मॅट्रिक्स आणि निर्धारकांवरील व्याख्यानात आपले स्वागत आहे मागील लेक्चरमध्ये आम्ही मॅट्रिक्सची संकल्पना मांडली होती आणि आम्ही मॅट्रिक्सचे काही गुणधर्म पाहिले होते विशेषत: आम्ही मॅट्रिक्स कसे जोडायचे ते पाहिले आता आपण दुसरे पाहू या ज्याला काय म्हणतात.

स्केलर गुणाकार म्हणून आपण रिअल किंवा कॉम्प्लेक्स मॅट्रिक्सला रिअल स्केलरने किंवा कॉम्प्लेक्स स्केलर लेट ab आणि n चा मॅट्रिक्सने गुणाकार करणार आहोत म्हणजे i a as aij आहे जिथे मी 1 ते n पर्यंत धावतो आणि j 1 ते m पर्यंत धावतो आणि अल्फा हा वास्तविक संख्यांच्या r संचाचा आहे किंवा c बरोबर आहे म्हणून n द्वारे n मॅट्रिक्सच्या नोंदी ही एक वास्तविक संख्या किंवा एक जटिल संख्या आहे म्हणून आम्ही मॅट्रिक्स अल्फा डॉट a ची व्याख्या खालीलप्रमाणे करतो म्हणून अल्फा डॉट a त्याची ijth एंट्री दिली आहे alpha times aij बरोबर

त्यामुळे मॅट्रिक्स अल्फा डॉट a हा अल्फा टाइम्स aij ने दिलेला आहे म्हणून एकदा ही व्याख्या तुमच्याकडे आली की आता आपण या स्केलर गुणाकाराचे काही गुणधर्म पाहू या जे तुमच्या लक्षात येईल की तुमच्याकडे अल्फा आणि बीटा असल्यास किंवा कोणतेही दोन sca lar नंतर alpha plus beta वर गुणाकार केल्यास हे alpha dot a आणि beta dot a सारखे आहे आणि नंतर हे दोन मॅट्रिक्स जोडा आता हे कसे करायचे याचा पुरावा कसा द्यायचा म्हणून आता आपण अल्फा प्लस बीटा डॉट लिहू.

एक चांगले समाधान किंवा पुरावा म्हणून द्या कारण तुमच्याकडे मॅट्रिक्स आहे म्हणून मला मॅट्रिक्स a लिहू द्या aij म्हणून मग व्याख्येनुसार अल्फा प्लस बीटा डॉट ए हे अल्फा प्लस बीटा डॉट आयज होणार आहे परंतु आम्हाला माहित आहे की ते बेरीज आणि गुणाकार आहेत वास्तविक संख्यांसाठी वितरणात्मक म्हणून हे अल्फा डॉट ईआयजी अधिक बीटा डॉट आयज सारखे आहे आणि हे मॅट्रिक्स अल्फा डॉट ईआयजी या मॅट्रिक्स अधिक मॅट्रिक्स बीटा डॉट आयजच्या व्याख्येनुसार ah प्रमाणेच आहे आता पुन्हा स्केलरच्या व्याख्येनुसार गुणाकार हा अल्फा डॉट आयज प्लस बीटा डॉट आयज सारखा आहे जो कोणत्याही स्केलर अल्फासाठी अल्फा डॉट ए प्लस बीटा डॉट ई सेकंड एवढा आहे

आणि कोणत्याही दोन मॅट्रिक्ससाठी ए आणि बी समान क्रमाच्या अल्फा डॉट ए प्लस बी हे अल्फा डॉट सारखे आहे एक pl us alpha dot p म्हणून तुम्हाला दिले आहे की a आणि b समान क्रमाने आहेत, म्हणून मला a aij म्हणून आणि b bij म्हणून लिहू द्या जेथे a आणि b matrices a आणि b समान क्रमाने आहेत म्हणून alpha dot a plus b जे अल्फा डॉट सारखे आहे ते मला एंट्रीच्या संदर्भात लिहू द्या जेणेकरून गोष्टी होतील म्हणून मला एक लहान अक्षर वापरू द्या जेणेकरुन तुम्ही जोडलेल्या एंट्रीनुसार मॅट्रिक्स जोडणीच्या व्याख्येनुसार गोष्टी अधिक स्पष्ट होतील त्यांना म्हणून ते तुम्हाला मॅट्रिक्स आयज प्लस बिज देणार आहे आता स्केलर गुणाकाराच्या व्याख्येनुसार हे तुम्हाला फक्त अल्फा डॉट आयज प्लस बिज देणार आहे हे तथ्य वापरा की बेरीज आणि स्केलर गुणाकार ते वितरणात्मक आहेत म्हणून हे समान आहे alpha dot aij plus alpha dot bij म्हणून एक गोष्ट जी तुम्हाला दुसऱ्या गोष्टीत लक्षात घ्यावी लागेल ती म्हणजे दुसरी समानता जी यात आहे कारण a आणि b समान क्रमाने आहेत म्हणून तुम्ही त्यांना बरोबर जोडू शकता म्हणून हे सर्व म्हटल्यावर ज्या गोष्टी आपण शेवटी त्या ठिकाणी आलो आहोत जिथे आपल्याकडे अल्फा डॉट आयज अधिक अल्फा डॉट बिज आहे, मॅट्रिक्सच्या जोडणीच्या व्याख्येनुसार आय जथ एंट्री ही अल्फा डॉट आयज प्लस अल्फा डॉट बिज सारखीच आहे पुन्हा व्याख्या वापरू या स्केलर गुणाकाराचे हे अल्फा डॉट इज मॅट्रिक्स आयज अधिक अल्फा डॉट मॅट्रिक्स बिज सारखे आहे, म्हणून हे मॅट्रिक्स नोंदीसह आहे aij हे अगदी अल्फा डॉट ए प्लस अल्फा डॉट बी थर्ड वन अल्फा डॉट बीटा आहे कोणत्याही दोन स्केलरसाठी अल्फा आणि बीटा अल्फा डॉट बीटा डॉट ए हे अल्फा डॉट बीटा डॉट ए सारखेच आहे जे बीटा डॉट अल्फा डॉट ए सारखे आहे यापैकी एक गोष्ट सिद्ध करण्यासाठी ते पुरेसे आहे म्हणून प्रथम एक सेकंद कारण तिसरा नंतर येतो कारण अल्फा डॉट बी बीटा सारखाच आहे डॉट अल्फा सो अल्फा डॉट बीटा डॉट ए म्हणून नेहमीप्रमाणे आपण असे गृहीत धरतो की a हा aij फॉर्मचा आहे जो alpha dot beta डॉट aij alpha beta पुन्हा एक स्केलर आहे म्हणून तुम्ही मॅट्रिक्स a सह गुणाकार करत आहात म्हणून व्याख्येनुसार हे th सारखे आहे ई मॅट्रिक्स ज्याच्या नोंदी स्केलर अल्फा बीटा डॉट aij ने गुणाकार केल्या आहेत ते लक्षात येते की स्केलरचा गुणाकार सहयोगी आहे म्हणून हे अल्फा डॉट बीटा डॉट आयज सारखे आहे जे अल्फा टाइम्स बीटा डॉट आयज सारखे आहे बरोबर तुमच्याकडे अल्फा टाइम्स बीटा डॉट आयज आहे जे मॅट्रिक्स बीटा डॉट आयजच्या अल्फा गुणा समान आहे परंतु नंतर ब्रॅकेटमधील मॅट्रिक्स बीटा डॉट आयजी अल्फा डॉट बीटा डॉट ए च्या बरोबर आहे म्हणून हे स्केलर गुणाकाराचे काही गुणधर्म आहेत सेटवर आणखी एक ऑपरेशन आहे ऑफ मॅट्रिक्स म्हणजे मॅट्रिक्सचे ट्रान्सपोज म्हणून ओळखले जाते जर a हे कोणतेही मॅट्रिक्स असेल तर दर्शविलेल्या ट्रान्सपोजचे ट्रान्सपोज म्हणजे टी म्हणजे ट्रान्सपोज मिळवले जाते ते खालील प्रमाणे मिळते, तुम्ही कसे मिळवाल मग मला ij म्हणून लिहू द्या आणि b द्या.

या मॅट्रिक्सच्या बरोबरीने किंवा मी एक ट्रान्सपोज लिहू या मॅट्रिक्सला बिज म्हणून नोंदी म्हणून

मग बिज हे काय आहेत हे

आजीने दिलेले आहेत हे आजीने दिले आहेत ही ट्रान्सपोची व्याख्या आहे म्हणून एकदा तुमच्याकडे ट्रान्सपोज असेल तर जर a हा क्रमाचा मॅट्रिक्स n by m असेल तर transpose a transpose हा क्रम m by n चा मॅट्रिक्स असेल तर तुमच्याकडे m by n असेल तर आपण एक उदाहरण देण्याचा प्रयत्न करूया.

काही मॅट्रिक्ससाठी ट्रान्सपोज मोजण्याचा प्रयत्न करा

प्रथम एक एक बरोबर दोन एक रूट दोन एक रूट तीन तीन एक रूट तीन एक रूट पाच पाच एक रूट पाच एक रूट सात आता गणना करण्याचा प्रयत्न करू.

यातील एक ट्रान्सपोज ij वा एंट्री ही संबंधित मॅट्रिक्स a किंवा अंतर्निहित मॅट्रिक्स a ची जिथ एंट्री आहे म्हणून प्रथम एक महिन्याचे स्थान म्हणून आपल्याला पुन्हा एकदा एक महिन्याचे स्थान पहावे लागेल ते अर्धा सेकंद आहे जे तुमच्याकडे आहे ते एक आहे टूथ पोझिशन त्यामुळे तुम्हाला दोन एक पोझिशनमधील संबंधित एंट्री पहावी लागेल जी पुन्हा तीन आहे तुमच्याकडे एक तिसरी एक तीन पोझिशन आहे त्यामुळे तुम्हाला तीन महिन्यांच्या पोझिशनमधून घटक निवडावा लागेल जो तुमच्याकडे पुन्हा पाच आहे म्हणून हे आहे दोन एक स्थिती त्यामुळे तुम्हाला एका दाताची स्थिती पहावी लागेल जी मूळ द्वारे एक आहे दोन दोन दातांची स्थिती एक मूळ तीन दोन तीन तीन स्थिती आहे म्हणून तीन दातांची स्थिती पहा जी मूळ पाच द्वारे एक आहे पुन्हा हे तीन एक स्थान आहे म्हणून पहा संबंधित मॅट्रिक्स a मध्ये 1 3

स्थानावर तुमच्याकडे 1 बाय रूट 3 1 रूट 5 आणि शेवटी 1 रूट 7 बरोबर हे मॅट्रिक्सचे ट्रान्सपोज आहे.
चला आणखी एक उदाहरण करू या जटिल नोंदी असलेले मॅट्रिक्स लिहू.
काही क्लिष्ट नोंदी सह i म्हणून जेथे मी कॉम्प्लेक्स क्रमांक 2 i 1 अधिक 2 i 3 i 2 i 1 2 अधिक 3 i चार अधिक पाच i तीन चार दर्शवितो हे मॅट्रिक्स आहे आता आपण प्रथम ट्रान्सपोज मोजण्याचा प्रयत्न करूया ते नक्की आहे त्याचप्रमाणे मी दुसरा एक एक दात स्थान आहे म्हणून मला दोन एक स्थानातील संबंधित एंट्री पहावी लागेल जी तीन आहे मी आता फक्त हे चार अधिक पाच i लिहितो
त्यामुळे पहिला स्तंभ येथे प्रथम म्हणून रूपांतरित केला जाईल पंक्ती म्हणजे तुम्हाला दुसरे आर आवश्यक आहे ow
त्यामुळे तुम्हाला संबंधित दुसरा स्तंभ पाहावा लागेल म्हणून दोन i दोन i तीन आता मला शेवटची पंक्ती हवी आहे म्हणून तुम्हाला संबंधित शेवटचा स्तंभ एक अधिक दोन y दोन अधिक तीन i चार पहावा लागेल म्हणून हे मॅट्रिक्स आहे आता आपण काही साधे गुणधर्म पाहू या
प्रथम सॉफ्ट ट्रान्सपोज जर तुमच्याकडे एकाच क्रमाच्या दोन मॅट्रिक्स असतील तर एक अधिक b संपूर्ण ट्रान्सपोज ट्रान्सपोज अधिक b ट्रान्सपोज प्रूफ अधिक b संपूर्ण ट्रान्सपोज बरोबर आहे म्हणून मी aij म्हणून लिहू.

आणि b बिज म्हणून आता a plus b चा अर्थ फक्त a आणि b ला समान क्रमाने मिळाला असेल आणि म्हणून आधी सांगितल्याप्रमाणे काय करावे लागेल ते असे गृहीत धरावे लागेल की a आणि b ची क्रमवारी सारखीच असली पाहिजे म्हणजे आम्ही काय इच्छित एक प्लस बी संपूर्ण ट्रान्सपोज आहे जो आयज अधिक बिज संपूर्ण ट्रान्सपोज सारखा आहे जो या मॅट्रिक्सच्या समान आहे आयज प्लस बिज संपूर्ण ट्रान्सपोज आहे म्हणून तुम्ही एकदा ट्रान्सपोज घेतल्यावर i jth एंट्री जिथ एंट्रीमध्ये जाते आणि jth पोझिशनमधील घटक on ijth पोझिशनला जातो
त्यामुळे तुम्ही ट्रान्सपोज घेतल्यावर तुमच्याकडे जे असेल ते ji plus bji ने संपेल जे मॅट्रिक्स जोडणीच्या व्याख्येनुसार समान आहे हे aji च्या प्लस मॅट्रिक्सचा समावेश असलेल्या मॅट्रिक्स प्रमाणेच आहे च्या पण हे ट्रान्सपोज सारखेच आहे आणि पुढील b ट्रान्सपोजशी संबंधित आहे म्हणून a प्लस b संपूर्ण ट्रान्सपोज हे ट्रान्सपोज आणि b ट्रान्स्पोज दुसऱ्या कोणत्याही स्केलर अल्फा आणि कोणतेही मॅट्रिक्स a अल्फा आणि संपूर्ण ट्रान्सपोज हे अल्फा टाइम्स सारखे आहे ट्रान्स्पोज प्रूफ म्हणून नेहमीप्रमाणे मला aij म्हणून लिहू द्या मग मला अल्फा गुणा पूर्ण ट्रान्सपोज हवा होता जो व्याख्येनुसार अल्फा गुणा मॅट्रिक्स आहे आणि नोंदी aij संपूर्ण ट्रान्सपोज आहे जो अल्फा वेळा aij संपूर्ण ट्रान्सपोज सारखा आहे म्हणून ijth एंट्री दिली आहे हे अल्फा टाइम्स द्वारे दिलेले आहे aiji ला ह्याचे ट्रान्स्पोज करणे आवश्यक आहे म्हणून हे अल्फा टाइम्स aji नोंदी असलेले मॅट्रिक्स असेल जे माझ्या मॅटरच्या व्याख्येप्रमाणे याच्या बरोबरीचे असेल ix माझे स्केलर गुणाकार मॅट्रिक्स अल्फा टाइम्स अजी सह जे अल्फा टाइम्स ट्रान्सपोज राईट सारखे आहे
त्यामुळे आम्हाला जे हवे आहे ते आहे चांगले मला पुढील व्याख्येकडे जाऊ द्या मॅट्रिक्स a ला सिमेट्रिक मॅट्रिक्स म्हणतात जर ट्रान्सपोजच्या समान असेल तर
त्याचप्रमाणे मॅट्रिक्स ट्रान्सपोज सॉरी मॅट्रिक्स a ला स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्स म्हणतात जर ट्रान्सपोजच्या वजा द्वारे मॅट्रिक्सच्या वजा बरोबर म्हणजे मॅट्रिक्सच्या वजा एक गुणा बरोबर असेल तर आपण उदाहरण पाहू या हे एक आहे एक दोन तीन 2 3 4 3 4 5 तर आपण प्रथम ट्रान्सपोजची गणना करण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे एक दोन तीन दोन तीन चार तीन चार पाच हे ट्रान्सपोज घेतल्यावर मिळालेले आहे, म्हणून लक्षात घ्या की ट्रान्सपोजच्या बरोबरीने ए.
सममितीय आहे म्हणून पुढचे उदाहरण वरच्या त्रिकोणी मॅट्रिक्सचे असू द्या म्हणजे तुमच्याकडे जे आहे ते वरचे त्रिकोणी मॅट्रिक्स आहे मग a सममितीय असू शकत नाही तोपर्यंत a सममितीय असण्यासाठी तुम्हाला ijth एंट्री हवी आहे.
आणि jth एंट्री एक आणि समान असावी आणि वरच्या त्रिकोणी मॅट्रिक्ससाठी तुम्हाला माहित आहे की कर्णाच्या खाली असलेल्या सर्व नोंदी शून्य असाव्यात आणि
त्यामुळे वरच्या त्रिकोणी मॅट्रिक्ससाठी सममित मॅट्रिक्स असायला हवेत .
कर्ण 0 असावा आणि याचा अर्थ असा की तो कर्ण मॅट्रिक्स असावा
त्यामुळे विशेषत: प्रत्येक कर्ण मॅट्रिक्स q सममितीय आहे आता आपण आणखी काही गुणधर्म चांगल्या प्रकारे करूया जर a कोणताही मॅट्रिक्स असेल तर कोणताही i मला स्क्वेअर मॅट्रिक्स आवश्यक असेल तर कोणतेही स्क्वेअर मॅट्रिक्स नंतर a प्लस ट्रान्सपोज हे देखील सममितीय मॅट्रिक्स आहे बरोबर जर a कोणतेही स्क्वेअर मॅट्रिक्स असेल तर प्लस ट्रान्सपोज हा सिमेट्रिक मॅट्रिक्सचा पुरावा आहे हे कसे सिद्ध करायचे
त्यामुळे aij च्या बरोबरीने त्याचे स्क्वेअर मॅट्रिक्स असू द्या नंतर aji ने नोंदी दिल्या आहेत ट्रान्सपोजची ij वी एंट्री आहे aji आहे आता आपण एक अधिक मोजण्याचा प्रयत्न करूया ट्रान्सपोज a प्लस ट्रान्सपोज हे मॅट्रिक्स aij अधिक मॅट्रिक्स aji द्वारे दिले जाते म्हणून वाजी म्हणजे मॅट्रिक्ससह नोंदी ij th entries aji म्हणून पण या पुन्हा मॅट्रिक्सच्या जोडणीच्या व्याख्येनुसार हे aij अधिक aji आहे आता आपण या a plus a transpose च्या ट्रान्सपोजची गणना करण्याचा प्रयत्न करूया
जो मॅट्रिक्सचा ट्रान्सपोज आहे ज्याचा ij th entry is aij plus aji जर तुमच्याकडे नोंदी aij सह matrix a असेल तर त्याच्या नोंदी transpose च्या नोंदी
aji ने दिल्या आहेत आता माझ्याकडे matrix आहे ज्याच्या ijth entries aij plus aji आहेत आणि म्हणून मला फक्त स्वॅप करावे लागेल i आणि j म्हणून नोंदी aji plus aij द्वारे दिल्या आहेत हे पुन्हा लक्षात घ्या की वास्तविक संख्या वास्तविक संख्यांची बेरीज ही कम्युटेटिव्ह आहे आणि म्हणून हे aij अधिक aji सारखे आहे जे प्लस a transpose सारखे आहे म्हणून मी याला एक म्हणू या एका उजवीकडून अशा प्रकारे आपल्याकडे एक प्लस ए ट्रान्सपोज काय आहे हे मॅट्रिक्स सममितीय दंड आहे त्याचप्रमाणे जर ए कोणतेही चौरस मॅट्रिक्स असेल तर एक वजा एक ट्रान्सपोज एक स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्स पुरावा आहे नेहमीप्रमाणे एक समान द्या matrix aij नंतर matrix a transpose हे aji द्वारे दिले जाते, म्हणून एकदा तुमच्याकडे हे असेल तर नेहमीप्रमाणे मॅट्रिक्स a अधिक transpose लिहिण्यास सुरुवात करूया म्हणजे तुमच्याकडे a Plus a transpose आहे

जर तुम्ही आधीचे पाहिले तर हे समान असेल.
म्हणून आम्हाला वजा एक ट्रान्सपोज हवा होता म्हणून हे aij वजा मॅट्रिक्स aji असेल जे aij अधिक वजा aji सारखे आहे जे मॅट्रिक्स जोडणीच्या व्याख्येनुसार aij वजा aji सारखे आहे, म्हणून मी याला एक i म्हणून कॉल करू.
एक वजा a transpose a transpose a वजा a transpose चे transpose पहावे लागेल संपूर्ण transpose म्हणजे matrix चे transpose ज्याच्या ijth entries ij वजा aji aji वजा aji संपूर्ण ट्रान्सपोज देतात आता आपण तिची व्याख्या लागू करण्याचा प्रयत्न करूया.
ट्रान्स्पोज हे वजा aji अधिक aij सारखे आहे हे aij चे वजा वजा aji च्या समान आहे जे aij चे वजा aji च्या समान आहे जे समान आहे आणि हे मॅट्रिक्स aij वजा aji हे अगदी एक वजा एक ट्रान्सपोस आहे e समजा हे एक पासून पुढे आले
तर वजा एक ट्रान्सपोज हे स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्स आहे आता आपण या दिशेने एक महत्त्वाचे प्रमेय करू या कोणत्याही स्क्वेअर मॅट्रिक्स दिल्यास ते
सममित मॅट्रिक्स आणि स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्सची बेरीज म्हणून परत केले जाऊ शकते.
स्क्वेअर मॅट्रिक्स तुम्ही स्क्यु सिमेट्रिक मॅट्रिक्सच्या खाली सिमेट्रिक मॅट्रिक्सची बेरीज म्हणून लिहू शकता , पुरावा हा वस्तुस्थिती वापरतो की प्लस ट्रान्सपोज सिमेट्रिक आहे आणि वजा ट्रान्सपोज स्क्यू सिमेट्रिक आहे,
त्यामुळे कोणताही स्क्वेअर मॅट्रिक्स असू द्या,
त्यामुळे दावा असा आहे की a समान b plus e जेथे b सममितीय मॅट्रिक्स आहे आणि c एक स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्स आहे उजवीकडे मी a b प्लस e म्हणून लिहावे जेथे b सममित मॅट्रिक्स आहे आणि c एक स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्स आहे ते कसे करावे b ला अधिक a transpose च्या बरोबरीने आणि c ला वजा a transpose च्या बरोबरीने द्या मग आपण पूर्वी केलेल्या गोष्टींवरून असे दिसून येते की b हे सममितीय मॅट्रिक्स आहे आणि c हे ah skew सममितीय मॅट्रिक्स आहे आता आपल्याला फक्त एकच गोष्ट sho करावी लागेल w म्हणजे b अधिक e a आहे पण हे matrices च्या बेरीजच्या गुणधर्मांवरून पुढे आले आहे .
b plus e equal to b म्हणजे a प्लस a ट्रान्सपोज प्लस c एक वजा एक ट्रान्सपोज वेल आहे हे सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करूया, मला जे पूर्ण हवे आहे 2 वर म्हणजे मी फक्त या मॅट्रिक्सला a प्लस ट्रान्सपोजचा 2 ने गुणाकार करत आहे आणि त्याचप्रमाणे एक वजा एक ट्रान्सपोज या मॅट्रिक्सला 2 ने
गुणाकार करत आहे,
त्यामुळे मला आता फक्त दोनने आवश्यक आहे स्केलर गुणाकाराच्या गुणधर्मांनुसार आम्हाला माहित आहे की अल्फा गुणा a प्लस b आहे अल्फा गुणा अधिक अल्फा वेळा b म्हणून हे एक बाय दोन अधिक एक ट्रान्सपोज वर दोन अधिक a बाय दोन वजा दोन वर ट्रान्सपोज सारखे आहे म्हणून हे एक बाय दोन अधिक ट्रान्सपोज सारखे आहे की ते असोसिएटिव्ह आहे म्हणून क्रम अभौतिक आहे अधिक a by दोन वजा दोन उजवीकडे ट्रान्स्पोज म्हणजे a दोन ने याचा अर्थ असा आहे की तुम्ही स्केलर अर्ध्याला मॅट्रिक्ससह गुणाकार करत आहात त्याचप्रमाणे इतर गोष्टींसाठी आणि तुमच्याकडे a दोन ला दोन ने ट्रान्सपोज आहे आणि a चे वजा आहे दोन द्वारे हस्तांतरित करा म्हणून या दोघांना शक्य होईल तुमच्याकडे जे आहे ते a by two अधिक a by two चला स्केलर गुणाकाराचे गुणधर्म वापरू या मॅट्रिक्सच्या अर्धा अधिक अर्धा पट आहे a म्हणजे एक गुणिले a जे फक्त a आहे
त्यामुळे हे असे आहे की b अधिक e आहे a किंवा a equal to b plus c जेथे b सममितीय मॅट्रिक्स आहे आणि c हा स्क्यु सिमेट्रिक मॅट्रिक्स आहे तर आपण काय केले आहे आपण सममित मॅट्रिक्स आणि स्क्यू सिमेट्रिक मॅट्रिक्सची बेरीज म्हणून स्क्वेअर मॅट्रिक्स लिहिले आहे आता आपण आणखी एक करूया मॅट्रिक्सचा गुणाकार म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या गोष्टीची गोष्ट
आपण आधी मॅट्रिक्सने स्केलरचा गुणाकार पाहिली होती आता आपण मॅट्रिक्सचा गुणाकार करूया आपण दोन मॅट्रिक्सचा गुणाकार करणार आहोत,
म्हणून येथे क्रम हा गुणाकारासाठी खूप महत्त्वाचा आहे म्हणून क्रमाने क्रम लावा.
अशा काही गोष्टी अतिशय महत्त्वाच्या आहेत म्हणून मी फक्त राज्यासाठी ते एक मॅट्रिक्स ऑफ ऑर्डर m बाय n आणि bba मॅट्रिक्स ऑफ ऑर्डर n बाय r बरोबर असू द्या म्हणून हे n आणि हे n
त्यामुळे मॅट्रिक्स a मधील स्तंभांची संख्या समान असावी संख्या म्हणून मॅट्रिक्स b मधील पंक्तींचा
नंतर a आणि b दर्शविलेल्या ab चे गुणाकार खालीलप्रमाणे प्राप्त केले जातात म्हणून नेहमीप्रमाणे मी येथे cij असे लिहीन जेथे i एक ते m दरम्यान धावतो आणि j एक ते nbi दरम्यान धावतो ते bij म्हणून लिहीन जेथे मी धावतो एक ते n आणि j दरम्यान एक ते r दरम्यान धावते आणि म्हणून मॅट्रिक्स ab म्हणजे ab समान द्या c बरोबर मला ते cij म्हणून लिहू द्या मग ij व्या एंट्री जी cij आहे ती खालीलप्रमाणे दिली आहे म्हणून बेरीज एक ते naikbkj चांगलं म्हणून आता आपण एक उदाहरण देण्याचा प्रयत्न करूया माझ्याकडे एक दोन तीन चार b म्हणून पाच स्वल्पविराम सहा आहे इथे m 2 n आहे 2 आणि r आहे 1 आणि a चा क्रम दोन बाय दोन b च्या क्रमाने आहे या दोन जुळण्या एक एक करून दोन आहेत आणि म्हणून a आणि b चा गुणाकार केला जाऊ शकतो म्हणून 1 2 3 4 ने 5 आणि 6 ने गुणाकार केला तर हे मला पहिली नोंद बेरीज एक ते दोन ai देणार आहे म्हणून मी पहिली नोंद एक
kbkj आहे ती फक्त 1.

त्यामुळे माझ्याकडे फक्त एक स्तंभ आहे
त्यामुळे बेरीज 1 ते 2.
a दोन kbk एक कारण माझ्याकडे b साठी फक्त एकच स्तंभ आहे
त्यामुळे फक्त इतकंच ठीक आहे आपण गोष्टी वाढवण्याचा प्रयत्न करूया यातून मला एक एक एक बी एक एक अधिक एक दोन बी दोन सेकंद एक दोन एक बी एक मिळेल अधिक एक दोन दोन ब दोन एक म्हणजे काय एक एक ब एक एक एक एक एक एक एक एक

ब एक एक पाच अधिक एक दोन अधिक बी दोन एक सहा म्हणजे सहा ते दोन बारा सेकंद एक दोन एक तीन बी एक एक जे आहे पाच पाच ते तीन पंधरा अधिक एक दोन दोन चार मध्ये बी दोन एक म्हणजे सहा चोवीस म्हणजे आपण मिळवलेले अंतिम मॅट्रिक्स १७ आणि ३९ हे आपल्याला मिळालेले मॅट्रिक्स आहे, आपण आणखी एक उदाहरण करू या a एक दोन तीन चार हा तुमचा मॅट्रिक्स a आहे आणि तुमचा मॅट्रिक्स b आहे एक दोन तीन चार पाच सहा बरोबर मोजण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे हे दोन बाय दोन मॅट्रिक्स आहे तुमच्याकडे दोन पंक्ती आणि दोन स्तंभ आहेत आणि हे दोन बाय तीन मॅट्रिक्स आहे आणि जर तुम्हाला हे दोन लक्षात आले तर माफ करा हे दोन सामने जुळतात आणि म्हणून हे दोन आहेत मा जे त्रिगुण गुणाकारासाठी सुसंगत आहेत आणि

त्यामुळे मी कसे गुणाकार करू हे तुम्ही मागील एकाकडे पाहिल्यास काय घडत आहे ते पाहिल्यास तुम्ही पहिल्या रांगेचा पहिल्या या स्तंभासह गुणाकार करत आहात आणि त्याचप्रमाणे ही गोष्ट या एका पहिल्या नोंदीसह गुणाकार करत आहात.

एक बरोबर पाच आणि दोन आणि सहा हेच तुम्ही योग्य केले आहे एक बरोबर पाच आणि दोन टोके दोन बरोबर सहा तीन बरोबर पाच आणि चार बरोबर सहा आणि आपण तेच करूया जे ते सांगते म्हणजे एकासह एक गुणिले अधिक दोन सह दोन जे चार आहे त्याचप्रमाणे एक बरोबर तीन अधिक दोन बरोबर चार जे आठ पुन्हा एक पाच बरोबर पाच अधिक दोन ते सहा जे बारा दुसरी पंक्ती तीन एकात तीन अधिक चार दोन बरोबर आठ तीन तीन तीन म्हणजे नऊ अधिक चार ते चार म्हणजे सोळा तीन ते पाच जे पंधरा अधिक चार ते सहा म्हणजे चोवीस म्हणजे काय अंतिम परिणामी मॅट्रिक्स 5 11 17 11 25 आणि 39 हे तुमच्याकडे 5 11 17 11 आहे 25 आणि 39 थोडे पुढे जाण्याचा प्रयत्न करूया आणि थोडे कठीण करण्याचा प्रयत्न

करूया, उदाहरणादाखल आपण दोन मॅट्रिक्स पाहू या, ज्यामध्ये 1 2 3 4 5 6 आणि 7 8 9 आणि मॅट्रिक्स b या नोंदी एक दोन तीन चार आणि पाच सहा आहेत.

जर तुम्ही मॅट्रिक्स बघितले तर a ला तीन बाय तीनची ऑर्डर मिळाली आहे जर तुम्ही मॅट्रिक्स b बघितले तर त्याला तीन बाय दोनचा क्रम मिळाला आहे

या दोन नोंदी किंवा या दोन गोष्टी बरोबर जुळतात हा क्रम m बाय n आहे आणि हा क्रम n आहे k आणि म्हणून हे दोन या तीन आणि हे तीन जुळतात आणि म्हणून या दोन मॅट्रिक्स a आणि b गुणाकारासाठी सुसंगत आहेत किंवा त्यांचा गुणाकार केला जाऊ शकतो आता आपण aba आणि b चा गुणाकार करण्याचा प्रयत्न करूया आणि ab म्हणजे काय ते शोधूया .

do म्हणजे पहिल्या पंक्तीचा प्रत्येक स्तंभासह गुणाकार करा जोपर्यंत सर्व स्तंभ संपत नाहीत तोपर्यंत एक म्हणजे एक दोन मध्ये तीन म्हणजे सहा अधिक सहा तीन ते पाच म्हणजे पंधरा पुढील एक एक दोन म्हणजे दोन अधिक दोन म्हणजे चार आठ अधिक सहा ते तीन म्हणजे eig hteen दुसरा एक चार मध्ये एक चार अधिक पाच मध्ये तीन पंधरा अधिक सहा मध्ये पाच जे चौतीस मध्ये दोन आठ अधिक पाच मध्ये चार चोवीस अधिक सहा मध्ये सहा छत्तीस सात मध्ये एक सात अधिक आठ मध्ये तीन चोवीस अधिक नऊ मध्ये पाच पंचेचाळीस शेवटचे एक सात ते दोन चौदा अधिक आठ ते चार बत्तीस अधिक नऊ ते सहा पन्नास चार हे सहा अधिक एक सात सात अधिक पंधरा वीस 2 अधिक 8 10 10 अधिक 18 28 4 अधिक 15 19 19 जोडून अंतिम लिहूया अधिक 30 49 20 अधिक अठ्ठावीस आठ अधिक छत्तीस चौसष्ट चार सात अधिक चोवीस जे एकतीस एकतीस अधिक पंचेचाळीस जे 76 14 अधिक 32 जे 46 46 अधिक 54 जे 100 आहे

त्यामुळे हा आता अंतिम परिणाम आहे ah मॅट्रिक्स गुणाकाराच्या संदर्भात एक गुणधर्म पाहू आणि कोणत्याही दोन चौरस मॅट्रिक्ससाठी a आणि b समान क्रमाने ट्रान्सपोज करूया ab संपूर्ण ट्रान्सपोज समान आहे bb ट्रान्सपोज ट्रान्सपोज प्रूफ नेहमीप्रमाणे लिहूया.

aij आणि b हे बिज बरोबर आहे जेथे i स्वल्पविराम पेक्षा कमी किंवा समान j मध्ये n पेक्षा कमी किंवा बरोबर n उजवीकडे म्हणजे तुम्ही असे गृहीत धरत आहात की a आणि b n च्या क्रमाने आहेत आणि हे शक्य आहे कारण हे दिले आहे की a आणि b समान क्रमाचे आहेत आणि ते चौरस मॅट्रिक्स आहेत आता c च्या बरोबरीचे ab करू या मी ते cij म्हणून लिहूया cij चा अर्थ काय आहे जेथे मॅट्रिक्स e ची ij वी एंट्री

एक ते naikbkj पर्यंत चालत k द्वारे दिली जाते

बरोबर हे आहे आता आपण ab whole transpose ची गणना करण्याचा प्रयत्न करूया

याचा अर्थ आपण c चे transpose बघत आहोत याचा अर्थ आपण matrix eij बघत आहोत आणि नंतर ह्याचे transpose घेत आहोत जे cij whole transpose cij च्या बरोबरीचे आहे.

मला एंट्री cji सह मॅट्रिक्स देण्यासाठी cji चे काय आहेत मला माहित आहे cji काय आहेत म्हणून मला ते वापरू द्या आणि नंतर

1 ते najkbki पर्यंत चालणारी बेरीज k लिहा म्हणजे ab संपूर्ण ट्रान्सपोजच्या मॅट्रिक्समध्ये नोंदींची बेरीज k समान आहे 1 ते najkbki या ijth एंट्री आहेत एकदा माझ्याकडे या आल्या की आता आपण लिहूया b ची गणना करण्याचा प्रयत्न करा ट्रान्सपोज करा जे मॅट्रिक्सला एंट्रीसह पाहण्याइतके आहे बिज त्याचे ट्रान्सपोज घ्या त्याचप्रमाणे मॅट्रिक्सकडे पाहा आणि नोंदीसह aij त्याचे ट्रान्सपोज घ्या जे याचा अर्थ हा मला bji देईल दुसरा मला aji देईल

त्यामुळे माझ्याकडे अनुक्रमे bji आणि aji अशी ij व्या नोंदी असलेल्या नोंदी असलेले दोन मॅट्रिक्स आहेत मला त्यांचा गुणाकार करावा लागेल

त्यामुळे परिणामी मॅट्रिक्स 1 ते n पर्यंत चालणारे समेशन k असेल.

या मॅट्रिक्स bki ची i kth एंट्री आणि दुसरी मला j kth एंट्री हवी आहे जी akj बरोबर आहे पहिली bki पहिल्या मॅट्रिक्सची i kth एंट्री दर्शवते आणि दुसरी akj दुसऱ्या मॅट्रिक्सची j kth एंट्री दर्शवते जी समीकरण k च्या बरोबर आहे 1 ते n पर्यंत चालत आहे मला हे पुन्हा लिहू द्या जे akjbki आहे बरोबर तुम्ही मी फक्त हे तथ्य वापरले आहे की ते जटिल संख्या आहेत किंवा वास्तविक संख्या आहेत त्या तुम्हाला माहित आहेत ते वचनबद्ध गुणाकार कम्युटेटिव्ह आहेत मी आत्ताच हे वापरले आहे जर तुम्ही ab hole transpose या दोन जुळण्यांसाठी आम्ही काय मोजले ते बघितले आणि म्हणून हे ab whole transpose सारखे आहे अशा प्रकारे ab whole transpose b transpose a transpose आता करूया एक साधे उदाहरण आपण या

मॅट्रिक्सकडे पाहू या एक दोन तीन चार पाच सहा हे मॅट्रिक्स आहे मी याला दोन बाय तीनचा मॅट्रिक्स म्हणून म्हणू आणि मला 1 2 3 4 5 सहा सात आठ एक दोन म्हणून b निवडू द्या.
चार पाच तर हा पहिला अ हा क्रम दोन बाय तीन आणि ब हा क्रम तीन बाय चारचा मॅट्रिक्स आहे आणि आम्हाला माहित आहे की परिणामी मॅट्रिक्स
त्यामुळे या दोन संख्या जुळतात म्हणून ते
गुणाकार करण्यासाठी सुसंगत आहेत किंवा त्यांचा एकत्र गुणाकार केला जाऊ शकतो.

त्यामुळे परिणामी मॅट्रिक्स दोन बाय चार मॅट्रिक्स एक दोन बाय चार मॅट्रिक्स आहे आणि म्हणून ते दोन बाय चार मॅट्रिक्स आहे म्हणून आपण ab 1 अधिक 10 अधिक 3 2 अधिक 12 अधिक 6 3 अधिक 1 काढण्याचा प्रयत्न करूया.
4 अधिक 12 4 अधिक 16 अधिक 15 पुढील पंक्ती 4 अधिक पंचवीस अधिक सहा आठ अधिक तीस अधिक बारा बारा अधिक पस्तीस अधिक चोवीस सोळा अधिक चाळीस अधिक तेरा म्हणजे अकरा अधिक तीन चौदाशे नऊ अधिक चौदा अधिक सहा तेरा अठ्ठावीस अधिक बारा पन्नास सतरा अधिक बारा एकोणतीस 47 अधिक 24 71 20 अधिक 15 35 छप्पन सहा अधिक छत्तीस छत्तीस उजवे आपल्याकडे हे ab आहे आणि म्हणून ab संपूर्ण ट्रान्सपोज जो माझ्याजवळ आहे म्हणून हा क्रम दोनचा मॅट्रिक्स आहे चार बाय चार म्हणजे ट्रान्सपोज चार बाय दोन चौदा 20 29 35 35 50 71 आणि 86 माझ्याकडे हे आहे आता आपण b transpose b transpose पाहू जे एक दोन तीन चार पाच सहा सात आठ आणि एक दोन चार पाच आहे हे जाणून घ्या की b हा क्रम तीन बाय चारचा मॅट्रिक्स आहे आणि म्हणून b ट्रान्स्पोज हा क्रम चार बाय तीनचा मॅट्रिक्स आहे दुसरीकडे ट्रान्सपोज जो एक दोन तीन आणि चार पाच सहा द्वारे दिला जातो क्रमवारीचे मॅट्रिक्स तीन बाय दोन आणि म्हणून या दोन्ही जुळण्या गुणाकारासाठी सुसंगत आहेत
b ट्रान्सपोज 1 5 1 2 6 2 3 7 4 4 आठ पाच मध्ये एक चार दोन पाच तीन सहा याची गणना करू या 1 अधिक 10 अधिक 3 4 अधिक 20 अधिक 6 3 अधिक बारा अधिक सहा आठ अधिक तीस अधिक बारा तीन अधिक चौदा अधिक बारा बारा अधिक पस्तीस अधिक चोवीस चार अधिक आठ अधिक पंधरा सोळा अधिक तेरा अधिक सोळा अधिक चौदा अधिक उजवे अधिक चार अधिक सोळा अधिक पंधरा सोळा अधिक चाळीस अधिक तीस जे शेवटी मला देतील चौदा पंधरा अधिक सहा एकवीस दोन अधिक बारा अधिक क्षमस्व हे दोन असावे जे मला वीस देईल हे एकोणतीस तेतीस तेतीस चार अधिक चोवीस अधिक सहा क्षमस्व पंचवीस असावे म्हणजे ते पंचवीस असावेत
त्यामुळे हे मला पस्तीस देईल आणि मग अडतीस हे पंचेचाळीस अधिक चोवीस सत्तर ओ या उदाहरणावरून एबी संपूर्ण ट्रान्सपोज हे b ट्रान्सपोज ए ट्रान्स्पोजच्या बरोबरीचे आहे हे लक्षात येऊ शकते.
मी येथे पुढील वर्गात थांबेन आणि आपण मॅट्रिक्सचे आणखी काही गुणधर्म पाहू आणि आपण काय म्हणून ओळखले जाते याची संकल्पना परिभाषित करण्याचा प्रयत्न करू.
मॅट्रिक्सची अपरिवर्तनीयता धन्यवाद