

त्रिकोणमितीय और व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए समस्या समाधान पर दूसरे सत्र में आपका स्वागत है, इसलिए पिछले सत्र की तरह ही कुछ चुनौतीपूर्ण समस्याओं को हल किया जाएगा, जो कि हमने सीखा है और उलटा त्रिकोणमितीय और त्रिकोणमितीय कार्यों दोनों के लिए चर्चा की है, इसलिए यह चल रहा है आह त्रिकोणमितीय और व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों पर अंतिम व्याख्यान होने के लिए, यह पहली समस्या है

इसलिए हमारे पास यहां क्या है कि हमारे पास कोण थीटा है जो कि माइनस पीआई द्वारा 6 और माइनस पीआई 12 के बीच स्थित होना चाहिए और यह कहता है कि मान लीजिए अल्फा 1 और बीटा 1 इस द्विघात समीकरण की जड़ें हैं और अल्फा दो और बीटा दो दूसरे द्विघात समीकरण की जड़ें हैं जो कि यह एक है और यह कहा गया है कि यदि अल्फा एक बीटा एक से बड़ा है तो अल्फा एक बड़ा है इस द्विघात समीकरण की दो जड़ें और अल्फा दो, आह की दो जड़ों से बड़ी है, यह दूसरा द्विघात समीकरण है, इसलिए यह हमें मूल्य खोजने के लिए कह रहा है अल्फा वन प्लस बीटा टू का इसलिए हम पहले द्विघात समीकरण के साथ शुरू करते हैं जो कि एक्स वर्ग माइनस दो एक्स सेकेंड थीटा प्लस वन बराबर शून्य है, इसलिए दो जड़ें आह दो जड़ें अल्फा एक और बीटा एक हैं इसलिए दो जड़ें हैं

इसलिए हम प्राप्त करते हैं दो जड़ें एक प्लस चिह्न के साथ दूसरा एक ऋण चिह्न के साथ है और कुछ सरलीकरण हमें सेकेंड थीटा प्लस माइनस स्क्वायर रूट ऑफ सेकेंड स्क्वायर थीटा माइनस वन देगा और फिर निश्चित रूप से हम इस पहचान का उपयोग करते हैं कि किसी भी थीटा सेकेंड स्क्वायर थीटा के लिए एक प्लस टैन स्क्वायर थीटा है

इसलिए दो जड़ें सेकेंड थीटा प्लस माइनस टैन थीटा हैं और फिर क्योंकि सेकेंड थीटा एक ओवर कॉस थीटा है, हम इसे एक प्लस माइनस साइन थीटा ओवर कॉस थीटा अब अल्फा वन के रूप में भी लिख सकते हैं, इसलिए हमें कहा गया है अल्फा वन प्लस बीटा टू का मान ज्ञात करें और यह कहा कि आह अल्फा वन पहले द्विघात समीकरण की दो जड़ों में से बड़ा है,

इसलिए हमें यह पता लगाने की जरूरत है कि दोनों में से कौन सा बड़ा है, यहां दो जड़ों में से एक है के बाद से हेटा हम जानते हैं कि थीटा अंतराल माइनस पाई बाय सिक्स से संबंधित है,

इसलिए यह वास्तव में एक ओपन इंटरवल माइनस पाई बाय सिक्स टू माइनस पाई ओवर बारह है और जब थीटा इस रेंज में है तो हम जानते हैं कि साइन थीटा नकारात्मक है और

इसलिए दो जड़ों से बाहर है यहां बड़ा रूट माइनस साइन वाला है और

इसलिए अल्फा वन जो बड़ा रूट है,

कॉस थीटा पर एक माइनस साइन थीटा के बराबर है और निश्चित रूप से दूसरा तथ्य जो हमने यहां इस्तेमाल किया है वह यह है कि कॉस थीटा सकारात्मक है

इसलिए क्योंकि जब थीटा इस अंतराल से संबंधित है क्योंकि थीटा सकारात्मक है और

इसलिए यहां हर सकारात्मक है, लेकिन चूंकि पाप थीटा नकारात्मक है,

इसलिए इन दोनों में से बड़ा रूट जो कि अल्फा है, कॉस थीटा पर एक माइनस पाप थीटा होने वाला है और फिर हम लेते हैं दूसरा आह समीकरण तो दूसरा समीकरण $x^2 + x^2 + 2x + t$ दो x टैन थीटा माइनस वन बराबर शून्य था

इसलिए इस समीकरण की दो जड़ें अल्फा दो और बीटा दो हैं जो माइनस टू टैन वें के बराबर हैं एटा प्लस माइनस स्क्वायर रूट ऑफ़ फोर टैन स्क्वायर थीटा प्लस फोर बटा टू जो माइनस टैन थीटा प्लस माइनस स्क्वायर रूट ऑफ़ वन प्लस टैन स्क्वायर थीटा और फिर निश्चित रूप से हम इस पहचान का उपयोग करते हैं कि एक प्लस टैन स्क्वायर थीटा वास्तव में सेकेंड है वर्ग थीटा

इसलिए हम यहां इस पहचान का उपयोग करने जा रहे हैं और फिर यह इस प्रकार है कि दूसरे द्विघात समीकरण की दो जड़ें माइनस टैन थीटा प्लस माइनस सेकेंड थीटा हैं जो कि प्लस माइनस 1 माइनस साइन थीटा ओवर कॉस थीटा अब फिर से है क्योंकि थीटा संबंधित है ओपन इंटरवल माइनस पाई बाई 6 टू माइनस पीआई ओवर 12 यह इस प्रकार है कि सिन थीटा नेगेटिव है और कॉस थीटा पॉजिटिव है अब यहां दो रूट्स हैं

इसलिए पहली रूट एक माइनस सिन थीटा ओवर कॉस थीटा है और दूसरी रूट माइनस 1 माइनस सिन है थीटा ओवर कॉस थीटा तो हम जानते हैं कि कॉस थीटा सकारात्मक है और हमारे पास दोनों जड़ों के लिए एक माइनस पाप थीटा है, लेकिन फिर इस रूट के लिए हमारे पास एक माइनस वन है और फिर हमारे पास दूसरे रूट के लिए प्लस वन है।

d

इसलिए यह स्पष्ट है कि इस अंतराल से संबंधित थीटा के लिए आह क्योंकि कॉस थीटा सकारात्मक है, यह जड़ अन्य जड़ से बड़ी है और इसलिए आह के बाद से यह कहा गया कि अल्फा 2 और बीटा 2 में से यह कहा गया कि अल्फा 2 बड़ा है जड़

इसलिए बड़ी जड़ को अल्फा दो से दर्शाया जाता है और छोटी जड़ बीटा दो होती है और यदि आप यह भी देखते हैं कि हमें क्या मांगा गया है तो अल्फा वन प्लस बीटा दो के मूल्य की गणना करना है,

इसलिए हम के लिए अभिव्यक्ति खोजने में रुचि रखते हैं बीटा दो जो इस द्विघात समीकरण की दो जड़ों में से छोटा है,

इसलिए चूंकि यह छोटी जड़ है

इसलिए यह स्पष्ट है कि यह बीटा 2 के बराबर है और फिर हमें केवल अल्फा 1 और बीटा 2 जोड़ने की आवश्यकता है,

इसलिए यदि आपको अल्फा 1 याद है क्या यह मान पिछली स्लाइड से हमारे पास कॉस थीटा पर एक माइनस पाप थीटा के बराबर अल्फा है जो पहली स्लाइड से आह है और

इसलिए यदि हम बीटा दो में अल्फा एक जोड़ते हैं तो हमें जो मिलता है वह इसमें जुड़ जाता है

इसलिए एक ओवर कॉस थीटा is रद्द होने जा रहा है तो अंत में हमें जो मिलता है वह दो टैन थीटा का माइनस होता है,

इसलिए अंतिम अंतिम उत्तर यह है कि अल्फा वन प्लस बीटा टू माइनस 2 टैन थीटा बराबर माइनस 2 टैन थीटा आप अब दूसरी समस्या लेते हैं तो यह है दूसरी समस्या हमें थीटा के संभावित मानों की संख्या का पता लगाने के लिए कहा जाता है जैसे कि थीटा 0 से पीआई तक के खुले अंतराल में है, जिसके लिए समीकरणों की इस प्रणाली का एक समाधान है, लेकिन यदि आप यहां देखते हैं कि हमारे पास थीटा एक चर के रूप में है तो अन्य चर xy और z हैं और प्रश्न हमसे पूछ रहा है कि समीकरणों की यह प्रणाली

इसलिए तीन समीकरण हैं जिनका हल x naught y naught z naught with y naught z naught not equal to शून्य तो y naught time z naught बराबर नहीं है शून्य पहला समीकरण y जमा z गुणा था क्योंकि तीन थीटा तीन थीटा के xyz गुणा ज्या के बराबर होता है और यह और फिर दूसरे समीकरण में हम बाएं और दाएं दोनों पक्षों को y गुणा z से गुणा करते हैं क्योंकि y गुणा z हम जानते हैं ऐसा नहीं है कि हम एक ऐसे समाधान की तलाश कर रहे हैं जहां y गुणा z शून्य के बराबर न हो और इसीलिए यदि हम इस समीकरण के दोनों पक्षों पर y गुणा z गुणा करेंगे और जब हम ऐसा करते हैं तो हमें जो मिलता है वह xyz sine है तीन थीटा तीन थीटा के दो जेड कॉस के बराबर है और तीन थीटा की तीन थीटा साइन की दो वाई साइन और फिर निश्चित रूप से हमारे पास अंतिम समीकरण है जो xyz पाप में है तीन थीटा बराबर y प्लस दो z गुणा \cos तीन थीटा प्लस y बार साइन थी थीटा तो इन तीनों समीकरणों में हम जो देखते हैं वह यह है कि यह तीनों समीकरणों के लिए सामान्य है इसलिए अनिवार्य रूप से हमारे पास दो समीकरण हैं और

इसलिए दो से दो समीकरण इस प्रकार हैं

इसलिए पहला समीकरण y प्लस z है इन कॉस थी थीटा इक्वल्स तो यह स्पष्ट रूप से इसके बराबर होना चाहिए जो कि टू जेड कॉस थी थीटा प्लस टू वाई साइन थी थीटा है और फिर दूसरा समीकरण जो हमारे पास है वह यह है कि यहां यह मात्रा भी y प्लस जेड के बराबर होनी चाहिए।

क्योंकि तीन थीटा

इसलिए y जमा z गुणा तीन थीटा भी y जमा दो z गुणा तीन थीटा प्लस y साइन तीन थीटा के बराबर है,

इसलिए यदि हम किसी दिए गए थीटा के लिए देखते हैं तो हमारे पास अनिवार्य रूप से ah दो समीकरणों और दो अज्ञात y की एक प्रणाली है और z समाधान सेट ऐसा होना चाहिए कि yz न तो y शून्य के बराबर हो और न ही z शून्य के बराबर हो।

वाई कॉस थी थीटा और फिर प्लस टू जेड कॉस थी थीटा प्लस वाई साइन थी थीटा के रूप में लिखा जाना चाहिए,

इसलिए यदि हम देखते हैं कि एह टू जेड कॉस थी थीटा भी यहां है,

इसलिए आह के बाद से इस पूरे दाहिने हाथ को भी दाहिने हाथ के बराबर होना चाहिए यहाँ पर क्योंकि वे दोनों एक ही मात्रा के बराबर हैं जो कि y जमा z गुणा तीन थीटा है तो अंततः हमें जो मिलता है वह यह है कि दो z \cos तीन थीटा जमा दो y साइन तीन थीटा बराबर y \cos तीन थीटा जमा दो z \cos तीन थीटा प्लस वाई पाप तीन थीटा बेशक यह और यह शब्द रद्द हो जाता है और फिर आह और फिर जो बचता है वह यह है कि y साइन थी थीटा y कॉस थी थीटा के बराबर है जिसे y इन साइन थी थीटा माइनस कॉस थी थीटा के रूप में लिखा जा सकता है क्योंकि आह हम देख रहे हैं इसके समाधान के लिए हम ऐसे समाधान की तलाश कर रहे हैं जो कहता है कि न तो y शून्य के बराबर होना चाहिए और न ही z शून्य के बराबर होना चाहिए क्योंकि इस प्रश्न में उल्लेख किया गया था कि समाधान ऐसा होना चाहिए कि y का गुणनफल और z शून्य नहीं है,

इसलिए यदि दो संख्याओं का गुणनफल शून्य नहीं है, तो इसका मूल रूप से मतलब है कि दोनों में से कोई भी संख्या शून्य नहीं है,

इसलिए चूंकि y इस कथन से शून्य के बराबर नहीं हो सकता है, यह इस प्रकार है कि संकेत तीन थीटा माइनस कॉस थी थीटा होना चाहिए शून्य के बराबर ताकि संतुष्ट होना पड़े क्योंकि y इस समीकरण से शून्य के बराबर नहीं है, यह इस प्रकार है कि पाप तीन थीटा घटा तीन थीटा शून्य के बराबर होना चाहिए या अनिवार्य रूप से साइन तीन थीटा को तीन के बराबर होना चाहिए थीटा तो अब अगर हम वापस जाते हैं और अगर हम इस तथ्य का उपयोग पहले समीकरण में करते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि वाई प्लस जेड गुणा तीन थीटा दो जेड प्लस दो वाई के बराबर है क्योंकि पाप तीन थीटा और कॉस तीन थीटा समान हैं

इसलिए हम इसे दो z प्लस दो y बार तीन थीटा के रूप में लिख सकते हैं,

इसलिए अनिवार्य रूप से अब हमारे पास यह है कि आह ये दो समीकरण आह के बराबर हैं, दो समीकरणों के सेट निश्चित रूप से हम इस तथ्य का उपयोग कर रहे हैं कि समाधान सेट ऐसा है कि आह y शून्य के बराबर नहीं है और न ही z अब पहले समीकरण से है, जो हमें अंत में मिलेगा वह यह है कि हम साइन थीटा साइन थी थीटा माइनस कॉस थी थीटा बराबर शून्य लिख सकते हैं ताकि यह बायां हाथ लिखा जा सके जैसा कि 1 बटा रूट 2 साइन 3 थीटा माइनस 1 बटा रूट 2 कॉस 3 थीटा बराबर 0 है और फिर इसे साइन थी थीटा इन कॉस पाई ओवर फोर के रूप में लिखा जा सकता है क्योंकि कॉस पाई ओवर फोर एक ओवर रूट टू माइनस साइन है चार बटा पाई गुणा तीन थीटा शून्य के बराबर है लेकिन t उसका फॉर्म साइन ए कॉस बी माइनस साइन ए कॉस बी माइनस कॉस ए साइन बी है तो यह माइनस बी की साइन है जो तीन थीटा माइनस पीआई से अधिक चार बराबर शून्य है

इसलिए हमने माइनस बी फॉर्मूला के संकेत का उपयोग किया है यहां तीन थीटा के बराबर और बी के बराबर पीआई बटा चार और फिर आह इस त्रिकोणमितीय समीकरण का समाधान है जैसा कि हम सभी जानते हैं कि तीन थीटा माइनस पीआई बटा चार कुछ पूर्णांक एन के लिए एन पीआई के बराबर होना चाहिए जिसका अनिवार्य रूप से अर्थ है कि थीटा कुछ पूर्णांक n के लिए n π over 3 plus π over 12 के रूप में है, लेकिन याद रखें कि यह उल्लेख किया गया था कि थीटा को खुले अंतराल 0 से π से संबंधित होना चाहिए और

इसलिए तीन संभावित समाधान थेटा के बराबर हैं क्योंकि आह थीटा को करना है 0 से π से संबंधित हैं हम केवल n को 0 1 और 2 के रूप में चुन सकते हैं।

इसलिए n के बराबर 0 के साथ हमें π बटा 12 और n बराबर 1 का समाधान मिलता है, हमें π बटा थी प्लस π बटा बारह के रूप में समाधान मिलता है जो वास्तव में है पांच पाई बटा बारह बटा n दो के बराबर हमें दो पाई बटा तीन जमा π .

मिलता है आह बारह से अधिक जो चार से तीन पाई है,

इसलिए ये थीटा के तीन आह संभव आह मान हैं, जिसके लिए

इस समीकरण के माध्यम से दिए गए समाधानों का सेट ऐसा है कि $y = 0$ के बराबर नहीं है, लेकिन हमें अभी भी परीक्षण करने की आवश्यकता है वापस जाएं और इस अन्य समीकरण का परीक्षण करें, लेकिन हम यहां जो देखते हैं वह यह है कि जब भी थीटा इन तीन मानों में से किसी एक को ले रहा है तो हम जानते हैं कि तीन थीटा शून्य के बराबर नहीं है और इस समीकरण को संतुष्ट करने का एकमात्र तरीका यह है कि y प्लस z शून्य के बराबर है क्योंकि इस समीकरण से हम लिख सकते हैं कि इस समीकरण से हम लिख सकते हैं कि y जमा z को तीन थीटा के \cos में शून्य के बराबर है, लेकिन चूंकि इनमें से किसी भी कोण के लिए तीन थीटा का \cos शून्य नहीं है इसलिए \cos तीन थीटा शून्य नहीं है केवल दूसरा विकल्प यह है कि y जमा $z = 0$ है लेकिन किसी भी मामले में हम पहले ही अपने प्रश्न का उत्तर दे चुके हैं क्योंकि इस प्रश्न का उत्तर यह है कि थीटा के संभावित मानों की संख्या जिसके लिए समीकरण की प्रणाली में एक समाधान है जहां y गुना $z = 0$ नहीं है, 3 है क्योंकि 3 समाधान π बटा 12 5 π बटा 12 और 3 π बटा 4 है ताकि दूसरी समस्या का समाधान भी समाप्त हो जाए, अब हम एक और आह दिलचस्प समस्या लेते हैं और हम रहे हैं इस त्रिकोणमितीय समीकरण के अलग-अलग समाधानों की संख्या खोजने के लिए कहा,

इसलिए शुरू में जब हम इसे देखते हैं तो हम साइन और कोसाइन की छठी शक्ति और चौथी शक्ति को देखकर थोड़ा परेशान हो सकते हैं लेकिन एक और चीज जिसे देखा जाना चाहिए और देखा जा सकता है क्या यह है कि जब भी हमारे पास साइन होता है तो हमारे पास एक ही शक्ति के साथ कॉस भी होता है

इसलिए साइन सिक्स एक्स और कॉस सिक्स एक्स समान रूप से पावर फोर के लिए साइन होता है और फिर कॉस टू पावर फोर भी ताकि यह पता चलता है कि एक संभावित तरीका उपयोग करना है तथ्य यह है कि साइन स्क्वायर एक्स प्लस कॉस स्क्वायर एक्स एक के बराबर है और फिर आप जानते हैं कि इस समीकरण का घन लें और फिर उस से पाप सिक्स एक्स प्लस कॉस सिक्स एक्स के लिए एक अभिव्यक्ति खोजने का प्रयास करें,

इसलिए हम पहले ऐसा करेंगे क्योंकि हम जानते हैं वह साइन स्क्वायर x^2 प्लस $\cos^2 x$ वर्ग x एक है यदि हम घन लेते हैं तो यह भी सत्य है और फिर हम a प्लस b घन के लिए सूत्र का उपयोग करते हैं जो हमें बाईं ओर एक बराबर \sin वर्ग x और b बराबर \cos वर्ग x के साथ देता है।

यदि आप एक प्लस बी क्यूब को एक क्यूब प्लस बी क्यूब प्लस थ्री एबी स्क्वायर प्लस थ्री ए स्क्वायर बी के बराबर याद करते हैं, तो यदि हम इस फॉर्मूले का उपयोग यहां पाप वर्ग एक्स के बराबर और बी के बराबर कॉस स्क्वायर एक्स के साथ करते हैं तो हमें बाएं हाथ पर क्या मिलता है साइड साइन सिक्स एक्स प्लस कॉस सिक्स एक्स है

इसलिए ये दो शब्द हैं जो वास्तव में यहां मौजूद हैं और फिर हमें शेष शब्द मिलते हैं

इसलिए हमें प्लस थ्री गुना साइन स्क्वायर एक्स गुणा कॉस फोर एक्स प्लस थ्री बार कॉस स्क्वायर एक्स इन साइन फोर मिलता है।

x और यह एक के बराबर है और

इसलिए यदि आप दाहिने हाथ की ओर इन दो शब्दों को लेते हैं तो हमें जो मिलेगा वह यह है कि $\sin^4 x$ प्लस $\cos^4 x$ बराबर एक घटा तीन साइन वर्ग x $\cos^4 x$ घटा तीन $\cos^2 x$ साइन चार x तो अब तक हमारे पास यह छोटी पहचान है इसी तरह से हम भी कर सकते हैं $0 \sin^4 x$ प्लस $\cos^4 x$ के लिए एक व्यंजक खोजें,

इसलिए क्यूब को परफॉर्म करने के बजाय हमें स्क्वायर करना होगा

इसलिए साइन स्क्वायर x प्लस कॉस स्क्वायर x को स्क्वायर करना होगा

इसलिए यह भी एक के बराबर है और फिर यदि हम उपयोग करते हैं ए प्लस बी स्क्वायर फॉर्मूला जो हमें मिलता है वह है साइन फोर एक्स प्लस कॉस फोर एक्स प्लस टू साइन स्क्वायर एक्स कॉस स्क्वायर एक्स एक है और

इसलिए यहां से यह स्पष्ट है कि साइन फोर एक्स प्लस कॉस फोर एक्स एक माइनस टू पाप स्क्वायर एक्स कॉस के बराबर है वर्ग x और फिर निश्चित रूप से दूसरा पद दो x का पांच गुणा चार गुना था, लेकिन हम जानते हैं कि दो x का \cos^2 , \cos^2 वर्ग x घटा \sin^2 वर्ग x के बराबर है और

इसलिए दो x का \cos^2 वर्ग \cos^2 चार x प्लस होगा साइन फोर एक्स माइनस टू साइन स्क्वायर एक्स कॉस स्क्वायर एक्स

इसलिए अब हम इन सभी तीन एच पहचानों का उपयोग करने जा रहे हैं जो हमने व्युत्पन्न किए हैं

इसलिए हम इन तीनों को संबंधित दाहिने हाथ से बदल देंगे

इसलिए अब मैं एक अभिव्यक्ति लिखने जा रहा हूं इस समीकरण में यहाँ पूरे बाएँ हाथ के लिए तो पहली बात यह है कि दो x का 5 गुणा 4 गुणा \cos^2 वर्ग है

इसलिए दो x के \cos^2 वर्ग के लिए मैं इस दाहिने हाथ की अभिव्यक्ति का उपयोग करने जा रहा हूं,

इसलिए यह पांच गुणा चार गुणा आह के बजाय आह होगा,

इसलिए हम ऐसा नहीं करने जा रहे हैं आइए हम इस दाहिने हाथ का उपयोग न करें, हम इसे फिलहाल दो एक्स के कॉस स्क्वायर के रूप में रखते हैं ताकि हम इसे अभी भी दो एक्स के कॉस स्क्वायर के रूप में रख सकें और फिर हमारे पास कॉस फोर एक्स पाप फोर एक्स कॉस सिक्स एक्स और सिन सिक्स है।

x

इसलिए पिछली स्लाइड से हम जानते हैं कि $\sin^4 x$ जमा $\cos^4 x$ यह मान है

इसलिए $\sin^4 x$ प्लस $\cos^4 x$ के बजाय हम मान 1 घटा 2 साइन वर्ग x \cos^2 वर्ग x और फिर \sin^2 छह के लिए उपयोग करने जा रहे हैं।

एक्स प्लस कॉस सिक्स एक्स हम इस दाहिने हाथ का उपयोग करने जा रहे हैं जो एक माइनस थ्री साइन स्क्वायर एक्स कॉस फोर एक्स माइनस 3 कॉस स्क्वायर एक्स साइन 4 एक्स है और यह इस प्रश्न में दिया गया है कि इस पूरे को हमें एक एक्स खोजने की जरूरत है कि

यह पूरा बायां हाथ दो के बराबर है

इसलिए यह दोनों स्पष्ट रूप से इस एक और एक के साथ रद्द हो जाते हैं और θ ही हम अंत में जो प्राप्त कर रहे हैं वह है और हम इन दो शब्दों को आगे जोड़ सकते हैं क्योंकि बाएं हाथ की तरफ शून्य से दो हो जाता है

इसलिए हम इन तीनों शब्दों को दाहिने हाथ की ओर ले सकते हैं

इसलिए 2 वर्ग 2 साइन वर्ग $x \cos$ वर्ग x और तो इन दो शब्दों को हम सामान्य ज्या वर्ग x के रूप में ले सकते हैं, \cos वर्ग x गुणा ज्या वर्ग x जमा \cos वर्ग x , तो यह इन दो शब्दों से आता है जो दाहिनी ओर लिए गए हैं और निश्चित रूप से \sin वर्ग x जमा \cos वर्ग x के बराबर है एक तो यह पांच गुणा ज्या वर्ग $x \cos$ वर्ग x के लिए सरल हो जाता है

इसलिए हम अंत में 5 बटा 4 \cos वर्ग $2x$ के साथ समाप्त होते हैं जो कि लिखने के समान है कि \cos वर्ग $2x$ 4 साइन वर्ग $x \cos$ वर्ग x के बराबर है जो 2 साइन एक्स कॉस एक्स पूरे वर्ग के बराबर है लेकिन दो साइन एक्स कॉस एक्स दो एक्स की साइन के समान है

इसलिए यह दो एक्स के साइन स्क्वायर के बराबर हो जाता है

इसलिए एक्स को इस समीकरण को संतुष्ट करना चाहिए ताकि हमारे पास कॉस स्क्वायर दो एक्स है पाप वर्ग दो x के बराबर और फिर इसे c .

के रूप में लिखा जा सकता है ओएस वर्ग दो एक्स घटा पाप वर्ग दो एक्स शून्य है लेकिन फिर हम देखते हैं कि यह चार एक्स के कॉस के अलावा और कुछ नहीं है

क्योंकि यहां हम कॉस टू थीटा फॉर्मूला का उपयोग करते हैं,

इसलिए हम जानते हैं कि कॉस टू थीटा कॉस स्क्वायर थीटा माइनस सिन स्क्वायर थीटा है

इसलिए थीटा के साथ दो x के बराबर है, यहाँ से यह इस प्रकार मिलता है कि \cos चार $x \theta$ है और

इसलिए यदि हम प्रश्न पर वापस जाते हैं तो हमें x के सभी मान या x के विशिष्ट मानों की संख्या ज्ञात करने के लिए कहा गया था।

अंतराल 0 से 2 पीआई में हैं जो इस त्रिकोणमितीय समीकरण के समाधान हैं

इसलिए सामान्य समाधान में इस समीकरण का समाधान यह है कि चार एक्स फॉर्म का है

इसलिए एक्स इस चार एक्स को मूल रूप से दो से पीआई का एक विषम गुणक होना चाहिए

इसलिए मैं इसे दो n जमा एक बार π बटा दो के रूप में लिख सकता हूँ जहाँ n एक पूर्णांक है और यहाँ से यह निम्नानुसार है कि x को रूप का होना चाहिए,

इसलिए x मूल रूप से π का आठ से एक विषम गुणक है और हम हैं हमें भी खोजने की आवश्यकता है केवल वे तो यह सामान्य समाधान है

इसलिए हम n को कोई पूर्णांक w .

मान सकते हैं मैं त्रिकोणमितीय समीकरण के असीमित रूप से कई अलग-अलग समाधान प्राप्त कर सकता हूँ लेकिन हम केवल उन समाधानों में रुचि रखते हैं जो बंद अंतराल शून्य से दो पीआई में स्थित हैं,

इसलिए स्पष्ट रूप से वे समाधान x बराबर हैं

इसलिए हम आह से शुरू करते हैं

इसलिए हम n के बराबर ऋण नहीं ले सकते हैं एक क्योंकि तब x ऋणात्मक हो जाता है

इसलिए हमें n बराबर शून्य से शुरू करना होगा

इसलिए n बराबर शून्य के साथ पहला समाधान π बटा आठ है और फिर n बराबर एक के साथ दूसरा समाधान तीन π बटा आठ n दो के बराबर है पांच पाई आठ और फिर सात पाई आठ और उसके बाद पाई के सभी विषम गुणज आठ ग्यारह पीआई गुणा आठ तेरह पीआई आठ पंद्रह पाई आठ आठ लेकिन हम आगे नहीं जा सकते क्योंकि अगला सत्रह पीआई आठ और सत्रह पीआई है आठ से दो पीआई से अधिक है

इसलिए इसकी अनुमति नहीं है और यदि आप देखते हैं कि ये सभी समाधान अलग हैं तो इस प्रश्न का उत्तर यह है कि आठ अलग हैं इस समीकरण के आठ अलग समाधान हैं अंतराल में शून्य से दो पीआई तो ये आठ एक दो तीन चार पांच छह सात और आठ हैं

इसलिए अगला प्रश्न यहां है

इसलिए यह हमें यह साबित करने के लिए कह रहा है कि आह द्वारा लिया गया मान त्रिकोणमितीय कार्यों का यह विशेष अनुपात बीच में नहीं है x के किसी भी वास्तविक मान के लिए एक बटा तीन और तीन जिसे हम शुरू कर सकते हैं, हमें तुरंत पता चलता है कि यह और कुछ नहीं है, क्योंकि हम साइन एक्स और कॉस एक्स देखते हैं

इसलिए साइन एक्स ओवर कॉस एक्स टैन एक्स है और फिर हर में हमारे पास है सिन थ्री एक्स और कॉस थ्री एक्स अंश में

इसलिए यह पूरी चीज अनिवार्य रूप से टैन एक्स बटा टैन थ्री एक्स के बराबर है और यहां हमें टैन एक्स के संदर्भ में टैन थ्री एक्स के फॉर्मूले का उपयोग करना होगा,

इसलिए यदि हमें याद है कि फॉर्मूला था किसी भी कोण के लिए तीन x का x टैन थ्री टैन x माइनस टैन क्यूब x एक माइनस थ्री टैन स्क्वायर x से अधिक है

इसलिए हम यहां इस दाहिने हाथ का उपयोग करते हैं यह अनुपात 1 माइनस 3 n वर्ग x के बराबर तीन माइनस टैन स्क्वायर x के बराबर हो जाता है हम जानते हैं कि आह तन x सभी मान लेता है ईएस माइनस इनफिनिटी और प्लस इनफिनिटी के बीच है और इसलिए टैन स्क्वायर एक्स शून्य से अनंत तक के सभी मानों को ले जाएगा,

इसलिए टैन स्क्वायर एक्स एक गैर नकारात्मक आह वास्तविक संख्या होगी, तो हम क्या करेंगे कि हम इसे एक माइनस थ्री ए ओवर के रूप में प्रस्तुत करेंगे थ्री माइनस ए जहां ए को टैन स्क्वायर एक्स के रूप में परिभाषित किया गया है और निश्चित रूप से हम जानते हैं कि ए शून्य के बराबर से बड़ा है,

इसलिए एक्स के आधार पर कोई भी हो सकता है, शून्य से अनंत के बीच कोई भी मान ले सकता है, इसलिए अनिवार्य रूप से शून्य से संबंधित है अनंत तो जो सवाल हमें साबित करने के लिए कह रहा है वह यह है कि हमें यह दिखाना होगा कि अंतराल से संबंधित होने के लिए अंतराल 0 से अनंत तक के लिए हमें यह दिखाना होगा कि यह अनुपात 1 घटा 3 एक से अधिक 3 घटा a यह कभी भी बीच में कोई मान नहीं लेता है, इसलिए यह मान कभी भी एक बटा तीन से तीन के अंतराल से संबंधित नहीं होगा, इसलिए यह कहता है कि यह एक बटा तीन और तीन के बीच नहीं है, इसलिए यह अनिवार्य रूप से हमें यह साबित करना है कि अब हम इसके साथ शुरू करते हैं तो यह है हमारे पास क्या है और जिसे 9 माइनस 3 ए माइनस 8 बटा थ्री माइनस ए लिखा जा सकता है और यह नौ माइनस थ्री ए हर का तीन गुना है इसलिए यह थ्री माइनस आठ बटा थ्री माइनस ए के बराबर है इसलिए इस बिंदु पर हमें विभाजित करना होगा हमें मूल्यों के दो अलग-अलग एच सेट का इलाज करना होगा, जो निश्चित रूप से गैर नकारात्मक है,

इसलिए हम पहले उन सभी मूल्यों पर विचार करते हैं जो 0 से 3 के बीच के अंतराल से संबंधित हैं, निश्चित रूप से हम नहीं करेंगे क्योंकि 3 के बराबर इसे परिभाषित नहीं किया गया है, इसलिए हमारे यहां एक खुला अंतराल है, इसलिए शून्य के बराबर से अधिक और सख्ती से तीन से कम के लिए, इसलिए जब इस अंतराल से संबंधित है तो यह देखना आसान है कि तीन ऋण ए तो यहां हर है जो तीन माइनस ए शून्य से बड़ा है और यह भी कि चूंकि ए शून्य से बड़ा है, यह भी अनुसरण करता है कि तीन माइनस ए को तीन से कम या उसके बराबर होना चाहिए, इसलिए यह सच है या इसे माइनस थ्री के रूप में भी लिखा जा सकता है।

min .

के बराबर से अधिक us तीन n ऋणात्मक है जो एक और एक ही बात है और फिर यदि हमें अब हमें अच्छी तरह से खोजने की आवश्यकता है तो इसे माइनस थ्री के ऊपर थ्री प्लस आठ के रूप में भी लिखा जा सकता है और फिर हमें माइनस पर 8 के लिए मानों की सीमा ज्ञात करने की आवश्यकता है 3.

इसलिए यह स्पष्ट है कि चूंकि माइनस थ्री माइनस थ्री से बड़ा है, यह स्पष्ट है कि माइनस थ्री से आठ अधिक है क्योंकि अनिवार्य रूप से हम यहां इस विशेष असमानता का उपयोग करने जा रहे हैं और हम जानते हैं कि एक माइनस 3 नकारात्मक होता है जब एक संबंधित होता है इस सीमा तक स्पष्ट रूप से 8 से अधिक माइनस 3 नीचे से माइनस इनफिनिटी से घिरा है, इसलिए यह स्पष्ट रूप से सही है कि यह माइनस इनफिनिटी से अधिक है जो पिछली लाइन पर इस विशेष असमानता से आ रहा है और फिर हमारे पास यह भी है ऐसा है तो यह इस एक के बराबर से कम है माइनस आठ बटा तीन तो अगर हम इस असमानता का उपयोग करते हैं तो हम क्या करेंगे तो हमें इस असमानता में हर जगह तीन से तीन को जोड़ना होगा और इसलिए यदि हम टी जोड़ते हैं इस असमानता में हर जगह हम 3 जोड़ते हैं इसलिए हम यहां 3 जोड़ते हैं और हम यहां 3 जोड़ते हैं, इसलिए उसके बाद की अंतिम असमानता हमें मिलती है तो यह ठीक यही मात्रा है इसलिए अंत में हमें जो मिलता है वह यह है कि यदि कोई है अंतराल शून्य से तीन तक तो यह विशेष अनुपात जो यह है वह सभी मानों को ले जाएगा जो बराबर से कम हैं और यदि आप इसकी गणना करते हैं तो यह तीन से एक है इसलिए जब शून्य से तीन का संबंध होता है तो एक शून्य से तीन तीन से अधिक घटा ए माइनस इनफिनिटी से एक बटा तीन से संबंधित है इसलिए यह वह सेट है जिसमें एक माइनस थ्री ए ओवर थ्री माइनस ए है तो मैं संक्षेप में बता दूँ कि पिछली स्लाइड पर हमने जो दिखाया है वह यह है कि यदि ए शून्य से तीन तक है तो एक माइनस थ्री ए ओवर थ्री माइनस ए माइनस इनफिनिटी से एक बटा थ्री से संबंधित है और फिर निश्चित रूप से हम दूसरा मामला लेते हैं, इसलिए यदि ए थ्री टू इनफिनिटी का है जिसका अर्थ है कि ए तीन से बड़ा है तो यह तीन के बराबर नहीं हो सकता है।

मामला फिर क्या हम देखते हैं कि इसलिए अगर हमें याद है कि हमारे पास एक घटा तीन और तीन घटा एक घटा तीन के बराबर तीन जमा आठ के बराबर है और हमारे पास ऐसा है, यहां से यह निम्नानुसार है कि चूंकि ए 3 से बड़ा है, इसका मतलब है कि एक शून्य 3 0 से बड़ा है और इसलिए यहां यह मात्रा हमेशा सकारात्मक होती है इसलिए यहां यह मात्रा हमेशा सकारात्मक होती है और इसलिए यहां यह विशेष मान हमेशा तीन से बड़ा होता है इसलिए इस क्षेत्र के लिए हमें जो मिलता है वह यह है कि एक माइनस थ्री बटा थ्री माइनस ए है ऐसा करने के लिए मान तीन दो अनंत लेंगे और ऐसा

इसलिए है क्योंकि आह यह बात सकारात्मक है

इसलिए यहां से अगर हम इस समानता का उपयोग करते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि 8 शून्य से तीन शून्य से सख्ती से अधिक है और यह अनंत से भी कम है और फिर अगर हम तीन को सभी तरफ से जोड़ते हैं तो हम हर जगह तीन जोड़ते हैं तो हमें यह चीज़ मिल जाएगी

इसलिए हमने जो दिखाया है वह यह है कि

इन दोनों मामलों को एक साथ लेने से हम देखते हैं कि मूल्य इस भिन्न द्वारा लिए गए s या तो 1 बटा 3 से कम हैं या वे 3 से अधिक हैं या

वे 3 से अधिक हैं और

इसलिए यह दर्शाता है कि यह भिन्न एक घटा तीन बटा तीन घटा कभी भी कोई मान नहीं लेगा जो एक बटा तीन के बीच हो और तीन इसलिए कि चौथा प्रश्न आह के प्रमाण को समाप्त करता है और अब हम इस सत्र के अंतिम प्रश्न को लेते हैं, इसलिए हमें इस योग का मान ज्ञात करने के लिए कहा जाता है, जो कि तेरह शब्द है kth शब्द एक ओवर साइन है पीआई ओवर फोर प्लस के माइनस एक पीआई छह गुना साइन पीआई चार प्लस के पीआई छह से अधिक तो यह हमें साइन की याद दिलाता है एक पाप बी फॉर्मूला हम जानते हैं कि दो साइन ए साइन बी एक माइनस बी माइनस कॉस के कॉस के बराबर है ए प्लस बी तो यह है कि हम यहां इस पूरी चीज के साथ ए और यह बी के रूप में उपयोग करने जा रहे हैं और फिर अगर हम इसे अच्छी तरह से करते हैं लेकिन हमें यहां दो के कारक की भी आवश्यकता है तो हम अंश और हर दोनों को दो से गुणा करते हैं और फिर यह हर बराबर है कॉस ए माइनस बी तो कॉस ऑफ ए माइनस बी छह से अधिक पाई का कॉस होने वाला है और फिर ए प्लस बी का माइनस कॉस होगा इसलिए प्लस बी का कॉस पीआई होगा टू प्लस टू के माइनस एक गुना पीआई ओवर सिक्स और हम जानते हैं नब्बे प्लस थीटा का कॉस नब्बे डिग्री प्लस थीटा माइनस सिन थीटा है

इसलिए हम जानते हैं कि पाई के किसी भी थीटा कॉस के लिए टू प्लस थीटा माइनस सिन थीटा है

इसलिए हम इस तथ्य का उपयोग यहां करते हैं इस योग का kth टर्म बराबर है कॉस पीआई बटा सिक्स प्लस साइन ऑफ टू के माइनस एक गुना पीआई बटा सिक्स और

इसलिए यह पूरा योग बस योग बन जाता है के बराबर $1 \text{ से } 13 \text{ 2 अब कॉस ऑफ पाई बटा } 6$ हम जानते हैं कि कॉस ऑफ पाई बटा 6 वर्गमूल के अलावा और कुछ नहीं है $3 \text{ बटा } 2$

इसलिए हम लिखते हैं कि यहाँ सीधे और फिर प्लस चिन्ह दो k माइनस एक बार π बटा छह एक और बात जो हमें इस शब्द को देखने से पता चलता है कि अगर हम kth टर्म को देखते हैं तो यह केयर टर्म है आइए जानते हैं के प्लस छठे पद को देखें तो के प्लस छठे पद के योग में दो पूर्णांक की ज्या होने जा रहा है $o \text{ k के बजाय हमें } k \text{ प्लस सिक्स माइनस वन इन } \pi$ ओवर सिक्स लिखना होगा जो कि दो k माइनस वन गुना π जमा बारह π के बराबर है,

इसलिए यह ओवर सिक्स प्लस ट्वेल्फ π ओवर सिक्स जो कि दो k माइनस के साइन के बराबर है एक पाई छह से अधिक दो पाई लेकिन दो पाई की ज्या प्लस कुछ कोण का चिह्न कोण के चिह्न के बराबर होता है,

इसलिए यह दो k घटा एक पाई छह से अधिक की ज्या के बराबर है जो कि kth पद के अलावा और कुछ नहीं है

इसलिए हमें पता चलता है कि k वाँ पद और k जोड़ छठा पद वास्तव में समान हैं और

इसलिए यह इस प्रकार है कि ah पहला और सातवाँ पद समान है दूसरा और आठवाँ पद समान है

इसलिए हम दोनों को एक साथ जोड़ सकते हैं तो हम क्या कर सकते हैं आह हम इस पूरे योग को एक से छह के बराबर के योग के रूप में फिर से लिख सकते हैं क्योंकि यदि आप देखते हैं कि पहला और सातवां पद एक साथ हैं तो मेरा मतलब यह है कि वे बराबर हैं और फिर दूसरा और आठवां पद तीसरे और n .

के बराबर है वां पद चौथा और दसवां बराबर होता है , पांचवां और ग्यारहवां समान होता है और छठा और बारहवां पद समान होता है और 13 वें पद को अलग-अलग माना जाता है,

इसलिए अनिवार्य रूप से यदि हमें इन सभी पहले 12 पदों को जोड़ना है तो यह केवल पहले छह पदों को केवल पहले छह पदों में जोड़ने के लिए पर्याप्त है और उस योग को दो के कारक से गुणा करें क्योंकि सातवां पद पहले पद के समान है आठवां भी दूसरे के समान है

इसलिए सभी बारह शब्दों को जोड़ना केवल पहले छह शब्दों को जोड़ने और योग को दो के कारक से गुणा करने के बराबर है, तो तेरह शब्दों का पूरा योग बराबर हो जाता है,

इसलिए kth टर्म का डबल चार ओवर रूट थ्री बटा टू प्लस साइन होने वाला है दो k घटा एक पाई छह से अधिक और फिर निश्चित रूप से हमारे पास शेष $ah \text{ 13 वाँ पद है जो अभी भी बना हुआ है क्योंकि चूंकि } 13 \text{ वां अंक पद छोड़ दिया गया है,}$

इसलिए हमें यहां एक और शब्द लिखने की आवश्यकता है जो कि $2 \text{ बटा रूट } 3 \text{ बटा } 2 \text{ प्लस है}$

इसलिए जब हम k को 13 के बराबर रखते हैं तो हमें 25π बटा 6 की ज्या प्राप्त होती है,

इसलिए हमें 25π बटा 6 की ज्या प्राप्त होती है जो 4π की ज्या जोड़ π बटा 6 के बराबर होती है लेकिन 4π की ज्या जोड़ π बटा 6 होती है छह से पीआई की साइन के समान है क्योंकि साइन फंक्शन आवधिक आह है जिसमें दो पीआई के पूर्णांक गुणक हैं, इसलिए यह हमारा अंतिम शब्द है,

इसलिए अब हमें मूल रूप से इन छह शब्दों के योग की गणना करनी होगी ताकि हमारा लक्ष्य यही हो

इसलिए हम अभी इन सभी छह शब्दों को लिख सकते हैं,

इसलिए kth पद $4 \text{ बटा रूट } 3 \text{ बटा } 2 \text{ प्लस ज्या } 2 \text{ k घटा } 1 \text{ बार } \pi \text{ over } 6$ है।

इसलिए अब हम सभी चार शब्द लिखेंगे इन सभी को क्षमा करें, हम अब सभी छह पदों को लिखेंगे ताकि k बराबर एक के साथ पहला पद चार को $3 \text{ बटा } 2$ के वर्गमूल से विभाजित किया जाए और π की ज्या को 6 से विभाजित किया जाए और फिर दूसरा पद तीन ओवर के वर्गमूल के चार से अधिक है तीन पाई बटा छह की दो जमा ज्या जब आप k को यहां के बराबर रखते हैं तो आपको तीन पाई बटा छह की ज्या मिलती है लेकिन तीन पाई बटा छह की ज्या पाई की ज्या होती है दो से जो एक के बराबर तीन के बराबर है हमें तीन बटा दो का चार बटा वर्गमूल मिलता है पांच पाई बटा छह लेकिन पांच पाई की ज्या बटा पांच पाई बटा

छह ज्या पाई ओवर की ज्या के समान है 6 और पाई बटा 6 की ज्या ठीक आधे के बराबर होती है

इसलिए यदि हम चाहें तो हम इसे यहां आधा से भी बदल सकते हैं और यह भी आधा है और फिर के बराबर 4 के लिए हमें $3 \text{ बटा } 2 \text{ का } 4 \text{ बटा वर्गमूल और } 7 \text{ का ज्या मिलता है पाई बटा } 6 \text{ और सात पाई बटा छह की ज्या माइनस हाफ के बराबर है}$

इसलिए हम यहां माइनस आधा लिखेंगे k के बराबर पांच हम चार को मूल तीन बटा दो से विभाजित करते हैं और फिर जब हम यहां

पांच डालते हैं तो हमें नौ पाई बटा छह ज्या प्राप्त होता है नौ पाई बटा छह नौ की ज्या है नौ पाई बटा छह की ज्या तीन पाई बटा दो की ज्या है जो ऋण से एक है और फिर अंतिम और छठा पद है

इसलिए जब हम यहां छह डालते हैं तो हमें ग्यारह पाई बटा छह इतना ज्या मिलता है ग्यारह पाई बटा छह माइनस हाफ के समान है क्योंकि 11 पाई बटा 6 की ज्या पाई बटा 6 की ज्या के ऋण के बराबर है

इसलिए यह माइनस आधा है

इसलिए हम बस इस सब को अभी जोड़ने की जरूरत है और एक साधारण बीजगणित यह दिखाएगा कि और यह आपके लिए थोड़ा सा अभ्यास बचा है कि यदि आप इन सभी छह शब्दों को जोड़ते हैं तो आपको योग शून्य मिलेगा तो अनिवार्य रूप से तब क्या होगा ऐसा होता है कि यह पूरा बड़ा योग शून्य हो जाता है और

इसलिए यह अंतिम उत्तर है

इसलिए अंतिम उत्तर तीन बटा दो जमा आधा का दो बटा वर्गमूल है जो चार को तीन जमा एक के वर्गमूल से विभाजित किया जाता है और यदि मैं दोनों अंश को गुणा करूं और हर को तीन घटा एक के वर्गमूल से, तो मुझे जो मिलता है वह 3 घटा 1 के वर्गमूल में 4 होता है और हर में मुझे 2 मिलता है जो अंश में रद्द हो जाता है

इसलिए अंतिम उत्तर 3 घटा 1 का 2 गुना वर्गमूल है।

यह अंतिम समस्या को भी समाप्त करता है और इसके साथ ही हम अगले व्याख्यान से दूसरा समस्या समाधान सत्र समाप्त करते हैं, हम त्रिकोण के गुणों पर चर्चा शुरू करने जा रहे हैं, धन्यवाद