تو مثلث اور معکوس مثلثی افعال کے مسائل حل کرنے کے اس پہلے سیشن میں خوش آمدید، اس لیے پچھلے لیکچر میں ہم نے معکوس مثلثی فنکشنز
پر اپنی گفتگو ختم کی، ہم نے کچھ مسائل بھی حل کیے اگلے دو لیکچرز میں بنیادی طور پر دونوں پر کچھ مسائل حل کیے جائیں گے۔
اور اس کے بعد مثلث کی خصوصیات پر ایک نیا موضوع شروع trigonometric اور inverse trigonometric functions
کریں گے
تو یہ پہلا مسئلہ ہے اس لیے زیادہ تر مسائل جو ہم ہوں گے ان میں سے زیادہ تر مسائل ہم آج کے لیکچر میں زیر بحث لائیں گے اور اگلے لیکچر
امتحان سے ہو je میں
کے مجموعے کی قدر tan inverses مثبت نمبر ہیں اور ہم سے تین مختلف اقدار کے c اور ab تو اس مسئلے میں یہ کہا جاتا ہے کہ
معلوم کرنے کو کہا جاتا ہے
فارمولہ tan inverse y استعمال کرنا چاہیے۔ پلس tan inverse x تو فوراً یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہمیں
val جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہ تینوں ah تو ہم پہلی دو اصطلاحات کو شامل کرنے کے ساتھ شروع کریں گے اور اس سے پہلے
ایک عام فیکٹر کے طور پر ہوتا ہے اور پھر ہم یہ بھی کر سکتے ہیں کہ ہم اصل میں اس پہلے والے کو عدد اور c جمع b میں ایک جمع ues
ڈنومینیٹر دونوں میں ایک کے مربع جڑ سے ضرب کر سکتے ہیں
کے مربع c جمع b جمع a کے ساتھ مربع جڑ کے اندر عدد اور بج دونوں نکلنے والے ہیں اور ہم aa تو ہمیں جو ملے گا اگر آپ ضرب کریں
کے b پر حاصل کرنے جا رہے ہیں لہذا پہلی اصطلاح دوسری اصطلاح کے لیے اس مقدار کے علاوہ ٹین کا الٹا ہے۔ ہم اس چیز کو abc جڑ کو
tan کے b مربع جڑ سے ضرب کرنے جا رہے ہیں لہذا ہندسوں اور حروف دونوں کو اس طرح ہم دوسری اصطلاح حاصل کریں گے جیسے
tan inverse x اور پھر ہم استعمال کرنے کا ارادہ رکھتے ہیں۔ abc پر a plus c کے c جمع b جمع inverse of a
tan inverse x فارمولہ اور یہ وہ چیز ہے جس کا احاطہ ہم پہلے ہی پچھلے لیکچرز میں کر چکے ہیں لہذا plus tan inverse y
فارمولے کے لئے plus tan inverse y
تو مجھے یاد کرنے دو کہ یہ قدر اس پر منحصر ہوگی دی علام
کی قیمت پر بھی ہے لہذا درست ہونے کے لئے اسے برابر کے ذریعہ دیا گیا ہے لہذا تین xy کا نشان اور مصنوعات y کا نشان اور x توں پر
کی پیداوار ایک سے کم ہے y اور x صورتیں ہیں لہذا پہلی صورت یہ ہے کہ اگر
ایک y سے x کے ٹین الٹا کے برابر ہے اور پھر دوسری صورتیں ایسی ہیں جب y پلس x سے زیادہ xy تو اس صورت میں یہ 1 مائنس
کے برابر ہے
ایک کے برابر سے زیادہ دو ذیلی صورتیں ہیں لہذا جب xy ایک کے برابر سے بڑا ہے اور اسی طرح کے لئے بھی xy تو دوسری صورت
ایک کے برابر سے بڑا ہے یا xy
دونوں مثبت ہیں یا دونوں منفی ہیں y اور x تو
تو یہ ہے
تو یہ دوسری صورت ہے لہذا اگر ہمارے پاس یہ ہے صورت میں پھر قدر دی جاتی ہے
سے زیادہ ہوگا اور تیسری صورت یہ ہے کہ xy کا 1 مائنس x plus y پلس ٹین کا الٹا pi تو یہ اظہار اب بھی باقی رہے گا اس لیے یہ
y پلس x دونوں منفی ہیں اور اس صورت میں اظہار مائنس پائی پلس ٹین ہے۔ y اور x ایک کے برابر ہو لیکن xy پروڈکٹ x جب دوبارہ
سے زیادہ ہے لہذا اب ہمیں اس فارمولے کو استعمال کرنے کے لئے جو ہمارے پاس ہے اس کے ساتھ ہے لہذا اس معاملے xy کا الٹا 1 مائنس
x ہے اور پھر ہمیں پہلے y ہے اور یہ x میں ہم اپنے معاملے میں اب ہم اس اظہار کا اندازہ کرنا چاہیں گے لہذا ہمارے لئے یہ کہتے ہیں۔
b سے زیادہ ہو جائے گا کیونکہ ہمیں ایک بار c ہے اس پر c جمع b کی پیداوار ایک جمع y اور x کی پیداوار کو دیکھنا ہے لہذا y اور
c منسوخ ہونے والا ہے اور جو کچھ ڈینومینیٹر میں باقی رہ گیا ہے وہ صرف ab ہے لہٰذا abc ملے گا اور پھر اس میں ڈینومینیٹر ہمارے پاس
سب مثبت ہیں اور اس لیے اس کیس کے لیے c اور ab ہے اور یہ ظاہر ہے کہ ایک سے بڑا ہے کیونکہ یہ دیا گیا ہے کہ
مثبت ہیں یہ بھی مثبت cl اور ab تو یہ ہے جو شرط اب ہمارے لیے مطمئن ہو جاتی ہے کیونکہ اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ مثبت ہے کیونکہ
ایک سے بڑی ہے y میں x مثبت ہیں جمع c اور ab ہے کیونکہ تمام
کے اوپر c جمع b جمع a کا مربع جڑ میں e کا a تو یہ دوسری صورت وہی ہے جسے ہم کے لیے اہل ہیں اور اس لیے ٹین انورس
کا ٹین الٹا مربع جڑ میں b پلس ٹین الٹا abc
کے a plus b plus c over abc کا مربع جڑ میں b جمع ٹین الٹا abc پر c جمع b جمع a کا مربع جڑ میں a تو ٹین الٹا
کا الٹا لیتے ہیں y جمع x پلس ٹین کو pi برابر ہونے والا ہے لہذا ہم یہ دوسرا ایکسپریشن
xyx پر ایک مائنس abc کو c جمع b جمع a لکھا جا سکتا ہے ۔ b یہ جمع ہونے والا ہے جسے اس کے مربع جڑ میں جمع y جمع x تو
پلس ٹین کو pi اور مزید آسانیاں ہمیں c کے برابر ہے c جمع b سے تقسیم کیا گیا ہے یا ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ یہ ایک جمع y بار
abc کے مربع جڑ میں c جمع b جمع a ہو جائے گا c الٹا دے گا لہذا یہ ڈینومینیٹر بننے جا رہا ہے۔ اس لیے آسان بنانے کے بعد یہ مائنس
کا x کے برابر ہے۔ مائنس x مائنس ah ٹین الٹا x پر اب ہم جانتے ہیں کہ ٹین انورس فنکشن ایک طاق فنکشن ہے اور اس لیے ٹین انورس کا
tan inverse of x ٹین الٹا مائنس کے برابر ہے۔ x کوئی بھی
کے مربع pi minus tan inverse c تو یہ وہی نتیجہ ہے جسے ہم یہاں استعمال کرنے جا رہے ہیں اور پھر ہم اسے حاصل کرتے ہیں
اور اس لیے اگر ہم اس رقم کو اس پر لیں اس طرف ہمیں یہ تینوں اصطلاحات بالکل ملتی ہیں کیونکہ یہ abc پر c جمع b جمع a جڑ میں
آخری اصطلاح اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ آخری اصطلاح اس اصطلاح کے بالکل برابر ہے اور اس لیے جب ہم اس اصطلاح کو دائیں ہاتھ سے بائیں
جانب لے جائیں گے
کے برابر ہو گی تاکہ پہلا مسئلہ ختم ہو جائے sum pi تو ہمیں آخر کیا ملے گا وہ یہ ہے کہ یہ پوری
کی سب سے چھوٹی اور ah کے برابر ایک سے کم کے لیے ہم سے کہا گیا ہے کہ mod x تو اگلا مسئلہ یہ ہے اس لیے اس مسئلے میں تمام
سے پاور فور اب ہم cos inverse x جمع ah سے پاور فور جمع x ہے sine inverse سب سے بڑی قدر تلاش کریں جو کہ
pi کا تعلق صفر سے cos inverse x کی ایک رینج ہے جو کہ مائنس پائی بائی ٹو سے پلس پائی بائی ٹو x جانتے ہیں کہ سائن انورس
sine ایک کے برابر سے کم ہے ہم جانتے ہیں کہ mod x کہ uch کا نتیجہ جانیں۔ xs کے وقفے سے ہے لیکن ہم بھی کسی بھی
ہے لہذا یہ سچ ہے اور اگرچہ ہمارے یہاں چار کے اختیارات ہیں ہم کسی طرح inverse x plus cos inverse x pi over two
اس شناخت کو استعمال کرنے میں دلچسپی لیں گے لہذا اگر آپ چاہیں اس شناخت کو استعمال کرنے کے لیے پھر ہم اس ایکسپریشن کو سائن ah
بائی 2 مائنس سائن انورس ایکس کو پاور فور اور اس کو آسان بنانے کے لیے ہم یہ کہتے pi انورس ایکس کے برابر لکھ سکتے ہیں پاور 4 پلس
سے ہونا چاہیے pi by two to plus pi by two ہیں کہ آہ تھیٹا سائن انورس ایکس کے برابر ہے اور بلاشبہ تھیٹا کا تعلق وقفہ مائنس
pi مائنس y کا رینج سیٹ ہے اور پھر یہ پورا اظہار تھیٹا کے لحاظ سے بن جاتا ہے جو کہ تھیٹا کے پاور 4 جمع sine inverse جو کہ

by 2 کے برابر ہے۔
تو تھیٹا ٹو پاور فور پلس پائی بائی ٹو مائنس تھیٹا ٹو پاور فور
تو ہم سے جو کچھ کرنے کو کہا جاتا ہے وہ یہ ہے کہ سب سے بڑی اور چھوٹی قدریں تلاش کریں
ہے f تو میں کہوں کہ یہ تھیٹا کا
تھیٹا کا پہلا مشتق چار تھیٹا کیوب مائنس فور میں پائی بائی ٹو مائنس تھیٹا کیوب f تھیٹا کا پہلا مشتق لینا ہے۔ لہذا f تو فوراً جو ذہن میں آتا ہے
ہونے والا ہے لہذا یہ پہلا مشتق ہے اور ایکسٹریمم پوائنٹس کو تلاش کرنے کے لیے ہمیں اسے صفر کے برابر کرنا ہوگا
تو پھر ہمیں جو مساوات ملتی ہے وہ ہے تھیٹا کیوب مائنس پائی بائی ٹو مائنس تھیٹا مکعب صفر ہے یا دوسرے لفظوں میں تھیٹا کیوب برابر ہے پائ
بائی ٹو مائنس تھیٹا مکعب اب چونکہ تھیٹا اور پائی بائی دو مائنس تھیٹا اصلی ہیں اس لیے اس آہ کا واحد حل صرف آہ حقیقی حل ہے۔ اس خاص
کے اوور فور pi بذریعہ دو مائنس تھیٹا جس کا مطلب یہ ہے کہ تھیٹا پر ایک ایکسٹریم پوائنٹ ہے برابر pi مساوات کا یہ ہے کہ تھیٹا برابر ہے
ہوگی جو کہ ون اوور روٹ ٹو ہے sine by four کی pi کی متعلقہ ویلیو x اس لیے ah x اور اس کی وجہ یہ ہے کہ
تو اب لیکن ہمیں یہ دیکھنا ہے کہ یہ میکسیما ہے یا منیما پوائنٹ ہے کہ یہ زیادہ سے زیادہ ہے یا کم از کم جس کے لیے ہمیں تھیٹا کے حوالے سے
تھیٹا کا دوسرا مشتق لینا ہوگا۔ اس کا دوسرا مشتق اس آہ یہاں ایک لطیف نکتہ بھی ہے جس کا ہمیں احساس ہونا چاہیے کہ ہم سے f اس فنکشن ah
کی قدر تلاش کرنے کے لیے نہیں کہا گیا ہے جس x اس خاص فنکشن کی زیادہ سے زیادہ منیما تلاش کرنے کے لیے کہا گیا ہے لیکن ہم سے
کے لیے زیادہ سے زیادہ یا کم سے کم حاصل کیا گیا ہے۔ ہم سے صرف فنکشن کی زیادہ سے زیادہ یا فنکشن کی کم از کم ویلیو معلوم کرنے کے
لیے کہا گیا ہے کیونکہ یہ قدر اس فنکشن کی زیادہ سے زیادہ یا کم از کم ویلیو کے برابر ہونے والی ہے، اسی لیے ہم نے بنایا ہے۔ یہ متبادل اور
اب ہماری
بذریعہ دو مائنس تھیٹا اسکوائر کے pi توجہ صرف اس خاص فنکشن پر مرکوز کرے گا لہذا اب یہ دوسرا مشتق 12 گنا تھیٹا اسکوائر پلس بارہ گنا
pi by برابر ہوگا جو کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ صفر سے بڑا ہے اور اس لیے اس کا مطلب ہے کہ یہ ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ تھیٹا برابر
pi by تھیٹا کے لیے یہ کم از کم ہے اور دلچسپ بات یہ ہے کہ یہ جھوٹ بولتا ہے اس لیے یہ تھیٹا برابر f چار ایک کم از کم پوائنٹ ہے لہذا
pi by لہذا ہمیں یقینی طور پر یقین ہے کہ مائنس nus pi by two to plus pi by two چار کے وقفے میں جھوٹ بولتا ہے۔
two to plus pi by two تھیٹا کی کم از کم قیمت ہے f سے تعلق رکھنے والے تھیٹا کے لیے
فور اس لیے قدر خود بخود pi by کے برابر pi تھیٹا یہ فنکشن تھا اور بنیادی طور پر یہ اور یہ تھیٹا پر برابر ہے f تو اگر آپ کو یاد ہو کہ
کا پاور فور اوور ہے pi سے چار کی طاقت بن جاتی ہے جو pi دو گنا
تو 4 کا پاور 4 کا 256 ہے
کا pi سے پاور فور ہے cos inverse x کی کم از کم قیمت پاور فور اور x تو یہ 128 ہے۔ اس کی کم از کم قیمت اس لیے سائن انورس
پاور فور ایک اٹھائیس سے زیادہ اب مشکل حصہ اصل میں زیادہ سے زیادہ قدر تلاش کرنا ہے اور ہم جانتے ہیں کہ اس فنکشن کا کوئی میکسما نہیں
تک محدود ہے جو کہ ایک محدود وقفہ محدود لمبائی کا وقفہ plus pi by 2 سے pi by 2 ہے لیکن پھر چونکہ اس فنکشن کا ڈومین مائنس
al ہے اس لیے جب تک تھیٹا محدود ہے وہاں ایک میکسما ہونا ضروری ہے۔ اس محدود وقفے تک
کو پہلے مشتق کو دیکھنے کی کوشش کرنی ہوگی اور دیکھنا ہوگا کہ کیا ہو رہا ہے ah تو اس کے لیے ہمیں اصل میں
مائنس تھیٹا مکعب تھا اب یہاں سے واضح ہے کہ جب بھی چونکہ تھیٹا کو pi by 2 مائنس q تو اگر ہم دیکھیں کہ پہلا مشتق چار گنا تھیٹا
دیکھیں تھیٹا کی قدر مائنس پائی بائی ٹو سے پلس پائی بائی دو کے درمیان ہے اس لیے ہمیں پہلے مشتق کی قدر کا جائزہ لینے کی ضرورت ہے یا
تھیٹا کے حوالے سے ایف ڈیش تھیٹا کے لیے گراف بنانے کی ضرورت ہے ہم جانتے ہیں کہ صرف ایک ہے وہ جگہ جہاں یہ صفر کے برابر ہے
سے 2 مائنس تھیٹا بڑا ہو pi لیکن اس وقفہ میں تھیٹا کی دوسری قدروں پر پہلے مشتق کی قدر کا کیا ہوگا لہذا یہ واضح ہے کہ جب تھیٹا
تو آئیے تھیٹا کے اس خطے پر غور کریں
تو جب یہ صحیح ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ جب یہ سچ ہے
تو یہ حقیقت میں لی گئی اقدار پر منحصر ہے کہ آیا یہ مثبت ہے یا منفی اس لیے ایک چھوٹا سا گرافیکل پلاٹ درحقیقت یہاں ہماری مدد کرے گا اس
کو دو مائنس تھیٹا مکعب پلاٹ کرنے جا pi ہم تھیٹا کیوب مائنس ical axis لیے یہاں ہمارے پاس تھیٹا افقی محور پر ہے اور عمودی پر
کے درمیان کہتے ہیں pi by 2 اور پلس pi by 2 رہے ہیں اور ہمارے پاس تھیٹا ہے ہمیں مائنس
ہے r pi by 2 تو ہم کہتے ہیں کہ یہ
ہے 0 ہے یہ مائنس پائی اوور فور ہے اور یہ مائنس پائی اوور ٹو ہے pi by 4 تو یہ
چار کے pi by تو ہم جانتے ہیں کہ یہ ویلیو تھیٹا پر صفر کے برابر ہے برابر
سے کم ہے جو یہ خطہ ہے لہذا جب تھیٹا ان pi by 2 سے چار سے بڑا ہو اور کورس برابر pi تو اب دیکھتے ہیں کہ کیا ہوتا ہے جب تھیٹا
دونوں اقدار کے درمیان ہے
مائنس تھیٹا سے بڑا ہے اور اس لیے یہ پہلا مشتق ہونا pi by 2 مائنس تھیٹا دونوں مثبت ہیں اور اس خطے میں تھیٹا pi by 2 تو تھیٹا اور
ڈیش تھیٹا صفر کے برابر ہے لہذا اس کا مطلب ہے کہ اگر f ضروری ہے پہلے مشتق کو مثبت ہونا چاہئے لہذا اس خطے میں یہ واضح ہے کہ
لگ سکتا ہے۔ s کی طرح اور چونکہ یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اس لیے ah لیکن لیکن چونکہ یہ آہ کیوبک ہے لہذا یہ کچھ نظر آئے گا۔ ome
قدر اس طرح ہے
ہے r تو یہ
دوسرے وقفہ کو دیکھیں جس کے لئے ہم ah ڈیش تھیٹا کے لئے وکر ہے اور پھر آئیے پھر f تو یہ ہے ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ اس وقفہ میں
کے برابر سے کم ہے۔ چار سے زیادہ لیکن تھیٹا مثبت ہے جب تھیٹا اس شرط کو پورا کر رہا ہو pi کہتے ہیں کہ تھیٹا
سے دو مائنس تھیٹا سے کم ہوگا لہذا جب تھیٹا اس خطے میں ہے pi تو ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ تھیٹا
سے 2 مائنس تھیٹا سے کم pi مائنس تھیٹا بھی مثبت ہے اور تھیٹا pi by 2 تو یہ درست ہے اور اس لیے اب چونکہ تھیٹا بھی مثبت ہے اور
ہے جب ہم اس خطے میں ہوں گے
pi by 2 مائنس تھیٹا اور تھیٹا اور pi by 2 تو کیا ہوگا کہ اس پہلے مشتق کی قدر منفی ہونے جا رہی ہے کیونکہ تھیٹا اس سے کم ہے
ڈیش تھیٹا ہو گا ہمیں یہاں کہیں ایسا کچھ کہنا ہے f مائنس تھیٹا دونوں مثبت ہیں اس لیے یہ منفی ہو گا جس کا مطلب ہے کہ
ڈیش تھیٹا منفی ہے اور پھر اسی طرح ہمیں دوسرے پر غور کرنا ہوگا ہمیں تھیٹا کی منفی قدروں پر غور کرنا ہوگا f تو ہمارے پاس اس وقفہ میں
لہذا جب تھیٹا صفر کے برابر ہے
تو جب تھیٹا منفی ہے
تو ہم کیا دیکھتے ہیں کہ آہ تھیٹا کیوب منفی ہونے والا ہے
pi مائنس تھیٹا ایک مثبت قدر ہوگی اور اس لیے pi by 2 تو جب تھیٹا منفی تھیٹا کیوب ہے منفی بھی ہے اور جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ
by 2 مائنس تھیٹا مائنس آف q بائی ٹو مائنس تھیٹا کیوب بھی جا رہا ہے۔ منفی ہو اور اس لیے pi مثبت ہوگا لیکن کیونکہ یہاں منفی علامت ہے

جب تھیٹا صفر سے کم ہو
ڈیش تھیٹا بھی دوبارہ منفی ہو جائے گا، اس لیے اگر مجھے اسے مزید پلاٹ کرنا ہے f تو پہلا مشتق
تو مجھے اسے دوبارہ پلاٹ کرنے دو بنیادی طور پر یہ گراف یہ وکر پھر بھی منفی ہو گا جیسے کچھ اس لیے گراف بالکل درست نہیں ہے یہاں جو
ڈیش تھیٹا مثبت ہے یا منفی اس لیے صرف پچھلی سلائیڈ پر ہونے والی بحث کا خلاصہ کرنے کے لیے ہمیں f چیز زیادہ اہم ہے وہ یہ ہے کہ آیا
یہ معلوم ہوا ہے کہ جب تھیٹا gr ہوتا ہے۔ eter than equal to pi by 4 اور less than equal to pi over 2
ہمارے پاس پہلا مشتق مثبت ہے اور جب تھیٹا برابر pi by 4 مائنس سے کم اور pi by 2 سے بڑا ہے کے برابر
pi مساوی ah at theta تو پہلا مشتق منفی ہے لہذا سے یہ ہم اصل میں کیا کرتے ہیں اگر ہم اس سے ہوتے اور یقیناً ہم جانتے ہیں کہ
pi by تھیٹا کے گراف کو پلاٹ کر سکتے ہیں لہذا ہمارے پاس تھیٹا یہاں موجود ہے۔ ah f مشتق صفر کے برابر ہے لہذا ہم تقریباً by 4
ہے۔ pi by 4 ہے یہ مائنس pi by 4 اور اس طرح یہ pi by 2 مائنس 2
کی پاور 4 بائی 128 آٹھ ہے pi تو کیا ہونے والا ہے کہ کم از کم قیمت جیسا کہ ہم نے دیکھا ہے
تو آئیے اس قدر کو کہتے ہیں۔ یہاں پائی ٹو پاور فور بائی ون اٹھائیس ہے اور وہ کم از کم قیمت پائی بائے چار پر حاصل ہو جاتی ہے اب ہم جانتے
تھیٹا اس وقفہ میں یک طرفہ طور پر بڑھے گا f ڈیش تھیٹا مثبت ہے اور اس وجہ سے f ہیں کہ اس وقفہ میں
ہم جانتے ہیں کہ یہ منفی ہے جس کا y two to pi by four سے pi b تو یہ کچھ اس طرح ہو سکتا ہے۔ اور پھر اس وقفہ میں مائنس
مطلب ہے کہ یہ کم ہو رہا ہے یہاں سے شروع ہونے والی قدر اس طرح کم ہو رہی ہے براہ کرم نوٹ کریں کہ یہ قطعی اقدار نہیں ہیں یہ صرف
کم ہوتا ہے کیونکہ اس monotonic اشارے والی اقدار ہیں ٹھیک ہے آپ کو سمجھانے کے لیے کہ فنکشن پہلے سے کم ہو رہا ہے اور یہی ہے
سے دو سے pi طور پر مائنس monotonic کم ہوتا ہے لہذا یہ پہلے monotonic پوری رینج میں مشتق پہلا مشتق منفی ہے لہذا یہ
تک کم ہوتا ہے۔ دو سے یہ یکسر بڑھتا ہے اس لیے گراف کے کچھ اس طرح ہونے کی pi سے چار سے جمع pi سے چار اور پھر pi جمع
توقع ہے براہ کرم نوٹ کریں کہ یہ قطعی گراف نہیں ہے اور پچھلی سلائیڈ میں بھی براہ کرم نوٹ کریں کہ یہ قطعی گراف نہیں ہے یہ صرف مثال
کی خاطر تھا اور ویسے بھی کیا اس مسئلے میں ہمارے لیے سب سے اہم ان خطوں کو جاننا ہے جہاں مشتق مثبت ہے اور کہاں منفی ہے
تھیٹا کی زیادہ f پر 4 بذریعہ ہے لیکن پھر ہم واضح طور پر دیکھتے ہیں کہ اس وقفہ میں m pi تو اس سے یہ واضح ہوتا ہے کہ کم سے کم
سے زیادہ یا
تو یہ قدر ہوگی یا یہ قدر اور اس لیے ہمیں ان دونوں قدروں کا حساب لگانے اور ان کا موازنہ کرنے کی ضرورت ہے تاکہ بنیادی طور پر ہمیں کیا
کرنا ہے۔ ڈو اب ایف تھیٹا کی ویلیو تلاش کرنا ہے جو تھیٹا فور پلس پائی بذریعہ دو مائنس تھیٹا سے پاور فور دونوں اختتامی پوائنٹس پر ہے
کی قدر pi سے پاور فور ہوگی دو سے زیادہ pi سے پاور فور بائی سولہ پلس ہوگی۔ اور یہ pi تو تھیٹا کی قدر مائنس پائی بائی ٹو کے برابر
کی sine inverse x سے پاور فور بائی سولہ تک ہوگی لہذا ظاہر ہے کہ یہ بڑی قدر ہے اور اس وجہ سے pi سے پاور pi صرف
چار کنواں جو کہ pi چار بائی سولہ پلس pi چار برابر ہے cos inverse x to the power پاور فور کی زیادہ سے زیادہ قدر پلس
چار میں سترہ بائی سولہ ہے pi اصل میں
سے پاور چار سے ایک اٹھائیس pi تو یہ زیادہ سے زیادہ قدر ہے اور کم از کم قیمت ہے
تو یہ سیکنڈ کے حل کو ختم کرتا ہے۔ اور مسئلہ ایک اور بہت ہی دلچسپ مسئلہ ہم سے اس مخصوص مثلثی آہ مساوات کے حل کی تعداد تلاش
لائن کرنے کے لئے مجبور کیا جائے pi دو جمع دو pi کو وقفہ مائنس دو x کرنے کے لئے کہہ رہا ہے لیکن صرف اس صورت میں جب
لہذا اس طرح کے کئی بار کے لئے ہمیں استعمال کرنا پڑتا ہے۔ گرافیکل تکنیک آہ کیونکہ یہ بالکل ممکن نہیں ہے کہ ان پوائنٹس کو حل کریں اور
تلاش کریں جہاں یہ بائیں ہاتھ اور دائیں ہاتھ کی طرف برابر ہیں لہذا یہ ایک ایسی ہی مثال ہے
کی گنتی کرنے کے لیے ہم ah تو آئیے اس مسئلے کو حل کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ہم جا رہے ہیں اصل میں اس خاص فنکشن کو سمجھنے اور
یہاں اس وقفہ تک محدود ہوتا ہے x سے شروع کریں گے اور دیکھیں گے کہ جب sine inverse کے x سائن
تو یہ کیسا لگتا ہے اور یہ زیادہ مشکل نہیں ہے کیونکہ
کی اس قدر کا تعلق سائن انورس فنکشن کے رینج سیٹ سے y کے برابر ہے لہذا یقیناً y کا sine x تو آئیے ہم کہتے ہیں کہ سائن انورس
کا یہ وہی x کو شرائط میں ظاہر کرنے کی ضرورت ہے۔ y ہے لیکن ہمیں اس pi by 2 سے جمع pi by 2 ہونا چاہیے جو کہ مائنس
ہے جو ہمارا حتمی مقصد ہونے والا ہے
تو یہاں سے اگر ہم یہ لیتے ہیں کہ اگر ہم سائن فنکشن کو دونوں اطراف پر لاگو کرتے ہیں
ہوتا ہے آئیے x کے سائن کے برابر ہوتا ہے لہذا اب ہم اسے کئی خطوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ پہلا خطہ وہ ہوتا ہے جب x y تو ہمیں سائن
کہتے ہیں کہ مائنس پائی بائی ٹو سے پلس پائی بائی ٹو کے درمیان ہے
اس وقفہ میں ہے مائنس پائی بائی ٹو پلس پائی بائی ٹو ہم جانتے ہیں کہ اگر ہم اس وقفہ تک محدود ہیں x تو جب
کے برابر ہے sin x sine y کا سائن ایک مونوٹونک ہے فنکشن اور اس لیے اگر x تو
سے دو سے تعلق pi سے دو سے جمع pi پہلے سے ہی مائنس y کے برابر ہے کیونکہ یاد رکھیں کہ y x تو یہ درست ہونا چاہیے کہ یہ
اس وقفہ میں ہے x رکھتا ہے اس لیے اگر
pi کے برابر x pi کے برابر ہے اور یہ ہم نے پہلے ہی کئی بار پچھلے لیکچرز میں دیکھا ہے کہ اگلا وقفہ ہے sin x x تو گناہ کا الٹا
کے برابر 2 سے کم ہے۔ pi سے بڑا ہے اور یہ 3 by 2
کا تعلق اس s کا سائن انورس x ha کے برابر نہیں ہو سکتا کیونکہ سائن x کا وقفہ سائن انورس x اس میں ہے سائن x تو ظاہر ہے جب
اس وقفہ سے x اس وقفہ سے تعلق نہیں رکھتا ہے لیکن اس وقفہ کے لیے جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر ah کا x وقفہ سے ہے جبکہ
تعلق رکھتا ہے
کی سائن x کی سائن x مائنس pi کا تعلق سائن انورس کے رینج سیٹ سے ہوگا جو یہ سیٹ ہے۔ اور مزید ہم جانتے ہیں کہ x مائنس pi تو
کی سائن کے برابر ہے y کے برابر ہے جو پہلے سے ہی
pi کے برابر ہے اور y کی سائن x مائنس pi تو ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ
بھی اسی وقفہ سے تعلق رکھتا ہے x مائنس pi by two to plus pi by two pi پہلے سے ہی مائنس سے تعلق رکھتا ہے۔ y تو
کے برابر ہے x y مائنس pi اور اس لیے یہ درست ہونا چاہیے کہ
کے برابر ہے جس کا مطلب ہے کہ x y مائنس pi تو یہاں سے جو مطلب نکلتا ہے وہ یہ ہے کہ
تو دوسری صورت کے لیے
کے برابر سے کم دو سے کم جو ہمارے پاس ہے وہ یہ ہے pi کے برابر دو سے زیادہ اور تین pi برابر x تو دوسری صورت کے لیے جو
اس وقفہ سے تعلق x ہے اگر x مائنس sine x pi الٹا ہے اس لیے سائن انورس کا sine کا x ہے جو سائن x y مائنس pi کہ
تین پائی کے برابر سے زیادہ ہے دو سے کم پانچ پائی پر دو سے پھر اسی طرح سے آہ چونکہ آہ اچھی طرح سے ہم x رکھتا ہے اسی طرح اگر
اس وقفہ میں ہے x جانتے ہیں کہ اگر

سے شفٹ کر رہے ہیں یہ pi کو 2 x مائنس 2 پائی دوبارہ سائن کی رینج سیٹ سے تعلق رکھنے والا ہے۔ الٹا اور چونکہ ہم صرف x تو
ہے sine y کے برابر ہے جو x کی سائن سائن pi مائنس 2 x واضح ہے کہ
کا تعلق سائن انورس کے رینج سیٹ سے ہے y دونوں کی سائن ہے اور pi مائنس 2 x اور pi sine y مائنس 2 x تو یہاں ہمارے پاس
جو کہ مائنس پائی از ٹو پلس پائی بائی ٹو ہے
x اسی قسم کی دلیل کے لیے کیا جا سکتا ہے۔ منفی ah مائنس ٹو پائی کے برابر ہے اور اسی قسم کی x برابر y تو یہ درست ہونا چاہیے کہ
کے x اور اس ساری کوشش کے بعد ہم جو حاصل کرنے جا رہے ہیں وہ یہ ہے کہ مائنس فائیو پائی بائی ٹو اور پلس فائیو پائی بائی ٹو کے درمیان
لیے اس طرح سائن انورس کا سائن ایکس نظر آئے گا اور پھر ہم اسے بالکل ٹھیک پلاٹ کرتے ہیں ۔
اور ہمیں اپنے nting x تو یہاں ہم پلاٹ بناتے ہیں لہذا ہمارے پاس ایک ہی پلاٹ میں تین مختلف منحنی خطوط ہیں لہذا افقی محور ریپریس ہے
x آپ کو وقفہ مائنس ٹو پائی سے پلس ٹو پائی تک محدود رکھنا ہے اور اس کی وجہ یہ ہے کہ آہ سوال میں پوچھا گیا تھا کہ اس وقفہ تک محدود
کے لیے اس مساوات کے کتنے حل ہیں
کے الٹا سائین کے لئے ہے لہذا یہاں نیلے رنگ کا منحنی خطوط ہے اور پھر سائن x تو اس میں یہاں نیلے رنگ کے منحنی خطوط میں سائن
کے موڈ کو سرخ رنگ میں دکھائے جانے والے نقطے والی آہ لائن کے ساتھ پلاٹ کیا گیا ہے اور اسے پلاٹ کرنا بہت آسان ہے x انورس سائن
کیونکہ جب جب بھی نیلا لکیر مثبت اوپری نصف پر ہے سرخ لکیر بالکل ایک جیسی ہوگی لیکن جب نیلی لکیر منفی نصف پر ہے
sine inverse sine محور کے بارے میں ایک آئینہ دار تصویر بننے والی ہے اس طرح ہم موڈ حاصل کرتے ہیں۔ x تو سرخ لکیر صرف
cos x کا موڈ sine inverse sine x کے حل کی تعداد یا تعداد تلاش کرنی تھی جیسے کہ x کا اور پھر چونکہ ہمیں الگ الگ پوائنٹس x
گراف بھی پلاٹ کرنا ہوگا ۔ سیاہ ah کے لیے cos x کے برابر ہے اس لیے ہمیں x
ہے اور یہ بالکل واضح ہے کہ اب ہمیں آخر کار جو تلاش کرنا ہے وہ ہے آہ وہ جگہیں جہاں x کا s تو یہ سیاہ وکر یہاں شریک کے لیے ہے۔
سرخ نقطے والا وکر اور نیلا اور سیاہ وکر ایک دوسرے کو آپس میں ملا رہے ہیں لہذا پہلی جگہ یہاں ختم ہو گئی ہے اور پھر دوسری جگہ یہاں
سے pi مائنس ٹو pi n ah ہے اور پھر فوری طور پر ہمیں یہاں ایک اور پوائنٹ ملتا ہے اور پھر ہمیں یہاں پر آخری پوائنٹ ملتا ہے لہذا ہم دو
سے جمع دو تک محدود رکھنا ہے۔ pi آگے نہیں بڑھتے ہیں کیونکہ ہمیں خود کو مائنس ٹو pi
sine کے برابر cos x تو ہم دیکھتے ہیں کہ چار الگ الگ حل ہیں جہاں یہ دونوں منحنی خطوط آپس میں ملیں گے اور اس وجہ سے
inverse sine x کے مساوات موڈ کے حل کی تعداد چار ہے
تو یہ تیسرا مسئلہ بھی حل کرتا ہے
تو ہم کیا دیکھتے ہیں۔ کئی بار ہمیں گرافیکل طریقوں کا بھی استعمال کرنا پڑتا ہے لہذا یہ اس مخصوص سوال سے ایک ٹیک ہے
ہونے دو۔ اور s تو یہاں ایک اور آہ دلچسپ مسئلہ ہے اور یہ بھی پچھلے جی ای امتحانات میں سے ایک مسئلہ ہے لہذا اس میں کہا گیا ہے کہ چلو
کو اجازت نہیں ہے کہ وہ قدر 0 x تک محدود کر رہے ہیں اور pi سے پلس pi کو کھلے وقفے مائنس x اس طرح ہم بنیادی طور پر اپنے
کو 2 سے لے اور پھر ہمارے یہاں جو ہے وہ ایک مثلثی مساوات ہے اور ہم اس مثلثی مساوات کے تمام الگ pi کو 2 اور مائنس pi اور جمع
الگ حلوں کا مجموعہ تلاش کرنے کے لیے کہا جاتا ہے
بھی بہت distinct تو ظاہر ہے کہ ہمیں پہلے اس مثلثی مساوات کو حل کرنا ہوگا اور پھر تمام الگ الگ حلوں کا مجموعہ لینا ہوگا اس لیے لفظ
کی دو قدریں x اہم ہے کیونکہ بعض اوقات ہمیں دوہری جڑیں مل سکتی ہیں۔ اور اسی طرح بنیادی طور پر ایک ہی
جمع 2 بار ہے cosecant x جمع x تو شروع کرتے ہوئے ہمارے پاس بنیادی طور پر وہ جڑ 3 سیکنٹ
cos x بذریعہ cos x plus 1 over sine x plus 2 times sine x تو یہ مثلثی مساوات ہے اور یقیناً یہ روٹ 3 ہے
اور صفر بھی نہیں ہو سکتا pi by two جمع مائنس x اب صفر کے برابر ہے چونکہ یہ ذکر کیا گیا ہے کہ x بذریعہ سائن cos x مائنس
نہیں ہو سکتا اور نہ ہی یہ جمع مائنس پائی ہو سکتا ہے 0 x چونکہ x so کے برابر نہیں ہو سکتا اس لئے pi بھی جمع یا مائنس x اور
سیٹ سے تعلق x کے لیے صفر کے برابر نہیں ہے اسی طرح چونکہ x سے تعلق رکھنے والے تمام x نشانی s اس لیے یہ واضح ہے کہ
بھی صفر کے برابر نہیں ہے اور اس وجہ سے ان s cos x کے برابر نہیں ہے۔ pi by two کے لیے جمع مائنس x رکھنے والے تمام
سے تعلق رکھتا ہے x s کا تعلق سب کے لئے ہے اگر x کی پیداوار بھی صفر کے برابر نہیں ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ اگر
کے ساتھ اس مساوات کے اطراف جو ہم حاصل sine x cos x صفر نہیں ہے لہذا اب اگر ہم دونوں کو ضرب دیں cos x گنا x تو گناہ
صفر کے برابر ہے اور ان شرائط x مربع cos مائنس x پلس دو بار سائن اسکوائر cos x جمع x کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ جڑ تین سائن
برابر ہے cos x کو دوبارہ ترتیب دینے سے ہمیں جڑ ملے گی۔ 3 بائی 2 سائن ایکس جمع آدھا
x مائنس گناہ مربع x مربع cos بن جاتا ہے اور ہم جانتے ہیں کہ x مائنس گناہ مربع x مربع cos تو ہم اسے دائیں طرف لے جاتے ہیں یہ
لکھ سکتے ہیں cos x int اس لیے ہم اسے a sin b سائن cos a cos b plus ظاہر ہوتا ہے ah ہے اور یہ cos x کا دو
o cos pi by three جمع sine x میں sine pi by three برابر cos of two x لیکن cos a cos b جمع sin a
sin b cos a مائنس b وہ ملتا ہے جو ہمیں لیے اس اور ہے cos x مائنس pi over three cos دو کا۔ ہے برابر کے x لہذا x
اس کو آگے لے جانے کے xx اس مساوات کو پورا کرے گا اگر اور صرف اس صورت میں جب یہ اس مساوات کو پورا کرتا ہے جب تک کہ
وقفے تک محدود ہے اور یہاں ہم بنیادی طور پر کچھ استعمال کرنے جا رہے ہیں جو ہم نے پہلے ہی دیکھا ہے جب ہم مثلثی مساوات پر بحث کر رہے
کے cos y برابر ہے cos x cos تھے۔ لہذا اگر آپ کو یاد ہے کہ ہم نے کہا تھا کہ اگر
کے y برابر ہے x تو یہ سچ ہے کہ
کے لیے n کے برابر ہے کچھ عدد y جمع مائنس n pi دو x تو معذرت
کے برابر x دو cos کا pi by three مائنس x تو یہ ہمارے ایک سے ہے پچھلے لیکچرز اور ہمارے یہاں جو کچھ ہے وہ یہ ہے کہ
ہے
کے برابر ہونا چاہئے میرا مطلب ہے کہ ہم اسے کسی بھی طرح سے لکھ سکتے ہیں تاکہ ہم لکھ x تو بنیادی طور پر اس کا کیا مطلب ہے کہ یہ دو
بھی سکیں یہ اس طرح ہے
تو یہ وہی ہے جو سچ ہونا چاہئے لہذا بنیادی طور پر آہ ہم کیا ہیں۔ یہاں کرنا آہ ہے ہم اس مساوات کو استعمال کر رہے ہیں اور ہم اسے اس مساوات
کے طور پر لے رہے ہیں لہذا اگر ہم اس شناخت کو x کے طور پر لے رہے ہیں اور یہ ہے اس y میں اپنے
استعمال کرتے ہیں
برابر x کے برابر ہے پھر یہ سچ ہے کہ دو x دو cos کا pi by three مائنس x cos تو یہ وہی ہے جو ہمیں حاصل ہوتا ہے اگر
ایک عدد عدد ہونا چاہئے لہذا اگر ہم پہلے جمع سے شروع کریں یہاں n لیکن یہاں pi by three مائنس x جمع مائنس n pi ہے دو
کا فارم دو x ہونا چاہئے جس کا مطلب یہ ہے کہ pi over three مائنس x جمع n pi کا دو x سائن کریں جو ہمیں ملتا ہے وہ ہے دو
کی قدر کی اجازت ہے۔ اس کا تعلق صرف وقفہ x سے x کا ہونا چاہئے لیکن یاد رکھیں کہ ہمیں صرف pi over three مائنس n pi
کو 0 کے برابر لیں n کی تمام قدریں جائز نہیں ہوسکتی ہیں لہذا اگر ہم n سے ہے اور اس وجہ سے pi سے پلس pi مائنس

Pluto@IITK

n لیکن اگر ہم pi سے تعلق رکھتی ہے۔ پلس pi ہے جو یقینی طور پر وقفہ مائنس pi by 3 کی قیمت جو ہمیں ملتی ہے وہ مائنس x تو
کی کوئی دوسری قیمت لیں جیسے 1
ہے اور یہ قدر یقینی طور پر وقفہ میں نہیں ہے pi by 3 مائنس pi کے برابر 1 کے ساتھ ملتی ہے وہ 2 n کی قدر جو ٹوپی ہمیں xt تو
سے تعلق نہیں رکھتا ہے لہذا یہ ہمارے لئے درست حل نہیں ہے اور ایک ہی چیز ایسا ہو گا اگر ہم کسی pi d plus pi لہذا یہ وقفہ مائنس
دوسرے انٹیجر ملٹیپل کا کوئی اور عدد لیں جو صفر نہیں ہے
اب آئیے دیکھتے ہیں کہ ہمیں یہاں pi by three برابر مائنس x تو یہاں جمع کے نشان کے ساتھ صرف وہی حل ملتا ہے جو ہمیں ملتا ہے
کے برابر ہو اور اسے اس طرح لکھا جا سکتا ہے کہ pi by 3 مائنس x مائنس x 2 n pi منفی نشان کے ساتھ کیا ملتا ہے تاکہ مساوات 2
کے برابر نو سے دوبارہ شروع کرتے pi سے زیادہ تین جمع n pi برابر ہے دو x سے زیادہ تین یا pi جمع n pi برابر دو x تین
pi سے نائن کے برابر ملتا ہے جو یقیناً وقفہ سے تعلق رکھتا ہے مائنس pi برابر x کے برابر صفر سے شروع کرتے ہوئے ہمیں n ہوئے
نائن ملتا ہے pi by جمع pi by three کے برابر دو x کے برابر ایک ہمیں n کے ساتھ pi سے پلس
کی بڑی قدریں لیں n لیکن ہم اگر pi تو یہ ہمارے لیے بھی ایک درست حل ہے کیونکہ یہ بھی وقفہ مائنس پائی ٹو سے تعلق رکھتا ہے۔ جمع
برابر دو اور اسی طرح n جیسے
سے نہیں ہوگا اور اس لیے یہ ہمارے لیے منفی پہلو پر درست حل نہیں ہیں اگر ہم pi سے پلس pi تو ہمیں جو قدر ملے گی اس کا تعلق مائنس
کے برابر مائنس ون n لیتے ہیں۔
pi نائن ملتا ہے اور یہ قدر یقیناً وقفہ مائنس پائی ٹو سے تعلق رکھتی ہے لہذا مائنس pi by برابر مائنس ٹو پائی سے زیادہ تین جمع x تو ہمیں
کو مائنس ٹو کے برابر لیں n سے پلس پائی لیکن اگر ہم
سے تعلق نہیں رکھتا ہے لہذا یہ حل اکیلا نہیں ہے لہذا یہاں منفی نشان کے ساتھ ہمیں 3 درست حل pi سے پلس pi تو وہ قدر وقفہ مائنس
تھا۔ دو کے حساب سے یہ چوتھا حل x کے برابر pi ملتے ہیں اور مثبت نشان کے ساتھ ہمیں صرف ایک حل ملا جو مائنس
کے چار مختلف ویلیو سلوشنز ملتے ہیں اور پھر اگر آپ کو یاد ہو x ہے لہذا مکمل طور پر ہمیں اس مثلثی مساوات کے لیے
تو ہم سے اصل میں تمام الگ الگ حلوں کا مجموعہ تلاش کرنے کو کہا گیا تھا تاکہ ہم سب کو دیکھ سکیں ان حلوں میں سے اصل میں الگ الگ ہیں
لہذا ان میں سے کوئی بھی دوسرے کے برابر نہیں ہے اور جب ہم ان کی رقم لیتے ہیں
تو ہمیں جو ملتا ہے یقیناً یہ اور یہ منسوخ ہو جائے گا اور جب آپ یہ اور یہ اور اس کو شامل کریں گے
تین ہو جائیں گے لیکن جب اس میں شامل کیا جائے گا ہمیں صفر دے گا pi تو
تو پتہ چلتا ہے کہ ان چاروں الگ الگ اقدار کا مجموعہ حقیقت میں صفر کے برابر ہے
سے تعلق رکھتے ہیں برابر ہے صفر اگر ہم چند قدم s تو حتمی جواب یہ ہے کہ اس مساوات کے تمام الگ الگ حلوں کا مجموعہ جہاں حل سیٹ
پیچھے جائیں
سے شروع کیا اور ہم نے کہا کہ اس مساوات کا عمومی حل اس pi over three مائنس cos x کے برابر x کے دو cos تو ہم نے
اب کچھ طالب علم یہ سوچیں گے کہ چونکہ pi by three مائنس x کے برابر ہونا چاہیے۔ پلس مائنس n pi دو x شکل کا ہے کہ دو
cos کے برابر ہے لیکن اگر ہم cos of pi by 3 minus x دراصل x ہے pi by 3 مائنس cos x ایک یکساں فنکشن ہے cos
اور پھر اسے حل کریں۔ جس طریقے سے ہم نے کیا ہے کیا ہمیں وہی حل x تین مائنس x کے برابر دو cos کے pi کے ساتھ شروع کریں
ملنے جا رہے ہیں اور اس سوال کا جواب یقیناً ہاں میں ہے اور وہ اس لیے ہے کہ اگر ہم کہتے ہیں کہ اس مساوات کے ساتھ شروع کریں
ہے x کے پاس 3 مائنس pi کی بجائے 3 سے ہم pi مائنس x تو
کی شکل میں ہوگا لیکن اگر ہم اسے pi by three minus x جمع مائنس n pi تو پھر وہی ہے کیونکہ اس مساوات کا عمومی حل بھی
دیکھیں
جمع n pi تو یہاں اہم چیز یہ ہے کہ یہ جمع مائنس ہے کیونکہ ہمارے پاس یہاں ایک پلس ہے اس لیے جمع کے ساتھ ہمیں جو ملے گا وہ ہے 2
جب ہم مائنس لیتے ہیں pi by 3 مائنس x
ملتا ہے لیکن حقیقت میں ایسا ہوتا ہے جب ہم یہاں مائنس کا نشان لیتے ہیں یعنی اظہار بالکل اس pi by 3 مائنس x مائنس n pi تو ہمیں 2
کے برابر ہے جو ہمیں اس معاملے میں جمع کے نشان کے ساتھ ملتا ہے اور اسی طرح جو ہمیں یہاں مائنس کے نشان کے ساتھ ملتا ہے وہ بالکل
n برابر ہوتا ہے جو ہمیں جمع کے نشان کے ساتھ ملتا ہے، اس لیے یہ دونوں چیزیں ایک جیسی ہوں گی وہ ہمیں ایک ہی حل دیں گی۔
تو اس کے ساتھ ہی یہ لیکچر ختم ہو جائے گا اور اگلے لیکچر میں ہم اسی طرح کے مزید مسائل کریں گے شکریہ

Prutor@IITK