

కాబట్టి త్రికోణమితి మరియు విలోమ త్రికోణమితి ఫంక్షన్ల కోసం సమస్య పరిష్కారంపై రెండవ సెషన్కు స్వాగతం, కాబట్టి మునుపటి సెషన్ మాదిరిగానే విలోమ త్రికోణమితి మరియు త్రికోణమితి ఫంక్షన్ల కోసం మనం నేర్చుకున్న మరియు చర్చించిన గుర్తింపులతో కూడిన కొన్ని సవాలు సమస్యలను పరిష్కరిస్తుంది కాబట్టి ఇది జరుగుతోంది.

అహ్ త్రికోణమితి మరియు విలోమ త్రికోణమితి ఫంక్షన్లపై చివరి ఉపన్యాసం కాబట్టి ఇది మొదటి సమస్య కాబట్టి ఇక్కడ మనకు ఉన్నది ఏమిటంటే, మనకు కోణం తీటా ఉంది, ఇది మైనస్ పై 6 మరియు మైనస్ పై 12 మధ్య ఉండాలి మరియు ఇది ఆల్ఫా అనుకుందాం 1 మరియు బీటా 1 ఈ క్వాడ్రాటిక్ సమీకరణం యొక్క మూలాలు మరియు ఆల్ఫా రెండు మరియు బీటా రెండు రెండవ వర్గ సమీకరణం యొక్క మూలాలు, ఇది ఇదే మరియు ఆల్ఫా ఒకటి బీటా ఒకటి కంటే పెద్దది కాబట్టి ఆల్ఫా ఒకటి పెద్దది ఈ క్వాడ్రాటిక్ సమీకరణం యొక్క రెండు మూలాలు మరియు ఆల్ఫా రెండు ఈ రెండవ వర్గ సమీకరణం యొక్క రెండు మూలాలలో పెద్దది కాబట్టి ఇది విలువను కనుగొనమని అడుగుతోంది ఆల్ఫా వన్ ప్లస్ బీటా రెండు కాబట్టి మనం మొదటి క్వాడ్రాటిక్ ఈక్వేషన్తో ప్రారంభిస్తాము, ఇది  $x$  స్క్వేర్ మైనస్ టూ  $x$  సెకెంట్ తీటా ప్లస్ వన్ ఈక్వల్ సున్నా కాబట్టి రెండు రూట్లు అహ్ రెండు రూట్లు ఆల్ఫా వన్ మరియు బీటా వన్ కాబట్టి రెండు రూట్లు కనుక మనం షొండుతాము రెండు మూలాలు ఒకటి ప్లస్ గుర్తుతో మరొకటి ఇక్కడ మైనస్ గుర్తుతో ఉంటుంది మరియు కొన్ని సరళీకరణలు మనకు సెకను తీటా ప్లస్ మైనస్ స్క్వేర్ రూట్ ఆఫ్ సెకను స్క్వేర్ తీటా మైనస్ వన్ ఇస్తాయి, ఆపై మేము ఏదైనా తీటా సెకను స్క్వేర్ తీటా కోసం గుర్తింపును ఉపయోగిస్తాము వన్ ప్లస్ టాన్ స్క్వేర్ తీటా కాబట్టి రెండు మూలాలు సెకన్ తీటా ప్లస్ మైనస్ టాన్ తీటా, ఆపై సెకెంట్ తీటా వన్ ఓవర్ కాస్ తీటా అయినందున మనం దీనిని కాస్ తీటా ఇప్పుడు ఆల్ఫా వన్ కంటే వన్ ప్లస్ మైనస్ సైన్ తీటా అని కూడా వ్రాయవచ్చు కాబట్టి మనం ఇలా అడిగాము ఆల్ఫా వన్ ప్లస్ బీటా టూ విలువను కనుగొనండి మరియు మొదటి వర్గ సమీకరణంలోని రెండు మూలల్లో ఆల్ఫా వన్ పెద్దది కాబట్టి ఇప్పుడు ఇక్కడ ఉన్న రెండు మూలల్లో రెండింటిలో ఏది పెద్దదో మనం కనుగొనాలి నుండి  $t$   $heta$  మనకు తెలుసు తీటా విరామం మైనస్ పై సిక్స్కి చెందుతుంది కాబట్టి ఇది వాస్తవానికి ఓపెన్ ఇంటర్వెల్ మైనస్ పై ఆరు నుండి పన్నెండు కంటే మైనస్ పై వరకు ఉంటుంది మరియు తీటా ఈ రేంజ్లో ఉన్నప్పుడు సైన్ తీటా ప్రతికూలంగా ఉంటుందని మరియు అందువల్ల రెండు మూలాల నుండి బయటపడుతుందని మనకు తెలుసు.

ఇక్కడ పెద్ద రూట్ మైనస్ గుర్తుతో ఉంటుంది మరియు అందువల్ల ఆల్ఫా ఒకటి పెద్ద రూట్ కాస్ తీటాపై ఒక మైనస్ సిన్ తీటాకు సమానం మరియు వాస్తవానికి మనం ఇక్కడ ఉపయోగించిన మరో వాస్తవం ఏమిటంటే కాస్ తీటా సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఎందుకంటే తీటా ఈ విరామానికి చెందినప్పుడు కాస్ తీటా సానుకూలంగా ఉంటుంది మరియు అందువల్ల ఇక్కడ హారం సానుకూలంగా ఉంటుంది, అయితే సిన్ తీటా ప్రతికూలంగా ఉన్నందున, ఈ రెండింటిలో పెద్ద రూట్ ఆల్ఫా ఒకటి కాస్ తీటా కంటే మైనస్ సిన్ తీటా అవుతుంది, ఆపై మనం తీసుకుంటాము రెండవ అహ్ సమీకరణం కాబట్టి రెండవ సమీకరణం  $x$  చదరపు  $x$  చతురస్రం ప్లస్  $2x$  మరియు  $t$  రెండు  $x$  టాన్ తీటా మైనస్ ఒకటి సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ సమీకరణం యొక్క రెండు మూలాలు ఆల్ఫా టూ మరియు బీటా టూ మైనస్ టూ టాన్ వకి సమానం ఇటా ప్లస్ మైనస్ స్క్వేర్ రూట్ నాలుగు టాన్ స్క్వేర్ తీటా ప్లస్ మైనస్ స్క్వేర్ తీటా ప్లస్ మైనస్ స్క్వేర్ రూట్ ఆఫ్ వన్ ప్లస్ టాన్ స్క్వేర్ తీటాకు సమానం, ఆపై వాస్తవానికి ఇక్కడ మనం వన్ ప్లస్ టాన్ స్క్వేర్ తీటా అనే గుర్తింపును ఉపయోగిస్తాము.

స్క్వేర్ తీటా కాబట్టి మేము ఈ గుర్తింపును ఇక్కడ ఉపయోగించబోతున్నాము, ఆపై రెండవ వర్గ సమీకరణం యొక్క రెండు మూలాలు మైనస్ టాన్ తీటా ప్లస్ మైనస్ సెకెంట్ తీటా, ఇది కాస్ తీటాపై మైనస్ 1 మైనస్ సైన్ తీటాతో కలిపి ఉంటుంది కాబట్టి ఇప్పుడు మళ్ళీ తీటాకు చెందినది ఓపెన్ ఇంటర్వెల్ మైనస్ పై 6 నుండి మైనస్ పై 12 కంటే ఎక్కువ అది సిన్ తీటా ప్రతికూలంగా ఉంది మరియు కాస్ తీటా సానుకూలంగా ఉంది, ఇప్పుడు ఇక్కడ రెండు మూలాలు ఉన్నాయి కాబట్టి మొదటి రూట్ కాస్ తీటాపై ఒక మైనస్ సిన్ తీటా మరియు మరొక రూట్ మైనస్ 1 మైనస్ సిన్ తీటా ఓవర్ కాస్ తీటా కాబట్టి కాస్ తీటా పాజిటివ్ అని మనకు తెలుసు మరియు రెండు రూట్లలో మనకు మైనస్ సిన్ తీటా ఉంది, అయితే ఈ రూట్కు ఇక్కడ మైనస్ ఒకటి ఉంటుంది, ఆపై మరొక రూట్కి ప్లస్ వన్ ఉంటుంది.

$d$  కాస్ తీటా సానుకూలంగా ఉన్నందున తీటా ఈ విరామానికి చెందినది అని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది మరియు ఈ మూలం ఇతర మూలం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది మరియు ఆల్ఫా 2 మరియు బీటా 2 నుండి ఆల్ఫా 2 ఎక్కువ అని చెప్పబడింది రూట్ కాబట్టి పెద్ద రూట్ ఆల్ఫా టూతో సూచించబడుతుంది మరియు చిన్న రూట్ బీటా టూ మరియు మీరు కూడా మేము అడిగినది చూస్తే ఆల్ఫా వన్ ప్లస్ బీటా టూ విలువను లెక్కించడం కోసం మేము ఆసక్తి కలిగి ఉన్నాము కాబట్టి దీని కోసం వ్యక్తీకరణను కనుగొనడంలో మాకు ఆసక్తి ఉంది ఈ వర్గ సమీకరణంలోని రెండు మూలల్లో చిన్నది బీటా టూ కాబట్టి ఇది చిన్న రూట్ అయినందున ఇది బీటా 2 కి సమానం అని స్పష్టమవుతుంది, ఆపై మనం ఆల్ఫా 1 మరియు బీటా 2ని జోడించాలి.

కాబట్టి మీరు ఆల్ఫా 1ని గుర్తించుకుంటే ఇది మునుపటి స్లయిడ్ నుండి మనకు ఆల్ఫా వన్ మైనస్ సిన్ తీటాతో సమానం కాస్ తీటా మొదటి స్లయిడ్ నుండి  $ah$  ఉంటుంది కాబట్టి ఆల్ఫా వన్ని బీటా టూకి జోడిస్తే మనకు లభించేది కాబట్టి ఇది దీనికి జోడించబడుతుంది కాబట్టి ఒక ఓవర్ కాస్ తీటా ఆఖరికి రద్దవుతుంది కాబట్టి మనకు లభించేది మైనస్ టూ టాన్ తీటా కాబట్టి చివరి సమాధానం ఆల్ఫా వన్ ప్లస్ బీటా టూ ఈక్వల్ మైనస్ 2 టాన్ తీటా మైనస్ 2 టాన్ తీటా ఈక్వల్స్ మైనస్ 2 టాన్ తీటా అని మీరు ఇప్పుడు రెండవ సమస్యను తీసుకుంటారు కాబట్టి ఇది రెండవ సమస్య ఏమిటంటే, తీటా యొక్క సాధ్యమైన విలువల సంఖ్యను కనుగొనమని మేము కోరాము, అంటే తీటా 0 నుండి  $\pi$  వరకు ఓపెన్ విరామంలో ఉంటుంది, దీనికి ఈ సమీకరణాల వ్యవస్థ ఒక పరిష్కారాన్ని కలిగి ఉంటుంది, అయితే మీరు ఇక్కడ

చూస్తే మనకు తీటా వేరియబుల్స్ లో ఒకటిగా ఉంటుంది .

ఇతర వేరియబుల్స్  $xy$  మరియు  $z$  మరియు ఈ సమీకరణాల వ్యవస్థలో మూడు సమీకరణాలు ఉన్నాయి కాబట్టి ప్రశ్న మనల్ని అడుగుతేంది కాబట్టి మూడు సమీకరణాలు ఉన్నాయి సున్నా మొదటి సమీకరణం  $y$  ప్లస్  $z$  సార్లు కాస్ మూడు తీటా మూడు తీటా యొక్క  $xyz$  రెట్లు సైన్ మరియు ఇది మరియు రెండవ సమీకరణంలో ఎడమ మరియు కుడి వైపు రెండింటినీ  $y$  సార్లు  $z$  తో గుణిస్తాము ఎందుకంటే  $y$  సార్లు  $z$  మనకు తెలుసు  $y$  సార్లు  $z$  సున్నాకి సమానంగా లేని పరిష్కారం కోసం చూస్తున్నాము మరియు అందుకే

ఈ సమీకరణం యొక్క రెండు వైపులా  $y$  సార్లు  $z$  ని గుణిస్తే మరియు అలా చేసినప్పుడు మనకు లభించేది  $xyz$  సైన్ ఆఫ్ త్రి తీటా మూడు తీటా యొక్క రెండు  $z$  కాస్ ప్లస్ త్రి తీటా యొక్క త్రి తీటా సైన్ యొక్క రెండు  $y$  సైన్ కి సమానం

, ఆపై మనకు చివరి సమీకరణం ఉంది, ఇది  $xyz$  ఇన్ సైన్ ఇన్ సైన్ త్రి తీటా ఈక్వల్స్  $y$  ప్లస్ టూ  $z$  టైమ్స్ కాస్ త్రి తీటా ప్లస్  $y$  సార్లు సైన్ త్రి తీటా కాబట్టి ఈ మూడు సమీకరణాలలోనూ మనం చూసేది ఏమిటంటే, ఇది మూడు సమీకరణాలకు సాధారణం కాబట్టి మన దగ్గర ఉన్నవి రెండు సమీకరణాలు కాబట్టి రెండు సమీకరణాలు క్రింది విధంగా ఉన్నాయి కాబట్టి మొదటి సమీకరణం  $y$  ప్లస్  $z$  కాస్ త్రి తీటాకు సమానం కాబట్టి ఇది స్పష్టంగా దీనికి సమానంగా ఉండాలి అంటే టూ  $z$  కాస్ త్రి తీటా ప్లస్ టూ వై సైన్ త్రి తీటా ఆపై మనకు ఉన్న రెండవ సమీకరణం ఏమిటంటే ఇక్కడ ఈ పరిమాణం అన్నీ కూడా  $y$  ప్లస్  $z$  కి సమానంగా ఉండాలి.

మూడు తీటా కాబట్టి  $y$  ప్లస్  $z$  ఇన్ కాస్ త్రి తీటా కూడా  $y$  ప్లస్ టూ  $z$  కాస్ త్రి తీటా ప్లస్  $y$  సైన్ త్రి తీటాకు సమానం కాబట్టి మనం ఇచ్చిన తీటా కోసం చూస్తే మన వద్ద ఉన్నది తప్పనిసరిగా ఆప్ రెండు సమీకరణాలు మరియు రెండు తెలియని  $y$  మరియు  $z$  సాల్వ్యాషన్ సెట్ లో  $yz$  ఉండాలి లేదా  $y$  సున్నాకి సమానంగా ఉండకూడదు లేదా  $z$  సున్నాకి సమానంగా ఉండకూడదు  $ah$  ఈ రెండు సమీకరణాల నుండి మనం చూసేది ఏమిటంటే, చివరికి ఈ కుడి వైపులా సమానంగా ఉండాలి మరియు ఇక్కడ కుడి వైపు ఉంటుంది  $y$  కాస్ త్రి తీటా అని వ్రాయబడి, ఆపై ప్లస్ టూ  $z$  కాస్ త్రి తీటా ప్లస్ వై సైన్ త్రి తీటా అని రాయాలి కాబట్టి మనం ఆప్ టూ  $z$  కాస్ త్రి తీటా కూడా ఇక్కడ ఉంది కాబట్టి ఆప్ ఈ మొత్తం కుడి వైపు కూడా కుడి చేతికి సమానంగా ఉండాలి ఇక్కడ ప్రక్కన ఉన్నందున, రెండూ ఒకే పరిమాణానికి సమానం, ఇది  $y$  ప్లస్  $z$  కాస్ త్రి తీటాగా ఉంటుంది కాబట్టి చివరికి మనకు లభించేది ఏమిటంటే, రెండు  $z$  కాస్ త్రి తీటా ప్లస్ టూ వై సైన్ త్రి తీటా సమానం  $y$  కాస్ త్రి తీటా ప్లస్ టూ  $z$  కాస్ త్రి తీటా ప్లస్ వై పాపం త్రి తీటా వాస్తవానికి ఇది మరియు ఈ వదం రద్దు చేయబడి, ఆపై ఆప్ మరియు ఆపై మిగిలి ఉన్నది ఏమిటంటే,  $y$  సైన్ త్రి తీటా  $y$  కాస్ త్రి తీటాకు సమానం, దీనిని  $y$  అని సైన్ త్రి తీటా మైనస్ కాస్ త్రి తీటా ఈక్వల్ సున్నా అని వ్రాయవచ్చు, ఆప్ మనం చూస్తున్నందున దీనికి పరిష్కారం కోసం ఆప్ కాబట్టి మేము అలాంటి పరిష్కారం కోసం చూస్తున్నాము, ఏదీ  $y$  సున్నాకి సమానంగా ఉండకూడదు లేదా  $z$  సున్నాకి సమానం

కాకూడదు ఎందుకంటే పరిష్కారం  $y$  యొక్క ఉత్పత్తిగా ఉండాలని ప్రశ్నలో పేర్కొనబడింది మరియు  $z$  సున్నా కాదు కాబట్టి రెండు సంఖ్యల ఉత్పత్తి సున్నా కాకపోతే ప్రాథమికంగా రెండు సంఖ్యలలో ఏదీ సున్నా కాదని అర్థం, కాబట్టి ఈ ప్రకటన నుండి  $y$  సున్నాకి సమానం కానందున ఇది మూడు తీటా మైనస్ కాస్ త్రి తీటా ఉండాలి అని సూచిస్తుంది.

సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ సమీకరణం నుండి  $y$  సున్నాకి సమానం కానందున అది సంతృప్తి చెందాలి, పాపం త్రి తీటా మైనస్ కాస్ త్రి తీటా సున్నాకి సమానంగా ఉండాలి లేదా ముఖ్యంగా సైన్ త్రి తీటా కాస్ త్రి తీటా సమానంగా ఉండాలి తీటా కాబట్టి ఇప్పుడు మనం వెనక్కి వెళ్లి, ఇక్కడ మొదటి సమీకరణంలో  $ah$  ఈ వాస్తవాన్ని ఉపయోగిస్తే మనకు లభించేది ఏమిటంటే,

కాస్ త్రి తీటాలో  $y$  ప్లస్  $z$  రెండు  $z$  ప్లస్ టూ  $y$  కి సమానం ఎందుకంటే సైన్ త్రి తీటా మరియు కాస్ త్రి తీటా ఒకేలా ఉంటాయి కాబట్టి మనం దీన్ని రెండు  $z$  ప్లస్ రెండు  $y$  రెట్లు మూడు తీటా అని వ్రాయవచ్చు కాబట్టి ఇప్పుడు మన వద్ద ఉన్నదేమిటంటే, ఆప్ ఈ రెండు సమీకరణాలు  $ah$  ఈ రెండు సమీకరణాల సెట్ కి సమానం, వాస్తవానికి మేము ఆప్ పరిష్కార సమితి అటువంటిది అనే వాస్తవాన్ని ఉపయోగిస్తున్నాము  $y$  సున్నాకి సమానం కాదు మరియు  $z$  ఇప్పుడు ఇక్కడ మొదటి సమీకరణం నుండి మనం పొందగలిగేది ఏమిటంటే, మనం సైన్ తీటా సైన్ త్రి తీటా మైనస్ కాస్ త్రి తీటా సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ ఎడమ వైపు వ్రాయవచ్చు అలాగే 1 బై రూట్ 2 సైన్ 3 తీటా మైనస్ 1 బై రూట్ 2 కాస్ 3 తీటా ఈక్వల్ కి 0 మరియు దీనిని సైన్ త్రి తీటాగా కాస్ పైగా ఫోర్ ఓవర్ ఫోర్ గా రాయవచ్చు ఎందుకంటే కాస్ పై ఫోర్ ఓవర్ రూట్ టూ మైనస్ సైన్ pi ఓవర్ ఫోర్ ఇన్ కాస్ త్రి తీటా సమానం సున్నా కానీ  $t$  అతనిది సైన్  $a$   $\cos b$  మైనస్ సైన్  $a$   $\cos b$  మైనస్  $\cos a$   $\sin b$  కాబట్టి ఇది మైనస్  $b$  యొక్క సైన్, ఇది మూడు తీటా మైనస్ pi నాలుగు కంటే సున్నాకి సమానం కాబట్టి మేము మైనస్  $b$  సూత్రం యొక్క చిహ్నాన్ని ఉపయోగించాము ఇక్కడ మూడు తీటాకు సమానం మరియు  $b$  తో pi తో సమానం మరియు ఆ తర్వాత  $ah$  ఈ త్రికోణమితి సమీకరణానికి పరిష్కారం మనందరికీ తెలిసినట్లుగా, మూడు తీటా మైనస్ pi నాలుగు

పూర్ణాంకం  $n$  కోసం  $n$  pi కి సమానంగా ఉండాలి, ఇది తప్పనిసరిగా తీటాను సూచిస్తుంది కొంత పూర్ణాంకం  $n$  కోసం  $n$  pi కంటే 3 ప్లస్ pi 12 రూపాన్ని కలిగి ఉంటుంది, అయితే తీటా 0 నుండి pi వరకు ఉన్న ఓపెన్ ఇంటర్వల్ కు చెందినదిగా పేర్కొనబడిందని గుర్తుంచుకోండి మరియు అందువల్ల మూడు సాధ్యమైన పరిష్కారాలు తీటాకు సమానం కాబట్టి  $ah$  తీటా చేయాలి ఉంటుంది 0 నుండి pi కి చెందినది, మనం  $n$  0 1 మరియు 2 గా మాత్రమే ఎంచుకోగలము.

కాబట్టి  $n$  తో సమానమైన  $n$  తో సమానమైన pi ని 12 తో  $n$  1 కి సమానం చేస్తే, మనం పరిష్కారాన్ని pi ని త్రి ప్లస్ pi

బై పన్నెండుతో పొందుతాము, అది వాస్తవానికి వస్తుంది.

n తో పన్నెండుపై ఐదు pi రెండుకి సమానం మేము రెండు pi బై త్రి ఫ్లస్ pi ని పొందుతాము పైగా ah twelve అంటే మూడు pi నలుగురిపై ఉంటుంది కాబట్టి ఇవి తీటా యొక్క మూడు ah సాధ్యం ah విలువలు, దీని కోసం ఈ సమీకరణం ద్వారా దీనికి ఇచ్చిన పరిష్కారాల సమితి y 0కి సమానం కాదు కానీ మనం ఇంకా పరీక్షించవలసి ఉంటుంది ఈ ఇతర సమీకరణాన్ని పరీక్షించండి, అయితే మనం ఇక్కడ చూసేది ఏమిటంటే, తీటా ఈ మూడు విలువలలో దేనినైనా ah తీసుకుంటున్నప్పుడు, cos three theta సున్నాకి సమానం కాదని మనకు తెలుసు కాబట్టి ఈ సమీకరణం సంతృప్తి చెందడానికి ఏకైక మార్గం

y ఫ్లస్ z అనేది సున్నాకి సమానం ఎందుకంటే ఈ సమీకరణం నుండి మనం

y ఫ్లస్ z మూడు తీటా యొక్క cos లోకి సున్నాకి సమానం అని వ్రాయవచ్చు కానీ ఈ కోణాలలో దేనికైనా మూడు తీటా యొక్క cos సున్నా కాదు కాబట్టి cos three theta సున్నా కాదు మరొక ఎంపిక ఏమిటంటే y ఫ్లస్ z 0 కానీ ఏ సందర్భంలో అయినా మేము మా ప్రశ్నకు ఇప్పటికే సమాధానం ఇచ్చాము ఎందుకంటే ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం ఏమిటంటే, సమీకరణ వ్యవస్థలో ఉన్న తీటా యొక్క సాధ్యమయ్యే విలువల సంఖ్య సౌల్యబీని కలిగి ఉంటుంది ఇక్కడ y సార్లు z 0 కాదు 3 ఎందుకంటే 3 పరిష్కారాలు pi బై 12 5 pi బై 12 మరియు 3 pi 4 కంటే ఎక్కువ ఉన్నాయి, తద్వారా రెండవ సమస్యకు పరిష్కారం కూడా పూర్తవుతుంది కాబట్టి మేము ఇప్పుడు మరొక ఆప్ ఆసక్తికరమైన సమస్యను తీసుకున్నాము ఈ త్రికోణమితి సమీకరణానికి భిన్నమైన పరిష్కారాల సంఖ్యను కనుగొనమని అడిగాము, కాబట్టి మొదట మనం దానిని చూసినప్పుడు

సైన్ మరియు కొసైన్ యొక్క ఆరవ శక్తి మరియు నాల్గవ శక్తిని చూడటం ద్వారా కొంచెం కలవరపడవచ్చు కానీ గమనించవలసిన మరియు చూడవలసిన మరొక విషయం అంటే ఆప్ మనకు సైన్ ఉన్నప్పుడల్లా మనకు అదే శక్తితో కాస్ కూడా ఉంటుంది కాబట్టి సైన్ సిక్స్ x మరియు కాస్ సిక్స్ x అదే విధంగా సైన్ సిక్స్ x మరియు కాస్ సిక్స్ x అదే విధంగా పవర్ ఫోర్ కి సైన్ మరియు ఆ తర్వాత పవర్ ఫోర్ కి కాస్ కూడా కాబట్టి అది ఒక సాధ్యమైన మార్గాన్ని ఉపయోగించడం అని సూచిస్తుంది వాస్తవం ఏమిటంటే సైన్ స్క్వేర్ x ఫ్లస్ కాస్ స్క్వేర్ x ఒకదానికి సమానం మరియు ఈ సమీకరణం యొక్క క్యూబ్ ను తీసుకోండి మరియు దాని నుండి ఆప్ సిన్ సిక్స్ x ఫ్లస్ కాస్ సిక్స్ x కోసం వ్యక్తీకరణను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి కాబట్టి మేము మొదట దీన్ని చేస్తాము.

ఆ సైన్ స్క్వేర్ xp లస్ కాస్ స్క్వేర్ x అనేది మనం క్యూబ్ ని తీసుకుంటే ఇది కూడా నిజం, ఆపై మనం ఫ్లస్ బి క్యూబ్ కోసం ఫార్ములాను ఉపయోగిస్తాము, ఇది ఎడమ వైపున సిన్ స్క్వేర్ x మరియు బి సమానం కాస్ స్క్వేర్ x తో సమానంగా ఉంటుంది.

ఒక ఫ్లస్ బి క్యూబ్ ఒక క్యూబ్ ఫ్లస్ బి క్యూబ్ ఫ్లస్ త్రి ఎ బి స్క్వేర్ ఫ్లస్ త్రి ఎ స్క్వేర్ బి అని మీరు గుర్తుచేసుకుంటే, మనం ఈ ఫార్ములాను ఇక్కడ సిన్ స్క్వేర్ x మరియు బి సమానం కాస్ స్క్వేర్ x తో ఉపయోగిస్తే మనకు ఎడమ చేతికి లభిస్తుంది సైన్ సైన్ సిక్స్ x ఫ్లస్ కాస్ సిక్స్ x కాబట్టి ఈ రెండు పదాలు వాస్తవానికి ఇక్కడ ఆప్ ఉన్నాయి, ఆపై మిగిలిన నిబంధనలను పొందుతాము కాబట్టి మనకు మూడు రెట్లు సైన్ స్క్వేర్ x కాస్ ఫోర్ x ఫ్లస్ మూడు రెట్లు కాస్ స్క్వేర్ x సైన్ ఫోర్ x మరియు ఇది ఒకదానికి సమానం మరియు మీరు కుడి వైపున ఉన్న ఈ రెండు పదాలను తీసుకుంటే మనకు లభించేది ఏమిటంటే, పాపం సిక్స్ x ఫ్లస్ కాస్ సిక్స్ x సమానం ఒక మైనస్ త్రి సైన్ స్క్వేర్ x కాస్ ఫోర్ x మైనస్ త్రి కాస్ స్క్వేర్ x సైన్ నాలుగు x కాబట్టి మేము ఈ చిన్న గుర్తింపును కలిగి ఉన్నాము, అదే పద్ధతిలో మనం కూడా చేయవచ్చు 0 సైన్ 4 x ఫ్లస్ కాస్ 4 x కోసం వ్యక్తీకరణను కనుగొనండి కాబట్టి క్యూబ్ ను ప్రదర్శించే బదులు మనం స్క్వేర్ చేయాలి కాబట్టి సైన్ స్క్వేర్ x ఫ్లస్ కాస్ స్క్వేర్ x స్క్వేర్ చేయాలి కాబట్టి ఇది కూడా ఒకదానికి సమానం ఆపై మనం ఉపయోగిస్తే a ఫ్లస్ బి స్క్వేర్ ఫార్ములా మనకు లభించేది సైన్ ఫోర్ x ఫ్లస్ కాస్ ఫోర్ x ఫ్లస్ టూ సిన్ స్క్వేర్ x కాస్ స్క్వేర్ x ఒకటి కాబట్టి ఇక్కడ నుండి సైన్ ఫోర్ x ఫ్లస్ కాస్ ఫోర్ x సమానం మైనస్ రెండు సిన్ స్క్వేర్ x కాస్ అని స్పష్టమవుతుంది చతురస్రం x ఆపై ఇతర పదం ఐదు నాలుగు రెట్లు కాస్ స్క్వేర్ రెండు x అయితే రెండు x కాస్ స్క్వేర్ x మైనస్ సిన్ స్క్వేర్ x కి సమానం అని మాకు తెలుసు కాబట్టి రెండు x కాస్ స్క్వేర్ కాస్ ఫోర్ x ఫ్లస్ అవుతుంది సైన్ ఫోర్ x మైనస్ టూ సైన్ స్క్వేర్ x కాస్ స్క్వేర్ x కాబట్టి మనం ఇప్పుడు ఈ మూడు ah గుర్తింపులను ఉపయోగించబోతున్నాం కాబట్టి మేము ఈ మూడింటిని సంబంధిత కుడి వైపున భర్తీ చేస్తాము కాబట్టి ఇప్పుడు నేను వ్యక్తీకరణను వ్రాయబోతున్నాను ఈ సమీకరణంలో ఇక్కడ మొత్తం ఎడమ వైపు కోసం కాబట్టి మొదటి విషయం రెండు x యొక్క 5 నుండి 4 రెట్లు కాస్ స్క్వేర్ కాబట్టి రెండు xi యొక్క కాస్ స్క్వేర్ కోసం నేను ఈ కుడి వైపు ఎక్స్ ప్రెషన్ ని ఉపయోగించబోతున్నాను కాబట్టి ఇది ఆప్ బదులుగా ఐదు నుండి నాలుగు రెట్లు అవుతుంది కాబట్టి మేము అలా వెళ్ళడం లేదు మనం ఈ కుడి వైపును ఉపయోగించవద్దు, ప్రస్తుతానికి దానిని రెండు x యొక్క కాస్ స్క్వేర్ గా ఉంచుదాం, కాబట్టి మేము దానిని ఇప్పటికే రెండు x యొక్క కాస్ స్క్వేర్ గా ఉంచుతాము, ఆపై మనకు కాస్ ఫోర్ x సిన్ ఫోర్ x కాస్ సిక్స్ ఎక్స్ మరియు సిక్స్ సిక్స్ ఉన్నాయి x కాబట్టి మునుపటి స్లయిడ్ నుండి sin four x plus cos four x ఈ విలువ అని మనకు తెలుసు కాబట్టి sine 4 x plus cos 4 x కి బదులుగా మనం 1 మైనస్ 2 sine square x cos square x ని ఉపయోగించబోతున్నాము ఆపై sin six కోసం x ఫ్లస్ కాస్ సిక్స్ x మేము ఈ కుడి వైపును ఉపయోగించబోతున్నాము, ఇది ఒకటి మైనస్ త్రి సైన్ స్క్వేర్ x కాస్ ఫోర్ x మైనస్ 3 కాస్ స్క్వేర్ x సైన్ 4 x మరియు ఈ మొత్తం మనం x అలాంటిది కనుక్కోవాలి అని ప్రశ్నలో ఇవ్వబడింది.

ఈ మొత్తం ఎడమ వైపు రెండు సమానం కాబట్టి ఈ రెండు స్పష్టంగా ఈ ఒకటి మరియు ఇక్కడ మరియు వ తో రద్దు చేయబడుతుంది en మనం ఏమి పొందుతాము మరియు మనం ఈ రెండు పదాలను మరింత కలపవచ్చు

ఎందుకంటే ఎడమ వైపు మైనస్ రెండు అవుతుంది కాబట్టి మనం ఈ మూడు పదాలను కుడి వైపున తీసుకోవచ్చు కాబట్టి 2 చదరపు 2 సైన్ స్కేర్ x cos చదరపు x మరియు అప్పుడు ఈ రెండు పదాలను మనం సాధారణ సైన్ స్కేర్ x ని కాస్ స్కేర్ x రెట్లు సైన్ స్కేర్ x ప్లస్ కాస్ స్కేర్ x గా తీసుకోవచ్చు కాబట్టి ఇది కుడి వైపున తీసుకున్న ఈ రెండు పదాల నుండి వస్తుంది మరియు వాస్తవానికి సీన్ స్కేర్ x ప్లస్ కాస్ స్కేర్ x సమానం ఒకటి కాబట్టి ఇది ఐదు రెట్లు సైన్ స్కేర్ x కాస్ స్కేర్ xకి సరళీకృతం చేయబడుతుంది కాబట్టి మనం చివరకు 5 బై 4 కాస్ స్కేర్ 2 x తో ముగుస్తుంది, ఇది కాస్ స్కేర్ 2 x 4 సైన్ స్కేర్ x కాస్ స్కేర్ x అని వ్రాసినట్లు ఉంటుంది ఇది 2 సైన్ x కాస్ x మొత్తం చతురస్రానికి సమానం అయితే రెండు సైన్ x కాస్ x అనేది రెండు x యొక్క సైన్ లాగానే ఉంటుంది కాబట్టి ఇది రెండు x యొక్క సైన్ స్కేర్కి సమానం అవుతుంది

కాబట్టి x తప్పనిసరిగా ఈ సమీకరణాన్ని సంతృప్తి పరచాలి కాబట్టి మనకు కాస్ స్కేర్ రెండు x ఉంటుంది. సీన్ స్కేర్ రెండు xకి సమానం మరియు దానిని సీ అని వ్రాయవచ్చు os స్కేర్ టూ x మైనస్ సీన్ స్కేర్ టూ x సున్నా అయితే ఇది నాలుగు x కాస్ తప్ప మరొకటి కాదని మనం చూస్తాము ఎందుకంటే ఇక్కడ మనం కాస్ టూ తీటా ఫార్ములాను ఉపయోగిస్తాము కాబట్టి కాస్ టూ తీటా కాస్ స్కేర్ తీటా మైనస్ సీన్ స్కేర్ తీటా అని తెలుసు రెండు xకి సమానమైన తీటాతో ఇది మనకు లభిస్తుంది కాబట్టి ఇక్కడ నుండి కాస్ నాలుగు x 0 అని అనుసరిస్తుంది మరియు మనం ప్రశ్నకు తిరిగి వెళితే x యొక్క అన్ని విలువలు లేదా x యొక్క విభిన్న విలువల సంఖ్యను కనుగొనమని అడిగారు.

ఈ త్రికోణమితి సమీకరణానికి పరిష్కారాలు అయిన 0 నుండి 2 pi విరామంలో ఉన్నాయి కాబట్టి సాధారణ పరిష్కారంలో ఈ సమీకరణానికి పరిష్కారం నాలుగు x రూపంలో ఉంటుంది కాబట్టి x ఈ నాలుగు x ప్రాథమికంగా pi యొక్క బేసి గుణకారంగా రెండుగా ఉండాలి.

నేను దీన్ని రెండు n ప్లస్ వన్ లైమ్స్ pi బై టూ అని వ్రాయగలను, ఇక్కడ n అనేది పూర్ణాంకం మరియు ఇక్కడ నుండి x అనేది రూపంలో ఉండాలి కాబట్టి x అనేది ప్రాథమికంగా ఎనిమిది ద్వారా pi యొక్క బేసి గుణకం మరియు మనం కూడా కనుగొనవలసి ఉంటుంది అవి మాత్రమే కాబట్టి ఇది సాధారణ పరిష్కారం కాబట్టి మనం n ను ఏదైనా పూర్ణాంకం w అని తీసుకోవచ్చు త్రికోణమితి సమీకరణానికి అనంతమైన అనేక విభిన్న పరిష్కారాలను పొందుతాము, కానీ మేము ఆ పరిష్కారాలపై మాత్రమే ఆసక్తి కలిగి ఉన్నాము, అవి సున్నా నుండి రెండు pi వరకు ఉండే కోర్ట్ ఇంటర్వెల్లో ఉంటాయి కాబట్టి స్పష్టంగా ఆ పరిష్కారాలు x సమానం కాబట్టి మనం ah తో ప్రారంభిస్తాము కాబట్టి మనం మైనస్కి సమానమైన n తీసుకోలేము.

ఒకటి ఎందుకంటే x ప్రతికూలంగా మారుతుంది కాబట్టి మనం సున్నాకి సమానమైన n తో ప్రారంభించాలి కాబట్టి సున్నాకి సమానమైన n తో మొదటి పరిష్కారం pi ఎనిమిది మరియు తర్వాత n తో సమానం రెండవ పరిష్కారం మూడు pi బై ఎనిమిది n రెండు సమానం మనం ఐదు pi బై ఎనిమిది మరియు ఏడు pi ద్వారా ఎనిమిది తరువాత కాబట్టి pi యొక్క అన్ని బేసి గుణిజాలు ఎనిమిది పదకొండు pi ఎనిమిది పదమూడు pi ఎనిమిది పదిహేను pi ఎనిమిది.

ఎనిమిది రెండు pi కంటే ఎక్కువ కాబట్టి ఇది అనుమతించబడదు మరియు ఈ పరిష్కారాలన్నీ విభిన్నంగా ఉన్నాయని మీరు చూస్తే, ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం ఏమిటంటే, ఎనిమిది విభిన్నమైనవి ఈ సమీకరణానికి ఎనిమిది విభిన్న పరిష్కారాలు ఉన్నాయి.

విరామంలో సున్నా నుండి రెండు పై వరకు ఇవి ఎనిమిది ఒకటి రెండు మూడు నాలుగు ఐదు ఆరు ఏడు మరియు ఎనిమిది కాబట్టి తదుపరి ప్రశ్న ఇక్కడ ఉంది కాబట్టి ఇది త్రికోణమితి ఫంక్షన్ యొక్క నిర్దిష్ట నిష్పత్తిలో ఆప్ తీసుకున్న విలువలు మధ్య ఉండవని నిరూపించమని అడుగుతోంది.

x యొక్క ఏదైనా నిజమైన విలువ కోసం ఒకదాని తర్వాత ఒకటి మూడు మరియు మూడు అంటే మనం తీసుకోవచ్చు కాబట్టి ఇది మరేమీ కాదని మేము వెంటనే గ్రహిస్తాము ఎందుకంటే మనం sine x మరియు cos xని చూస్తాము కాబట్టి sine x కంటే cos x అనేది tan x మరియు ఆపై మన వద్ద ఉన్న హారం న్యూమరేటర్లో సీన్ త్రీ x మరియు కాస్ త్రీ x కాబట్టి ఈ మొత్తం టాన్ త్రీ x బై టాన్ x తో సమానంగా ఉంటుంది మరియు ఇక్కడ మనం టాన్ x పరంగా టాన్ త్రీ x సూత్రాన్ని ఉపయోగించాలి, కనుక మనం ఫార్ములా గుర్తుంచుకుంటే మూడు x యొక్క ఏదైనా కోణానికి x టాన్ మూడు టాన్ x మైనస్ టాన్ క్యూబ్ x ఒక మైనస్ మూడు టాన్ స్కేర్ x కాబట్టి మేము ఇక్కడ ఈ కుడి వైపున ఉపయోగిస్తాము ఈ నిష్పత్తి 1 మైనస్ 3 n చదరపు x ఇప్పుడు మూడు మైనస్ టాన్ స్కేర్ xకి సమానం అవుతుంది ah tan x అన్ని విలువలను తీసుకుంటుందని మాకు తెలుసు మైనస్ ఇన్నింటి మరియు ప్లస్ ఇన్నింటి మధ్య ఉంటుంది కాబట్టి టాన్ స్కేర్ x సున్నా నుండి అనంతం మధ్య అన్ని విలువలను తీసుకుంటుంది కాబట్టి టాన్ స్కేర్ x అనేది నెగెటివ్ కాని ah వాస్తవ సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి మనం ఏమి చేస్తాం అంటే మనం దీన్ని ఒకటి మైనస్ త్రీగా సూచిస్తాము మూడు మైనస్ a ఇక్కడ టాన్ స్కేర్ x గా నిర్వచించబడింది మరియు a అనేది సున్నాకి సమానం కంటే ఎక్కువ అని మనకు తెలుసు కాబట్టి a అనేది xa పై ఆధారపడి ఏదైనా కావచ్చు కాబట్టి సున్నా నుండి అనంతం మధ్య ఏదైనా విలువను తీసుకోవచ్చు కాబట్టి a తప్పనిసరిగా సున్నాకి చెందినది అనంతం కాబట్టి నిరూపించడానికి మనల్ని అడుగుతున్న ప్రశ్న ఏమిటంటే, మనం విరామానికి చెందినది కాబట్టి 0 నుండి అనంతానికి చెందినది అని మనం చూపించాలి, ఈ నిష్పత్తి 1 మైనస్ 3 a పైగా 3 మైనస్ అని చూపించాలి a ఇది ఎప్పుడూ మధ్య ఎటువంటి విలువను తీసుకోదు కాబట్టి ఈ విలువ ఎప్పటికీ మూడు నుండి మూడు మధ్య విరామానికి చెందదు కాబట్టి ఇది ఒకటి మూడు మరియు మూడు మధ్య ఉండదని చెబుతుంది కాబట్టి ఇది మనం ఇప్పుడు

నిరూపించాల్సిన అవసరం ఉంది

కనుక ఇది మన దగ్గర ఉన్నది మరియు దానిని మూడు మైనస్ a కంటే 9 మైనస్ 3 a మైనస్ 8 అని వ్రాయవచ్చు మరియు ఈ తొమ్మిది మైనస్ మూడు a మూడు రెట్లు హారం కాబట్టి ఇది మూడు మైనస్ ఎనిమిది కంటే మూడు మైనస్ aకి సమానం కాబట్టి ఈ సమయంలో మనం విభజించాలి మేము రెండు వేర్వేరు ah విలువలను పరిగణించాలి, అవి ప్రతికూలంగా ఉండవు కాబట్టి మేము మొదట 0 నుండి 3 మధ్య విరామానికి చెందిన అన్ని విలువలను పరిగణనలోకి తీసుకుంటాము,

ఎందుకంటే మేము 3కి సమానం కాదు .

ఇది నిర్వచించబడలేదు కాబట్టి మనకు ఇక్కడ ఓపెన్ ఇంటర్వెల్ ఉంది కాబట్టి సున్నాకి సమానం కంటే ఎక్కువ మరియు ఖచ్చితంగా మూడు కంటే తక్కువగా ఉంటుంది, కాబట్టి a ఈ విరామానికి చెందినప్పుడు మూడు మైనస్ a ఇక్కడ హారం అని చూడటం సులభం.

మూడు మైనస్ a అనేది సున్నా కంటే పెద్దది మరియు సున్నా కంటే a ఎక్కువ కాబట్టి మూడు మైనస్ a అనేది మూడు కంటే తక్కువ లేదా సమానంగా ఉండాలి కాబట్టి ఇది నిజం లేదా ఇది మైనస్ మూడు అని కూడా వ్రాయవచ్చు నిమికి సమానం కంటే ఎక్కువ us three n ప్రతికూలంగా ఉంటుంది, అది ఒకటి మరియు అదే విషయం మరియు ఇప్పుడు మనం బాగా కనుక్కోవాలంటే, మైనస్ త్రీపై మూడు కలిపి ఎనిమిది అని కూడా వ్రాయవచ్చు మరియు ఆపై మనం మైనస్ కంటే 8 విలువల పరిధిని కనుగొనాలి 3.

కాబట్టి మైనస్ మూడు మైనస్ మూడు కంటే ఎక్కువ కాబట్టి, ఎనిమిది కంటే మైనస్ మూడు అని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది, ఎందుకంటే మనం ఈ ప్రత్యేక అసమానతను ఇక్కడ ఉపయోగించబోతున్నాము మరియు a చెందినప్పుడు మైనస్ 3 ప్రతికూలంగా ఉంటుందని మాకు తెలుసు.

ఈ శ్రేణికి చాలా స్పష్టంగా 8 కంటే మైనస్ 3 దిగువ నుండి మైనస్ అనంతంతో పరిమితం చేయబడింది కాబట్టి ఇది మునుపటి లైన్లోని ఈ ప్రత్యేక అసమానత నుండి వచ్చే మైనస్ అనంతం కంటే ఎక్కువ అని స్పష్టంగా సరైనది మరియు తర్వాత మనకు ఇది కూడా ఉంది కాబట్టి ఇది ఇక్కడ మైనస్ ఎనిమిది నుండి మూడుకి సమానం కాబట్టి మనం ఇక్కడ ఆహ్ ఈ అసమానతని ఉపయోగిస్తే మనం ఈ అసమానతలో ప్రతిచోటా మూడింటికి మూడింటికి మూడు జోడించాలి కాబట్టి మనం t జోడిస్తే ఈ అసమానతలో ప్రతిచోటా hree కాబట్టి మనం ఇక్కడ 3ని జోడిస్తాము, ఇక్కడ 3ని జోడిస్తాము మరియు ఇక్కడ 3ని జోడిస్తాము, కాబట్టి ఆ తర్వాత మనకు వచ్చే చివరి అసమానత కాబట్టి ఇది ఖచ్చితంగా ఈ పరిమాణం కాబట్టి చివరికి మనకు లభించేది ఏమిటంటే a చెందినది అయితే విరామ సున్నా నుండి మూడు వరకు ఈ నిర్దిష్ట నిష్పత్తి అంటే సమానం కంటే తక్కువ ఉన్న అన్ని విలువలను తీసుకుంటుంది మరియు మీరు దీనిని గణిస్తే ఇది మూడు కంటే ఒకటి కాబట్టి a సున్నా నుండి మూడుకి చెందినప్పుడు ఒకటి మైనస్ మూడు నుండి మూడు మైనస్ a అనేది మైనస్ ఇన్నింటికి ఒకటి ఓవర్ త్రీకి చెందినది కాబట్టి ఇది ఒక మైనస్ త్రీ a ఓవర్ త్రీ మైనస్ a కి చెందినది కాబట్టి నేను సారాంశం చెస్తాను కాబట్టి మనం మునుపటి స్టెప్లో చూపించినది ఏమిటంటే a సున్నా నుండి మూడుకి చెందినది అయితే అప్పుడు ఒక మైనస్ త్రీ a ఓవర్ త్రీ మైనస్ a మైనస్ ఇన్నింటికి ఒకటి ఓవర్ త్రీకి చెందినది , ఆపై మనం రెండవ సందర్భాన్ని తీసుకుంటాము, కాబట్టి a మూడు నుండి అనంతానికి చెందినది అయితే a మూడు కంటే ఎక్కువ అంటే అది మూడుకి సమానం కాదు కాబట్టి అందులో కేసు మళ్ళీ ఏమిటి మనం చూసేదేమిటంటే, మనకు ఒకటి మైనస్ మూడు నుండి మూడు మైనస్ a అని గుర్తుంచుకుంటే, మూడు ప్లస్ ఎనిమిది కంటే మైనస్ త్రీకి సమానంగా ఉంటుంది మరియు ఇక్కడ నుండి అది అనుసరిస్తుంది, ఇది 3 కంటే ఎక్కువ కాబట్టి ఇది మైనస్ అని సూచిస్తుంది 3 0 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది మరియు అందువల్ల ఇక్కడ ఈ పరిమాణం ఎల్లప్పుడూ సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఇక్కడ ఈ పరిమాణం ఎల్లప్పుడూ సానుకూలంగా ఉంటుంది మరియు అందువల్ల ఇక్కడ ఉన్న ఈ నిర్దిష్ట విలువ ఎల్లప్పుడూ మూడు కంటే పెద్దదిగా ఉంటుంది, కాబట్టి ఈ ప్రాంతానికి మనం పొందేది ఏమిటంటే, మూడు కంటే మూడు మైనస్ మైనస్ a చెందుతుంది. మూడు రెండు అనంతం విలువలను తీసుకుంటుంది మరియు ఆహ్ ఈ విషయం సానుకూలంగా ఉంది కాబట్టి ఇక్కడ నుండి మనం ఈ సమానత్వాన్ని ఉపయోగిస్తే మనకు ఏమి లభిస్తుంది అంటే 8 బై మైనస్ మూడు సున్నా కంటే ఖచ్చితంగా ఎక్కువ మరియు ఇది అనంతం కంటే కూడా తక్కువ ఆపై మనం అన్ని వైపులా మూడు జోడిస్తే, ప్రతిచోటా మూడు జోడిస్తే, మనకు ఈ విషయం వస్తుంది కాబట్టి మనం చూపించినది ఏమిటంటే,

ఈ రెండు కేసులను కలిపి పరిగణించడం ద్వారా ఈ రెండింటినీ తీసుకోవడం ద్వారా మనకు విలువ కనిపిస్తుంది.

ఈ భిన్నం ద్వారా తీసుకున్న లు 1 ద్వారా 3 కంటే తక్కువగా ఉంటాయి లేదా అవి 3 కంటే ఎక్కువగా ఉంటాయి లేదా అవి 3 కంటే ఎక్కువగా ఉంటాయి మరియు అందువల్ల ఈ భిన్నం ఒక మైనస్ మూడు నుండి మూడు మైనస్ a ఎప్పటికీ ఒకటికి మూడు మధ్య ఉండే ఏ విలువను తీసుకోదని చూపిస్తుంది మరియు మూడు తద్వారా ah నాల్గవ ప్రశ్నకు రుజువు పూర్తయింది మరియు ఇప్పుడు మేము ఈ సెషన్లోని చివరి ప్రశ్నను తీసుకుంటాము , కాబట్టి

పదమూడు పదాలు ఉన్న ఈ సమ్మేషన్ యొక్క విలువ kth టర్మ్ ఒక ఓవర్ సైన్ కంటే ఎక్కువ.

pi పైగా నాలుగు ప్లస్ k మైనస్ వన్ pi ఆరు రెట్లు కంటే ఎక్కువ నాలుగు ప్లస్ k pi ఆరు కంటే ఎక్కువ, కాబట్టి ఇది మనకు గుర్తు a sin b ఫార్ములా గుర్తుచేస్తుంది, రెండు సైన్ ఒక సైన్ b అనేది మైనస్ b మైనస్ కాస్ యొక్క కాస్కి సమానం అని మనకు తెలుసు a plus b కాబట్టి మనం ఇక్కడ ఈ మొత్తం విషయాన్ని a మరియు ఇది b గా ఉపయోగించబోతున్నాము , ఆపై మనం బాగా చేస్తే కానీ మనకు ఇక్కడ రెండు కారకాలు అవసరం కాబట్టి మనం లవం మరియు హారం రెండింటినీ గుణిస్తాము.

ఆపై ఈ హారం కేవలం సమానంగా ఉంటుంది కాస్ ఎ మైనస్ బి కాబట్టి మైనస్ బి యొక్క కాస్ సిక్స్ కంటే పై కాస్ అవుతుంది మరియు ఆపై ఫ్లస్ బి యొక్క మైనస్ కాస్ రెండు ఫ్లస్ టు కె మైనస్ ఒక రెట్లు పై ఆరు కంటే పై అవుతుంది మరియు మనకు తెలుసు ఢీటా యొక్క తొంబై ఫ్లస్ తీటా కాబట్టి తొంబై డిగ్రీల కాస్ ఫ్లస్ తీటా మైనస్ సిన్ తీటా కాబట్టి పై ఏ తీటా కాస్ బై టూ ఫ్లస్ తీటా అయినా మైనస్ సిన్ తీటా అని మనకు తెలుసు కాబట్టి మేము ఈ వాస్తవాన్ని ఇక్కడ ఉపయోగిస్తాము ఈ సమ్మష్ట యొక్క kth పదం సమానం  $\cos \pi$  బై సిక్స్ ఫ్లస్ రెండు k మైనస్ వన్ టైమ్స్  $\pi$  ఆరు కంటే ఎక్కువ కాబట్టి ఈ మొత్తం సమ్మష్ట కేవలం 1 నుండి 13 కి సమానమైన సమ్మష్ట k అవుతుంది, ఇప్పుడు కాస్ ఆఫ్  $\pi$  బై 6 బై 6 వర్గమూలం తప్ప మరొకటి కాదని మనకు తెలుసు 3 ఓవర్ 2 కాబట్టి మనం ఇక్కడ నేరుగా వ్రాస్తాము, ఆపై రెండు k మైనస్ ఒక రెట్లు  $\pi$  కంటే ఆరు కంటే ఎక్కువ గుర్తు అని వ్రాస్తాము, ఈ పదాన్ని చూడటం ద్వారా మనం గ్రహించే మరొక విషయం ఏమిటంటే, మనం kth పదాన్ని పరిశీలిస్తే, ఇది సంరక్షణ పదం అని చూద్దాం.

k ఫ్లస్ ఆరవ పదాన్ని చూడండి కాబట్టి సమ్మష్టలోని k ఫ్లస్ ఆరవ పదం రెండు పూర్ణాంకానికి సంబంధించినది k కి బదులుగా మనం k ఫ్లస్ సిక్స్ మైనస్ వన్ ని  $\pi$  అని వ్రాయాలి, ఇది రెండు k మైనస్ యొక్క సైన్ కి సమానం, ఇది రెండు k మైనస్ వన్ టైమ్స్  $\pi$  ఫ్లస్ టైమ్స్  $\pi$  కాబట్టి ఇది ఆరు కంటే ఎక్కువ పన్నెండు  $\pi$ , ఇది రెండు k మైనస్ యొక్క సైన్ కి సమానం ఒక  $\pi$  ఓవర్ సిక్స్ ఫ్లస్ టూ  $\pi$  కానీ రెండు  $\pi$  యొక్క సైన్ ఫ్లస్ కొంత కోణం అనేది కోణం యొక్క సంకేతానికి సమానం కాబట్టి ఇది రెండు k మైనస్ వన్ పై ఆరు పై ఉన్న సైన్ కి సమానం, ఇది kth పదం తప్ప మరేమీ కాదు కాబట్టి మేము kth పదం మరియు k ఫ్లస్ ఆరవ పదం నిజానికి ఒకేలా ఉన్నాయని గ్రహించాము మరియు అందువల్ల ఆహ్ మొదటి మరియు ఏడవ పదం ఒకటే రెండవ మరియు ఎనిమిదవ పదం ఒకేలా ఉంటాయి కాబట్టి మనం రెండింటినీ కలిపి జోడించవచ్చు కాబట్టి మనం ఏమి చేయగలం అంటే, మనం ఈ మొత్తం సమ్మష్టను

ఒకటి నుండి ఆరుకి సమానం k అని తిరిగి వ్రాయవచ్చు ఎందుకంటే మీరు మొదటి మరియు ఏడవ పదం కలిపి ఉన్నట్లు చూసినట్లుంటే, నా ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే అవి సమానం మరియు రెండవది మరియు ఎనిమిదవ పదం మూడవ మరియు nకు సమానం inth term సమానం నాల్గవది మరియు పదవది సమానం ఐదవది మరియు పదకొండవది సమానం మరియు ఆరవ మరియు పన్నెండవ నిబంధనలు సమానం మరియు 13వ పదం వేరుగా పరిగణించబడాలి కాబట్టి మనం ఈ మొదటి 12 పదాలన్నింటినీ జోడించాలి వస్తే అది మాత్రమే మొదటి ఆరు పదాలను కేవలం మొదటి ఆరు పదాలకు జోడించి, ఆ మొత్తాన్ని రెండు కారకాలతో గుణిస్తే సరిపోతుంది, ఎందుకంటే ఏడవ పదం మొదటి పదం వలె ఉంటుంది, ఎనిమిదవ పదం కూడా రెండవది కాబట్టి మొత్తం పన్నెండు పదాలను కలుపుతుంది కేవలం మొదటి ఆరు పదాలను జోడించి, మొత్తాన్ని రెండు కారకాలతో గుణించడంతో సమానం కాబట్టి పదమూడు పదాల మొత్తం సమ్మష్ట సమానంగా మారుతుంది కాబట్టి kth పదం యొక్క రెట్టింపు రూట్ మూడు కంటే రెండు ఫ్లస్ సైన్ కంటే నాలుగు అవుతుంది రెండు k మైనస్ వన్  $\pi$  ఆరు కంటే ఎక్కువ, ఆపై మనకు ah 13వ పదం మిగిలి ఉంది, ఎందుకంటే 13వ సంఖ్య పదం వదిలివేయబడినందున మనం ఇక్కడ మరొక పదాన్ని వ్రాయాలి, అది 2 కంటే రూట్ 3 కంటే 2 ఫ్లస్ ఉంటుంది కాబట్టి మనం k ని 13కి సమానంగా ఉంచినప్పుడు మనకు 25  $\pi$  సైన్ బై 6 వస్తుంది కాబట్టి మనకు 25  $\pi$  సైన్ బై 6 వస్తుంది, ఇది 4  $\pi$  ఫ్లస్  $\pi$  బై 6 కి సమానం కానీ 4  $\pi$  యొక్క సైన్ ఫ్లస్  $\pi$  బై 6 సైన్ ఆఫ్ సిక్స్ బై సిక్స్ లాగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే రెండు  $\pi$  యొక్క పూర్ణాంకాల గుణిజాలతో సైన్ ఫంక్షన్ ఆవర్తన ah కాబట్టి ఇది మా ah చివరి పదం కాబట్టి ఇప్పుడు మనం ప్రాథమికంగా ఈ ఆరు పదాల మొత్తాన్ని లెక్కించాలి, అదే మన లక్ష్యం కాబట్టి మనం ఇప్పుడు ఈ ఆరు పదాలన్నింటినీ వ్రాయగలము కాబట్టి kth పదం రూట్ 3 మీద 4 బై 2 ఫ్లస్ సైన్ 2 k మైనస్ 1 సార్లు  $\pi$  కంటే 6.

కాబట్టి మేము ఇప్పుడు నాలుగు పదాలను వ్రాస్తాము.

ఏటన్నింటినీ క్షమించండి, మేము ఇప్పుడు మొత్తం ఆరు పదాలను వ్రాస్తాము కాబట్టి ఒకదానికి సమానమైన kతో మొదటి పదాన్ని 3 ఓవర్ 2 యొక్క వర్గమూలంతో నాలుగు భాగించగా, పై యొక్క సైన్ 6తో భాగించబడుతుంది మరియు రెండవ పదం మూడు ఓవర్ల వర్గమూలం కంటే నాలుగు టూ ఫ్లస్ సైన్ ఆఫ్ త్రి పై బై సిక్స్ మీరు ఇక్కడ k కి ఈక్వల్గా ఉంచినప్పుడు మీకు త్రి పై నుండి సిక్స్ వస్తుంది, అయితే సైన్ ఆఫ్ త్రి పై బై సిక్స్ సైన్ ఆఫ్ పై అవుతుంది రెండు ద్వారా ఖచ్చితంగా మూడుకి సమానం అయిన ఒక kకి సమానం అయినప్పుడు మనకు త్రి ఓవర్ టూ స్క్వేర్ రూట్ కంటే నాలుగు ఫ్లస్ పైవ్ పై సైన్ ఆఫ్ పైవ్ పై సిక్స్ వస్తుంది, అయితే పైవ్ పై సైన్ బై సిక్స్ సైన్ ఆఫ్ 5 పై బై 6 వస్తుంది.

6 మరియు 6 ద్వారా  $\pi$  యొక్క సైన్ సరిగ్గా సగానికి సమానం కాబట్టి మనకు కావాలంటే మనం దీన్ని ఇక్కడ సగంతో భర్తీ చేయవచ్చు మరియు ఇది కూడా సగం మరియు తర్వాత 4కి సమానమైన k కోసం మేము 4 ఓవర్ స్క్వేర్ రూట్ 3 ఓవర్ 2 ఫ్లస్ సైన్ ఆఫ్ 7ని పొందుతాము.

$\pi$  బై 6 మరియు సైన్ ఆఫ్ సెవెన్  $\pi$  బై సిక్స్ మైనస్ హాఫ్ కి సమానం కాబట్టి మనం ఇక్కడ మైనస్ హాఫ్ కి సమానం k ఐదుకి సమానం అని వ్రాస్తాము, మనకు నాలుగు మూలాల ద్వారా భాగించబడి రెండు మీద వస్తుంది, ఆపై మనం ఇక్కడ ఐదు పెట్టినప్పుడు మనకు తొమ్మిది పై ఆరు సైన్ ఆఫ్ వస్తుంది తొమ్మిది  $\pi$  బై సిక్స్ నైన్ మైనస్ అహ్ సైన్ ఆఫ్ నైన్ పై బై సిక్స్ సైన్ ఆఫ్ త్రి పై బై టూ, ఇది మైనస్ వన్ ఆపై చివరి మరియు ఆరవ టర్మ్ కాబట్టి ఇక్కడ సిక్స్ పెట్టినప్పుడు మనకు పదకొండు పై ఆరు వస్తుంది కాబట్టి సైన్ పదకొండు  $\pi$  బై సిక్స్ మైనస్ హాఫ్ కి సమానం ఎందుకంటే 11  $\pi$  బై 6 సైన్ మైనస్ ఆఫ్  $\pi$  బై 6కి సమానం కాబట్టి ఇది మైనస్ సగం కాబట్టి మనం ఇప్పుడు ఏటన్నింటినీ జోడించాలి మరియు ఒక సాధారణ బీజగణితం అది చూపిస్తుంది మరియు మీ కోసం కొంచెం వ్యాయామం

మిగిలి ఉంది, మీరు ఈ ఆరు పదాలన్నింటినీ జోడిస్తే, మీరు మొత్తం సున్నాకి చేరుకుంటారు.

ఈ మొత్తం పెద్ద సమ్మతన సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి ఇది అంతిమ సమాధానం కాబట్టి చివరి సమాధానం మూడు ప్లస్ వన్ యొక్క వర్గమూలంతో భాగించబడిన త్రి ప్లస్ వన్ మరియు నేను రెండింటినీ గుణిస్తే, మూడు కంటే రెండు ప్లస్ హాఫ్ యొక్క వర్గమూలం మీద రెండు ఉంటుంది.

మరియు మూడు మైనస్ వన్ యొక్క వర్గమూలం ద్వారా హారం 3 మైనస్ 1 యొక్క వర్గమూలంగా 4 అవుతుంది మరియు హారంలో నేను 2 పొందుతాను, అది న్యూమరేటర్లో రద్దు చేయబడుతుంది కాబట్టి చివరి సమాధానం 3 మైనస్ 1 యొక్క 2 రెట్లు వర్గమూలం.

కాబట్టి ఇది చివరి సమస్యను కూడా పూర్తి చేస్తుంది మరియు దానితో మేము తదుపరి ఉపన్యాసం నుండి రెండవ సమస్య పరిష్కార సెషన్ను పూర్తి చేస్తాము, మేము త్రిభుజాల లక్షణాలపై చర్చను ప్రారంభించబోతున్నాము ధన్యవాదాలు