

त्रिकोणमितीय और व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए समस्या समाधान पर इस पहले सत्र में आपका स्वागत है, इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने उलटा त्रिकोणमितीय कार्यों पर अपनी चर्चा समाप्त की, हमने कुछ समस्याओं को हल किया, अगले दो व्याख्यान में मूल रूप से दोनों पर कुछ समस्याओं को हल किया जाएगा त्रिकोणमितीय और व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्य और उसके बाद त्रिभुजों के गुणों पर एक नया विषय शुरू होगा,

इसलिए यह पहली समस्या है

इसलिए अधिकांश समस्याएं जो हम

आज के व्याख्यान में चर्चा करेंगे और अगले व्याख्यान में अधिकांश समस्याएं होंगी जेई परीक्षा से हो तो इस समस्या में यह कहा जाता है कि एबी और सी सकारात्मक संख्याएं हैं और हमें तीन अलग-अलग मूल्यों के तन व्युत्क्रमों के योग का मूल्य खोजने के लिए कहा जाता है, इसलिए तुरंत ऐसा प्रतीत होता है कि हमें तन व्युत्क्रम x का उपयोग करना चाहिए प्लस टैन व्युत्क्रम y सूत्र तो हम पहले दो शब्दों को जोड़ने के साथ शुरू करेंगे और उससे पहले हम जो देखते हैं वह यह है कि ये तीनों वैल ues में एक प्लस बी प्लस सी एक सामान्य कारक के रूप में है और फिर हम यह भी कर सकते हैं कि हम वास्तव में अंश और हर दोनों में इस पहले वाले को वर्गमूल से गुणा कर सकते हैं,

इसलिए हम जो प्राप्त करने जा रहे हैं वह यह है कि यदि आप गुणा करते हैं एए के साथ वर्गमूल के अंदर अंश और हर दोनों बाहर आने जा रहे हैं और हम एबीसी के ऊपर ए प्लस बी प्लस सी के वर्गमूल में प्राप्त करने जा रहे हैं,

इसलिए पहला शब्द यह मात्रा है और दूसरे कार्यकाल के लिए तन व्युत्क्रम है हम इस चीज़ को b के वर्गमूल से गुणा करने जा रहे हैं, इसलिए अंश और हर दोनों हैं,

इसलिए हम अंत में दूसरे पद को टैन के रूप में प्राप्त करेंगे, जो कि a प्लस b प्लस c के वर्गमूल के b गुणा के व्युत्क्रमानुपाती होगा और फिर हम उपयोग करने का इरादा रखते हैं तन व्युत्क्रम x प्लस तन व्युत्क्रम y सूत्र और यह कुछ ऐसा है जिसे हमने पहले से ही पिछले व्याख्यान में शामिल किया है ताकि तन व्युत्क्रम x प्लस तन व्युत्क्रम y सूत्र के लिए तो मुझे बस यह याद रखना चाहिए कि यह मान इस पर निर्भर करेगा संकेतों पर x का चिन्ह और y का चिन्ह और उत्पाद xy के मूल्य पर भी सटीक होने के लिए इसे बराबर द्वारा दिया जाता है

इसलिए तीन मामले हैं

इसलिए पहला मामला यह है कि यदि x और y का गुणन एक से कम है तो उस स्थिति में यह 1 घटा xy से अधिक x जमा y के तन व्युत्क्रम के बराबर है और फिर अन्य मामले तब होते हैं जब x गुणा y एक के बराबर से बड़ा होता है

इसलिए दूसरा मामला xy एक के बराबर से बड़ा होता है और इसी तरह के लिए भी एक के बराबर से बड़ा xy दो उप मामले होते हैं इसलिए जब xy एक के बराबर से बड़ा होता है तो या तो x और y दोनों सकारात्मक होते हैं या वे दोनों नकारात्मक होते हैं

इसलिए यह दूसरा मामला है

इसलिए यदि हमारे पास यह है मामला तो मान दिया जाता है

इसलिए यह अभिव्यक्ति अभी भी बनी रहेगी

इसलिए यह x प्लस y का π प्लस टैन व्युत्क्रम 1 माइनस xy से अधिक होगा और तीसरा मामला तब होगा जब x उत्पाद xy एक के बराबर से अधिक हो लेकिन x और y दोनों ऋणात्मक हैं और उस स्थिति में व्यंजक ऋणात्मक π जमा \tan .

है एक्स प्लस वाई का व्युत्क्रम 1 माइनस xy से अधिक है

इसलिए अब हमें इस सूत्र का उपयोग करने के लिए हमारे पास इसके साथ है

इसलिए इस मामले में हम अपने मामले में अब इस अभिव्यक्ति का मूल्यांकन करना चाहेंगे ताकि हम यह कहें x है और यह y है और फिर हमें पहले x और y के गुणनफल को देखना होगा,

इसलिए x और y का गुणनफल a है b जमा c इसके ऊपर c हो जाएगा क्योंकि हमें एक बार b मिलेगा और फिर में भाजक हमारे पास एबीसी है

इसलिए एबी रह जाने जा रहा है और हर में जो बचा है वह केवल सी है और यह स्पष्ट रूप से एक से अधिक है क्योंकि यह दिया गया है कि एबी और सी सभी सकारात्मक हैं और

इसलिए इस मामले के लिए ऐसा है वह स्थिति जो अब हमारे लिए संतुष्ट हो जाती है क्योंकि यदि आप देखते हैं कि यह सकारात्मक है क्योंकि ab और $c1$ सकारात्मक हैं तो यह भी सकारात्मक है क्योंकि सभी ab और c सकारात्मक हैं प्लस x गुणा y एक से सख्ती से बड़ा है

इसलिए यह दूसरा मामला वह है जिसे हम के लिए अर्हता प्राप्त करें और

इसलिए टैन इनवर्स ए का ए गुणा ए प्लस बी प्लस सी ओवर एबीसी प्लस टैन बी का व्युत्क्रम टैन के वर्गमूल में व्युत्क्रम

इसलिए टैन ए का व्युत्क्रम ए प्लस बी प्लस सी ओवर एबीसी प्लस टैन बी का व्युत्क्रम वर्गमूल में ए प्लस बी प्लस सी ओवर एबीसी बराबर होने जा रहा है

इसलिए हम इस दूसरी अभिव्यक्ति को लेते हैं पीआई प्लस टैन एक्स प्लस वाई का उलटा

इसलिए एक्स प्लस वाई यह प्लस होने जा रहा है जिसे प्लस बी के रूप में वर्गमूल में लिखा जा सकता है ए प्लस बी प्लस सी ओवर एबीसी को एक माइनस xyx गुणा y से विभाजित किया जाता है या हम पहले ही देख चुके हैं कि यह ए प्लस बी प्लस सी ओवर सी के बराबर है और आगे सरलीकरण हमें पीआई प्लस टैन उलटा बंद देगा

इसलिए यह हर बनने जा रहा है

इसलिए सरलीकरण के बाद यह माइनस c बन जाएगा a प्लस b प्लस c के वर्गमूल में abc अब हम जानते हैं कि टैन व्युत्क्रम फ्रैक्शन एक विषम फ्रैक्शन है और

इसलिए ah माइनस x के x टैन व्युत्क्रम का टैन व्युत्क्रम

इसके लिए बराबर है माइनस x का कोई भी x टैन व्युत्क्रम के माइनस के बराबर होता है टैन एक्स का प्रतिलोम इसलिए यह वह परिणाम है जिसका हम यहां उपयोग करने जा रहे हैं और फिर हमें यह बराबर मिलता है पीआई माइनस टैन व्युत्क्रम सी में ए प्लस बी प्लस सी के वर्गमूल में एबीसी और

इसलिए यदि हम इस पर इस राशि को लेते हैं पक्ष में हम वास्तव में ये तीन पद प्राप्त करते हैं क्योंकि यह अंतिम पद यदि आप देखते हैं कि यह अंतिम पद इस पद के ठीक बराबर है और

इसलिए जब हम इस शब्द को दाहिने हाथ की ओर से बाईं ओर ले जाते हैं तो हमें जो मिलेगा वह यह है कि यह संपूर्ण योग पीआई के बराबर होगा ताकि पहली समस्या समाप्त हो जाए,

इसलिए यहां अगली समस्या है,

इसलिए इस समस्या में सभी मॉड एक्स के बराबर एक से कम के लिए हमें आह का सबसे छोटा और सबसे बड़ा मूल्य खोजने के लिए कहा जाता है, जो कि साइन उलटा है x से घात फोर प्लस ah प्लस कॉस व्युत्क्रम x से घात चार अब हम जानते हैं कि साइन इनवर्स x की एक रेंज है जो माइनस π बटा टू प्लस प्लस π बटा टू कॉस इनवर्स x इंटरवल ज़ीरो टू π से संबंधित है लेकिन हम यह भी जानते हैं परिणाम ज्ञात कीजिए कि किसी xs .

के लिए उच कि मॉड एक्स एक के बराबर से कम है, हम जानते हैं कि साइन इनवर्स एक्स प्लस कॉस व्युत्क्रम एक्स दो से अधिक पाई है, इसलिए यह सच है और हालांकि हमारे पास यहां चार की शक्तियां हैं, हम इस पहचान को किसी भी तरह से उपयोग करने में रुचि रखते हैं,

इसलिए यदि आप चाहते हैं उस पहचान का उपयोग करने के लिए हम इस अभिव्यक्ति को साइन इनवर्स x के बराबर 4 प्लस पीआई बटा 2 माइनस साइन इनवर्स x टू पावर फोर के रूप में लिख सकते हैं और इसे सरल बनाने के लिए हम कहते हैं कि आह थीटा साइन इनवर्स x के बराबर है और बेशक थीटा को अंतराल माइनस पीआई बटा टू प्लस पीआई बटा टू से संबंधित होना चाहिए जो कि साइन इनवर्स का रेंज सेट है और फिर यह पूरी एक्सप्रेशन थीटा के संदर्भ में बन जाती है जो कि थीटा से पावर 4 प्लस वाई माइनस पाई बाय 2 तो थीटा टू पावर फोर प्लस पीआई बाय टू माइनस थीटा टू पावर फोर तो हमें जो करने के लिए कहा जाता है वह सबसे बड़ा और सबसे छोटा मान खोजने के लिए है, तो मैं कहूंगा कि यह थीटा का एफ है तो तुरंत क्या दिमाग में आता है f थीटा का पहला व्युत्पन्न लेना है इसलिए एफ थीटा का पहला व्युत्पन्न चार थीटा क्यूब माइनस फोर इन पीआई बाय टू माइनस थीटा क्यूब होने जा रहा है,

इसलिए यह पहला व्युत्पन्न है और चरम बिंदुओं को खोजने के लिए हमें इसे शून्य के बराबर करना होगा,

इसलिए हमें जो समीकरण मिलता है वह है थीटा क्यूब माइनस पाई बटा टू माइनस थीटा क्यूब बराबर ज़ीरो या दूसरे शब्दों में थीटा क्यूब बराबर पाई बटा टू माइनस थीटा क्यूब अब चूंकि थीटा और पाई बटा टू माइनस थीटा असली हैं

इसलिए इस आह का एकमात्र समाधान केवल आह वास्तविक समाधान है इस विशेष समीकरण के लिए यह है कि थीटा पीआई बटा टू माइनस थीटा है जिसका अर्थ है कि थीटा में चार से अधिक पाई के बराबर एक चरम बिंदु है और क्योंकि ah x

इसलिए x का संबंधित मान π बटा चार की साइन होने वाला है जो अब एक से अधिक मूल दो है, लेकिन हमें यह देखना होगा कि क्या यह एक अधिकतम या एक न्यूनतम बिंदु है, क्या यह अधिकतम या न्यूनतम है जिसके लिए हमें थीटा के संबंध में इस फंक्शन f थीटा के लिए ah का दूसरा व्युत्पन्न लेना होगा।

तो आह का यह दूसरा व्युत्पन्न यहाँ एक सूक्ष्म बिंदु भी है जिसे हमें महसूस करना चाहिए कि हमें इस विशेष फंक्शन का अधिकतम न्यूनतम खोजने के लिए कहा जाता है,

लेकिन हमें x का मान ज्ञात करने के लिए नहीं कहा जाता है जिसके लिए अधिकतम या न्यूनतम प्राप्त होता है हमें केवल फंक्शन के मान को फंक्शन के अधिकतम या न्यूनतम मान को खोजने के लिए कहा जाता है क्योंकि यह मान इस फंक्शन के अधिकतम या न्यूनतम मान के समान होने वाला है,

इसलिए हमने बनाया है यह प्रतिस्थापन और अब केवल इस विशेष कार्य पर हमारा ध्यान केंद्रित करेगा,

इसलिए अब यह दूसरा व्युत्पन्न 12 गुना थीटा वर्ग और बारह गुना पीआई गुणा दो घटा थीटा वर्ग के बराबर होगा , जैसा कि आप देख सकते हैं कि शून्य से अधिक है और

इसलिए इसका मतलब है कि यह है निहित है कि थीटा बराबर पीआई बटा चार एक न्यूनतम बिंदु है

इसलिए यह एफ थीटा के लिए न्यूनतम है और दिलचस्प बात यह है कि यह झूठ बोलता है

इसलिए यह थीटा पीआई बटा चार अंतराल मील में झूठ बोलता है $nus \pi by two to plus \pi by two$

इसलिए हम निश्चित रूप से सुनिश्चित हैं कि

इसलिए थीटा के लिए f थीटा का न्यूनतम मान माइनस π से दो से प्लस π बटा टू है,

इसलिए यदि आपको याद है कि f थीटा यह फंक्शन था और

इसलिए अनिवार्य रूप से यह और यह थीटा पर पीआई बटा चार के बराबर है,

इसलिए मान स्वचालित रूप से दो गुना पीआई से चार की शक्ति से चार गुना हो जाता है जो कि पीआई से पावर फोर ओवर

इसलिए 4 से पावर 4 256 है

इसलिए यह 128 है।

तो यह है इसका न्यूनतम मान तो ज्या व्युत्क्रम का न्यूनतम मान x से घात फोर प्लस \cos व्युत्क्रम x से घात 4 है π से घात 4 बटा एक अट्टाईस अब मुश्किल भाग वास्तव में अधिकतम मान ज्ञात करना है और हम जानते हैं कि इस फंक्शन का कोई मैक्सिमा नहीं है, लेकिन फिर चूंकि इस फंक्शन का डोमेन माइनस पाई तक 2 से प्लस पीआई बटा 2 तक सीमित है, जो कि एक सीमित अंतराल परिमित लंबाई अंतराल है,

इसलिए जब तक थीटा प्रतिबंधित है तब तक कहीं न कहीं एक मैक्सिमा होना चाहिए।

इस सीमित अंतराल तक इसके लिए हमें वास्तव में पहले व्युत्पन्न को देखने का प्रयास करना होगा और देखें कि क्या हो रहा है, इसलिए यदि हम देखते हैं कि पहला व्युत्पन्न थीटा क्यू माइनस पीआई बटा 2 माइनस थीटा क्यू था तो अब यह यहां से स्पष्ट है कि जब भी ऐसा होता है चूंकि थीटा को देखें तो थीटा का मान माइनस पीआई बटा टू प्लस प्लस पाई ब टू टू के बीच है, इसलिए हमें पहले व्युत्पन्न के मूल्य की जांच करने की जरूरत है या थीटा के संबंध में एफ डैश थीटा के लिए एक ग्राफ प्लॉट करने की आवश्यकता है, हम जानते हैं कि केवल एक है वह स्थान जहां यह शून्य के बराबर है लेकिन इस अंतराल में थीटा के अन्य मूल्यों पर पहले व्युत्पन्न के मूल्य के बारे में क्या है,

तो यह स्पष्ट है कि जब थीटा पीआई से 2 घटा थीटा से अधिक है तो आइए हम थीटा के इस क्षेत्र पर विचार करें ताकि जब यह यह सच है कि इसका मतलब है कि जब यह सच है तो यह वास्तव में सकारात्मक या नकारात्मक द्वारा लिए गए मूल्यों पर निर्भर करता है, इसलिए थोड़ा ग्राफिकल प्लॉट वास्तव में यहां हमारी मदद करेगा, इसलिए यहां हमारे पास क्वैतिज अक्ष पर और ऊर्ध्वधर पर थीटा है ical अक्ष हम थीटा क्यू माइनस पीआई को दो माइनस थीटा क्यू से प्लॉट करने जा रहे हैं और हमारे पास थीटा है हमें माइनस पीआई बटा 2 और प्लस पीआई बटा 2 के बीच कहना है तो आइए हम कहते हैं कि यह आर पीआई बटा 2 है इसलिए यह पीआई बटा 4 है।

0 है यह चार बटा माइनस पाई है और यह दो बटा माइनस पीआई है इसलिए हम जानते हैं कि यह मान थीटा पर शून्य के बराबर पीआई बटा चार के बराबर है तो अब देखते हैं कि क्या होता है जब थीटा पीआई से चार और से अधिक होता है पाठ्यक्रम पीआई बटा 2 के बराबर से कम है जो कि यह क्षेत्र है इसलिए जब थीटा इन दो मूल्यों के बीच होता है तो थीटा और साथ ही पीआई बटा 2 माइनस थीटा सकारात्मक होते हैं और इस क्षेत्र में भी थीटा पीआई से 2 माइनस थीटा से अधिक होता है और

इसलिए यह पहला व्युत्पन्न होना चाहिए, पहला व्युत्पन्न होना चाहिए, इसलिए इस क्षेत्र में इस क्षेत्र में यह स्पष्ट है कि एफ डैश थीटा शून्य के बराबर से अधिक है, जिसका अर्थ है कि अगर लेकिन लेकिन क्योंकि यह आह घन है तो यह कुछ दिखाई देगा आह की तरह और चूंकि यह हमेशा सकारात्मक होता है इसलिए s ome मान इस तरह है तो यह r है तो यह है कि हम कहते हैं कि यह इस अंतराल में f डैश थीटा के लिए वक्र है और फिर आइए हम दूसरे अंतराल को देखें, जो कि मान लें कि थीटा pi के बराबर से कम है चार से अधिक लेकिन थीटा सकारात्मक है जब थीटा इस स्थिति को संतुष्ट कर रही है तो हमारे पास यह है कि थीटा पीआई से दो घटा थीटा से कम होगी, इसलिए जब थीटा इस क्षेत्र में है तो यह सच है और

इसलिए अब दोनों थीटा भी सकारात्मक है और 2 से पीआई माइनस थीटा भी पॉजिटिव है और थीटा पीआई से 2 माइनस थीटा है जब हम इस क्षेत्र में हैं तो क्या होगा कि यह इस पहले व्युत्पन्न का मूल्य नकारात्मक होने वाला है क्योंकि थीटा से कम है पाई बाई 2 माइनस थीटा और दोनों थीटा और पीआई बाई 2 माइनस थीटा पॉजिटिव हैं

इसलिए यह नेगेटिव होगा जिसका मतलब है कि एफ डैश थीटा हमें यहाँ कहीं कुछ ऐसा कहने देंगे, इसलिए हमारे पास एफ डैश थीटा इस अंतराल में नकारात्मक है और फिर इसी तरह हमें दूसरे पर विचार करना होगा हमें थीटा के नकारात्मक मूल्यों पर विचार करना होगा, इसलिए जब थीटा शून्य के बराबर से कम है, तो जब थीटा नकारात्मक है तो हम देखते हैं कि आह थीटा क्यू नकारात्मक होने वाला है, इसलिए जब थीटा नकारात्मक थीटा क्यू है यह भी ऋणात्मक है और जो हम देखते हैं वह यह है कि pi बटा 2 घटा थीटा एक धनात्मक मान होगा और

इसलिए pi बटा 2 घटा थीटा q धनात्मक होगा, लेकिन क्योंकि यहां एक ऋणात्मक चिह्न है माइनस pi बटा दो घटा थीटा घन भी जा रहा है नकारात्मक हो और

इसलिए जब थीटा शून्य के बराबर से कम है तो पहला व्युत्पन्न एफ डैश थीटा भी फिर से नकारात्मक होने जा रहा है, इसलिए अगर मुझे इसे और प्लॉट करना है तो मुझे इसे अनिवार्य रूप से दोहराने दें, यह वक्र अभी भी नकारात्मक होगा जैसे कुछ ऐसा इसलिए है कि ग्राफ सटीक नहीं है जो यहां अधिक महत्वपूर्ण है कि क्या एफ डैश थीटा सकारात्मक या नकारात्मक है, इसलिए पिछली स्लाइड पर चर्चा को संक्षेप में प्रस्तुत करने के लिए हमने जो पाया है वह यह है कि जब थीटा जीआर होता है ईटर से पीआई बटा 4 के बराबर और पीआई बटा 2 के बराबर से कम हमारे पास पहला व्युत्पन्न सकारात्मक के रूप में है और जब थीटा पीआई बटा 4 से कम और माइनस पीआई बटा 2 से अधिक है तो पहला व्युत्पन्न नकारात्मक है

इसलिए से यह हम वास्तव में अगर हम इस से थे और निश्चित रूप से हम जानते हैं कि आह पर थीटा बराबर पीआई बटा चार व्युत्पन्न शून्य के बराबर है

इसलिए हम लगभग आह एफ थीटा के ग्राफ को प्लॉट कर सकते हैं

इसलिए हमारे पास थीटा है

इसलिए हमारे पास है पाई बटा 2 घटा पीआई बटा 2 और

इसलिए यह पीआई बटा 4 है यह माइनस पीआई बटा 4 है।

तो क्या होने जा रहा है कि न्यूनतम मान जैसा कि हमने देखा है पीआई से घात 4 बटा 128 आठ है तो चलिए इस मान को कहते हैं यहाँ pi से घात 4 बटा अट्टाईस है और वह न्यूनतम मान pi ब 4 पर प्राप्त होता है अब हम जानते हैं कि इस अंतराल में f डैश थीटा धनात्मक है और

इसलिए f थीटा इस अंतराल में नीरस रूप से वृद्धि करेगा

इसलिए यह कुछ ऐसा हो सकता है और फिर इस अंतराल में माइनस pi b .

से y दो से pi बटा चार हम जानते हैं कि यह ऋणात्मक है जिसका अर्थ है कि यह घट रहा होगा यहाँ से शुरू होकर मान इस तरह

घट रहा होगा कृपया ध्यान दें कि ये सटीक मान नहीं हैं ये केवल सांकेतिक मान हैं ठीक है बस आपको यह समझाने के लिए कि फ्रंक्शन पहले से घट रहा है और यह मोनोटोनिक घट जाता है क्योंकि इस पूरी श्रृंखला में व्युत्पन्न पहला व्युत्पन्न ऋणात्मक है इसलिए यह मोनोटोनिक कम हो जाता है इसलिए यह पहले माइनस पीआई से दो से प्लस पीआई से चार तक और फिर पीआई से चार से प्लस पीआई तक कम हो जाता है। दो से यह नीरस रूप से बढ़ता है इसलिए ग्राफ के कुछ इस तरह होने की उम्मीद है कृपया ध्यान दें कि यह एक सटीक ग्राफ नहीं है और पिछली स्लाइड में भी कृपया ध्यान दें कि यह एक सटीक ग्राफ नहीं है यह सिर्फ चित्रण के लिए था और वैसे भी क्या इस समस्या में हमारे लिए सबसे महत्वपूर्ण उन क्षेत्रों को जानना है जहां व्युत्पन्न सकारात्मक है और जहां यह नकारात्मक है, इसलिए इससे यह स्पष्ट है कि न्यूनतम $\pi/4$ से पीआई पर है, लेकिन फिर हम स्पष्ट रूप से देखते हैं कि इस अंतराल में अधिकतम एफ थीटा या तो यह मान या यह मान होगा और इसलिए हमें इन दो मूल्यों की गणना करने और उनकी तुलना करने की आवश्यकता है ताकि अनिवार्य रूप से हमारे पास क्या हो अब क्या करें f' थीटा का मान ज्ञात करना है जो कि थीटा फोर प्लस पीआई बटा टू माइनस थीटा टू पावर फोर दोनों अंत बिंदुओं पर है, इसलिए थीटा का मान माइनस पीआई बटा टू के बराबर होगा पीआई टू पावर फोर बाय सोलह प्लस और यह $\pi/4$ से घात चार होगा दो से अधिक $\pi/4$ पर मान केवल $\pi/4$ से घात $\pi/4$ से घात चार बटा सोलह होगा तो स्पष्ट रूप से यह बड़ा मान है और इसलिए ज्या का अधिकतम मान प्रतिलोम x से घात चार तक प्लस कॉस इनवर्स एक्स टू पावर फोर बराबर पाई फोर बटा सोलह जमा पीआई फोर वेल है जो वास्तव में पीआई फोर गुणा सत्रह बटा सोलह है इसलिए यह अधिकतम मान है और न्यूनतम मान पीआई से पावर फोर बटा एक अट्टाईस है तो यह \sec^{-1} का हल पूरा करता है दूसरी समस्या एक और बहुत ही दिलचस्प समस्या है जो हमें इस विशेष त्रिकोणमितीय समीकरण के समाधान की संख्या खोजने के लिए कह रही है, लेकिन केवल तभी जब x अंतराल को लाइन करने के लिए विवश है माइनस टू पाई टू प्लस टू पाई इसलिए कई बार हमें इसका उपयोग करना होगा ग्राफिकल तकनीक आह क्योंकि यह ठीक से हल करना और उन बिंदुओं को ढूंढना संभव नहीं है जहां यह बाएं हाथ की ओर और दाहिने हाथ की तरफ बराबर है, इसलिए यह एक ऐसा उदाहरण है तो आइए हम इस समस्या को हल करने के तरीके को हल करने जा रहे हैं कि हम जा रहे हैं वास्तव में इस विशेष फ्रंक्शन को समझने और गणना करने के लिए, इसलिए हम साइन एक्स के साइन व्युत्क्रम के साथ शुरू करेंगे और देखेंगे कि यह कैसा दिखता है जब एक्स यहां इस अंतराल के लिए विवश है और यह बहुत मुश्किल नहीं है क्योंकि तो आइए हम कहते हैं कि साइन उलटा साइन x का y के बराबर है इसलिए निश्चित रूप से y का यह मान साइन इनवर्स फ्रंक्शन के रेंज सेट से संबंधित होना चाहिए जो कि माइनस $\pi/2$ बटा $\pi/2$ है लेकिन हमें इस y को शब्दों में व्यक्त करने की आवश्यकता है यहाँ से हमारा अंतिम लक्ष्य यही होगा, यदि हम दोनों पक्षों पर साइन फ्रंक्शन को लागू करते हैं, तो हमें साइन x , y की साइन के बराबर होता है, इसलिए अब हम इसे कई क्षेत्रों में विभाजित करते हैं। पहला क्षेत्र तब है जब x मान लें कि माइनस $\pi/2$ बटा टू प्लस $\pi/2$ बटा टू के बीच है, इसलिए जब x इस अंतराल में माइनस $\pi/2$ बटा टू प्लस प्लस $\pi/2$ बटा टू है तो हम जानते हैं कि यदि हम इस अंतराल तक सीमित हैं तो x की साइन एक मोनोटोनिक है कार्य करता है और इसलिए यदि $\sin x$, साइन y के बराबर है, तो यह सत्य होना चाहिए कि यह y , x के बराबर है क्योंकि याद रखें कि y पहले से ही ऋणात्मक $\pi/2$ बटा टू जमा $\pi/2$ बटा टू से संबंधित है, इसलिए यदि x इस अंतराल में है तो $\sin x$ विलोम है $\sin x$ बराबर x है और यह हम पिछले व्याख्याओं में पहले ही कई बार देख चुके हैं, अगला अंतराल x है, $\pi/2$ बटा $\pi/2$ से बड़ा है और यह $3\pi/2$ बटा $\pi/2$ से कम है। तो जाहिर है जब x इसमें है ज्या x का अन्तराल ज्या प्रतिलोम x के बराबर नहीं हो सकता क्योंकि ज्या x का ज्या प्रतिलोम s इस अंतराल से संबंधित है जबकि x उस अंतराल से संबंधित नहीं है, लेकिन इस अंतराल के लिए हम जो देखते हैं वह यह है कि यदि x इस अंतराल से संबंधित है तो $\pi/2$ घटा x साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित होगा जो कि यह सेट है और आगे हम जानते हैं कि $\pi/2$ माइनस x की साइन, x की साइन के बराबर है, जो पहले से ही y की साइन के बराबर है, इसलिए हमारे पास यहाँ यह है कि $\pi/2$ माइनस x की साइन साइन y और $\pi/2$ के बराबर है, इसलिए y पहले से ही माइनस से संबंधित है। $\pi/2$ बटा दो से जोड़ $\pi/2$ बटा दो $\pi/2$ घटा x भी इसी अंतराल से संबंधित है और इसलिए यह सच होना चाहिए कि $\pi/2$ घटा x , y के बराबर है, इसलिए यहां से जो अर्थ निकलता है वह यह है कि $\pi/2$ घटा x , y के बराबर है जिसका अर्थ है कि तो दूसरे मामले के लिए तो दूसरे मामले के लिए जो x के बराबर $\pi/2$ के बराबर और दो से तीन $\pi/2$ के बराबर से कम है, हमारे पास यह है कि $\pi/2$ घटा x y है जो साइन x का साइन व्युत्क्रम है इसलिए साइन व्युत्क्रम साइन एक्स पीआई माइनस एक्स है यदि एक्स इस अंतराल से संबंधित है इसी तरह यदि एक्स तीन पीआई के बराबर से अधिक है दो से कम पांच पीआई दो से कम है तो फिर से इसी तरह से आह के बाद से हम जानते हैं कि अगर एक्स इस अंतराल में है तो एक्स माइनस 2π पीआई फिर से साइन के रेंज सेट से संबंधित होने जा रहा है व्युत्क्रम और क्योंकि हम सिर्फ एक्स को 2π पीआई से स्थानांतरित कर रहे हैं, यह स्पष्ट है कि एक्स माइनस 2π पीआई की साइन साइन एक्स के बराबर है जो कि साइन वार्ड है

इसलिए यहां हमारे पास एक्स माइनस 2 पीआई साइन वाई और दोनों एक्स माइनस 2 पीआई की साइन है।

और y साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है जो माइनस पीआई बटा टू प्लस प्लस पाई बटा टू है तो यह सच होना चाहिए कि वाई एक्स माइनस टू पाई के बराबर है और इसी तरह के एच के लिए इसी तरह का तर्क दिया जा सकता है नकारात्मक x और इस सारे प्रयास के बाद हम जो प्राप्त करने जा रहे हैं, वह यह है कि x के लिए शून्य से पांच पीआई बटा दो और प्लस पांच पीआई बटा दो के बीच यह है कि साइन एक्स का साइन व्युत्क्रम कैसा दिखने वाला है और फिर हम इसे ठीक इसी पर प्लॉट करते हैं

इसलिए यहां हम प्लॉट करते हैं

इसलिए हमारे पास एक ही प्लॉट में तीन अलग-अलग वक्र हैं,

इसलिए क्षैतिज अक्ष फिर से है πx और हमें खुद को अंतराल माइनस टू पाई से प्लस टू π तक सीमित करना होगा और ऐसा इसलिए है क्योंकि आह से इस प्रश्न में पूछा गया था कि इस अंतराल तक सीमित x के लिए इस समीकरण के कितने समाधान हैं,

इसलिए मैं नीले वक्र में यहाँ साइन x के साइन व्युत्क्रम के लिए है,

इसलिए यहाँ नीला वक्र है और फिर साइन उलटा साइन x का मॉड लाल रंग में दिखाई गई बिंदीदार आह रेखा के साथ प्लॉट किया गया है और यह प्लॉट करना बहुत आसान है क्योंकि जब जब भी नीला रेखा धनात्मक ऊपरी आधे भाग पर है, लाल रेखा बिल्कुल वैसी ही होने वाली है, लेकिन जब नीली रेखा ऋणात्मक आधे पर होती है, तो लाल रेखा केवल x अक्ष के बारे में एक दर्पण छवि होने वाली होती है,

इसलिए हमें मॉड मिलता है साइन व्युत्क्रम ज्या x का और फिर चूँकि हमें

अलग-अलग बिंदुओं x के हलों की संख्या या संख्या ज्ञात करनी थी, जैसे कि साइन व्युत्क्रम ज्या x का मोड $\cos x$ के बराबर है,

इसलिए हमें $\cos x$ के लिए π ग्राफ भी प्लॉट करना होगा।

काला तो यह काला वक्र यहाँ \cos .

के लिए है s और यह बहुत स्पष्ट है कि अब हमें अंततः यह पता लगाना है कि आह वे स्थान हैं जहाँ लाल बिंदीदार वक्र और नीला और काला वक्र प्रतिच्छेद कर रहे हैं

इसलिए पहला स्थान यहाँ है और फिर दूसरा स्थान यहाँ है और फिर तुरंत हमें यहाँ पर एक और बिंदु मिलता है और फिर हमें यहाँ पर अंतिम बिंदु मिलता है

इसलिए हम दो π π घटा दो π से आगे नहीं जाते हैं क्योंकि हमें खुद को माइनस टू π से प्लस टू तक सीमित रखना है पाई तो हम देखते हैं कि चार अलग-अलग समाधान हैं जहां ये दोनों वक्र मिलेंगे और

इसलिए साइन इनवर्स साइन एक्स के समीकरण मोड के लिए कॉस एक्स के बराबर समाधान की संख्या चार है ताकि तीसरी समस्या भी हल हो जाए,

इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि कई बार हमें ग्राफिकल विधियों का भी उपयोग करना पड़ता है ताकि इस विशेष प्रश्न से एक लिया जा सके,

इसलिए यहां एक और दिलचस्प समस्या है और यह पिछली जेई परीक्षाओं में से एक समस्या भी है,

इसलिए यह कहता है कि चलो एस बनें और

इसलिए हम अनिवार्य रूप से अपने एक्स को खुले अंतराल माइनस पीआई से प्लस पीआई तक सीमित कर रहे हैं और एक्स को मान 0 और प्लस पीआई को 2 और माइनस पीआई को 2 से लेने की अनुमति नहीं है और फिर हमारे पास यहां एक त्रिकोणमितीय समीकरण है और हम इस त्रिकोणमितीय समीकरणों के सभी अलग-अलग समाधानों का योग खोजने के लिए कहा जाता है,

इसलिए स्पष्ट रूप से हमें पहले इस त्रिकोणमितीय समीकरण को हल करना होगा और फिर सभी अलग-अलग समाधानों का योग लेना होगा,

इसलिए अलग शब्द भी बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि कभी-कभी हमें दोहरी जड़ें मिल सकती हैं

और

इसलिए मूल रूप से एक ही एक्स के दो मान

इसलिए शुरू करते हैं कि मूल रूप से हमारे पास मूल रूप से रूट 3 सेकेंड एक्स प्लस कोसेकेंट एक्स प्लस 2 गुना है,

इसलिए यह त्रिकोणमितीय समीकरण है और यह निश्चित रूप से रूट 3 ओवर कॉस एक्स प्लस 1 साइन एक्स प्लस 2 गुना साइन है एक्स बाय कॉस एक्स माइनस कॉस एक्स बटा साइन एक्स अब शून्य के बराबर है क्योंकि यह उल्लेख किया गया था कि एक्स प्लस माइनस पीआई बटा दो और शून्य भी नहीं हो सकता है और एक्स भी प्लस या माइनस पीआई के बराबर नहीं हो सकता है

इसलिए एक्स

इसलिए चूँकि $x = 0$ नहीं हो सकता है और न ही यह प्लस माइनस π हो सकता है,

इसलिए यह स्पष्ट है कि s चिह्न x से संबंधित सभी x के लिए, शून्य के बराबर नहीं है, क्योंकि x सेट से संबंधित सभी x के लिए प्लस माइनस π बटा टू के बराबर नहीं है।

$s \cos x$ भी शून्य के बराबर नहीं है और

इसलिए उनका उत्पाद भी शून्य के बराबर नहीं है

इसलिए हम जानते हैं कि यदि x सभी के लिए है यदि $x = s$ से संबंधित है तो $\sin x$ गुणा $\cos x$ शून्य नहीं है और

इसलिए अब यदि हम दोनों को गुणा करते हैं साइन एक्स कॉस एक्स के साथ इस समीकरण के पक्ष जो हमें अंत में मिलते हैं वह यह है

कि रूट थ्री साइन एक्स प्लस कॉस एक्स प्लस टू गुना साइन स्क्वायर एक्स माइनस कॉस स्क्वायर एक्स शून्य के बराबर है और इन शर्तों को थोड़ा सा पुनर्व्यवस्थित करने से हमें रूट मिलेगा 3 बटा 2 साइन एक्स प्लस हाफ कॉस एक्स बराबर है

इसलिए इसे हम दाहिने हाथ की ओर ले जाते हैं यह कॉस स्क्वायर एक्स माइनस साइन स्क्वायर एक्स बन जाता है और हम जानते हैं कि

कॉस स्क्वायर एक्स माइनस साइन स्क्वायर एक्स दो एक्स का कॉस है और यह आह ऐसा प्रतीत होता है कि कॉस ए कॉस बी प्लस साइन ए पाप बी है,

इसलिए हम इसे कॉस एक्स इंट के रूप में लिख सकते हैं $0 \cos \pi$ बटा श्री प्लस $\sin x$ गुणा $\sin \pi$ बटा तीन बराबर \cos of दो x लेकिन $\cos a \cos b$ plus $\sin a \sin b$ $\cos a$ माइनस b है और इसलिए हमें जो मिलता है वह x माइनस π बटा श्री बटा \cos के बराबर होता है दो x तो x इस समीकरण को संतुष्ट करेगा यदि और केवल यदि यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है जब तक कि xx इसे आगे ले जाने वाले अंतराल तक सीमित है और यहां हम अनिवार्य रूप से कुछ ऐसा उपयोग करने जा रहे हैं जिसे हम पहले ही देख चुके हैं जब हम त्रिकोणमितीय समीकरणों पर चर्चा कर रहे थे।

इसलिए यदि आपको याद है कि हमने कहा था कि यदि $\cos x, \cos y$ के बराबर है, तो यह सच होना चाहिए कि x, y के बराबर है,

इसलिए क्षमा करें x कुछ पूर्णांक n के लिए दो $n \pi$ प्लस माइनस y के बराबर है,

इसलिए यह हमारे किसी एक से है पिछले व्याख्यान और हमारे यहां जो है वह यह है कि x घटा π बटा तीन का \cos दो x के \cos के बराबर है,

इसलिए अनिवार्य रूप से इसका मतलब यह है कि यह दो x बराबर होना चाहिए मेरा मतलब है कि हम इसे किसी भी तरह से लिख सकते हैं ताकि हम भी लिख सकें यह इस तरह है तो यह वही है जो सच होना चाहिए

इसलिए अनिवार्य रूप से आह हम क्या हैं यहाँ करना आह है हम इस समीकरण का उपयोग कर रहे हैं और हम इसे इस समीकरण में अपने y के रूप में ले रहे हैं

और यह हम इसे इस x के रूप में ले रहे हैं

इसलिए यदि हम इस पहचान का उपयोग करते हैं तो यह वही है जो हमें प्राप्त होता है यदि $\cos x$ माइनस π बटा श्री, दो x के \cos के बराबर है, तो यह सच होना चाहिए कि $2x$ बराबर दो $n \pi$ प्लस माइनस π बटा श्री है लेकिन यहां n एक पूर्णांक होना चाहिए,

इसलिए यदि हम पहले प्लस के साथ शुरू करते हैं यहां साइन इन करें कि हमें जो मिलता है वह है दो x होना चाहिए दो $n \pi$ प्लस x घटा π तीन से अधिक जिसका अर्थ है कि x का होना चाहिए फॉर्म का होना चाहिए दो $n \pi$ घटा π तीन से अधिक लेकिन याद रखें कि आह हमें केवल x से x के मान की अनुमति है केवल अंतराल माइनस पीआई से प्लस पीआई से संबंधित है और इसलिए n के सभी मान अनुमेय नहीं हो सकते हैं,

इसलिए यदि हम n को 0 के बराबर लेते हैं तो x का मान जो हमें मिलता है वह माइनस π बटा 3 है जो निश्चित रूप से अंतराल माइनस π से संबंधित है प्लस पीआई लेकिन अगर हम n का कोई अन्य मान लेते हैं तो किसी अन्य पूर्णांक मान जैसे 1 तो x का मान टोपी हमें 1 के बराबर n के साथ मिलती है 2π घटा π बटा 3 है और यह मान निश्चित रूप से अंतराल में नहीं है

इसलिए यह अंतराल माइनस π प्लस π से संबंधित नहीं है

इसलिए यह हमारे लिए एक मान्य समाधान नहीं है और एक ही बात है ऐसा होगा यदि हम किसी अन्य पूर्णांक गुणज का कोई अन्य पूर्णांक गुणज लेते हैं जो शून्य नहीं है तो यहां प्लस चिह्न के साथ एकमात्र समाधान जो हमें मिलता है वह है x बराबर माइनस π बटा तीन अब देखते हैं कि हमें यहां ऋणात्मक चिह्न के साथ क्या मिलता है ताकि समीकरण $2x$ बराबर $2n \pi$ घटा x घटा π बटा 3 हो और जिसे तीन x बराबर दो $n \pi$ जोड़ π तीन से अधिक या x बराबर दो $n \pi$ बटा तीन जोड़ π के बराबर लिखा जा सके नौ से अधिक फिर से n के बराबर शून्य से शुरू होने पर हमें x बराबर π बटा नौ मिलता है जो निश्चित रूप से अंतराल माइनस π से जमा π के साथ n बराबर एक से संबंधित है हमें x बराबर दो π बटा तीन जमा π बटा नौ मिलता है

इसलिए यह हमारे लिए भी एक मान्य समाधान है क्योंकि यह भी अंतराल माइनस पीआई टू के अंतर्गत आता है प्लस पीआई लेकिन हम अगर हम n के बड़े मान लेते हैं जैसे n दो के बराबर और इसी तरह से हमें जो मूल्य मिलता है वह माइनस पीआई से प्लस पीआई से संबंधित नहीं होगा और

इसलिए यदि हम लेते हैं तो नकारात्मक पक्ष पर वे हमारे लिए मान्य समाधान नहीं हैं n बराबर माइनस वन तो हमें x बराबर माइनस टू पाई बटा श्री प्लस पाई बटा नौ मिलता है और पाठ्यक्रम का यह मान इंटरवल माइनस पीआई टू सो माइनस पीआई से प्लस पीआई का है लेकिन अगर हम n के बराबर माइनस टू लेते हैं तो वह वैल्यू अंतराल माइनस पीआई से प्लस पीआई से संबंधित नहीं होगा ताकि समाधान अकेला न हो

इसलिए यहां नकारात्मक चिह्न के साथ हमें 3 वैध समाधान मिलते हैं और सकारात्मक चिह्न के साथ सकारात्मक संकेत के साथ हमें केवल एक समाधान मिला है जो x बराबर माइनस पीआई था दो से तो यह चौथा समाधान है

इसलिए पूरी तरह से हमें इस त्रिकोणमितीय समीकरण के लिए x के चार अलग-अलग मान समाधान मिलते हैं

और फिर हम थे यदि आपको याद है कि हमें वास्तव में सभी विशिष्ट समाधानों का योग खोजने के लिए कहा गया था ताकि हम सभी देख सकें इन समाधानों में से वास्तव में अलग हैं

इसलिए उनमें से कोई भी दूसरे के बराबर नहीं है और जब हम उनका योग लेते हैं तो हमें जो मिलता है वह निश्चित रूप से यह है और यह रद्द हो जाएगा और जब आप इसे और यह जोड़ते हैं और यह तीन से पीआई प्राप्त करेगा लेकिन जब इसमें जोड़ा जाएगा हमें शून्य देगा तो यह पता चलता है कि इन सभी चार अलग-अलग मानों का योग वास्तव में शून्य के बराबर है,

इसलिए अंतिम उत्तर यह है कि इस समीकरण के सभी विशिष्ट समाधानों का योग जहां समाधान सेट से संबंधित हैं, के बराबर है शून्य यदि हम कुछ कदम पीछे जाते हैं तो हमने दो x के \cos के बराबर x घटा π का तीन बटा \cos के साथ शुरू किया और हमने कहा कि इस समीकरण का सामान्य समाधान इस रूप का है कि दो x दो $n \pi$ के बराबर होना चाहिए प्लस माइनस एक्स माइनस पीआई बटा श्री अब कुछ छात्र आह सोच सकते हैं कि चूंकि कॉस एक सम फंक्शन है, कॉस एक्स माइनस पीआई बटा 3 है एक्स वास्तव में पीआई के कॉस बटा 3 माइनस एक्स के बराबर है, लेकिन अगर हम कॉस के साथ शुरू करते हैं दो x बराबर π के \cos बटा तीन घटा x और फिर इसे हल करें जिस तरह से हमने किया, क्या हमें समाधान का एक ही सेट मिलने वाला है और उस प्रश्न का उत्तर निश्चित

रूप से हां है और ऐसा

इसलिए है क्योंकि अगर हम कहते हैं कि इस समीकरण से शुरू करें तो x माइनस पीआई बटा 3 के बजाय हम पाई बाई 3 माइनस एक्स है तो फिर से वही है क्योंकि इस समीकरण का सामान्य हल भी $n \pi$ प्लस माइनस π बटा श्री माइनस x के रूप का होगा, लेकिन अगर हम इसे देखते हैं तो यहां देखने के लिए महत्वपूर्ण बात यह है कि यह प्लस माइनस है तो क्योंकि हमारे पास यहां एक प्लस है इसलिए प्लस के साथ हमें जो मिलेगा वह है 2 एन पीआई प्लस एक्स माइनस पीआई 3 बटा जब हम माइनस लेते हैं तो हमें 2 एन पीआई माइनस एक्स माइनस पीआई बटा 3 मिलता है लेकिन वास्तव में ऐसा कब होता है हम यहाँ ऋण चिह्न लेते हैं अर्थात व्यंजक ठीक वैसा ही है जैसा हमें इस मामले में धन चिह्न के साथ मिलता है और इसी तरह हमें यहाँ ऋण चिह्न के साथ जो मिलता है वह ठीक वैसा ही है जैसा हमें यहाँ धन चिह्न के साथ मिलता है,

इसलिए ऐसा क्यों है ये दोनों चीजें समान होने वाली हैं, वे हमें एक ही समाधान देने जा रहे हैं इसी के साथ हम इस व्याख्यान को समाप्त करेंगे और अगले व्याख्यान में हम इसी तरह की कुछ और समस्याएँ करेंगे धन्यवाद