

मैट्रिसेस और निर्धारक मैट्रिसेस पर व्याख्यान की इस श्रृंखला में आपका स्वागत है छात्रों का स्वागत है गणित में अवधारणाओं में से एक है जो कई जगहों पर अत्यधिक उपयोगी है, आइए हम एक उदाहरण देखें मान लीजिए कि दो कंपनियां ए और बी हैं और प्रत्येक कंपनी का कहना है तीन आइटम मान लीजिए कि तीन आइटम हैं, आइए हम इसे एक नाम दें, एक दो और तीन मान लें कि कंपनी ए क्रमशः 70 80 और 90 किलोग्राम आइटम एक दो और तीन का उत्पादन करती है, इसी तरह कंपनी तो वास्तव में मान लीजिए कि कंपनी बी 90 50 और 100 का उत्पादन करती है।

किलोग्राम आइटम क्रमशः एक दो और तीन सही हमारे पास निम्न डेटा है जो हमारे पास है कि हमारे पास दो कंपनियां ए और बी हैं और न केवल आपके पास है और प्रत्येक कंपनी दोनों आइटम एक दो और तीन का उत्पादन करती है

इसलिए आइटम एक सत्तर का उत्पादन होता है कंपनी ए द्वारा किलो और कंपनी बी द्वारा 90 किलो कंपनी ए द्वारा 80 किलो आइटम 2 का उत्पादन किया जाता है और कंपनी बी द्वारा 50 किलो आइटम 2 का उत्पादन किया जाता है इसी तरह आइटम तीन का नब्बे है नब्बे किलो आइटम तीन का उत्पादन कंपनी ए द्वारा किया जाता है और सौ किलो आइटम तीन कंपनी बी द्वारा उत्पादित किया जाता है आइए हम इसे किसी रूप में लिखते हैं मुझे इसे एक टेबल के रूप में रखने दें, मेरे पास एक कंपनी ए और कंपनी है बी और दूसरी ओर मेरे पास आइटम एक आइटम दो और आइटम तीन है

इसलिए एक सत्तर अस्सी और 90 का उत्पादन करता है और इसी तरह बी 90 50 और 100 का उत्पादन करता है।

इसलिए यह एक विशिष्ट उदाहरणों में से एक है जिसे मैट्रिक्स की अवधारणा के रूप में जाना जाता है।

अब हम यह लिखते हैं कि मैट्रिक्स क्या है आइए इसे औपचारिक रूप से एक परिभाषा के रूप में रखें एक मैट्रिक्स एक आयताकार सरणी आयताकार सरणी है,

इसलिए सरणी सरणी के तत्वों को संबंधित की प्रविष्टियां कहा जाता है जो अंतर्निहित मैट्रिक्स प्रविष्टियां हैं अंतर्निहित मैट्रिक्स तो हम सामान्य रूप से एक आयताकार सरणी को कैसे निरूपित करते हैं, इस तरह से आप सही तरीके से निरूपित करते हैं,

इसलिए एक एक 1 2 ए 1 3 तक 1 न 2 1 ए 2 2 3 त 2 एन इ तरह से आगे बढ़ते हुए आपके पास सुबह 1 बजे 2 बजे 3 बजे तक एनएस .

होगा ओ पूरी तरह से एम हैं और तत्व इस मैट्रिक्स में प्रविष्टियां हैं

इसलिए एक मैट्रिक्स दिया गया है और जब आप इसे एक आयताकार सरणी के रूप में लिखते हैं तो आपके पास प्रविष्टियों की कुल संख्या इतनी है कि पूरे सरणी की समग्रता इतनी अच्छी तरह से चलो हम देखते हैं कि मैट्रिक्स में  $m$  पंक्तियाँ और  $n$  कॉलम हैं, यह  $m$  और  $n$  चुनी हुई समस्या पर निर्भर करता है और अंत में  $m$  पंक्तियों और  $n$  कॉलम वाले मैट्रिक्स का क्रम  $m$  क्रॉस  $n$  है, यह  $m$  क्रॉस  $n$  के क्रम को दर्शाता है मैट्रिक्स अब हम कुछ उदाहरण करते हैं आइए हम पहले उदाहरण से शुरू करें जिसे हमने इस परीक्षण में शुरू किया था पहले उदाहरण में हमारे पास एक सरणी थी

इसलिए हमारे पास जो मैट्रिक्स था वह सत्तर अस्सी नब्बे

पचास सौ है यह मैट्रिक्स है जिसे हम शुरू में था और यदि आप इस मैट्रिक्स को देखते हैं तो ए को दो पंक्तियाँ और तीन कॉलम मिले हैं इसलिए मैट्रिक्स का क्रम ए मैट्रिक्स का क्रम है ए टू बाय थ्री राइट और आप यह भी देख सकते हैं कि इसमें 2 बटा 3 है 6 ई .

है आइए हम एक और उदाहरण लेते हैं जो 1 2 3 4 पांच छह सात आठ और नौ द्वारा दिया गया है, यह मैट्रिक्स है

इसलिए तीन पंक्तियों और तीन स्तंभों को मिला है

इसलिए ए का क्रम तीन बाइट है अब हम गणना करने के लिए एक साधारण समस्या करते हैं एक मैट्रिक्स की प्रविष्टियाँ मानती हैं कि  $a$  एक वास्तविक मैट्रिक्स है, तो वास्तविक मैट्रिक्स द्वारा वास्तविक मैट्रिक्स से इसका क्या मतलब है हमारा मतलब एक मैट्रिक्स है जिसकी प्रविष्टियाँ केवल वास्तविक संख्याएँ हैं वास्तविक मैट्रिक्स जिसका क्रम तीन बटा दो है, यदि प्रविष्टियाँ हैं तो प्रविष्टियाँ खोजें

$i$  माइनस  $j$  पूरे बटा 2 के मापांक के बराबर  $a_{ij}$  सूत्र द्वारा दिए गए हैं आइए हम इसे हल करने का प्रयास करें

इसलिए दिया गया एक मैट्रिक्स  $a$   $n$  बटा  $n$  मैट्रिक्स  $a$   $ij$ th प्रविष्टि को निरूपित किया जाएगा क्योंकि  $a_{ij}$  दिया गया  $a$  तीन बटा दो मैट्रिक्स है

इसलिए  $a$  में तीन पंक्तियाँ और दो स्तंभ हैं,

इसलिए  $ij$ th प्रविष्टि  $i$  माइनस  $j$  पूरे बटा दो के मापांक द्वारा दी गई है,

इसलिए मैट्रिक्स  $a$  को एक के रूप में दिया गया है  $a$  1 2  $a$  1 3  $a$  2 1  $a$  2 2 और 2 3 चलो हम सूत्र लागू करते हैं और प्रविष्टियाँ प्राप्त करते हैं 1 1 जो है 1 माइनस 1 बटा 2 1 माइनस 1 का मापांक 0 है

इसलिए पहली प्रविष्टि 0 है।

दूसरा एक ए 1 2 यह 1 माइनस 2 द्वारा दिया गया है, इसका मापांक 1 पूर्ण बटा दो है

इसलिए आपके पास आधा एक तीन है तो एक घटा तीन यह माइनस टू है और इसका मापांक दो दो बटा दो है यह एक सेकंड एक दो माइनस एक है यह आपको दो माइनस देने वाला है एक है तो एक बटा दो यह फिर से आधा दो माइनस दो शून्य फिर से दो माइनस होने वाला है तीन यह माइनस एक है और

इसलिए आपके पास इसका मापांक होगा एक है तो एक के बाद दो इस प्रकार हमें प्रविष्टियाँ मिली हैं

इसलिए अब हम विभिन्न प्रकार के मैट्रिक्स को देखते हैं, पहला वह है जिसे एक पंक्ति मैट्रिक्स पंक्ति मैट्रिक्स के रूप में जाना जाता है।

एक पंक्ति मैट्रिक्स है केवल एक पंक्ति के साथ एक मैट्रिक्स को एक पंक्ति मैट्रिक्स कहा जाता है एक पंक्ति मैट्रिक्स

का क्रम एक से  $n$  होगा जहां  $n$  उस पंक्ति में प्रविष्टियों की संख्या है, तो आइए हम पहले एक उदाहरण देखें, बस इसे देखें एक दो तीन तो यह एक पंक्ति मैट्रिक्स के लिए एक उदाहरण है और इसका क्रम एक बटा तीन  $s$  .

है ईकॉड एक आइए हम एक और एक बटा दो रूट दो तीन को देखें तो यह फिर से एक पंक्ति मैट्रिक्स है और इसका क्रम फिर से एक से तीन है

इसलिए इस मामले में  $n$  सिर्फ तीन एक कॉलम मैट्रिक्स है तो एक कॉलम मैट्रिक्स क्या है यह सिर्फ है पंक्ति मैट्रिक्स के समान केवल एक कॉलम वाला मैट्रिक्स

केवल एक कॉलम के साथ मैट्रिक्स को कॉलम मैट्रिक्स कहा जाता है,

इसलिए कॉलम मैट्रिक्स का क्रम एक दाएं से  $n$  होगा जहां  $n$  उस कॉलम में तत्वों की संख्या को दर्शाता है तो आइए हम करते हैं कुछ उदाहरण पहले आपके पास रूट दो रूट तीन और रूट पांच हैं,

इसलिए यह एक उदाहरण है जो कॉलम मैट्रिक्स के लिए एक विशिष्ट उदाहरण है और इसका क्रम एक-एक करके तीन है आइए हम एक और उदाहरण देखें शून्य शून्य यह फिर से एक कॉलम मैट्रिक्स है और इसका क्रम दो बटा एक तिहाई है जिसे वर्ग मैट्रिक्स के रूप में जाना जाता है एक वर्ग मैट्रिक्स एक मैट्रिक्स है जिसमें पंक्तियों की संख्या स्तंभों की संख्या के बराबर होती है जब भी आप एक मैट्रिक्स पाते हैं जिसमें पंक्तियों की संख्या के बराबर होती है कॉलम तो आप कहते हैं कि ऐसा मैट्रिक्स एक वर्ग मैट्रिक्स है आइए हम कुछ उदाहरण देखें आइए पहले उदाहरण को देखें कि हमारे पास सत्तर अस्सी नब्बे नब्बे सौ थे तो एक वर्ग से इसका क्या मतलब है

इसलिए वर्ग मैट्रिक्स पंक्तियों की संख्या के बराबर है कॉलम जिसका अर्थ है कि यदि आप कहते हैं कि इसमें  $n$  पंक्तियाँ हैं, जिसका अर्थ है कि इसमें  $n$  कॉलम भी होना चाहिए, जिसका अर्थ है कि क्रम  $n$  बाय  $n$  दाएँ होना चाहिए और हम जानते हैं कि इसका क्रम इस मैट्रिक्स का क्रम दो बटा तीन है

इसलिए यह नहीं है एक वर्ग मैट्रिक्स आइए हम एक और उदाहरण अच्छी तरह से इस तरह से लिखते हैं आधा एक बटा चार एक बटा आठ एक बटा तीन एक बटा सत्ताईस एक बटा चार एक सोलह और एक बटा चौंसठ पंक्तियों की संख्या बराबर है तीन और इसी तरह स्तंभों की संख्या भी तीन के समान है

इसलिए यह एक वर्ग मैट्रिक्स है तीसरा एक आइए हम इसे एक दो तीन चार फिर से देखें इस मामले में पंक्तियों की संख्या दो के बराबर स्तंभों की संख्या के बराबर है

इसलिए यह  $s$  एक वर्ग मैट्रिक्स है, तो आइए हम पहले एक छोटी सी टिप्पणी करें, क्रम का एक पंक्ति मैट्रिक्स  $n$  द्वारा एक वर्ग मैट्रिक्स है यदि और केवल यदि  $n$  एक के बराबर है यदि आपके पास एक पंक्ति मैट्रिक्स है तो मेरे पास  $n$  द्वारा एक क्रम है, तो कब क्या यह एक वर्ग मैट्रिक्स बन सकता है यह तभी संभव है जब  $n$  एक है तो यदि  $n$  एक है तो यह एक वर्ग मैट्रिक्स है जिसे आप जानते हैं कि यह  $n$  द्वारा क्रम का एक पंक्ति मैट्रिक्स है और यदि आप चाहते हैं कि यह एक वर्ग मैट्रिक्स हो जिसका अर्थ है पंक्तियों की संख्या स्तंभों की संख्या के समान होनी चाहिए और आप जानते हैं कि इसकी केवल एक पंक्ति है

इसलिए इसमें केवल एक स्तंभ होना चाहिए और आप जानते हैं कि इसमें  $n$  कॉलम हैं

इसलिए एकमात्र संभावना यह है कि  $n = 1$  होना चाहिए।

इसी तरह दूसरा क्रम  $n$  का एक कॉलम मैट्रिक्स एक वर्ग मैट्रिक्स है यदि और केवल अगर  $n$  एक के बराबर है तो आइए हम एक और विविधता को देखें एक और प्रकार का मैट्रिक्स विकर्ण मैट्रिक्स एक वर्ग मैट्रिक्स को एक विकर्ण मैट्रिक्स कहा जाता है यदि सभी प्रविष्टियाँ  $x$  विकर्ण प्रविष्टियों को छोड़कर ई शून्य

इसलिए यदि आपके पास एक वर्ग मैट्रिक्स है  $1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 3 \ 1 \ n \ 2 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ n$  और यह एक तक जाता है ए दो ए र तीन ए सी प्रविष्टियाँ इन प्रविष्टियों को इ लिए  $a_{ii}$  प्रविष्टियों को विकर्ण प्रविष्टियाँ कहा जाता है, इन्हें विकर्ण प्रविष्टियाँ कहा जाता है, दाईं ओर IIT स्थिति में प्रविष्टियाँ हैं, IIT स्थिति में प्रविष्टियाँ विकर्ण प्रविष्टियाँ कहलाती हैं, आइए हम एक उदाहरण देखें ताकि विकर्ण प्रविष्टियाँ शून्य और शून्य हों।

अन्य प्रविष्टियाँ भी शून्य हैं

इसलिए यह एक विकर्ण मैट्रिक्स के लिए एक उदाहरण है आइए हम एक और उदाहरण देखें दो शून्य शून्य तीन यह फिर से एक विकर्ण मैट्रिक्स के लिए एक उदाहरण है आइए हम एक और उदाहरण देखें यदि आप इसे विकर्ण प्रविष्टियों को देखते हैं शून्य हैं जबकि अन्य प्रविष्टियाँ एक दाँत की स्थिति में प्रविष्टियाँ और एक से एक स्थिति में प्रविष्टि में प्रविष्टि शून्य नहीं हैं और

इसलिए यह एक उदाहरण नहीं है यह एक वर्ग मैट्रिक्स नहीं है क्षमा करें यह एक विकर्ण मैट्रिक्स नहीं है आइए हम करते हैं एक और परीक्षा ले तो सभी प्रविष्टियाँ या शून्य आपके पास इन तीन चीजों में विकर्ण प्रविष्टियाँ हैं, लेकिन यदि आप इस प्रविष्टि को देखते हैं तो यह एक गैर-शून्य प्रविष्टि है जो एक विकर्ण प्रविष्टि नहीं है,

इसलिए एक में दो एक स्थिति में एक गैर-शून्य प्रविष्टि है

इसलिए यह एक विकर्ण मैट्रिक्स नहीं है आइए हम एक और प्रकार के मैट्रिक्स को देखें जिसे स्केलर मैट्रिक्स के रूप में जाना जाता है एक विकर्ण मैट्रिक्स को स्केलर मैट्रिक्स कहा जाता है यदि सभी विकर्ण प्रविष्टियाँ

एक अद्वितीय स्केलर द्वारा गुणा द्वारा दी जाती हैं या गुणा करके प्राप्त की जाती हैं

एक के लिए अद्वितीय अदिश यदि सभी विकर्ण प्रविष्टियाँ एक अद्वितीय अदिश को एक से गुणा करके प्राप्त की जाती हैं, तो आइए हम एक उदाहरण दो शून्य शून्य दो देखें, तो यह एक अदिश मैट्रिक्स दूसरा एक दो शून्य शून्य दो शून्य शून्य के लिए एक उदाहरण है,

इसलिए यह है एक वर्ग मैट्रिक्स भी नहीं और

इसलिए एक वर्ग मैट्रिक्स भी नहीं है और

इसलिए एक अदिश मैट्रिक्स नहीं हो सकता है आइए हम एक और चीज को देखें जिसे एक पहचान मैट्रिक्स के रूप में जाना जाता है, इसलिए एक पहचान मैट्रिक्स क्या है क्रम  $n$  का एक पहचान मैट्रिक्स दिया जाता है, इसे आमतौर पर  $I$  सही के रूप में दर्शाया जाता है,

इसलिए आपके पास अन्य स्थानों पर एक शून्य होता है, आपके पास दो दांतों की स्थिति में एक होता है और फिर अन्य स्थानों पर शून्य होता है, इसका मतलब है कि  $i$  जथ प्रविष्टि क्या है होने जा रहा है मैं इसे 0 के रूप में लिख सकता हूँ यदि मैं जे के बराबर नहीं हूँ और 1 होने जा रहा हूँ यदि मैं जे के बराबर हूँ तो यह मैट्रिक्स पहचान मैट्रिक्स के रूप में जाना जाता है आइए हम 2 को 2 पहचान लिखने की

कोशिश करने के लिए लिखते हैं मैट्रिक्स मुझे इसे  $i \ 2$  बटा  $2$  के रूप में लिखने दें, इसे एक शून्य शून्य के रूप में दिया जा रहा है, आइए हम तीन को तीन पहचान मैट्रिक्स से लिखते हैं इसे एक शून्य शून्य शून्य  $1 \ 0$  और  $0 \ 0 \ 1$  के रूप में दिया जाता है यह मैट्रिक्स है कि हमारे पास अगला एक है जिसे ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स किस्म या एक वर्ग मैट्रिक्स के रूप में जाना जाता है जिसमें सभी प्रविष्टियां जो विकर्ण या शून्य से नीचे हैं, जो कि विकर्ण के नीचे की सभी प्रविष्टियां शून्य हैं, उन्हें ऊपरी त्रिभुज मैट्रिक्स कहा जाता है।

एक उदाहरण देखें पहले एक पहला उदाहरण एक दो तीन शून्य चार पांच शून्य शून्य छह तो चलिए पहले सही रेखा खींचते हैं ताकि आपके पास यह हो तो एक चार और छह ये विकर्ण प्रविष्टियों से मेल खाते हैं और उस दाईं ओर की प्रविष्टियां आपके पास नीचे की सभी प्रविष्टियां हैं या शून्य

इसलिए यह एक ऊपरी है त्रिकोणीय मैट्रिक्स आइए हम फिर से एक और उदाहरण देखें, तो यह ये दो विकर्ण प्रविष्टियों के अनुरूप हैं और इसके नीचे यह पहचान मैट्रिक्स है,

इसलिए यह एक ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स है, आइए हम एक और उदाहरण देखें, वास्तव में यह उदाहरण है पिछले एक का एक सामान्यीकरण पहचान मैट्रिक्स प्रत्येक स्केलर मैट्रिक्स एक ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स है,

इसलिए अगले एक सख्ती से ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स एक त्रिकोणीय मैट्रिक्स है या मैं इसे ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स के रूप में लिखूंगा, सख्ती से ऊपरी त्रिकोणीय कहा जाता है यदि विकर्ण प्रविष्टियां भी हैं शून्य तो आइए कुछ सरल उदाहरण देखें शून्य एक शून्य शून्य

इसलिए ये विकर्ण प्रविष्टियां हैं विकर्ण दोनों विकर्ण प्रविष्टियां  $z$  .

हैं एरो और उससे भी नीचे वाला शून्य है,

इसलिए यह सख्ती से ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स के लिए एक उदाहरण है, यह सख्ती से ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स के लिए एक उदाहरण है, तो आइए हम दूसरा उदाहरण देखें  $0 \ 2 \ 3$  शून्य चार पांच शून्य शून्य तो आइए हम पहले विकर्ण प्रविष्टियों को दूसरे उदाहरण के रूप में चिह्नित करें ताकि आपके पास यहां विकर्ण प्रविष्टियां हों,

इसलिए विकर्ण के नीचे की सभी प्रविष्टियां शून्य हैं,

इसलिए यह एक ऊपरी त्रिकोणीय मैट्रिक्स है और अब हम यह सत्यापित करते हैं कि क्या यह कड़ाई से है कि क्या यह कड़ाई से एक ऊपरी त्रिकोणीय है या नहीं,

इसलिए दूसरी विकर्ण प्रविष्टि जो चार है एक शून्य संख्या सही चार दो दांतों की स्थिति में है और

इसलिए यह मैट्रिक्स सख्ती से ऊपरी त्रिकोणीय नहीं है,

इसलिए अब मैट्रिक्स के प्रकारों के बारे में कहा गया है आइए कोशिश करते हैं संक्रियाओं पर कुछ करें पहले आव्यूहों पर किसी प्रकार की संक्रियाएँ पहले एक को आव्यूहों के योग के रूप में जाना जाता है दो आव्यूह जोड़े जा सकते हैं यदि वे एक ही क्रम के हों तो सही दो मा एक ही क्रम के ट्राइसेस तभी आप उन्हें जोड़ सकते हैं यदि आपके पास यह उसी क्रम के रूप में है तो आप इसे जोड़ सकते हैं और परिणामी मैट्रिक्स मैट्रिक्स की

$i \ j$ th प्रविष्टि दिए गए दो मैट्रिक्स की  $i \ j$ th प्रविष्टि को जोड़कर प्राप्त की जाती है, तो चलिए एक उदाहरण करते हैं वास्तव में एक सरल उदाहरण के साथ शुरू करते हैं आइए हम एक को दो तीन चार के रूप में चुनते हैं और बी को पांच छह सात और आठ के रूप में चुनते हैं आइए हम एक प्लस बी की गणना करने का प्रयास करें हम इन दो मैट्रिक्स को जोड़ना चाहते हैं तो आइए एक की गणना करें प्लस बी जो दिया जाता है

इसलिए पहली प्रविष्टि या एक महीने की प्रविष्टि संबंधित दिए गए मैट्रिक्स ए और बी की एक महीने की किरणों को जोड़कर दी जाती है,

इसलिए ए की एक महीने की प्रविष्टि एक है और बी की एक महीने की प्रविष्टि पांच है

इसलिए एक प्लस पांच यह छह है इसी तरह ए की एक दांत प्रविष्टि दो है और बी की एक दांत प्रविष्टि छह है

इसलिए दो प्लस छह यह आठ है ए की दो एक प्रविष्टि तीन है और दो बी की एक प्रविष्टि सात है

इसलिए तीन प्लस सात यह मुझे दस दो दांत देगा ए का आरई चार है और बी की दो टूथ एंट्री आठ आठ जमा चार है, यह मुझे बारह देने जा रहा है तो चलिए दूसरा उदाहरण करते हैं आइए इसे थ्री बाय थ्री मैट्रिक्स के लिए करते हैं चलो एक के बराबर यह एक दो तीन चार पांच छह सात आठ नौ बी  $9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2$  के बराबर है आइए हम ए प्लस बी की गणना करने की कोशिश करें ध्यान दें कि ए और बी दोनों वर्ग मैट्रिक्स हैं वास्तव में दोनों तीन बटा तीन क्रम के हैं और

इसलिए कोई प्लस बी की गणना कर सकता है तो चलो हम प्रवेश मार्ग की गणना करते हैं

इसलिए एक जमा नौ दस दो जमा आठ दस तीन जमा सात दस वास्तव में आप देख सकते हैं कि सभी प्रविष्टियां सिर्फ दस होने जा रही हैं अब आगे बढ़ने से पहले हम कुछ जोड़ के गुण करते हैं

आइए हम एक टिप्पणी पर चर्चा करें वास्तविक मैट्रिसेस के बारे में उपरोक्त विवरण जटिल मैट्रिसेस में बिना किसी बदलाव के रखता है, जिसका अर्थ है कि जैसा आप वास्तविक मैट्रिसेस के लिए करते हैं, वैसा ही जटिल मैट्रिसेस के लिए भी किया जा सकता है, आप दो जटिल मैट्रिसेस जोड़ सकते हैं,

इसलिए जो कुछ भी हमने वास्तविक के लिए किया है, उसे सिम करना भी संभव है बिस्तर जटिल मैट्रिक्स के लिए एक तो एक जटिल मैट्रिक्स क्या है एक जटिल मैट्रिक्स एक मैट्रिक्स है जिसमें सभी प्रविष्टियां जटिल संख्याएं हैं उदाहरण आह इस मैट्रिक्स को देखें जो कि मैं दो मैं तीन मैं एक प्लस दो मैं दो प्लस तीन मैं तीन प्लस फोर आई रूट टू प्लस रूट थ्री आई रूट थ्री प्लस रूट फाइव आई रूट फाइव प्लस रूट सात आई जो हमारे पास इस मैट्रिक्स में जटिल प्रविष्टियां हैं

इसलिए यह एक जटिल मैट्रिक्स के लिए उदाहरणों में से एक है और जैसे आप वास्तविक मैट्रिसेस को कैसे जोड़ सकते हैं जटिल मैट्रिसेस भी जोड़ें, जैसे कि आपको प्रविष्टि के अनुसार एक ही चीज़ को जोड़ना होगा, इससे पहले कि हम मैट्रिक्स के गुणों के साथ आगे बढ़ें, आइए हम यह कहते हुए एक नोट लिखें कि एक ही क्रम के दो मैट्रिक्स ए और बी को बराबर कहा जाता है यदि प्रत्येक प्रविष्टि बी में ए के बराबर जेड संबंधित प्रविष्टि

, उदाहरण के लिए यदि मैं प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स के रूप में ए और मैट्रिक्स बी को बीज के रूप में लिखता हूं तो बी के बराबर अगर

एआईजी सभी के लिए बीज के बराबर है और जे सही है तो यह  $i$  और  $j$  भिन्न होता है एक से  $n$  और एक से  $m$  तक यदि आप मानते हैं कि  $a_{ij}$   $n$  बटा  $m$  क्रम का है तो इस नोट के साथ आइए हम किन्हीं दो आव्यूहों के लिए आव्यूहों के कुछ गुणों को सिद्ध करने के लिए आगे बढ़ें, वास्तव में वर्ग आव्यूह  $a$  और  $b$  समान क्रम  $a$  जमा  $b$  बराबर टू बी प्लस ए तो यह कैसे दिखाया जाए कि बी प्लस ए के बराबर ए प्लस बी को उपरोक्त नोट का उपयोग करना होगा जो कि ए प्लस बी की  $i, j$  वें प्रविष्टि को देखता है और इसी तरह  $i, j$  बी प्लस ए की प्रविष्टि यह दिखाना चाहिए कि ये दो मैच अब इसके प्रमाण के साथ चलते हैं, आइए ए के बराबर ए और बी बराबर बिज जहां एक से कम या बराबर आई कॉमा जे कम या एन के बराबर है यानी हम मान रहे हैं कि ए और बी क्रम  $n$  बाय  $n$  अब हम जो चाहते थे वह  $a$  प्लस  $b$  है जिसका अर्थ है कि हम क्रमशः  $a_{ij}$  और  $b_{ij}$  प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स जोड़ने का प्रयास कर रहे हैं यदि आप इसे देखते हैं तो यह मैट्रिक्स जोड़ की परिभाषा के समान ही होने वाला है यह मेल खाता है एज प्लस बिज के साथ लेकिन हम जो जानते हैं वह जटिल जोड़ और वास्तविक जोड़ है  $n$  जो कुछ भी हो वे जटिल स्केलर या वास्तविक स्केलर के लिए स्केलर के लिए कम्यूटेटिव अधिकार हैं, हम जानते हैं कि अतिरिक्त कम्यूटिव है, आइए हम इस तथ्य का उपयोग करें और

इसलिए एज प्लस बिज यह बिज प्लस एज के समान है जो कि इसके अलावा की परिभाषा के समान है मैट्रिक्स यह बिज प्लस एज के समान है जो प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स है बिज प्लस प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स एआईए लेकिन प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स बिज मैट्रिक्स कैपिटल बी है और प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स एज सिर्फ ए प्लस बी बी प्लस ई के बराबर है वास्तव में उपरोक्त सेट संपत्ति वह है जिसे कम्यूटेटिव प्रॉपर्टी के रूप में जाना जाता है,

इसलिए इस संपत्ति को कम्यूटेटिव प्रॉपर्टी कहा जाता है आइए हम किसी भी तीन मैट्रिक्स एबी और सी के लिए अगली संपत्ति को उसी क्रम में साबित करें ए प्लस बी प्लस सी ए प्लस बी प्लस सी के बराबर है आइए हम प्रमाण के साथ चलते हैं इसका प्रमाण कमोबेश वैसा ही है जैसा कि हमने कम्यूटेटिव प्रॉपर्टी के लिए दिया था,

इसलिए हम मान लेंगे कि प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स के बराबर  $a_{ij}$  बराबर  $ma$  प्रविष्टियों के साथ ट्रिक्स बिज और सी प्रविष्टि सीज के साथ मैट्रिक्स है, जहां एक से कम या बराबर  $i$  अल्पविराम  $j$   $n$  से कम या बराबर है क्योंकि सभी तीन मैट्रिक्स एक ही क्रम के हैं यह संभव है इसका मतलब है कि हम मान रहे हैं कि  $ab$  और  $c$  क्रम के कोई तीन मैट्रिक्स हैं  $n$  बाय  $n$  अब हम जो चाहते थे वह एक प्लस बी प्लस ई है जो बराबर है हम मैट्रिक्स जोड़ रहे हैं जो कि प्रवेश के साथ है एज प्लस एक मैट्रिक्स बिज प्लस एक मैट्रिक्स प्रविष्टियों के साथ सीजे के बराबर हम क्या करते हैं कोष्ठक के भीतर है  $a_{ij}$  प्लस यदि आप मैट्रिक्स के जोड़ की परिभाषा के अनुसार कोष्ठक के भीतर देखते हैं तो यह बिज प्लस सीज के समान है जो कि हम जो कर रहे हैं उसके बराबर है हमारे पास दो मैट्रिक्स हैं एक प्रविष्टि के साथ  $a_{ij}$  और दूसरा प्रविष्टियों के साथ बिज प्लस सीज और फिर से अब हम मैट्रिसेस के जोड़ की परिभाषा का उपयोग करने का प्रयास करते हैं,

इसलिए हम जो खत्म करेंगे वह एक मैट्रिक्स है जिसमें एज प्लस बिज प्लस सीज है, चाहे वे वास्तविक मैट्रिक्स हों या जटिल मैट्रिक्स हम जानते हैं हैट जोड़ साहचर्य है और

इसलिए यह  $a_{ij}$  plus  $b_{ij}$  plus  $c_{ij}$  जैसा ही है अब हम फिर से मैट्रिक्स के जोड़ की परिभाषा का उपयोग करते हैं और फिर इसे विभाजित करते हैं यह  $a_{ij}$  plus  $b_{ij}$  plus एक मैट्रिक्स है जिसमें सीज के रूप में प्रविष्टियां हैं लेकिन फिर से यदि आप उपयोग करते हैं मैट्रिक्स के अतिरिक्त की परिभाषा तो यह प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स के समान है  $a_{ij}$  प्लस मैट्रिक्स प्रविष्टियों के साथ  $b_{ij}$  प्लस शेष जो प्रविष्टि  $ch$  के साथ मैट्रिक्स है यदि आप विस्तार करते हैं या यदि आप लिखते हैं कि ये पहले क्या हैं तो प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स है  $ij$  मैट्रिक्स है एक दूसरा मैट्रिक्स बी प्लस मैट्रिक्स है इस प्रकार ए प्लस बी प्लस ई मैट्रिक्स ए प्लस बी प्लस सी के बराबर है,

इसलिए इस संपत्ति को एक सहयोगी संपत्ति कहा जाता है, इसलिए इसके साथ मैं आज के व्याख्यान के लिए रुकता हूं धन्यवाद