त्यामुळे त्रिकोणमितीय आणि व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्ससाठी समस्या सोडवण्याच्या या पहिल्या सत्रात आपले स्वागत आहे, म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आम्ही व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवर आमची चर्चा पूर्ण केली आम्ही काही समस्या सोडवल्या तसेच पुढील दोन व्याख्यानांमध्ये मुळात दोन्ही विषयांवर काही समस्या सोडवल्या जातील.
त्रिकोणमितीय आणि व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्स आणि त्यानंतर
त्रिकोणांच्या गुणधर्मांवर एक नवीन विषय सुरू करणार आहे,
त्यामुळे ही पहिली समस्या आहे म्हणून बहुतेक समस्या ज्या आपण
आजच्या व्याख्यानात आणि पुढील व्याख्यानात चर्चा करणार आहोत त्यापैकी बहुतेक समस्या असतील.
be je exam मधून म्हणून या समस्येत असे म्हटले आहे की ab आणि c या धन संख्या आहेत आणि आम्हाला तीन भिन्न मूल्यांच्या tan व्युत्क्रमांच्या बेरजेचे मूल्य शोधण्यास सांगितले जाते, म्हणून लगेच असे दिसून येते की आपण tan व्युत्क्रम x वापरावे plus tan inverse y फॉर्म्युला म्हणून आपण पहिल्या दोन संज्ञा जोडून सुरुवात करू आणि त्याआधी ah हे तीनही व्हॅल आपण पाहू.
ues मध्ये एक अधिक b प्लस c हा सामाईक घटक आहे आणि मग आपण हे देखील करू शकतो की आपण या पहिल्याला अंश आणि भाजक या दोन्हीच्या वर्गमूळाने गुणाकार करू शकतो,
त्यामुळे आपण गुणाकार केल्यास आपल्याला काय मिळणार आहे.

aa सह वर्गमूळातील अंश आणि भाजक दोन्ही बाहेर येणार आहेत आणि आपल्याला a प्लस b अधिक c च्या वर्गमूळात abc वर मिळणार आहे, म्हणून पहिली संज्ञा दुसऱ्या पदासाठी हे प्रमाण अधिक टॅन व्युत्क्रम आहे.
आपण या गोष्टीला b च्या वर्गमूळाने गुणाकार करणार आहोत म्हणजे अंश आणि भाजक दोन्ही म्हणजे आपल्याला दुसरी टर्म ए प्लस b अधिक c च्या b गुणिले वर्गमूळ च्या
tan व्युत्क्रम म्हणून मिळेल आणि नंतर वापरण्याचा आमचा मानस आहे tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y फॉर्म्युला आणि हे असे काहीतरी आहे जे आपण आधीच्या मागील व्याख्यानात समाविष्ट केले आहे,
म्हणून tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y सूत्रासाठी, म्हणून मला आठवते की हे मूल्य यावर अवलंबून असेल द चिन्हांवर x चे चिन्ह आणि y चे चिन्ह आणि उत्पादन xy च्या मूल्यावर देखील तंतोतंत असण्यासाठी ते समान द्वारे दिले जाते म्हणून तीन प्रकरणे आहेत म्हणून प्रथम केस म्हणजे x आणि y चे गुणाकार एकापेक्षा कमी असल्यास तर त्या बाबतीत हे 1 वजा xy वर x अधिक y च्या tan व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे असते आणि नंतर इतर प्रकरणे असतात जेव्हा x मध्ये y एका पेक्षा जास्त असते तर दुसरी केस xy एक पेक्षा मोठी असते आणि म्हणून देखील xy एकाच्या बरोबरीने मोठा तेथे दोन उप प्रकरणे आहेत म्हणून जेव्हा xy एका पेक्षा मोठे असते तेव्हा एकतर x आणि y दोन्ही सकारात्मक असतात किंवा ते दोन्ही ऋण असतात म्हणून हे आहे म्हणून ही दुसरी केस आहे म्हणून जर आपल्याकडे हे असेल तर केस नंतर मूल्य दिले जाते म्हणून ही अभिव्यक्ती अजूनही राहणार आहे म्हणून ती 1 वजा xy वर x अधिक y चा pi अधिक टॅन व्युत्क्रम असेल आणि तिसरा केस पुन्हा जेव्हा x गुणाकार xy एकापेक्षा जास्त असेल तेव्हा x आणि y दोन्ही ऋण आहेत आणि त्या बाबतीत अभिव्यक्ती वजा pi अधिक tan आहे x plus y चा व्युत्क्रम 1 उणे xy वर आहे
त्यामुळे आता आपल्याला हे सूत्र वापरावे लागेल
त्यामुळे या प्रकरणात आपण आता आपल्या बाबतीत या अभिव्यक्तीचे मूल्यमापन करू इच्छितो म्हणून आपण हे म्हणूया x आहे आणि हा y आहे आणि नंतर आपल्याला प्रथम x आणि y चे गुणाकार पहावे लागतील
त्यामुळे x आणि y चे गुणाकार एक अधिक b अधिक c आहे यावर c वर जाईल कारण आपल्याला b गुणा मिळेल आणि नंतर मध्ये आमच्याकडे abc आहे
त्यामुळे ab रद्द होणार आहे आणि भाजकात जे उरले आहे ते फक्त c आहे आणि हे स्पष्टपणे एकापेक्षा मोठे आहे कारण असे दिले आहे की ab आणि c सर्व सकारात्मक आहेत आणि म्हणून या प्रकरणात म्हणून हे आहे आता जी स्थिती आमच्यासाठी समाधानी आहे कारण जर तुम्ही पाहिल्यास हे सकारात्मक आहे कारण ab आणि cl सकारात्मक आहेत हे देखील सकारात्मक आहे कारण सर्व ab आणि c पॉझिटिव्ह आहेत अधिक x मध्ये y एकापेक्षा काटेकोरपणे मोठे आहे म्हणून ही दुसरी केस आहे जी आम्ही आहे साठी पात्र आणि म्हणून टॅन इनव्हर्स a चा a च्या वर्गमूळ मध्ये a अधिक b अधिक c च्या वर abc अधिक tan च्या b चा व्युत्क्रम tan च्या वर्गमूळ मध्ये tan व्युत्क्रम
त्यामुळे a चा tan व्युत्क्रम a plus b अधिक c च्या वर्गमूळ मध्ये a अधिक b अधिक c वर abc अधिक tan व्युत्क्रम b च्या वर्गमूळ मध्ये a plus b plus c हे abc वर समान होणार आहे म्हणून आपण ही दुसरी अभिव्यक्ती pi plus tan घेऊन x plus y चा उलटा करू म्हणजे x अधिक y हे अधिक होईल ज्याला वर्गमूळात अधिक b म्हणून लिहिता येईल .
a plus b plus c ला abc वर भागिले एक वजा xyx गुणिले y आहे किंवा आपण आधीच पाहिले आहे की ते अधिक b अधिक c पेक्षा c च्या बरोबरीचे आहे आणि पुढील सरलीकरण आपल्याला pi अधिक टॅन व्युत्क्रम ऑफ देईल
त्यामुळे हा भाजक होणार आहे
त्यामुळे सरलीकरणानंतर हे
a प्लस b अधिक c च्या वर्गमूळात वजा c होणार आहे abc वर वजा x चा कोणताही x टॅन व्युत्क्रम वजा च्या बरोबर असतो x चा tan व्युत्क्रम
त्यामुळे हा परिणाम आपण येथे वापरणार आहोत आणि नंतर आपल्याला हे pi उणे टॅन व्युत्क्रम c च्या a plus b अधिक c च्या वर्गमूळ मध्ये abc वर समान मिळेल आणि म्हणून जर आपण ही बेरीज यावर घेतली तर बाजूने आपल्याला या तीन संज्ञा नक्की मिळतात कारण ही शेवटची टर्म जर आपण पाहिली तर ही शेवटची संज्ञा या पदाशी तंतोतंत समान आहे आणि म्हणून जेव्हा आपण ही संज्ञा

उजवीकडून डावीकडे घेतो तेव्हा आपल्याला काय मिळेल ते म्हणजे हे संपूर्ण बेरीज ही pi च्या बरोबरीची असेल
त्यामुळे पहिली समस्या पूर्ण होईल म्हणून येथे पुढील समस्या आहे म्हणून या समस्येमध्ये सर्व mod x साठी एक पेक्षा कमी समान ah चे सर्वात लहान आणि मोठे मूल्य शोधण्यास सांगितले जाते जे sine inverse आहे x ते पॉवर फोर अधिक आह अधिक cos उलट x ते पॉवर चार आता आपल्याला माहित आहे की साइन व्युत्क्रम x मध्ये एक श्रेणी आहे जी उणे pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन कॉस व्यस्त x हे अंतर शून्य ते pi दरम्यान आहे
कोणत्याही xs साठी परिणाम जाणून घ्या uch ते mod x एकापेक्षा कमी आहे हे आम्हाला माहीत आहे की sine inverse x plus cos inverse x हा pi over two आहे
त्यामुळे हे खरे आहे आणि आमच्याकडे येथे चारचे अधिकार असले तरी आम्हाला ही ओळख वापरण्यात रस असेल, जर तुम्हाला हवे असेल तर ती ओळख वापरण्यासाठी आपण ही अभिव्यक्ती साइन व्युत्क्रम x ते पॉवर 4 अधिक pi बाय 2 वजा साइन व्युत्क्रम x पॉवर फोरच्या बरोबरीने लिहू शकतो आणि हे सोपे करण्यासाठी आपण असे म्हणूया की ah theta हे साइन व्युत्क्रम x च्या बरोबरीचे आहे आणि अर्थातच थीटा हे अंतराल वजा pi बाय टू ते अधिक pi बाय टूचे असावे जे साइन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे आणि नंतर ही संपूर्ण अभिव्यक्ती थीटाच्या दृष्टीने बनते जी 4 अधिक y वजा pi by ची घात होती.
2
त्यामुळे थीटा ते पॉवर फोर अधिक पाई बाय टू वजा थीटा ते पॉवर फोर
त्यामुळे आम्हाला सर्वात मोठी आणि सर्वात लहान मूल्ये शोधण्यास सांगितले जाते म्हणून मी असे म्हणू की हे थीटाचे एफ आहे
त्यामुळे लगेच काय मनात येईल f theta चे पहिले व्युत्पन्न घेणे आहे तर f theta चे पहिले व्युत्पन्न चार थीटा घन वजा चार मध्ये pi बाय दोन वजा थीटा क्यूब असेल
त्यामुळे हे पहिले व्युत्पन्न आहे आणि एक्स्ट्रीमम पॉइंट्स शोधण्यासाठी आपल्याला हे शून्य असे समीकरण करावे लागेल
त्यामुळे आपल्याला मिळणारे समीकरण आहे थीटा क्यूब वजा pi बाय दोन वजा थीटा क्यूब शून्य किंवा दुसऱ्या शब्दात थीटा क्यूब समान पाई बाय दोन वजा थीटा क्यूब आहे आता थीटा आणि पाई बाय दोन वजा थीटा हे दोन्ही रिअल आहेत
त्यामुळे यावर एकमेव उपाय आहे फक्त आह वास्तविक समाधान या विशिष्ट समीकरणाचे असे आहे की थीटा हे pi च्या बरोबरीने दोन वजा थीटा आहे ज्याचा अर्थ असा आहे की थीटा येथे pi च्या बरोबर चार वर एक टोकाचा बिंदू आहे आणि कारण ah x म्हणून x चे संबंधित मूल्य pi ची चार बाय चार होणार आहे जे एक ओव्हर रूट टू आहे
त्यामुळे आता पण हा मॅक्सिमा किंवा मिनिमम पॉइंट आहे की नाही हे पाहावे लागेल की कमाल आहे की किमान आहे ज्यासाठी आपल्याला थीटाच्या संदर्भात ah हे फंक्शन f theta चे दुसरे व्युत्पन्न घ्यावे लागेल.
हे दुसरे व्युत्पन्न म्हणून आह येथे एक सूक्ष्म बिंदू देखील आहे की आपल्याला हे लक्षात घेणे आवश्यक आहे की आपल्याला या विशिष्ट कार्याची कमाल किमान शोधण्यास सांगितले जाते
परंतु आपल्याला x चे मूल्य शोधण्यास सांगितले जात नाही ज्यासाठी जास्तीत जास्त किंवा कमी केले जाते.
आम्हाला फंक्शनची कमाल किंवा फंक्शनची किमान व्हॅल्यू शोधण्यास सांगितले जाते कारण ते व्हॅल्यू या फंक्शनच्या कमाल किंवा किमान व्हॅल्यूएवढीच असेल, म्हणून आम्ही हे केले आहे.
हे प्रतिस्थापना आणि आता फक्त या विशिष्ट कार्यावर आपले लक्ष केंद्रित करेल म्हणून आता हे दुसरे व्युत्पन्न 12 गुणा थीटा स्क्वेअर अधिक बारा पट pi बाय दोन वजा थीटा स्क्वेअर इतके असेल जे तुम्ही पाहू शकता की शून्यापेक्षा मोठे आहे आणि म्हणून याचा अर्थ होतो असे सुचवले आहे की थीटा समान पाई बाय चार हा एक किमान बिंदू आहे म्हणून तो f थीटासाठी किमान आहे आणि मनोरंजक गोष्ट अशी आहे की ती खोटे बोलत आहे म्हणून ही थीटा पाई बाय चारच्या अंतराल mi मध्ये आहे nus pi by two to plus pi by two
त्यामुळे आम्हाला खात्री आहे की
त्यामुळे f theta चे किमान मूल्य वजा pi by टू ते अधिक pi by two च्या संबंधित थीटाचे किमान मूल्य आहे,
जर तुम्हाला आठवत असेल की f theta हे फंक्शन होते आणि
त्यामुळे मूलत: हे आणि हे थीटा येथे pi च्या बरोबरीने चार बाय चार आहे
त्यामुळे मूल्य आपोआप दोन पट pi चा चार च्या बळावर चार च्या पॉवर वर pi चा चार ओव्हर 4 ची पॉवर 4 ची 256 आहे
त्यामुळे ती 128 आहे.
याचे किमान मूल्य म्हणजे सायन व्युत्क्रम x ते पॉवर फोर अधिक कॉस व्युत्क्रम x ते पॉवर चार हे pi ते पॉवर चार एक अठ्ठावीस आहे आता अवघड भाग म्हणजे कमाल मूल्य शोधणे आणि आम्हाला माहित आहे की या फंक्शनची कोणतीही मॅक्सिमा नाही पण नंतर या फंक्शनचे डोमेन उणे pi बाय 2 ते अधिक pi बाय 2 पर्यंत मर्यादित असल्याने जे मर्यादित अंतराल मर्यादित लांबीचे मध्यांतर आहे
त्यामुळे थीटा प्रतिबंधित आहे तोपर्यंत कुठेतरी कमाल असणे आवश्यक आहे या मर्यादित अंतरापर्यंत al म्हणून त्यासाठी आपण प्रथम व्युत्पन्न पाहण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे आणि काय घडत आहे ते पहावे लागेल, जर आपण पाहिले की पहिले व्युत्पन्न चारपट theta q वजा pi by 2 उणे theta क्यूब होते आता येथून स्पष्ट होईल की जेव्हाही असे थीटा पाहिल्यामुळे थीटाचे मूल्य उणे pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन दरम्यान आहे म्हणून आपल्याला पहिल्या व्युत्पन्नाचे मूल्य तपासावे लागेल किंवा त्याऐवजी थीटाच्या संदर्भात f डॅश थीटासाठी आलेख तयार करावा लागेल हे आपल्याला माहित आहे की फक्त एक आहे जेथे ते शून्याच्या बरोबरीचे आहे परंतु या मध्यांतरातील थीटाच्या इतर मूल्यांवरील पहिल्या व्युत्पन्नाचे मूल्य काय आहे,
त्यामुळे हे स्पष्ट आहे की जेव्हा थीटा pi पेक्षा 2 वजा थीटा मोठा असेल तेव्हा आपण थीटाच्या या प्रदेशाचा विचार करू या तेव्हा हे खरे आहे याचा अर्थ असा होतो की जेव्हा हे सत्य असते तेव्हा ते सकारात्मक किंवा नकारात्मक आहे की नाही यावर घेतलेल्या मूल्यांवर अवलंबून असते
त्यामुळे थोडे ग्राफिकल प्लॉट आपल्याला येथे मदत करेल म्हणून येथे आपल्याला क्षैतिज अक्षावर आणि शिरोबिंदूवर थीटा आहे ical

अक्ष आपण थीटा घन वजा pi  बाय दोन वजा थीटा क्यूब प्लॉट करणार आहोत आणि आपल्याकडे थीटा आहे आपण उणे pi  बाय 2 आणि अधिक pi  बाय 2 च्या दरम्यान म्हणू या, तर आपण म्हणू या की हा r  pi  बाय 2 आहे तर हा pi  बाय 4 आहे  0 हे वजा pi  वरील चार आहे आणि हे उणे pi  वरील दोन आहे

त्यामुळे आपल्याला माहित आहे की हे मूल्य थेटा येथे शून्य बरोबर pi  by  चार आहे, म्हणून आता जेव्हा theta  pi  पेक्षा चार आणि पेक्षा जास्त असेल तेव्हा काय होते ते पाहूया पाई बाय 2 च्या समान पेक्षा कमी कोर्स हा हा प्रदेश आहे म्हणून जेव्हा थीटा या दोन मूल्यांमध्ये असेल तेव्हा थीटा आणि पाई बाय 2 वजा थीटा दोन्ही पॉझिटिव्ह असतात आणि या प्रदेशात थीटा पाई बाय 2 वजा थीटा पेक्षा मोठा असतो आणि म्हणून हे  फर्स्ट डेरिव्हेटिव्ह हे पहिले डेरिव्हेटिव्ह असणे आवश्यक आहे म्हणून या प्रदेशात

त्यामुळे या प्रदेशात हे स्पष्ट आहे की f  डॅश थीटा शून्याच्या बरोबरीने मोठा आहे म्हणजे याचा अर्थ असा आहे की जर परंतु परंतु ते आह क्यूबिक आहे

त्यामुळे ते काहीतरी दिसेल  आह सारखे आणि ते नेहमी सकारात्मक असल्याने s  लागू शकतो  ome  व्हॅल्यू यासारखे आहे तर हे r  आहे म्हणून हे या मध्यांतरातील f  डॅश थीटासाठी वक्र आहे असे म्हणू या आणि नंतर ah  हे दुसरे मध्यांतर पाहू ज्यासाठी थीटा pi  च्या बरोबरीने कमी आहे असे म्हणू या.

चार पेक्षा जास्त पण थीटा पॉझिटिव्ह असतो जेव्हा थीटा ही स्थिती पूर्ण करत असते तेव्हा आमच्याकडे जे आहे ते म्हणजे थीटा pi  पेक्षा दोन वजा थीटा कमी असेल

त्यामुळे जेव्हा थीटा या प्रदेशात असेल तेव्हा हे खरे आहे आणि म्हणून आता दोन्ही थीटा देखील पॉझिटिव्ह आहेत आणि pi  2  बाय 2 उणे थीटा देखील सकारात्मक आहे आणि आपण या प्रदेशात आहोत तेव्हा थीटा पाई बाय 2 वजा थीटा पेक्षा कमी
आहे

त्यामुळे काय होईल या पहिल्या व्युत्पन्नाचे मूल्य नकारात्मक होणार आहे कारण थीटा पेक्षा कमी आहे  pi  by  2  उणे थीटा आणि theta  आणि pi  by  2  उणे थीटा दोन्ही सकारात्मक आहेत म्हणून ते ऋणात्मक असेल म्हणजे f  डॅश थीटा असेल आपण इथे कुठेतरी असे काहीतरी म्हणू या म्हणजे या मध्यांतरात आपल्याकडे f  डॅश थीटा नकारात्मक आहे आणि  मग त्याचप्रकारे आपल्याला दुसऱ्याचा विचार करावा लागेल तेव्हा आपल्याला थीटाची नकारात्मक मूल्ये विचारात घ्यावी लागतील म्हणजे जेव्हा थीटा शून्यापेक्षा कमी असेल तेव्हा जेव्हा थीटा ऋणात्मक असेल तेव्हा आपण जे पाहतो ते म्हणजे आह थीटा घन ऋणात्मक असेल तर जेव्हा थीटा ऋणात्मक असेल तेव्हा थीटा घन नकारात्मक देखील आहे आणि आपण पाहतो की pi  बाय 2 उणे थीटा हे सकारात्मक मूल्य असेल आणि म्हणून pi  बाय 2 उणे थीटा क्यू हे सकारात्मक असेल परंतु येथे नकारात्मक चिन्ह असल्यामुळे येथे pi  चे वजा 2 वजा थीटा घन देखील होणार आहे.

नकारात्मक असू द्या आणि म्हणून जेव्हा थीटा शून्यापेक्षा कमी असेल तेव्हा प्रथम डेरिव्हेटिव्ह f  डॅश थीटा देखील पुन्हा नकारात्मक होणार आहे म्हणून जर मला ते आणखी प्लॉट करायचे असेल तर मी ते पुन्हा तयार करू या मूलत: हा आलेख हा वक्र अजूनही नकारात्मक असेल जसे काहीतरी

त्यामुळे आलेख तंतोतंत नाही हे येथे महत्त्वाचे आहे की f  डॅश थीटा सकारात्मक आहे की नकारात्मक आहे,

त्यामुळे मागील स्लाइडवरील चर्चेचा सारांश देण्यासाठी आम्हाला जे आढळले ते म्हणजे जेव्हा थीटा gr  आहे.

ईटर पेक्षा समान टू pi  बाय 4 आणि pi  ओव्हर 2 च्या समान पेक्षा कमी आमच्याकडे पहिले डेरिव्हेटिव्ह पॉझिटिव्ह आहे आणि जेव्हा थीटा pi  च्या 4 च्या बरोबरीने कमी आणि 2 बाय 2 च्या समान पेक्षा जास्त असेल तेव्हा प्रथम व्युत्पन्न नकारात्मक असेल म्हणून पासून जर आपण यावरून हेच करू शकलो तर आणि अर्थातच आपल्याला माहित आहे की ah  at  theta  equal  to  pi  by  four  व्युत्पन्न शून्य आहे

त्यामुळे आपण ah  f  theta  चा आलेख अंदाजे प्लॉट करू शकतो

त्यामुळे आपल्याकडे थीटा येथे आहे.

pi  by  2  वजा pi  by  2  आणि म्हणून हे pi  by  4  आहे आणि pi  by  4  आहे .

तर काय होणार आहे ते म्हणजे pi  to  power  4  by  128  आठ असे किमान मूल्य असे म्हणूया.

येथे पाई टू पॉवर फोर बाय एक अठ्ठावीस आहे आणि ते किमान मूल्य पाई बाय चार वर गाठले आहे आता आपल्याला माहित आहे की या इंटरव्हलमध्ये f  डॅश थीटा पॉझिटिव्ह आहे आणि म्हणून या इंटरव्हलमध्ये f  थीटा मोनोटोनली वाढेल

त्यामुळे ते असे काहीतरी जाऊ शकते आणि नंतर या मध्यांतरात वजा pi  b  पासून  y  दोन ते pi  बाय चार आम्हाला माहित आहे की ते ऋण आहे म्हणजे ते कमी होत आहे येथून सुरुवात करून मूल्य कमी होत जाईल कृपया लक्षात घ्या की ही अचूक मूल्ये नाहीत ही फक्त सूचक मूल्ये आहेत ठीक आहे फक्त तुम्हाला फंक्शन समजावून सांगण्यासाठी वरून प्रथम कमी होत आहे आणि हे मोनोटोनिक कमी होते कारण या संपूर्ण श्रेणीमध्ये व्युत्पन्न प्रथम व्युत्पन्न ऋणात्मक आहे म्हणून हे मोनोटोनिक कमी होते म्हणून ते प्रथम उणे pi  वरून दोन ने अधिक pi  चार आणि नंतर pi  वरून चार ने अधिक pi  वर कमी होते दोनने ते नीरसतेने वाढते

त्यामुळे आलेख असा काहीतरी असण्याची अपेक्षा आहे कृपया लक्षात घ्या की हा अचूक आलेख नाही आणि मागील स्लाइडमध्ये देखील कृपया लक्षात घ्या की हा अचूक आलेख नाही तो फक्त चित्रणासाठी होता आणि तरीही काय  या समस्येमध्ये आपल्यासाठी सर्वात महत्वाचे आहे की व्युत्पन्न कोठे धनात्मक आहे आणि कुठे नकारात्मक आहे हे जाणून घेणे,

त्यामुळे हे स्पष्ट होते की किमान  m  pi  द्वारे 4 वर आहे परंतु नंतर आपण स्पष्टपणे पाहतो की या मध्यांतरातील f  theta  ची कमाल एकतर हे मूल्य किंवा हे मूल्य असेल आणि म्हणून आपल्याला या दोन मूल्यांची गणना करणे आवश्यक आहे आणि त्यांची तुलना करणे आवश्यक आहे जेणेकरुन आपल्याला काय करायचे आहे.

आता करा म्हणजे f  theta  ची व्हॅल्यू शोधायची आहे जी थीटा फोर प्लस पाई बाय दोन वजा थीटा ते पॉवर फोर ते पॉवर फोर या दोन्ही टोकांच्या बिंदूंवर असेल तर थीटा वरील व्हॅल्यू वजा pi  बाय दोन ची पॉवर फोर बाय सोळा अधिक असेल आणि हे पॉवर फोरचे pi  असेल आणि दोन वरील pi  वरील मूल्य फक्त pi  ते पॉवर pi  ते पॉवर चार बाय सोळा असेल

त्यामुळे स्पष्टपणे हे मोठे मूल्य आहे आणि
त्यामुळे
पॉवर फोरचे साइन व्युत्क्रम x चे कमाल मूल्य प्लस कॉस इनव्हर्स x टू पॉवर चार समान आहे pi चार बाय सोळा अधिक pi चार विहीर म्हणजे प्रत्यक्षात pi चार ते सतरा बाय सोळा आहे म्हणून हे कमाल मूल्य आहे आणि किमान मूल्य एक अठ्ठावीस वरील चार पॉवरचे pi आहे.
सेकंदाचे समाधान पूर्ण करते आणि समस्या आणखी एक अतिशय मनोरंजक समस्या ही आहे की आम्हाला या विशिष्ट त्रिकोणमितीय आह समीकरणाच्या निराकरणाची संख्या शोधण्यास सांगते परंतु केवळ तेव्हाच जेव्हा x ला अंतराल वजा दोन pi दोन अधिक दोन pi या रेषेसाठी मर्यादित केले जाते तेव्हा अशा अनेक वेळा वापरावे लागते ग्राफिकल तंत्र अह कारण ज्या बिंदूंची डाव्या हाताची बाजू आणि उजवी बाजू समान आहेत ते बिंदू अचूकपणे सोडवणे आणि शोधणे शक्य नाही, म्हणून हे असेच एक उदाहरण आहे म्हणून आपण या समस्येचे निराकरण करण्याच्या मार्गाने जाऊया हे विशिष्ट फंक्शन समजून घेण्यासाठी आणि ah मोजण्यासाठी आपण साइन x च्या साइन व्युत्क्रमाने सुरुवात करू आणि जेव्हा x या मध्यांतरापर्यंत मर्यादित असेल तेव्हा ते कसे दिसते ते पाहू
आणि ते फार कठीण नाही कारण म्हणून आपण ते साइन व्युत्क्रम म्हणू.
sine x चे y बरोबर आहे
त्यामुळे अर्थातच y चे हे मूल्य साइन इनव्हर्स फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित असणे आवश्यक आहे जे वजा pi by 2 ते अधिक pi by 2 आहे परंतु आपल्याला हे y शब्दात व्यक्त करणे आवश्यक आहे x चे हेच आपले अंतिम उद्दिष्ट असणार आहे
त्यामुळे येथून जर आपण दोन्ही बाजूंना साइन फंक्शन लागू केले तर आपल्याला साइन x हे y च्या साइनच्या बरोबरीचे मिळते म्हणून आता आपण हे अनेक क्षेत्रांमध्ये विभागले आहे.
पहिला प्रदेश म्हणजे जेव्हा x असतो तेव्हा वजा pi by टू ते अधिक pi बाय दोन दरम्यान म्हणू या, तेव्हा x या अंतरालमध्ये pi by दोन ते अधिक pi बाय दोन असेल तर आपल्याला माहित आहे की जर आपण या मध्यांतरापर्यंत मर्यादित केले तर x ची साइन एक मोनोटोनिक आहे फंक्शन आणि म्हणून जर sin x हे sine y च्या बरोबरीचे असेल तर हे y x च्या बरोबरीचे आहे हे खरे असले पाहिजे
कारण लक्षात ठेवा की y आधीपासून उणे pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन च्या मालकीचे आहे म्हणून जर x या अंतरालमध्ये असेल तर sin व्युत्क्रमाचा sin x हे x च्या बरोबरीचे आहे आणि हे आपण आधीच्या लेक्चर्समध्ये अनेक वेळा पाहिले आहे की पुढील मध्यांतर x pi च्या बरोबरीने 2 बाय 3 pi च्या बरोबरीने जास्त आहे आणि ते 3 pi च्या 2 च्या बरोबरीने कमी आहे.

त्यामुळे स्पष्टपणे जेव्हा x यामध्ये असेल तेव्हा साइन x चे अंतराल साइन व्युत्क्रम x बरोबर असू शकत नाही कारण साइन x ha चा साइन व्युत्क्रम s हा या मध्यांतराशी संबंधित आहे तर x हा त्या मध्यांतराशी संबंधित नाही तर या मध्यांतरासाठी आपण पाहतो की जर x या मध्यांतराशी संबंधित असेल तर pi वजा x हा साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा असेल जो हा संच आहे आणि पुढे आपल्याला माहित आहे की pi उणे x ची साइन x च्या साइनच्या बरोबरीची आहे जी आधीच y च्या साइनच्या बरोबरीची आहे , तर आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे pi वजा x ची साइन y च्या बरोबर आहे आणि pi म्हणजे y आधीच वजा आहे pi by two to plus pi by two pi उणे x देखील या मध्यांतराशी संबंधित आहे आणि म्हणून हे खरे असले पाहिजे की pi उणे x y च्या बरोबरीचे आहे,
त्यामुळे येथे जे सूचित होते ते म्हणजे pi वजा x y च्या बरोबरीचे आहे याचा अर्थ असा होतो की तर दुसऱ्या केससाठी तर दुसऱ्या केससाठी जी x pi च्या बरोबरीने दोन बाय दोन आणि तीन pi च्या बरोबरीने दोनपेक्षा कमी आहे ती म्हणजे pi वजा x y आहे जो साइन x चा साइन व्युत्क्रम आहे म्हणून साइन इनव्हर्स ऑफ साइन sine x हा pi वजा x असेल जर x या मध्यांतराशी संबंधित असेल त्याचप्रमाणे जर x असेल तीन pi च्या बरोबरीने मोठे आहे दोन पेक्षा कमी पाच pi पेक्षा दोन पेक्षा कमी नंतर पुन्हा त्याच पद्धतीने आह कारण आह हे आपल्याला माहित आहे की जर x या मध्यांतरात असेल तर x उणे 2 pi पुन्हा साइनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित असेल
व्युत्क्रम आणि कारण आपण फक्त x 2 pi ने हलवत आहोत हे स्पष्ट आहे की x उणे 2 pi चा साइन sine x बरोबर आहे जो sine y आहे म्हणून येथे आपल्याकडे x वजा 2 pi sine y आणि x उणे 2 pi दोन्हीची साइन आहे आणि y हा साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे जो वजा pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन आहे तर हे खरे असले पाहिजे की y हे x उणे दोन pi च्या बरोबरीचे आहे आणि त्याच प्रकारचे ah समान प्रकारचे युक्तिवाद केले जाऊ शकतात .
ऋण x आणि या सर्व प्रयत्नांनंतर आपल्याला जे मिळणार आहे ते म्हणजे x साठी वजा पाच pi बाय दोन आणि अधिक पाच pi बाय दोन मधील साइन x चे व्युत्क्रम कसे दिसेल आणि मग आपण हे बरोबर प्लॉट करू .
तर इथे आपण प्लॉट करतो
त्यामुळे एकाच प्लॉटमध्ये तीन वेगवेगळे वक्र आहेत
त्यामुळे क्षैतिज अक्ष रिप्रेस होतो nting x आणि आपल्याला स्वतःला मध्यांतर वजा दोन pi ते अधिक दोन pi पर्यंत मर्यादित ठेवावे लागेल आणि कारण आह या प्रश्नात विचारले गेले होते की x साठी या समीकरणामध्ये किती उपाय आहेत या मध्यांतरापर्यंत मर्यादित आहे म्हणून येथे निळ्या वक्र मध्ये sine x च्या sine inverse साठी आहे म्हणजे येथे निळा वक्र आहे आणि नंतर sine inverse sine x चे mod लाल रंगात दर्शविलेल्या ठिपकेदार ah रेषेने प्लॉट केले आहे आणि ते प्लॉट करणे खूप सोपे आहे कारण जेव्हा जेव्हा निळा रेषा धनाच्या वरच्या अर्ध्या भागावर असेल तर लाल रेषा अगदी सारखीच असेल पण जेव्हा निळी रेषा ऋणात्मक अर्ध्यावर असेल तेव्हा लाल रेषा ही फक्त x अक्षावरची आरशाची प्रतिमा असेल
त्यामुळे आपल्याला मोड मिळेल.
sine inverse sine x चे आणि नंतर आपल्याला
भिन्न भिन्न बिंदू x च्या उपायांची संख्या किंवा संख्या शोधायची आहे जसे की sine inverse sine x चे मोड cos x च्या

बरोबरीचे आहे म्हणून आपल्याला cos x साठी ah आलेख देखील प्लॉट करावा लागेल .
काळा म्हणून हा काळा वक्र सह साठी आहे x चा s आणि हे अगदी स्पष्ट आहे की आता आपल्याला शेवटी काय शोधायचे आहे ती ठिकाणे जिथे लाल ठिपके असलेला वक्र आणि निळा आणि काळा वक्र एकमेकांना छेदत आहेत म्हणून प्रथम स्थान येथे संपले आहे आणि मग दुसरे स्थान येथे आहे आणि नंतर लगेचच आपल्याला येथे दुसरा बिंदू मिळेल आणि नंतर आपल्याला येथे शेवटचा बिंदू मिळेल म्हणून आपण दोन pi n ah वजा दोन pi च्या पुढे जात नाही कारण आपल्याला स्वतःला वजा दोन pi ते अधिक दोन पर्यंत मर्यादित ठेवावे लागेल.
pi म्हणून आपण पाहतो की या दोन्ही वक्रांची भेट होईल तेथे चार भिन्न निराकरणे आहेत आणि म्हणून cos x च्या बरोबरीच्या sine inverse sine x च्या समीकरणाच्या सोल्यूशनची संख्या
चार आहे
त्यामुळे तिसरी समस्या देखील सोडवते म्हणून आपण ते पाहतो बऱ्याच वेळा आपल्याला ग्राफिकल पद्धतींचाही वापर करावा लागतो
त्यामुळे या विशिष्ट प्रश्नातील एक प्रश्न आहे म्हणून येथे आणखी एक मनोरंजक समस्या आहे आणि ही देखील मागील je परीक्षांपैकी एक समस्या आहे म्हणून ती म्हणते की चला s असू द्या आणि म्हणून आपण मूलतः आपल्या x ला खुल्या अंतराल वजा pi ते अधिक pi पर्यंत मर्यादित करत आहोत आणि x ला 0 आणि अधिक pi बाय 2 आणि वजा pi 2 बाय 2 हे मूल्य घेण्याची परवानगी नाही आणि मग आपल्याकडे जे आहे ते त्रिकोणमितीय समीकरण आहे आणि आम्ही या त्रिकोणमितीय समीकरणांच्या सर्व भिन्न सोल्यूशन्सची बेरीज शोधण्यास सांगितले जाते,
म्हणून स्पष्टपणे आपल्याला प्रथम हे त्रिकोणमितीय समीकरण सोडवावे लागेल आणि नंतर सर्व भिन्न समाधानांची बेरीज घ्यावी लागेल म्हणून भिन्न हा शब्द देखील खूप महत्वाचा आहे कारण कधीकधी आपल्याला दुहेरी मुळे मिळू शकतात.

आणि म्हणून मुळात एकाच x ची दोन मूल्ये म्हणून
सुरुवात केली तर मुळात मूळ 3 secant x अधिक cosecant x अधिक 2 पट आहे
त्यामुळे हे त्रिकोणमितीय समीकरण आहे आणि हे अर्थातच मूळ 3 प्रती cos x अधिक 1 पेक्षा अधिक sine x अधिक 2 पट sine आहे x बाय cos x उणे cos x बाय साइन x आता शून्याच्या बरोबरीचे आहे कारण x हा प्लस वजा pi बाय दोन असू शकत नाही आणि शून्य देखील नाही आणि x देखील प्लस किंवा वजा pi च्या बरोबरीचा असू शकत नाही म्हणून x म्हणून कारण x 0 असू शकत नाही आणि तो अधिक वजा pi देखील असू शकत नाही म्हणून हे स्पष्ट आहे की s चिन्हाशी संबंधित सर्व x साठी x शून्य समान नाही त्याचप्रमाणे x हा संचातील सर्व x साठी प्लस वजा pi by two च्या समान नाही s cos x सुद्धा शून्याच्या बरोबरीचे नाही आणि म्हणून त्यांचे उत्पादन देखील शून्याच्या बरोबरीचे नाही म्हणून आपल्याला माहित आहे की जर x सर्वांसाठी असेल तर x s चा असेल तर पाप x गुणा cos x शून्य नाही आणि म्हणून आता जर आपण दोन्ही गुणाकार केला तर sine x cos x सह या समीकरणाची बाजू आपल्याला शेवटी मिळते ती म्हणजे मूळ तीन साइन x अधिक cos x अधिक दोन पट साइन स्क्वेअर x वजा cos स्क्वेअर x बरोबर शून्य आणि या संज्ञांची थोडीशी पुनर्रचना केल्याने आपल्याला मूळ मिळेल 3 बाय 2 sine x अधिक अर्धा cos x समान आहे म्हणून आपण ते उजव्या बाजूला घेतो तो cos चौरस x वजा पाप वर्ग x होतो आणि आपल्याला माहित आहे की cos वर्ग x वजा पाप वर्ग x हा दोन x ची cos आहे आणि हा आह cos a cos b अधिक चिन्ह a sin b असे दिसते
त्यामुळे आपण cos x int असे लिहू शकतो o cos pi by थ्री अधिक sine x मध्ये sine pi by three is equals cos of two x पण cos a cos b अधिक sin a sin b हा cos a वजा b आहे आणि म्हणून आपल्याला जे मिळते ते cos x उणे pi पेक्षा अधिक तीन cos आहे दोन x चे
त्यामुळे x हे समीकरण पूर्ण करेल जर आणि फक्त जर ते या समीकरणाचे समाधान करत असेल तरच xx हे पुढे नेण्याच्या मध्यांतरापुरते मर्यादित आहे आणि येथे आपण मूलतः आपण त्रिकोणमितीय समीकरणांवर चर्चा करत असताना पाहिलेले काहीतरी वापरणार आहोत.

म्हणून जर तुम्हाला आठवत असेल की आम्ही म्हटले आहे की जर cos x cos बरोबर cos y असेल तर हे खरे असले पाहिजे की x y च्या बरोबरीचे आहे म्हणून माफ करा x बरोबर दोन n pi अधिक वजा y काही पूर्णांक n साठी आहे म्हणून हे आपल्यापैकी एकाचे आहे मागील व्याख्याने आणि आमच्याकडे येथे काय आहे ते म्हणजे x उणे pi बाय तीन ची cos दोन x च्या cos च्या बरोबरी आहे
त्यामुळे मूलतः याचा अर्थ असा आहे की हे दोन x समान असले पाहिजेत म्हणजे आपण ते कोणत्याही प्रकारे लिहू शकतो म्हणजे आपण लिहू शकतो हे असे आहे म्हणून हे खरे असले पाहिजे म्हणून मूलतः अहो आपण काय आहोत येथे करणे म्हणजे आपण हे समीकरण वापरत आहोत आणि या समीकरणात आपण हे आपले y म्हणून घेत आहोत
आणि हे आपण हे x म्हणून घेत आहोत, म्हणून जर आपण ही ओळख वापरली तर हेच आपल्याला प्राप्त होईल जर cos x उणे pi बाय तीन हे दोन x च्या cos च्या बरोबरीचे आहे तर हे खरे असले पाहिजे की दोन x दोन n pi अधिक वजा x उणे pi बाय तीन आहे परंतु येथे n पूर्णांक असावा म्हणून आपण प्रथम अधिक सह प्रारंभ केल्यास येथे दोन x दोन n pi अधिक x उणे pi अधिक तीन असणे आवश्यक आहे, याचा अर्थ x हा दोन n pi वजा pi अधिक तीन असावा परंतु लक्षात ठेवा की आम्हाला फक्त x ते x च्या मूल्याची परवानगी आहे.
केवळ मध्यांतर वजा pi ते अधिक pi याच्याशी संबंधित आहे आणि म्हणून n ची सर्व मूल्ये अनुज्ञेय असू शकत नाहीत म्हणून जर आपण n च्या बरोबरीने 0 घेतले तर x चे मूल्य वजा pi by 3 आहे जे निश्चितपणे मध्यांतर वजा pi to च्या संबंधित आहे plus pi पण जर आपण n चे इतर कोणतेही मूल्य जसे की 1 घेतले तर xt चे मूल्य n च्या बरोबरीची टोपी म्हणजे 2 pi वजा pi by

3 आणि हे मूल्य निश्चितपणे मध्यांतरात नाही
त्यामुळे हे मध्यांतर वजा pi d अधिक pi याच्याशी संबंधित नाही
त्यामुळे हे आपल्यासाठी वैध उपाय नाही आणि तीच गोष्ट शून्य नसलेल्या इतर कोणत्याही पूर्णांक गुणाकाराचा दुसरा पूर्णांक गुणाकार घेतल्यास घडेल,
त्यामुळे येथे अधिक चिन्हासह आपल्याला मिळणारा एकमेव उपाय म्हणजे x समान वजा pi बाय तीन आहे आता आपण येथे ऋण चिन्हासह काय मिळते ते पाहू.
म्हणजे 2 x हे समीकरण 2 n pi उणे x वजा pi by 3 इतके असले पाहिजे आणि ते नंतर तीन x बरोबर दोन n pi अधिक pi अधिक तीन किंवा x समान दोन n pi अधिक तीन अधिक pi असे लिहिता येईल.
नऊ वर पुन्हा n बरोबर शून्याने सुरुवात करून आपल्याला x बरोबर pi बरोबर नऊ वर मिळेल जे अर्थातच अंतराल वजा pi ते अधिक pi बरोबर n च्या बरोबरीचे आहे आपल्याला x समान दोन pi बाय तीन अधिक pi बाय नऊ मिळेल आमच्यासाठी देखील एक वैध उपाय आहे कारण हे देखील मध्यांतर वजा pi दोन च्या संबंधित आहे अधिक pi पण आपण n सारखी मोठी मूल्ये n बरोबर दोन आणि अशीच घेतली तर आपल्याला मिळणारे मूल्य वजा pi ते अधिक pi मधील असणार नाही आणि म्हणून नकारात्मक बाजूने ती आपल्यासाठी वैध उपाय नाहीत.
n समान वजा एक तर आपल्याला x समान वजा दोन pi वर तीन अधिक pi बाय नऊ मिळेल आणि हे मूल्य अर्थातच अंतराल वजा pi दोन म्हणून वजा pi ते अधिक pi असे आहे परंतु जर आपण n समान वजा दोन घेतले तर ते मूल्य मध्यांतर वजा pi ते अधिक pi याच्याशी संबंधित असणार नाही
त्यामुळे ते समाधान एकटे नाही म्हणून येथे नकारात्मक चिन्हासह आपल्याला 3 वैध समाधाने मिळतात आणि सकारात्मक चिन्हासह सकारात्मक चिन्हासह आपल्याला फक्त एक समाधान मिळाले जे x उणे pi च्या समान होते.
दोन ने म्हणजे चौथा उपाय आहे
त्यामुळे या त्रिकोणमितीय समीकरणासाठी आपल्याला x चे चार भिन्न मूल्य समाधाने मिळतात
आणि मग आपल्याला आठवत असेल तर आपल्याला सर्व भिन्न समाधानांची बेरीज शोधण्यास सांगितले होते जेणेकरून आपण सर्व पाहू शकतो या उपायांपैकी प्रत्यक्षात वेगळे आहेत म्हणून त्यापैकी एकही दुसऱ्याच्या बरोबरीचा नाही आणि जेव्हा आपण त्यांची बेरीज घेतो तेव्हा आपल्याला जे मिळते ते अर्थातच हे आणि हे रद्द होईल आणि जेव्हा तुम्ही हे आणि हे आणि याला जोडले तेव्हा तीनने pi मिळेल पण त्यात जोडल्यावर आपल्याला शून्य देईल
त्यामुळे असे दिसून येते की या चारही भिन्न मूल्यांची बेरीज खरं तर शून्य इतकी आहे
त्यामुळे अंतिम उत्तर असे आहे की या समीकरणाच्या सर्व भिन्न सोल्यूशन्सची बेरीज जेथे s संचाशी संबंधित आहे शून्य जर आपण काही पावले मागे गेलो तर आपण दोन x च्या cos बरोबर x उणे pi वरील तीन सह cos ने सुरुवात केली आणि आम्ही म्हटले की या समीकरणाचे सर्वसाधारण समाधान असे आहे की दोन x दोन n pi बरोबर असणे आवश्यक आहे.
अधिक उणे x उणे pi बाय तीन आता काही विद्यार्थ्यांना आश्चर्य वाटेल की cos हे सम फंक्शन cos x उणे pi by 3 हे x खरेतर pi च्या cos by 3 उणे x बरोबर आहे पण जर आपण cos च्या cos ने सुरुवात केली तर दोन x समान पाई च्या cos बाय तीन वजा x आणि नंतर exac सोडवा आपण ज्या पद्धतीने केले आहे त्याप्रमाणे आपल्याला समान उपाय मिळणार आहेत आणि त्या प्रश्नाचे उत्तर अर्थातच होय असे आहे आणि ते असे आहे की जर आपण या समीकरणाने सुरुवात करू असे म्हटले तर x वजा pi 3 च्या ऐवजी आपण pi कडे 3 वजा x असेल तर पुन्हा तेच आहे कारण या समीकरणाचे सर्वसाधारण समाधान n pi अधिक वजा pi बाय तीन वजा x असे असेल पण हे पाहिल्यास येथे महत्त्वाची गोष्ट म्हणजे हे अधिक वजा आहे.
कारण येथे आपल्याकडे एक प्लस आहे
त्यामुळे प्लससह आपल्याला 2 n pi अधिक x वजा pi by 3 मिळेल जेव्हा आपण वजा घेतो तेव्हा आपल्याला 2 n pi वजा x वजा pi by 3 मिळतो पण प्रत्यक्षात असे असते तेव्हा आपण येथे वजा चिन्ह घेतो म्हणजे ही अभिव्यक्ती आपल्याला या प्रकरणात अधिक चिन्हासह जे मिळते त्याच्या बरोबर असते आणि त्याचप्रमाणे आपण येथे वजा चिन्हासह जे प्राप्त करतो ते आपल्याला येथे अधिक चिन्हासह मिळते त्या बरोबर असते.
या दोन्ही गोष्टी सारख्याच असणार आहेत आणि ते आपल्याला समान समाधान देणार आहेत n
त्यामुळे या व्याख्यानाचा शेवट होईल आणि पुढील लेक्चरमध्ये आम्ही अशाच आणखी काही समस्या करू, धन्यवाद