીચેની બાબતોની નોંધ લેવી પડશે કે આ તે જ છે જે આપણે ડોટ બી

ડોટ સી માટે અભિવ્યક્તિ ધરાવતા હતા

તેથી તેની તુલના કેવી રીતે કરવી જેથી આ કિસ્સામાં આપણે શું કરીશું ચાલો આપણે t અને k ની ભૂમિકાઓને બદલીએ અથવા

કારણ કે તે માત્ર બનાવટી સૂચકાંકો છે

તેથી હું તેને ફક્ત t ને k અને k દ્વારા tk બરાબર એક થી r અને t બરાબર એક થી mi ને ટેટ દ્વારા k ને બદલીને લખીશ

અને t દ્વારા $kbkt$ માફ કરશો btk હા અને ckj આ તે છે જે હવે મારી પાસે છેલ્લી વખત હતી તે અભિવ્યક્તિ જુઓ અને તમે

નોંધ કરી શકો છો કે આ એક બિંદુ b ડોટ c જેવું જ છે આમ અમે બતાવ્યું છે કે મેટ્રિક્સ ગુણાકાર સહયોગી છે આગળનો એક

સ્વાભાવિક પ્રશ્ન જે કોઈ પૂછશે તે કોમ્યુટેટીવીટી વિશે છે સત્ય એ છે કે મેટ્રિક્સ ગુણાકાર

સામાન્ય રીતે બિન-વિનિમયાત્મક છે તેથી હકીકતમાં ચાલો આપણે એક ઉદાહરણ કરીએ આના માટે

1 ઓછા 2 3 ઓછા 4 2 5 ની બરાબર કરીએ.

અને b બરાબર 2 4 2 ત્રણ પાંચ એક પહેલા આપણે અબાબની બરાબર ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ

1 ઓછા 2 3 ઓછા 4 2 5 વખત આ b 2 3 4 5 2 1.

એકના બે બે ઓછા બેમાં ચાર ઓછા આઠ ત્રણ બે છમાં

તેથી વત્તા x એકમાંથી ત્રણ ઓછા ટી wo માં પાંચ

તેથી ઓછા દસ ત્રણ માં એક વત્તા ત્રણ ઓછા ચાર માં બે ઓછા આઠ બે માં ચાર વત્તા આઠ પાંચ માં બે દસ વત્તા દસ ઓછા ચાર માં ત્રણ ઓછા બાર બે માં પાંચ વત્તા સાત પાંચ માં સોરી વત્તા દસ વત્તા પાંચ માં એક જે છે પાંચ પરિણામી મેટ્રિક્સ 2 ઓછા 8 ઓછા 6 વત્તા 6 છે જે 0 3 ઓછા 10 ઓછા 7 વત્તા 3 છે જે ઓછા ચાર આઠ ઓછા આઠ શૂન્ય વત્તા દસ છે જે દસ ઓછા બાર વત્તા દસ છે જે ઓછા બે વત્તા પાંચ છે જે ત્રણ છે બીજી તરફ ચાલો આપણે baba ની બરાબર 2 3 4 5 2 1 ગુણ્યા 1 ઓછા 2 3 ઓછા 4 2 5 બરાબર 2 માં 1 થી 3 માં ઓછા 4 ઓછા 12 2 માં ઓછા 2 ની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જે ઓછા 4 3 માં 2 6 છે

તેથી વત્તા x 2 માં 3 જે 6 પાંચ માં ત્રણ પંદર છે

તેથી વત્તા પંદર ચાર માં એક પાંચ માં ઓછા ચાર જે ઓછા ચોવીસ માં ઓછા બે છે જે ઓછા આઠ પાંચ માં બે દસ ચાર માં ત્રણ છે જે બાર પાંચ માં પાંચ છે જે છે પચીસ

તેથી વત્તા પચીસ બે માં એક બે એક માઈનસ માઈનસ પણ માઈનસ ચાર ઈન બે માઈનસ બે જે માઈનસ ચાર એક ઈન્ટુ બે જે બે બે ત્રણ ત્રણ જે છ વત્તા પાંચ એકમાં પાંચ જે પાંચ છે પરિણામી મેટ્રિક્સ બે ઓછા બાર છે જે માઈનસ દસ ઓછા ચાર વત્તા છ છે જે ઓછા છે જે બે છ વત્તા પંદર છે જે એકવીસ ચાર ઓછા વીસ છે જે ઓછા સોળ ઓછા 8 વત્તા 10 છે જે 2 12 વત્તા 25 છે જે 37 2 ઓછા 4 છે જે બાદબાકી 2 ઓછા 4 વત્તા 2 ફરીથી ઓછા 2 6 વત્તા 5 જે 11 છે.

તમે નીચેની નોંધ કરી શકો છો કે ab એ બે બાય બે ક્રમનું મેટ્રિક્સ છે જ્યારે ba એ ત્રણ બાય ત્રણના ક્રમનું મેટ્રિક્સ છે અને a અને b ની એન્ટ્રીઓ પણ મેચ કરી શકાતી નથી

તેથી એકવાર તમારી પાસે આ બે મેટ્રિક્સ છે અલગ-અલગ ક્રમમાં આ બંનેની સરખામણી કરી શકાતી નથી

તેથી ab એ ba ની બરાબર નથી કુદરતી પ્રશ્ન એ છે કે સમાન ક્રમના ah ચોરસ મેટ્રિક્સિસ કેવી રીતે છે, ચાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ જે 1 2 3 અને 4 ની બરાબર છે અને ચાલો b ને પાંચ છ સાત તરીકે પસંદ કરીએ.

અને આઠ હવે દો આપણે અબાબની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ છીએ જે 1 2 3 4 ગુણ્યા 5 6 7 અને 8 છે જે એકમાં પાંચ પાંચ સાતમાં બે ચૌદના બરાબર છે

તેથી વત્તા ચૌદ એકમાં છ છ બેમાં આઠ જે સોળ ત્રણમાં પાંચ પંદર સાતમાં ચાર વીસ છે આઠ 3 માં 6 જે 18 વત્તા 4 માં 8 જે 32 છે પરિણામી મેટ્રિક્સ 5 વત્તા 14 છે જે 19 6 વત્તા 16 છે જે 22 15 વત્તા 28 છે જે 43 18 વત્તા 32 છે જે 50 છે.

હવે ચાલો બાબાની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ

બરાબર 5 6 7 8 ગુણ્યા 1 2 3 અને 4 જે બરાબર 5 માં 1 5 વત્તા 6 માં 3 જે 18.

પાંચ માં બે દસ છ માં ચાર ચોવીસ સાત માં એક સાત આઠ માં ત્રણ ચોવીસ સાત માં બે ચૌદ આઠ માંથી ચાર બત્રીસ જે બરાબર પાંચ વત્તા અઠાર જે ત્રેવીસ દસ વત્તા ચોવીસ છે જે ચોત્રીસ 7 વત્તા 24 જે 31 14 વત્તા 32 છે જે 46 છે આમ ab જે 19 32 43 અને 50 બરાબર છે અને તમે કરી શકો છો નોંધ લો કે એક પણ એન્ટ્રી ma ની એન્ટ્રીઓ જેટલી નથી trix ba 23 34 31 અને 46 જે જમણા સમાન છે

તેથી ab એ ba ની બરાબર નથી ત્યારે પણ a અને b સમાન ક્રમના ચોરસ મેટ્રિક્સ હોય તો પછીની એક પછીની મિલકત જે સામાન્ય પ્રક્રિયાઓમાં મેટ્રિક્સ કરે છે તે નીચે મુજબ છે

તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો આલ્ફા અને બીટા અથવા કોઈપણ બે સ્કેલર જેમ કે આલ્ફા ડોટ બીટા જ્યારે તમે આ બેનો ગુણાકાર કરો અને જો પરિણામી શૂન્ય સ્કેલર હોય તો કાં તો આલ્ફા બરાબર શૂન્ય અથવા બીટા બરાબર શૂન્ય આમાંથી એક થાય છે પરંતુ

મેટ્રિક્સિસના કિસ્સામાં આવું થતું નથી

તેથી ચાલો જોઈએ.

એક સરળ ઉદાહરણ જ્યાં આ નિષ્ફળ જાય છે

તેથી શૂન્ય ઓછા એક શૂન્ય બે અને b જે ત્રણ પાંચ શૂન્ય શૂન્ય છે તે તમારી પાસે છે આ તમારી પાસે આ બે છે હવે ચાલો મેટ્રિક્સ ત્રણ પાંચ શૂન્ય શૂન્ય સાથે ab શૂન્ય ઓછા એક શૂન્ય બે ની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ શૂન્યથી ત્રણમાં શૂન્ય થશે જે શૂન્ય વત્તા ઓછા એકમાં શૂન્ય છે તમારી પાસે શૂન્ય શૂન્યમાંથી પાંચ હશે તમારી પાસે શૂન્ય ઓછા એકમાં શૂન્ય છે

તેથી તે ફરીથી શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય ત્રણમાં શૂન્ય છે તે શૂન્ય વત્તા બે શૂન્ય છે જે ફરીથી શૂન્ય છે 0 શૂન્યમાં પાંચ તે શૂન્ય છે વત્તા બે શૂન્યમાં અડધો શૂન્ય થશે

તેથી પરિણામી મેટ્રિક્સ માત્ર શૂન્ય મેટ્રિક્સ છે

તેથી મેટ્રિક્સ જો કે તેઓ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ અથવા જટિલ સંખ્યાઓ જેવા વર્તે છે તેમ દેખાય છે તેમ છતાં તેમની પાસે તેમના પોતાના ગુણધર્મોનો સમૂહ છે જે તેઓ છે.

અત્યંત બિન-વિનિમયાત્મક અને તેવી જ રીતે જો તમારી પાસે બે બિન-શૂન્ય મેટ્રિક્સ હોય તો પણ તેમનું ઉત્પાદન આ 0 મેટ્રિક્સ તરફ દોરી શકે છે હવે ચાલો આપણે પ્રાથમિક પંક્તિ ઓપરેશન્સ અને રો એચેલોન મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખાય છે તે પ્યાલ તરફ આગળ વધીએ, ચાલો આપણે પહેલા વ્યાખ્યા સાથે પ્રારંભ કરીએ.

પંક્તિ એચેલોન મેટ્રિક્સ શું છે અને પછી શૂન્ય ઓપરેશન ફાઇન તરીકે શું ઓળખાય છે તે સમજવાનો પ્રયાસ કરીએ તો ચાલો મેટ્રિક્સને પંક્તિ ઘટાડેલ એકેલન રાઇટ અથવા પંક્તિ એચેલોન મેટ્રિક્સ કહેવામાં આવે છે તે વ્યાખ્યા સાથે શરૂ કરીએ જો નીચેના ગુણધર્મો દરેક શૂન્ય પંક્તિ નીચે હોય તો પ્રથમ એક ધરાવે છે.

દરેક બિન શૂન્ય rho બીજા એક અગ્રગણ્ય ગુણાંકનો અગ્રેસર ગુણાંકનો અર્થ શું થાય છે દરેક પંક્તિનો પ્રથમ બિન શૂન્ય ગુણાંક એક

ફૂવો અને ત્રીજો એક કોલમ wh ich એક અગ્રણી બિન-શૂન્ય એન્ટ્રી ધરાવે છે જેમાં અગ્રણી શામેલ હોય છે કારણ કે બીજો એક કહે છે કે અગ્રણી ગુણાંક એક હોવો જોઈએ જેથી અગ્રણી ગુણાંક હોય અને જો તમારી પાસે એક કોલમ હોય જેમાં અગ્રણી ગુણાંક હોય તો એક પંક્તિનો જમણો ગુણાંક હોય બાકીના બધા ગુણાંકો શૂન્ય જમણે બરાબર છે

તેથી તમારી પાસે હવે ત્રણ છે છેલ્લી શરત ચોથી એક ધારો કે મેટ્રિક્સમાં r બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ છે એટલે કે બાકીની પંક્તિઓ શૂન્ય જમણી મેટ્રિક્સ છે તે બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ છે જો અગ્રણી નોન-ઝીરો એન્ટ્રી આગળની નોન-ઝીરો એન્ટ્રી છે ith પંક્તિ ની ઠી સ્તંભમાં આવે છે તો પછી તમે $k_1 k_2 kr$ વિશે શું કહી શકો તો k_1 એ k_2 કરતાં સખત રીતે ઓછું છે k કરતાં કડક રીતે ઓછું આ ચાર બાબતો છે જે તમારે શું છે તેની કલ્પનાને વ્યાખ્યાયિત કરવાની જરૂર છે પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખાય છે હવે ચાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણો કરીએ પહેલા આપણે આ એક એક શૂન્ય બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય જોઈએ પ્રથમ શરત કહે છે કે દરેક શૂન્ય પંક્તિ બેલો છે દરેક બિન શૂન્ય પંક્તિ માટે બીજી પંક્તિ શૂન્ય પંક્તિ છે પરંતુ તે શૂન્ય સિવાયની પંક્તિની ઉપર છે જમણી બાજુ બીજી પંક્તિ શૂન્ય સિવાયની પંક્તિની ઉપર છે ત્રીજી પંક્તિ શૂન્ય નથી અને કારણ કે આપણે ઈચ્છીએ છીએ કે દરેક શૂન્ય પંક્તિ દરેકની નીચે હોવી જોઈએ.

શૂન્ય ન હોય તેવી પંક્તિ અને બીજી પંક્તિ જે શૂન્ય પંક્તિ છે તે શૂન્ય પંક્તિ સિવાયની પંક્તિની ઉપર છે અને તેથી પંક્તિ ઘટાડેલી નથી અને એક પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ નથી, ચાલો આપણે બીજા એક સમાન ઉદાહરણને જોઈએ, તેથી ચાલો બીજી અને ત્રીજી પંક્તિની અદલાબદલી કરીએ એક શૂન્ય બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક શૂન્ય તેથી તમારી પાસે અહીં શૂન્ય છે એક શૂન્ય એક એક બે શૂન્ય જમણે

તેથી આ મેટ્રિક્સ છે કે તમારી પાસે એક શૂન્ય એક શૂન્ય બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય છે તેથી પ્રથમ શૂન્ય પંક્તિ અહીં છેલ્લી છે જે તમામ બિન-શૂન્ય પંક્તિઓની નીચે છે અન્ય બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ બીજા એક પ્રથમ અગ્રણી ગુણાંક દરેક હરોળમાં હોવો જોઈએ તે એક હોવો જોઈએ જે પ્રથમ પંક્તિમાં પ્રથમ બિન-શૂન્ય છે આ પ્રથમ પ્રથમ અગ્રણી ગુણાંક છે જે આ વર્ષે બિન-શૂન્ય છે તમારી પાસે પ્રથમ પંક્તિ છે એક જે સારું છે પરંતુ બીજામાં તમારી પાસે બે છે તેથી પ્રથમ અગ્રણી ગુણાંક અથવા બીજી હરોળમાં પ્રથમ બિન-શૂન્ય ગુણાંક

બે છે અને

તેથી એક પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ નથી, ચાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ આ એક 1 જોઈએ.

એક બે શૂન્ય એક એક શૂન્ય શૂન્ય c શૂન્ય પંક્તિ જે ત્રીજી છે અને તે અન્ય બે શૂન્ય પંક્તિઓ અથવા અન્ય બે શૂન્ય પંક્તિઓની નીચે છે પ્રથમ પંક્તિમાં પ્રથમ અગ્રણી ગુણાંક એ પ્રથમ તત્વ છે જે એક છે અને તે જ રીતે બીજી પંક્તિ તે બીજું તત્વ છે જે ફરીથી એક છે પરંતુ જો તમે ત્રીજી શરત જોશો કે તમારે પંક્તિ ઘટાડેલા એકેલન મેટ્રિક્સની જરૂર છે તે એ છે કે જો તમારી પાસે જ્યાં પણ પ્રથમ અગ્રણી ગુણાંક હોય તો તે કોલમની અન્ય અન્ય એન્ટ્રીઓ શૂન્ય હોવી જોઈએ.

જો તમારી પાસે અહીં એક છે તો બીજી એન્ટ્રીઓ અહીં શૂન્ય છે પરંતુ તમારી પાસે એક છે જે અગ્રેસર ગુણાંક છે પણ પછી તમારી પાસે અહીં શૂન્ય છે પરંતુ આ શૂન્ય નોન જમણે છે

તેથી આ એક પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન એમ નથી.

મેટ્રિક્સ ચાલો આપણે એક વધુ જોઈએ 0 1 2 શૂન્ય ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય

પ્રથમ અગ્રણી ગુણાંક અહીં બીજી હરોળમાં છે આ બધા એક છે અને જ્યાં પણ તમારી પાસે અગ્રણી ગુણાંક છે ત્યાં તે કોલમની અન્ય એન્ટ્રીઓ શૂન્ય છે, તમારી પાસે પ્રથમ પંક્તિની બીજી કોલમમાં એક છે અને તે કોલમમાં અન્ય એન્ટ્રીઓ શૂન્ય છે અને તમે પ્રથમમાં એક છે બીજી હરોળમાં પ્રથમ એન્ટ્રી એક જમણી છે અને બીજી એન્ટ્રીઓ શૂન્ય છે

તેથી k એક છે

તેથી તમારી પાસે બે બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ છે

તેથી તમે જે ઈચ્છો છો તે kth કોલમ છે ચોથી શરત k એક આમાં એક છે માફ કરશો આ કિસ્સામાં બે જે બીજી કોલમ છે અને આ કિસ્સામાં k બે એક છે

તેથી તમારી પાસે જે k બે છે તે k એક કરતાં ઓછું છે

તેથી આ આ પંક્તિ ઓછી નથી

તેથી આ મેટ્રિક્સ પંક્તિ ઓછી નથી, ચાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ 1 0 2 0 1 3 0 શૂન્ય શૂન્ય જેથી તમે નોંધ કરી શકો કે આ શૂન્ય પંક્તિ ત્રીજી પંક્તિ તમામ બિન-શૂન્ય પંક્તિઓની નીચે છે પ્રથમ વસ્તુ બીજી અગ્રણી ગુણાંક અથવા પ્રથમ અને બીજી પંક્તિ બંનેમાં પ્રથમ અને બીજી પંક્તિના અગ્રણી ગુણાંકમાં પ્રથમ બિન શૂન્ય ગુણાંક માત્ર એક અધિકાર છે તે માત્ર એક છે અને

તેથી તમે ત્રીજું પૂર્ણ કર્યું જે તમે ઈચ્છતા હતા તે એ છે કે તમામ ઘટકો બરાબર છે

તેથી અગ્રણી ગુણાંક ધરાવતી કોલમમાંના ઘટકો અને અગ્રણી ગુણાંક ધરાવતી કોલમમાં અન્ય તમામ ઘટકો યોગ્ય છે અથવા શૂન્ય તેથી અગ્રણી ગુણાંક પ્રથમ કોલમ અને બીજી કોલમમાં દેખાય છે તમે નોંધ કરી શકો છો કે આ એક સિવાય બાકીના બે ઘટકો શૂન્ય છે છેલ્લા એક k એક જમણે પ્રથમ k વન કોલમમાં દેખાય છે અથવા પ્રથમ કોલમ k એક એક k બે છે અહીં તે સેકન્ટ છે બે

તેથી k બે છે

તેથી k એક k બે કરતાં ઓછું છે

તેથી આમ આ મેટ્રિક્સ એક પંક્તિ છે જે મેટ્રિક્સ સાથે h ઘટાડે છે હવે આ સ્ટેગ પર કોઈ વ્યક્તિ પૂછવા માંગે છે તે કુદરતી પ્રશ્ન છે e એ મેટ્રિક્સ આપેલ નીચેનો પ્રશ્ન છે

a શું

તેને એક પંક્તિમાં રૂપાંતરિત કરવા માટે કોઈ પ્રક્રિયા છે.

હા ત્યાં એક પ્રક્રિયા છે અને પ્રક્રિયા એ લાગુ કરવાની છે કે જેને પ્રાથમિક કામગીરી તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અથવા જેને પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરી તરીકે ઓળખવામાં આવે છે, તો ચાલો આપણે પહેલા ચર્ચા કરીએ કે આ પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરીઓ શું છે ત્યાં

ત્રણ પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરી છે પ્રથમ એક i th પંક્તિને a વડે ગુણાકાર કરે છે.

બિન શૂન્ય સ્કેલર k હી લેખ્યા

તેથી આને જમણી i th પંક્તિ દ્વારા સૂચવવામાં આવશે લેખ્યા ગુણ્યા દ્વારા બદલવામાં આવે છે ri યાલો એક સરળ ઉદાહરણ કરીએ જો તમે આ મેટ્રિક્સ એક બે ત્રણ ચાર પાંચ છ જુઓ તો તમે ફક્ત પ્રથમ પંક્તિને એકના બે વખતથી ગુણાકાર કરશો તમે પ્રથમ પંક્તિને બે વડે ગુણાકાર કરો છો

તેથી બે એકમાં તે બે છે બે બેમાં તે ચાર છે અને બેમાં ત્રણ છે છ ચાર પાંચ છ આ શું છે તમારી પાસે છે

તેથી નવું મેટ્રિક્સ બે ચાર છ ચાર પાંચ છ એ પ્રથમ પંક્તિને સ્કેલર દ્વારા બે બીજી પંક્તિનો ગુણાકાર કરીને

i th પંક્તિ અને j ને જમણી બાજુથી બદલીને પ્રથમ એકમાંથી મેળવવામાં આવે છે આ તે i th પંક્તિ અને j th પંક્તિની અદલાબદલી તરીકે દર્શાવશે.

અથવા અદલાબદલી આ તે સંકેત છે જે હશે

તેથી યાલો આપણે એક ઉદાહરણ જોઈએ $0 \ 1 \ 2$ એક શૂન્ય ત્રણ શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય

તેથી આ એક ઉદાહરણ છે તો તે શું છે જે આપણે કરવા જઈ રહ્યા છીએ આપણે ફક્ત r એક અને r ની અદલાબદલી કરીશું બે અને તમારી પાસે શું હશે જો તમે એક શૂન્ય ત્રણ શૂન્ય એક બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય ત્રીજી પંક્તિ પ્રાથમિક કામગીરી i થોને i th પંક્તિના સરવાળા વડે બદલો

અને j થોના mu ગુણાંકને બદલો તો તમે i th પંક્તિને ri i th વડે બદલી રહ્યા છો પંક્તિ વત્તા સ્કેલર ગુણ્યા j હી પંક્તિ

તેથી અમે i th પંક્તિને ri થી i th પંક્તિ વત્તા સ્કેલર mu ગુણ્યા j બે દ્વારા બદલી રહ્યા છીએ આ તે છે જે આપણે કરી રહ્યા છીએ

તેથી યાલો આ માટે એક ઉદાહરણ કરીએ જે મેટ્રિક્સ તમારી પાસે છે તે એક છે બે શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય શૂન્ય એક ત્રણ આ હવે આપણી પાસે જે મેટ્રિક્સ છે તે આપણે નીચેનું કરીએ છીએ r એકને r એક વત્તા બે ગુણ્યા r બે વડે બદલવામાં આવે છે આ આપણી પાસે જે છે તે આપણે ફક્ત બે ગુણ્યા r બેનો ગુણાકાર કરીએ છીએ

તેથી પ્રથમ એક છે r એટલે એક વત્તા બે ગુણ્યા શૂન્ય જે એક બે વત્તા બે ગુણ્યા શૂન્ય છે તે $2 \ 0$ વત્તા 2 ગુણ્યા 1 સાથે સમાપ્ત થશે $2 \ 0$ વત્તા 2 ગુણ્યા 3 સાથે સમાપ્ત થશે

તેથી હું 6 સાથે સમાપ્ત થઈશ.

તેથી $0 \ 0 \ 1 \ 3$ આ તે છે જેનો આપણો અધિકાર છે

તેથી આ 3 પ્રાથમિક કામગીરીઓ છે જે આપણે રો એચેલોન મેટ્રિક્સ તરીકે ઓળખાય છે તે મેળવવા માટે કરવા જઈ રહ્યા છીએ

હવે આપેલ મેટ્રિક્સમાંથી એક પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ મેળવવા માટે આપણે કઈ પ્રક્રિયા અરજી કરવી પડશે

તેથી એક મેળવવા માટેની પ્રક્રિયા આપેલ મેટ્રિક્સમાંથી પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ

તેથી નીચેના પગલાંઓ છે

તેથી યાલો હું તેમને ફક્ત બિંદુઓ દ્વારા દર્શાવું પ્રથમ પગલું હું તેને પ્રથમ પગલું તરીકે લખીશ કારણ કે તમારે અમુક પગલાંઓનું પુનરાવર્તન કરવું પડશે જે તમારી પાસે પ્રથમ વસ્તુ હશે.

નોંધનીય છે કે દરેક શૂન્ય પંક્તિ દરેક નંબરની નીચે છે n શૂન્ય કે જે ચકાસવું પડશે

તેથી જો તે કેસ ન હોય તો

શૂન્ય પંક્તિઓને મેટ્રિક્સના અંત સુધી નીચે ધકેલવા માટે પંક્તિઓની અદલાબદલી લાગુ કરો

જેથી એકવાર તમે આ કરો પછી આના અંત સુધીમાં શું થશે બધી શૂન્ય પંક્તિઓ નીચે હશે દરેક બિન-શૂન્ય પંક્તિ હવે બીજું એક પગલું બે પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલમ શોધો તમારે પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલમ શોધવી પડશે હકીકતમાં મારે તે ડાબે જમણેથી લખવું જોઈએ તમારે ડાબે જમણેથી શરૂ કરવું પડશે

તેથી યાલો ધારીએ કે પ્રથમ બિન શૂન્ય કોલમ કે તે k એક જમણી k એક છે પ્રથમ બિન શૂન્ય કોલમ પગલું ત્રણ ફરીથી

પુશ અપ કરવા માટે પંક્તિઓનું વિનિમય લાગુ કરો

તેથી પહેલા આપણે નીચે દબાણ કર્યું હતું હવે આપણે એક પંક્તિને પુશ અપ કરવા માટે દબાણ કરી રહ્યા છીએ જેની અગ્રણી બિન શૂન્ય ગુણાંક છે પ્રથમ પંક્તિમાં શૂન્ય ન હોય તેવા કોલમ કોલમમાં થાય છે

તેથી હું ઇચ્છું છું કે આ પ્રથમ પંક્તિમાં હોય જો આ ગુણાંક એક ન હોય તો હું શું કરીશ પ્રથમ પંક્તિને અગ્રણી બિન શૂન્ય ગુણાંક દ્વારા વિભાજિત કરો પ્રથમ પંક્તિને અગ્રણી બિન શૂન્ય ગુણાંક દ્વારા વિભાજિત કરો ગુણાંક i ent જેથી અગ્રણી બિન શૂન્ય ગુણાંક બની જાય, હું ઇચ્છું છું કે હવે એક થવાનું ચાર પગલું આગળ છેલ્લું પ્રાથમિક ઓપરેશન ri ને ri પ્લસ મ્યુ ટાઇમ્સ rj દ્વારા બદલાયેલ i sorry j ના યોગ્ય મૂલ્યો માટે લાગુ કરો અને હકીકતમાં મારે તેને mu અને r તરીકે લખવું જોઈએ.

i અને mu ની યોગ્ય કિંમતો માટે એક અધિકાર આ એક હોવો જોઈએ જેથી પ્રથમ પ્રથમ બિન શૂન્ય કોલમમાં બિન શૂન્ય ગુણાંક હોય છે માત્ર પ્રથમ હવે પગલા પાંચ પુનરાવર્તિત પગલાં બે બે ચાર પેટા મેટ્રિક્સ

માટે પ્રથમ પંક્તિ કાઢી નાખવાથી પ્રાપ્ત થાય છે અને પ્રથમ કોલમ જ્યાં સુધી બધી બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ સમાપ્ત ન થાય ત્યાં સુધી તમે બધી બિન-શૂન્ય પંક્તિઓ સમાપ્ત ન કરો ત્યાં સુધી આને ફરીથી અને ફરીથી લાગુ કરવાનું ચાલુ રાખો

તેથી હવે યાલો એક સરળ ઉદાહરણ કરીએ

$1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3$ આ મેટ્રિક્સ છે કે મારી પાસે છે તો તે કઈ વસ્તુઓ છે જે આપણે પ્રથમ પગલું જોવું પડશે જો ત્યાં કોઈ શૂન્ય પંક્તિઓ હોય અને પછી તેને છેલ્લી એક તરફ ધકેલવા માટે પંક્તિઓની અદલાબદલી લાગુ કરો જો તમે આ મેટ્રિક્સને જુઓ તો ત્યાં કોઈ શૂન્ય પંક્તિઓ નથી અને

તેથી તમારે આ પ્રથમ એક સેકન્ડ લાગુ કરવાની જરૂર નથી તે પ્રથમ બિન-શૂન્ય કોલમને ઓળખો જે પોતે પ્રથમ કોલમ છે અને પછી

ખાતરી કરો કે તે કોલમમાં પ્રથમ બિન-શૂન્ય ગુણાંક જુઓ જ્યાં તે પંક્તિ દેખાય છે જેમાં તે ચિપ કરે છે.

ફરીથી દેખાય છે તે પ્રથમ હરોળના પ્રથમ સ્તંભમાં છે

તેથી કોઈ સમસ્યા નથી

તેથી આગળની વસ્તુ જે કરવાનું રહેશે તે છે

તેથી તે ફરીથી 1 છે

તેથી આપણે વિભાજન કરવાની જરૂર નથી અમારે અન્ય એન્ટ્રીઓ જોવાની રહેશે.

તેઓ બિનશૂન્ય છે

તેથી તેને કેવી રીતે બનાવવું 0 ને r બે વડે r બે વત્તા ઓછા એક વખત r એક જમણા r બે ની જગ્યાએ r બે વત્તા ઓછા એક ગુણ્યા r વન છે

તેથી પ્રથમ પંક્તિ રાખવામાં આવે છે કારણ કે તે બીજી પંક્તિ r બે વત્તા ઓછા એક છે ગુણ્યા r એક

તેથી તમારી પાસે અહીં શૂન્ય હશે r બે જે બે વત્તા ઓછા એક છે જે એક એક વત્તા ઓછા બે છે જે બાદબાકી એક છે અને પછી છેલ્લું ફરીથી તમે r ત્રણને r ત્રણ વત્તા ઓછા એક ગુણ્યા r બદલો છો.

શૂન્ય

તેથી ફરીથી તમારી પાસે એક હશે જેથી તમારી પાસે ત્રણ ઓછા બે ડબ્લ્યુ હશે $high\ is\ one$ હવે તમે શું કરો છો તમે આ સબ મેટ્રિક્સને જુઓ એક માઈનસ વન એક એક આ પેટા મેટ્રિક્સ જુઓ અને પછી તે જ ઓપરેશન કરો તમારી પાસે કોઈ શૂન્ય ન હોય તેવી વસ્તુઓ નોન શૂન્ય પંક્તિઓ અને સારી રીતે તમારે પ્રથમ નોન જોવાનું રહેશે.

શૂન્ય સ્તંભ જે આ છે અને પ્રથમ બિનશૂન્ય ગુણાંક આ એક છે જે ફરીથી એક છે

તેથી ચાલો આપણે ચિંતા ન કરીએ

તેથી આપણે અન્ય વસ્તુઓને કન્વર્ટ કરવી પડશે

તેથી હું શું કરીશ r એકને r એક બાદબાકી ઓછા એક ગુણ્યા r બેથી બદલો શૂન્ય એક બાદબાકી વન હશે કારણ કે હું માત્ર r એક r વન એક ઓછા ઓછા એકને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરી રહ્યો છું જે એવું છે કે મારી પાસે એક હશે એક બાદબાકી ઓછા એક મારા એક ઓછા એક કે જે શૂન્ય બે ઓછા ઓછા એક છે જે શૂન્ય છે એક ઓહ મારે તેને વત્તા psi તરીકે લખવું પડશે તે વત્તા જમણું હોવું જોઈએ

તેથી બે વત્તા એક જે ત્રણ છે હા ફરીથી અહીં છેલ્લું એક r ત્રણ r ત્રણ વત્તા ઓછા એક વખત r બે જમણે

તેથી r ત્રણ છે

તેથી હું આ ઈચ્છું છું શૂન્ય બનો

તેથી મારી પાસે અહીં શૂન્ય હશે

તેથી એક ઓછા એક જે છે શૂન્ય એક વત્તા ઓછા એકમાં એક જે બે છે

તેથી મારી પાસે આખરે આ એક હશે કે હું સબ મેટ્રિક્સ છું જે એક એક બાય એક મેટ્રિક્સ છે બરાબર

તેથી આ માત્ર બિન શૂન્ય ગુણાંક છે અને મારી પાસે જે છે તે મારે આમાં બનાવવું જોઈએ એક એટલે છેલ્લું એક બદલો r ત્રણ એટલે એક વડે બે ગુણ્યા r ત્રણ મારી પાસે બીજી વસ્તુઓ છે એક શૂન્ય ત્રણ શૂન્ય એક બાદ એક શૂન્ય શૂન્ય એક મારે બીજા બે તત્વોને શૂન્ય બનાવવા પડશે જે માઈનસ એક અને ત્રણ છે

તેથી ચાલો હું ફક્ત તેમને શૂન્યમાં રૂપાંતરિત કરું છું

તેથી હું શું કરીશ કે હું r વનને r વન વત્તા ઓછા ત્રણને R ત્રણમાં બદલીશ તો હું શું કરીશ મારી પાસે એક શૂન્ય શૂન્ય હશે અને તે જ રીતે હું r બેને r બે વત્તા વડે બદલીશ r ત્રણ માત્ર r બે વત્તા r ત્રણ તો હું શું સાથે સમાપ્ત થઈશ હું ફક્ત શૂન્ય એક શૂન્ય શૂન્ય સાથે સમાપ્ત થઈશ આ તે વસ્તુ છે જેનો મારી પાસે અધિકાર છે આમ

મેટ્રિક્સ પર પ્રક્રિયા અથવા અલ્ગોરિધમ લાગુ કર્યા પછી પ્રાપ્ત થયેલ પંક્તિ ઘટાડેલી એકેલન મેટ્રિક્સ એક એક બે 1 2 1 2 3 માત્ર t છે $he\ identity\ matrix$ અને આ સાથે જ હું આ લેક્ચર બંધ કરું આપ સૌનો આભાર