

તેથી ત્રિકોણમિતિ અને વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિષયો માટે સમસ્યા હલ કરવાના આ પ્રથમ સત્રમાં આપનું સ્વાગત છે તેથી છેલ્લા લેક્ચરમાં અમે વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ ફંક્શન્સ પરની અમારી ચર્ચા પૂરી કરી અમે કેટલીક સમસ્યાઓનું નિરાકરણ પણ કર્યું અને આગામી બે લેક્ચરમાં મૂળભૂત રીતે બંને પર કેટલીક સમસ્યાઓનું નિરાકરણ કરવામાં આવશે.

ત્રિકોણમિતિ અને વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિષયો અને ત્યારબાદ ત્રિકોણના ગુણધર્મો પર એક નવો વિષય શરૂ કરવામાં આવશે

તેથી આ પ્રથમ સમસ્યા છે

તેથી મોટાભાગની સમસ્યાઓ જે આપણે કરીશું તેમાંથી મોટાભાગની સમસ્યાઓ આપણે આજના વ્યાખ્યાનમાં અને આગામી વ્યાખ્યાનમાં ચર્ચા કરીશું.

je પરીક્ષામાંથી હોઈએ

તેથી આ સમસ્યામાં એવું કહેવાય છે કે  $ab$  અને  $c$  ધન સંખ્યાઓ છે અને અમને ત્રણ અલગ-અલગ મૂલ્યોના ટેન વ્યુલ્કમોના સરવાળાનું મૂલ્ય શોધવાનું કહેવામાં આવે છે,

તેથી તરત જ એવું જણાય છે કે આપણે  $\tan^{-1} x$  નો ઉપયોગ કરવો જોઈએ.

વત્તા  $\tan^{-1} y$  ફોર્મ્યુલા

તેથી આપણે પ્રથમ બે પદો ઉમેરીને શરૂઆત કરીશું અને તે પહેલાં આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે કે આ ત્રણેય  $\tan^{-1}$  પાસે એક સામાન્ય પરિબળ તરીકે વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  છે અને પછી આપણે શું કરી શકીએ તે એ છે કે આપણે ખરેખર આ પ્રથમને અંશ અને છેદ બંનેના વર્ગમૂળ વડે ગુણાકાર કરી શકીએ

છીએ

તેથી જો તમે ગુણાકાર કરો તો આપણને શું મળશે  $aa$  સાથેના વર્ગમૂળની અંદરના અંશ અને છેદ બંને બહાર આવવાના છે અને આપણે  $a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ના વર્ગમૂળ પર  $abc$  મેળવવા જઈ રહ્યા છીએ,

તેથી પ્રથમ પદ એ આ જથ્થા વત્તા તન બીજા પદ માટે વિપરિત છે.

આપણે આ વસ્તુને  $b$  ના વર્ગમૂળ વડે ગુણાકાર કરવા જઈ રહ્યા છીએ જેથી અંશ અને છેદ બંને થાય

તેથી આપણને બીજો મુદત એબીસી ઉપર

$a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ના વર્ગમૂળના  $b$  ગુણ્યા વર્ગમૂળના વ્યુલ્કમ તરીકે મળશે

અને પછી અમે તેનો ઉપયોગ કરવાનો ઈરાદો રાખીએ છીએ.

$\tan^{-1} x$  વત્તા  $\tan^{-1} y$  ફોર્મ્યુલા અને તે એવી વસ્તુ છે જે આપણે અગાઉના લેક્ચરમાં પહેલાથી જ આવરી લીધી છે

તેથી  $\tan^{-1} x$  plus  $\tan^{-1} y$  ફોર્મ્યુલા માટે,

તેથી મને યાદ કરવા દો કે

તેથી આ મૂલ્ય તેના પર નિર્ભર રહેશે આ ચિહ્નો પર  $x$  ની નિશાની અને  $y$  ની નિશાની અને ઉત્પાદન  $xy$  ની કિંમત પર પણ

તેથી ચોક્કસ હોવા માટે તે બરાબર દ્વારા આપવામાં આવે છે

તેથી ત્રણ કેસ છે

તેથી પ્રથમ કેસ એ છે કે જો  $x$  અને  $y$  નું ઉત્પાદન એક કરતા ઓછું હોય

તેથી તે કિસ્સામાં આ  $1$  ઓછા  $xy$  કરતાં  $x$  વત્તા  $y$  ના તન વ્યુલ્કમ સમાન છે અને પછી અન્ય કિસ્સાઓ એવા છે જ્યારે  $x$  માં  $y$  એક કરતા વધારે છે

તેથી અન્ય કેસ  $xy$  સમાન એક કરતા મોટો છે અને

તેથી પણ  $xy$  એક કરતા મોટો હોય ત્યાં બે પેટા કેસ હોય છે

તેથી જ્યારે  $xy$  એક કરતા મોટો હોય ત્યારે  $x$  અને  $y$  બંને સકારાત્મક હોય અથવા બંને ઋણ હોય

તેથી આ છે

તેથી આ બીજો કેસ છે

તેથી જો આપણી પાસે આ હોય તો કેસ પછી મૂલ્ય આપવામાં આવે છે

તેથી આ અભિવ્યક્તિ હજી પણ રહેશે

તેથી તે  $x$  વત્તા  $y$  નું  $\pi$  વત્તા  $\tan^{-1}$  વ્યુલ્કમ  $1$  ઓછા  $xy$  પર હશે અને ત્રીજો કેસ તે છે જ્યારે ફરીથી જ્યારે  $x$  ઉત્પાદન  $xy$  એક કરતા વધારે હોય પરંતુ  $x$  અને  $y$  બંને નકારાત્મક છે અને તે કિસ્સામાં અભિવ્યક્તિ માઈનસ  $\pi$  વત્તા ટેન છે  $x$  પ્લસ  $y$  નું વ્યુલ્કમ  $1$  ઓછા  $xy$  ઉપર

તેથી હવે આપણે આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરવા માટે આપણી પાસે આની સાથે છે

તેથી આ કિસ્સામાં આપણે આપણા કિસ્સામાં હવે આ અભિવ્યક્તિનું મૂલ્યાંકન કરવા માંગીએ છીએ

તેથી યાવો આપણે આ કહીએ  $x$  છે અને આ  $y$  છે અને પછી આપણે સૌપ્રથમ  $x$  અને  $y$  નું ઉત્પાદન જોવું પડશે

તેથી  $x$  અને  $y$  નું ઉત્પાદન એ વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  છે આની ઉપર  $c$  છે કારણ કે આપણને એક ગુણ્યા  $b$  મળશે અને પછી છેદ

આપણી પાસે  $abc$  છે

તેથી  $ab$  રદ થવા જઈ રહ્યો છે અને છેદમાં જે બાકી છે તે માત્ર  $c$  છે અને આ દેખીતી રીતે એક કરતા વધારે છે કારણ કે તે આપવામાં આવ્યું છે કે  $ab$  અને  $c$  બધા હકારાત્મક છે અને

તેથી આ કેસ માટે

તેથી આ છે જે સ્થિતિ હવે આપણા માટે સંતુષ્ટ થાય છે કારણ કે જો તમે જોશો તો આ હકારાત્મક છે કારણ કે  $ab$  અને  $c$

હકારાત્મક છે આ પણ હકારાત્મક છે કારણ કે બધા  $ab$  અને  $c$  ધન છે વત્તા  $x$  માં  $y$  એક કરતા સખત રીતે મોટો છે

તેથી આ બીજો કેસ તે છે જે આપણે માટે લાયક છે અને

તેથી ટેન ઇન્વર્સ  $a$  નું  $e$   $a$  નું વર્ગમૂળ માં  $a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ઉપર  $abc$  વત્તા  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ  $b$  ના વર્ગમૂળ માં  $\tan$  વ્યસ્ત તેથી  $a$  નું  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ  $a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ના વર્ગમૂળ માં  $a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ઉપર એબીસી વત્તા બી ના વર્ગમૂળ માં એબીસી ઉપર  $a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  બરાબર થશે

તેથી આપણે  $x$  વત્તા  $y$  ની આ બીજી અભિવ્યક્તિ  $\pi$  વત્તા ટેન વ્યુત્ક્રમ લઈએ

તેથી  $x$  વત્તા  $y$  આ વત્તા આ બનશે જેને વર્ગમૂળમાં વત્તા  $b$  તરીકે લખી શકાય .

$a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  એ  $abc$  ઉપર એક બાદબાકી  $xyx$  ગુણ્યા  $y$  વડે ભાગ્યા છે અથવા આપણે પહેલાથી જ જોયું છે કે તે એક વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ઉપર  $c$  બરાબર છે અને વધુ સરળીકરણ આપણને  $\pi$  વત્તા ટેન ઇન્વર્સ ઓફ આપશે

તેથી આ છે બનશે

તેથી સરળીકરણ પછી એ એબીસી પર

$a$  વત્તા  $b$  વત્તા  $c$  ના વર્ગમૂળમાં માર્ઇનસ  $c$  થઈ જશે હવે આપણે જાણીએ છીએ કે  $\tan$  inverse ફંક્શન એ એક વિષમ કાર્ય છે અને

તેથી  $\tan$  inverse of  $x$   $\tan$  inverse of  $ah$  માર્ઇનસ  $x$  બરાબર છે.

ઓછા  $x$  નું કોઈપણ  $x$  ટેન વ્યુત્ક્રમ ના ઓછા બરાબર છે  $x$  નું  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ

તેથી આ પરિણામ છે જે આપણે અહીં વાપરવા જઈ રહ્યા છીએ અને પછી આપણે આ મેળવીશું  $\pi$  minus  $\tan$  inverse of  $c$  ના વર્ગમૂળ માં  $a$  plus  $b$  plus  $c$  ઉપર  $abc$  અને

તેથી જો આપણે આ સરવાળો આના પર લઈએ બાજુએ આપણને આ ત્રણ શબ્દો બરાબર મળે છે કારણ કે આ છેલ્લું પદ જો તમે જોશો તો આ છેલ્લી મુદત આ શબ્દની બરાબર બરાબર છે અને

તેથી જ્યારે આપણે આ શબ્દને જમણી બાજુથી ડાબી બાજુએ લઈએ છીએ ત્યારે આપણને શું પ્રાપ્ત થશે તે છે આ સંપૂર્ણ સરવાળો  $\pi$  ની બરાબર હશે જેથી તે પ્રથમ સમસ્યાને સમાપ્ત કરે

તેથી અહીં આગળની સમસ્યા છે

તેથી આ સમસ્યામાં તમામ મોડ  $x$  માટે એક કરતા ઓછા સમાન માટે આપણને આ જથ્થાની સૌથી નાની અને સૌથી મોટી કિંમત શોધવા માટે કહેવામાં આવે છે જે સાઈન ઇન્વર્સ છે  $x$  ની ધાત યાર વત્તા આહ વત્તા  $\cos$  inverse  $x$  ની ધાત યાર હવે આપણે જાણીએ છીએ કે સાઈન વ્યુત્ક્રમ  $x$  ની શ્રેણી છે જે માર્ઇનસ  $\pi$  બાય ટુ થી પ્લસ  $\pi$  બાય બે  $\cos$  inverse  $x$  છે જે શૂન્ય થી  $\pi$  અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે પણ આપણે પણ કોઈપણ  $xs$  માટે પરિણામ જાણી  $uch$  તે મોડ  $x$  એક કરતા ઓછો છે અમે જાણીએ છીએ કે સાઈન વ્યુત્ક્રમ  $x$  વત્તા  $\cos$  inverse  $x$  એ  $\pi$  પર બે છે

તેથી આ સાચું છે અને જો કે અમારી પાસે અહીં ચારની સત્તા છે તો પણ અમને આ ઓળખનો ઉપયોગ કરવામાં રસ હશે

તેથી જો તમે ઇચ્છો તો તે ઓળખનો ઉપયોગ કરવા માટે આપણે આ અભિવ્યક્તિને સાઈન વ્યુત્ક્રમ  $x$  ની ધાત 4 વત્તા  $\pi$  બાય 2 ઓછા સાઈન વ્યુત્ક્રમ  $x$  ની ધાત યારની બરાબર લખી શકીએ અને તેને સરળ બનાવવા માટે કહીએ કે આહ થીટા એ સાઈન વ્યુત્ક્રમ  $x$  ની બરાબર છે અને અલબત્ત થીટા અંતરાલ માર્ઇનસ પાઈ બાય ટુ થી પ્લસ પાઈ બાય ટુ સાથે સંબંધ ધરાવે છે જે સાઈન ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ છે અને પછી આ સમગ્ર અભિવ્યક્તિ થીટાની ટ્રાઈએ બને છે જે થિટા ની ધાત 4 વત્તા વાય માર્ઇનસ પાઈ બાયની બરાબર છે.

2 તો થીટા થી પાવર ફોર પ્લસ પાઈ બાય બે માર્ઇનસ થીટા થી પાવર ફોર

તેથી અમને જે કરવાનું કહેવામાં આવે છે તે સૌથી મોટા અને નાના મૂલ્યો શોધવાનું છે

તેથી હું કહું કે આ થીટાનો  $f$  છે

તેથી તરત જ મનમાં શું આવે છે  $f$  થીટાનું પ્રથમ વ્યુત્પન્ન લેવું છે

તેથી  $f$  થીટા નું પ્રથમ વ્યુત્પન્ન યાર થીટા ક્યુબ માર્ઇનસ ફોર માં પાઈ બાય ટુ માર્ઇનસ થીટા ક્યુબ હશે

તેથી આ પહેલું ડેરિવેટિવ છે અને એક્સ્ટ્રીમમ પોઈન્ટ શોધવા માટે આપણે આને શૂન્ય સાથે સરખાવવું પડશે

તેથી આપણને જે સમીકરણ મળે છે તે છે થીટા ક્યુબ માર્ઇનસ પાઈ બાય ટુ માર્ઇનસ થીટા ક્યુબ બરાબર શૂન્ય અથવા બીજા શબ્દોમાં થીટા ક્યુબ બરાબર પાઈ બાય ટુ માર્ઇનસ થીટા ક્યુબ હવે થીટા અને પાઈ બાય બે માર્ઇનસ થીટા વાસ્તવિક છે

તેથી આનો એકમાત્ર ઉકેલ આહ માત્ર આહ વાસ્તવિક ઉકેલ આ ચોક્કસ સમીકરણ એ છે કે થીટા એ પાઈ બાય બે માર્ઇનસ થીટા છે જે સૂચવે છે કે થીટા પર એક એક્સ્ટ્રીમમ પોઈન્ટ છે જે પાઈ ઓવર ફોરની બરાબર છે

અને તે કારણ કે  $ah$   $x$

તેથી  $x$  ની અનુરૂપ કિંમત  $\pi$  ની સાઈન બાય ફોર હશે જે એક ઓવર રુટ બે છે

તેથી હવે આપણે જોવું પડશે કે આ મેક્સિમા છે કે મિનિમા પોઈન્ટ છે કે કેમ તે મહત્તમ છે કે ન્યૂનતમ જેના માટે આપણે થીટાના સંદર્ભમાં આ ફંક્શન  $f$  થીટાનું બીજું ડેરિવેટિવ લેવું પડશે

તેથી આ બીજું વ્યુત્પન્ન

તેથી આહ અહીં એક સૂક્ષ્મ બિંદુ પણ છે જે આપણે સમજવું જોઈએ કે આપણને આ ચોક્કસ કાર્યની મહત્તમ મિનિમા શોધવાનું કહેવામાં આવે છે પરંતુ અમને  $x$  નું મૂલ્ય શોધવાનું કહેવામાં આવતું નથી જેના માટે મહત્તમ અથવા લઘુત્તમ મેળવે છે.

અમને ફંક્શનની મહત્તમ કિંમત અથવા ફંક્શનની લઘુત્તમ કિંમત શોધવા માટે કહેવામાં આવ્યું છે કારણ કે તે છે જેથી તે મૂલ્ય આ ફંક્શનની મહત્તમ અથવા લઘુત્તમ મૂલ્ય જેટલું જ હશે

તેથી અમે આ માટે બનાવ્યું છે આ અવેજી અને હવે ફક્ત આ ચોક્કસ કાર્ય પર જ આપણું ધ્યાન કેન્દ્રિત કરશે

તેથી હવે આ બીજું વ્યુત્પન્ન 12 ગણા થીટા સ્કવેર વત્તા બાર ગણા પાઈ બાય ટુ માર્ઇનસ થીટા સ્કવેર જેટલું હશે જે તમે જોઈ શકો છો કે તે શૂન્ય કરતા વધારે છે અને

તેથી તે સૂચવે છે કે તે છે ગર્ભિત છે કે થીટા બરાબર પાઈ બાય ફોર એ ન્યૂનતમ પોઈન્ટ છે  
 તેથી તે f થીટા માટે ન્યૂનતમ છે અને રસપ્રદ વાત એ છે કે તે જૂઠું બોલે છે  
 તેથી આ થિટા બરાબર પાઈ બાય ફોર મિની અંતરાલમાં રહે છે nus pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે  
 તેથી અમને ખાતરી છે કે  
 તેથી થિટા માટે f થીટાનું લઘુત્તમ મૂલ્ય માઈનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે છે  
 તેથી જો તમને યાદ હોય કે f થીટા આ કાર્ય હતું અને  
 તેથી આવશ્યકપણે આ અને આ થિટા પર પાઈ બાય ફોરની બરાબર છે  
 તેથી મૂલ્ય આપોઆપ બે ગણું pi બને છે ચારની ઘાતથી ચાર જે પાઈની ઘાત ચાર છે  
 તેથી 4 ની ઘાત 256 છે  
 તેથી તે 128 છે.

આનું ન્યૂનતમ મૂલ્ય

તેથી સાઈન વ્યુત્ક્રમ x નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય ફોર પાવર પ્લસ કોસ ઇનવર્સ x નું પાવર ફોર પાઈ ટૂ પાવર ફોર એક અઠ્ઠાવીસ છે હવે  
 મુશ્કેલ ભાગ ખરેખર મહત્તમ મૂલ્ય શોધવાનું છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે આ ફંક્શનનો કોઈ મેક્સિમા નથી પણ પછી આ  
 ફંક્શનનું ડોમેન માઈનસ pi બાય 2 થી પ્લસ pi બાય 2 સુધી મર્યાદિત છે જે મર્યાદિત અંતરાલ મર્યાદિત લંબાઈનું અંતરાલ છે  
 તેથી જ્યાં સુધી થીટા પ્રતિબંધિત છે ત્યાં સુધી મેક્સિમા હોવી જોઈએ.

આ મર્યાદિત અંતરાલ સુધી a1

તેથી તે માટે આપણે વાસ્તવમાં પ્રથમ વ્યુત્પન્ન જોવાનો પ્રયાસ કરવો પડશે અને જોવું જોઈએ કે શું થઈ રહ્યું છે  
 તેથી જો આપણે જોઈએ કે પ્રથમ વ્યુત્પન્ન ચાર ગણું થીટા વ માઈનસ પાઈ બાય 2 માઈનસ થીટા ક્યુબ હતું હવે અહીંથી સ્પષ્ટ થાય  
 છે કે જ્યારે પણ થીટા જુઓ ત્યારથી થીટાનું મૂલ્ય માઈનસ પાઈ બાય બે થી વત્તા પાઈ બાય બે વચ્ચે છે  
 તેથી આપણે પ્રથમ ડેરિવેટિવના મૂલ્યની તપાસ કરવાની જરૂર છે અથવા તો થીટાના સંદર્ભમાં એફ ડેશ થીટા માટે ગ્રાફ બનાવવાની  
 જરૂર છે આપણે જાણીએ છીએ કે ત્યાં ફક્ત એક જ છે તે સ્થાન જ્યાં તે શૂન્યની બરાબર છે પરંતુ આ અંતરાલમાં થીટાના અન્ય મૂલ્યો  
 પર પ્રથમ વ્યુત્પન્નના મૂલ્ય વિશે શું છે

તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે જ્યારે થીટા પાઈ કરતાં 2 ઓછા થીટા વધારે હોય ત્યારે ચાલો આપણે થીટાના આ ક્ષેત્રને ધ્યાનમાં લઈએ જેથી

જ્યારે આ સાચું છે તે સૂચવે છે કે

તેથી જ્યારે આ સાચું છે, તો તે ખરેખર તે હકારાત્મક છે કે નકારાત્મક છે તેના દ્વારા લેવામાં આવેલા મૂલ્યો પર આધાર રાખે છે

તેથી થોડો ગ્રાફિકલ પ્લોટ ખરેખર અમને અહીં મદદ કરશે

તેથી અહીં આપણી પાસે આડી અક્ષ પર થીટા છે અને શિરોબિંદુ પર ica1 અક્ષ આપણે થિટા ક્યુબ માઈનસ પાઈ બાય ટુ  
 માઈનસ થીટા ક્યુબ બનાવવા જઈ રહ્યા છીએ અને આપણી પાસે થીટા છે ચાલો આપણે માઈનસ pi બાય 2 અને વત્તા pi બાય 2  
 ની વચ્ચે કહીએ તો ચાલો કહીએ કે આ r pi બાય 2 છે તો આ pi બાય 4 છે 0 છે આ માઈનસ પાઈ ઓવર ફોર છે અને આ  
 માઈનસ પાઈ ઓવર બે છે

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે આ વેલ્યુ બરાબર શૂન્ય બરાબર છે થિટા બરાબર પાઈ બાય ફોર, તો હવે જોઈએ કે જ્યારે થીટા પાઈ

બાય ફોર કરતા વધારે હોય ત્યારે શું થાય છે પાઈ બાય 2 કરતા ઓછો અભ્યાસક્રમ જે આ પ્રદેશ છે

તેથી જ્યારે થીટા આ બે મૂલ્યોની વચ્ચે હોય ત્યારે થિટા તેમજ પાઈ બાય 2 ઓછા થીટા બંને ઘન હોય છે અને આ પ્રદેશમાં થીટા પાઈ

બાય 2 ઓછા થીટા કરતા વધુ હોય છે અને

તેથી આ પ્રથમ વ્યુત્પન્ન હોવું જોઈએ તે પ્રથમ વ્યુત્પન્ન હોવું જોઈએ

તેથી આ પ્રદેશમાં

તેથી આ પ્રદેશમાં તે સ્પષ્ટ છે કે f ડેશ થીટા શૂન્ય કરતા વધારે છે

તેથી જેનો અર્થ છે કે જો પરંતુ પરંતુ કારણ કે તે આહ ક્યુબિક છે

તેથી તે કંઈક દેખાશે જેમ કે આહ અને કારણ કે તે હંમેશા સકારાત્મક છે

તેથી s લાગી શકે છે ome વેલ્યુ આના જેવી છે

તેથી આ r છે

તેથી ચાલો આપણે કહીએ કે આ અંતરાલમાં એફ ડેશ થીટા માટેનો વળાંક છે અને પછી ચાલો આપણે એહ બીજા અંતરાલને જોઈએ

જે માટે આપણે કહીએ કે થીટા પાઈ કરતાં ઓછી છે ચારથી વધુ પરંતુ થીટા પોઝિટિવ છે જ્યારે થીટા આ સ્થિતિને સંતોષે છે ત્યારે

આપણી પાસે જે છે તે છે કે થીટા પાઈ બાય બે માઈનસ થીટા કરતાં ઓછી હશે

તેથી જ્યારે થીટા આ પ્રદેશમાં હોય ત્યારે આ સાચું છે અને

તેથી હવે બંને થીટા પણ પોઝિટીવ છે અને pi બાય 2 માઈનસ થીટા પણ પોઝિટીવ છે અને જ્યારે આપણે આ પ્રદેશમાં હોઈએ

ત્યારે થીટા પાઈ બાય 2 માઈનસ થીટા કરતા ઓછું છે

તો શું થશે કે આ પ્રથમ ડેરિવેટિવનું મૂલ્ય નેગેટીવ થવા જઈ રહ્યું છે કારણ કે થીટા તેનાથી ઓછું છે pi બાય 2 માઈનસ થીટા અને

થિટા અને પાઈ બાય 2 માઈનસ થીટા બંને પોઝિટીવ છે

તેથી તે નેગેટીવ હશે જેનો અર્થ છે કે f ડેશ થીટા હશે ચાલો આપણે અહીં ક્યાંક એવું કંઈક કહીએ જેથી આપણી પાસે આ

અંતરાલમાં f ડેશ થીટા નકારાત્મક છે અને તે જ રીતે આપણે બીજાને ધ્યાનમાં લેવું પડશે આપણે થીટાના નકારાત્મક મૂલ્યો ધ્યાનમાં

લેવા પડશે

તેથી જ્યારે થીટા શૂન્ય કરતાં ઓછી હોય ત્યારે જ્યારે થીટા નકારાત્મક હોય ત્યારે આપણે જોઈએ છીએ કે આહ થીટા ક્યુબ

નકારાત્મક હશે

તેથી જ્યારે થીટા નકારાત્મક થીટા ક્યુબ છે નકારાત્મક પણ છે અને આપણે જે જોઈએ છીએ તે એ છે કે  $\pi$  બાય 2 માઈનસ થીટા પોઝિટિવ મૂલ્ય હશે અને

તેથી  $\pi$  બાય 2 ઓછા થીટા  $\varphi$  ધન હશે પરંતુ કારણ કે અહીં એક નકારાત્મક ચિહ્ન છે કારણ કે અહીં પાઈ બાય 2 માઈનસ થીટા ક્યુબ પણ થશે નકારાત્મક બનો અને

તેથી જ્યારે થીટા શૂન્ય કરતાં ઓછી હોય ત્યારે પ્રથમ ડેરિવેટિવ એફ ડેશ થીટા પણ ફરીથી નકારાત્મક બનશે

તેથી જો મારે તેને આગળ કાવતરું બનાવવું હોય તો હું તેને આવશ્યકપણે ફરીથી લખવા દો આ ગ્રાફ આ વળાંક હજી પણ નકારાત્મક હશે જેમ કે કંઈક આ

તેથી આલેખ ચોક્કસ નથી જે અહીં વધુ મહત્વનું છે કે એફ ડેશ થીટા સકારાત્મક છે કે નકારાત્મક

તેથી માત્ર અગાઉની સ્વાઇડ પરની ચર્ચાનો સારાંશ આપવા માટે આપણે જે શોધી કાઢ્યું છે તે એ છે કે જ્યારે થીટા  $\pi$  છે 4 બાય પાઇના બરાબર કરતાં અને 2 કરતાં વધુ કરતાં ઓછા કરતાં ઓછું ખાનાર આપણી પાસે પ્રથમ વ્યુત્પન્ન ધન છે અને જ્યારે થીટા પાઇ બાય 4 કરતાં ઓછી અને 2 બાય માઇનસ પાઇ કરતાં વધુ હોય ત્યારે પ્રથમ ડેરિવેટિવ નકારાત્મક છે

તેથી આ આપણે ખરેખર જો આમાંથી હોત અને અલબત્ત આપણે જાણીએ છીએ કે આહ એ થિટા બરાબર  $\pi$  બાય ચાર એ ડેરિવેટિવ બરાબર શૂન્ય છે

તેથી આપણે લગભગ આહ  $\pi$  થીટાનો ગ્રાફ બનાવી શકીએ છીએ

તેથી આપણી પાસે અહીં થીટા છે

તેથી આપણી પાસે છે  $\pi$  બાય 2 ઓછા પાઇ બાય 2 અને

તેથી આ પાઇ બાય 4 છે આ માઇનસ પાઇ બાય 4 છે.

તો શું થવાનું છે કે આપણે જોયું તેમ ન્યૂનતમ મૂલ્ય પાઇ 4 બાય 128 આહ છે

તેથી ચાલો આ મૂલ્ય કહીએ અહીં પાઈ ટુ પાવર ચાર બાય એક અઠ્ઠાવીસ છે અને તે ન્યૂનતમ મૂલ્ય પાઈ બાય ફોર પર પ્રાપ્ત થાય છે હવે આપણે જાણીએ છીએ કે આ અંતરાલમાં  $\pi$  ડેશ થીટા પોઝિટિવ છે અને

તેથી આ અંતરાલમાં  $\pi$  થીટા એકવિધ રીતે વધશે

તેથી તે કંઈક આવું થઈ શકે છે અને પછી આ અંતરાલમાં માઈનસ  $\pi$  થી  $y$  બે થી પાઈ બાય ફોર આપણે જાણીએ છીએ કે તે નકારાત્મક છે જેનો અર્થ થાય છે કે તે ઘટી રહ્યું છે અહીંથી શરૂ કરીને મૂલ્ય તે રીતે ઘટતું જશે મહેરબાની કરીને નોંધ કરો કે આ ચોક્કસ મૂલ્યો નથી આ માત્ર સૂચક મૂલ્યો છે બરાબર તમને સમજાવવા માટે કે કાર્ય માંથી પ્રથમ ઘટે છે અને તે આ મોનોટોનિક ઘટે છે કારણ કે આ સમગ્ર શ્રેણીમાં વ્યુત્પન્ન પ્રથમ વ્યુત્પન્ન નકારાત્મક છે

તેથી આ એકવિધ રીતે ઘટે છે

તેથી તે પ્રથમ એકવિધ રીતે ઘટે છે માઈનસ  $\pi$  માંથી બે વડે પ્લસ  $\pi$  અને પછી  $\pi$  માંથી ચાર વડે પ્લસ  $\pi$  બે દ્વારા તે એકવિધ રીતે વધે છે

તેથી ગ્રાફ કંઈક આના જેવું હોવાની અપેક્ષા છે ફૂપા કરીને નોંધો કે આ ચોક્કસ ગ્રાફ નથી અને અગાઉની સ્વાઇડમાં પણ ફૂપા કરીને નોંધો કે આ ચોક્કસ આલેખ નથી તે માત્ર ચિત્રણ ખાતર હતો અને કોઈપણ રીતે શું આ સમસ્યામાં આપણા માટે સૌથી અગત્યનું છે તે પ્રદેશોને જાણવું કે જ્યાં વ્યુત્પન્ન ધન છે અને ક્યાં તે નકારાત્મક છે

તેથી આ પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે લઘુત્તમ  $m$   $\pi$  4 બાય પર છે પણ પછી આપણે સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આ અંતરાલમાં  $\pi$  થીટાનો મહત્તમ કાં તો આ મૂલ્ય અથવા આ મૂલ્ય હશે અને

તેથી આપણે આ બે મૂલ્યોની ગણતરી કરવાની અને તેમની સરખામણી કરવાની જરૂર

છે જેથી આપણે જે કરવાનું છે તે જરૂરી છે.

હવે ડુ એ  $\pi$  થીટા ની કિંમત શોધવાનું છે જે થિટા ફોર વત્તા પાઈ બાય બે માઈનસ થીટા થી પાવર ફોર બંને અંતિમ બિંદુઓ પર છે તેથી થીટા પરની કિંમત માઈનસ પાઈ બાય બે ની પાઈ ફોર ધ પાવર ફોર બાય સોળ વત્તા હશે અને આ પાઈ ટુ પાવર ફોર હશે, પાઈ થી પાવર પાઈ થી પાવર ફોર ફોર બાય સોળમાં માત્ર પાઈ હશે

તેથી દેખીતી રીતે આ મોટી કિંમત છે અને

તેથી

પાવર ફોરની સાઈન ઈન્વર્સ  $x$  ની મહત્તમ કિંમત વત્તા  $\cos$  inverse  $x$  ની ધાત ચાર બરાબર છે  $\pi$  ચાર બાય સોળ વત્તા  $\pi$  ચાર બરાબર જે વાસ્તવમાં પાઈ ચાર માંથી સત્તર બાય સોળ છે

તેથી આ મહત્તમ મૂલ્ય છે અને ન્યૂનતમ મૂલ્ય પાઈ ની ધાત ચાર બાય એક અઠ્ઠાવીસ છે

તેથી આ સેકન્ડ માટે ઉકેલ સમાપ્ત કરે છે અને સમસ્યા બીજી એક ખૂબ જ રસપ્રદ સમસ્યા એ છે કે અમને

આ ચોક્કસ ત્રિકોણમિતિ આહ સમીકરણના ઉકેલોની સંખ્યા શોધવાનું કહેવામાં આવે છે, પરંતુ માત્ર ત્યારે જ જ્યારે  $x$  એ અંતરાલ ઓછા બે પાઇ બે વત્તા બે પાઇની રેખા કરવા માટે મર્યાદિત હોય,

તેથી ઘણી વખત માટે આપણે તેનો ઉપયોગ કરવો પડશે.

ગ્રાફિકલ તકનીકો અહ કારણ કે જ્યાં આ ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુ સમાન છે તે બિંદુઓને બરાબર ઉકેલવા અને શોધવાનું શક્ય નથી

તેથી આ એક આવું ઉદાહરણ છે તો ચાલો આપણે આ સમસ્યાને જે રીતે હલ કરવા જઈ રહ્યા છીએ તે એ છે કે આપણે જઈ રહ્યા છીએ આ ચોક્કસ ફંક્શનને સમજવા અને ગણતરી કરવા માટે આપણે સાઈન  $x$ ના સાઈન વ્યુત્ક્રમથી શરૂઆત કરીશું અને જોઈશું કે જ્યારે  $x$  અહીં આ અંતરાલ સુધી મર્યાદિત હોય ત્યારે તે કેવું દેખાય છે

અને તે બહુ મુશ્કેલ નથી કારણ કે તો ચાલો કહીએ કે સાઈન ઈન્વર્સ સાઈન  $x$  ની બરાબર  $y$  છે

તેથી અલબત્ત  $y$  ની આ કિંમત સાઈન ઈન્વર્સ ફંક્શનની શ્રેણી સમૂહની હોવી જોઈએ જે માઈનસ  $\pi$  બાય 2 થી વત્તા  $\pi$  બાય 2

છે પરંતુ આપણે આ  $y$  ને શબ્દોમાં વ્યક્ત કરવાની જરૂર છે  $x$  નું તે આપણું અંતિમ ધ્યેય હશે તેથી અહીંથી જો આપણે સાઈન ફંક્શનને બંને બાજુએ લાગુ કરીએ તો આપણને સાઈન  $x$  એ  $y$  ની સાઈન બરાબર મળે છે તેથી હવે આપણે આને કેટલાક પ્રદેશોમાં વિભાજિત કરીએ છીએ જેથી પહેલો પ્રદેશ એ છે કે જ્યારે  $x$  હોય છે ત્યારે ચાલો કહીએ કે માઈનસ  $\pi$  બાય બે થી વત્તા  $\pi$  બાય બે, તેથી જ્યારે  $x$  આ અંતરાલમાં હોય ત્યારે માઈનસ  $\pi$  બાય બે થી પ્લસ  $\pi$  બાય બે હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે જો આપણે આ અંતરાલ સુધી મર્યાદિત હોય તો  $x$  ની સાઈન એક મોનોટોનિક છે ફંક્શન અને તેથી જો  $\sin x$  એ  $\sin y$  ની બરાબર હોય તો તે સાચું હોવું જોઈએ કે આ  $y$  બરાબર  $x$  છે કારણ કે યાદ રાખો કે  $y$  પહેલેથી જ ઓછા  $\pi$  બાય બે થી વત્તા  $\pi$  બાય બેની છે તેથી જો  $x$  આ અંતરાલમાં હોય તો  $\sin$  inverse of  $\sin$ .  
 $\sin x$  એ  $x$  ની બરાબર છે અને આ આપણે અગાઉના લેક્ચરમાં ઘણી વખત જોયું છે કે પછીનું અંતરાલ  $x$  એ  $\pi$  ની બરાબર કરતાં 2 બાય 2 છે અને તે 2 કરતાં 3  $\pi$  બરાબર છે.

તેથી દેખીતી રીતે જ્યારે  $x$  આમાં છે સાઈન  $x$ નું અંતરાલ સાઈન વ્યુટ્કમ  $x$  બરાબર ન હોઈ શકે કારણ કે સાઈન  $x$  નું સાઈન વ્યુટ્કમ  $s$  આ અંતરાલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે જ્યારે  $x$  એ આહ તે અંતરાલ સાથે સંબંધિત નથી તેથી આ અંતરાલ માટે આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે કે જો  $x$  આ અંતરાલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે તો પાઈ માઈનસ  $x$  એ સાઈન વ્યુટ્કમની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધ ધરાવે છે જે આ સમૂહ છે અને આગળ આપણે જાણીએ છીએ કે  $\pi$  માઈનસ  $x$  ની સાઈન એ  $x$  ની સાઈન બરાબર છે જે પહેલાથી જ  $y$  ની સાઈન બરાબર છે તો આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે પાઈ માઈનસ  $x$  ની સાઈન  $y$  અને  $\pi$  ની સાઈન બરાબર છે તેથી  $y$  પહેલેથી જ ઓછાની છે  $\pi$  by two to plus  $\pi$  by two  $\pi$  માઈનસ  $x$  પણ આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે અને તેથી તે સાચું હોવું જોઈએ કે  $\pi$  માઈનસ  $x$  બરાબર  $y$  છે તેથી અહીંથી જે સૂચિત થાય છે તે સૂચવે છે કે  $\pi$  ઓછા  $x$  બરાબર  $y$  જે સૂચવે છે કે તેથી બીજા કેસ માટે તેથી બીજા કેસ માટે કે જે  $x$   $\pi$  ની બરાબર કરતાં બે બાય બે અને ત્રણ પાઈ કરતાં ઓછી છે જે આપણી પાસે છે તે પાઈ ઓછા  $x$  એ  $y$  છે જે સાઈન  $x$  નું સાઈન વ્યુટ્કમ છે તેથી સાઈન ઇનવર્સ ઓફ બે  $\sin x$  એ  $\pi$  માઈનસ  $x$  છે જો  $x$  આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે તેવી જ રીતે જો  $x$  ત્રણ પાઈ કરતાં વધારે છે બે કરતાં ઓછા પાંચ પાઈ કરતાં બે પછી ફરીથી તે જ રીતે આહ કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે જો  $x$  આ અંતરાલમાં હશે તો  $x$  ઓછા 2 પાઈ ફરીથી સાઈનની શ્રેણીના સમૂહનો હશે વ્યસ્ત અને કારણ કે આપણે ફક્ત  $x$  ને 2  $\pi$  દ્વારા સ્થાનાંતરિત કરી રહ્યા છીએ તે સ્પષ્ટ છે કે  $x$  ઓછા 2  $\pi$  ની સાઈન એ સાઈન  $x$  બરાબર છે જે સાઈન  $y$  છે તેથી અહીં આપણી પાસે જે છે તે  $x$  ઓછા 2  $\pi$  સાઈન  $y$  અને બંને  $x$  ઓછા 2  $\pi$  છે અને  $y$  એ સાઈન વ્યુટ્કમની શ્રેણીના સમૂહનો છે જે માઈનસ  $\pi$  બાય બે થી વત્તા  $\pi$  બાય બે છે તો તે સાચું હોવું જોઈએ કે  $y$  બરાબર  $x$  માઈનસ 2  $\pi$  છે અને તેના માટે સમાન પ્રકારની  $ah$  સમાન પ્રકારની દલીલ કરી શકાય છે.  
 ઋણ  $x$  અને આટલા પ્રયત્નો પછી આપણે જે મેળવવા જઈ રહ્યા છીએ તે એ છે કે  $x$  માટે માઈનસ ફાઈવ પાઈ બાય ટુ અને પ્લસ ફાઈવ પાઈ બાય બે વચ્ચે આ રીતે સાઈન  $x$  નું સાઈન વ્યુટ્કમ જોવા જઈ રહ્યું છે અને પછી આપણે આને બરાબર પ્લોટ કરીએ છીએ.

તેથી અહીં આપણે પ્લોટ કરીએ છીએ તેથી એક જ પ્લોટમાં આપણી પાસે ત્રણ અલગ-અલગ વર્ણાંકો છે જેથી આડી અક્ષ રિપ્રેઝ થાય  $\sin x$  અને આપણે આપણી જાતને અંતરાલ માઈનસ 2  $\pi$  થી પ્લસ 2  $\pi$  સુધી મર્યાદિત રાખવાની છે અને તે એટલા માટે કે આહ એ પ્રશ્નમાં પૂછવામાં આવ્યું હતું કે  $x$  માટે આ સમીકરણમાં કેટલા ઉકેલો છે આ અંતરાલ સુધી મર્યાદિત છે તેથી અહીં વાદળી વર્ણાંકમાં સાઈન  $x$ ના સાઈન વક્ર માટે છે તેથી તે અહીં વાદળી વર્ણાંક છે અને પછી સાઈન ઇન્વર્સ સાઈન એક્સનો મોડ લાલ રંગમાં દર્શાવવામાં આવેલી ડોટેડ આહ લાઇન સાથે પ્લોટ કરવામાં આવ્યો છે અને તે પ્લોટ કરવું ખૂબ જ સરળ છે કારણ કે જ્યારે જ્યારે વાદળી રેખા હકારાત્મક ઉપરના અડધા ભાગ પર છે, લાલ રેખા બરાબર એ જ હશે પરંતુ જ્યારે વાદળી રેખા નકારાત્મક અડધા પર હોય છે, ત્યારે લાલ રેખા માત્ર  $x$  અક્ષ વિશેની અરીસાની છબી બની જાય છે, તેથી આ રીતે આપણને મોડ મળે છે.

$\sin$  inverse  $\sin x$  નું અને પછી આપણે અલગ અલગ પોઈન્ટ  $x$  ના ઉકેલોની સંખ્યા અથવા સંખ્યા શોધવાની હતી જેમ કે સાઈન ઇન્વર્સ સાઈન  $x$  નો મોડ  $\cos x$  બરાબર છે

તેથી આપણે  $\cos x$  માટે  $ah$  ગ્રાફ પણ બનાવવો પડશે .

કાળો

તેથી આ કાળો વર્ણાંક અહીં સહ માટે છે  $s$  નું  $x$  અને તે ખૂબ જ સ્પષ્ટ છે કે તેથી હવે આપણે આખરે શોધવાનું છે તે સ્થાનો જ્યાં લાલ ટપકાવાળા વર્ણાંક અને વાદળી અને કાળો વર્ણાંક એકબીજાને છેદે છે તેથી પ્રથમ સ્થાન અહીં છે અને પછી બીજું સ્થાન અહીં છે અને પછી તરત જ આપણને અહીં બીજો બિંદુ મળે છે અને પછી આપણે અહીં છેલ્લો બિંદુ મેળવીએ છીએ

તેથી આપણે બે  $\pi$  ન આહ ઓછા બે પાઇથી આગળ વધીએ નહીં કારણ કે આપણે આપણી જાતને માઇનસ ટુ  $\pi$  થી વત્તા બે સુધી મર્યાદિત રાખવાની છે.

$\pi$

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે ત્યાં ચાર અલગ-અલગ ઉકેલો છે જ્યાં આ બંને વણાંકો મળશે અને તેથી  $\cos x$  ની બરાબર sine inverse sine x ના સમીકરણ મોડના ઉકેલોની સંખ્યા ચાર છે તેથી તે ત્રીજી સમસ્યાનું પણ નિરાકરણ કરે છે તેથી આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે ઘણી વખત આપણે ગ્રાફિકલ પદ્ધતિઓનો પણ ઉપયોગ કરવો પડે છે તેથી તે આ ચોક્કસ પ્રશ્નમાંથી એક છે તેથી અહીં બીજી એક રસપ્રદ સમસ્યા છે અને આ પણ અગાઉની પરીક્ષામાંથી એક સમસ્યા છે તેથી તે કહે છે કે ચાલો s બનીએ.

અને

તેથી આપણે આવશ્યકપણે આપણા x ને ખુલ્લા અંતરાલ માઇનસ  $\pi$  થી વત્તા  $\pi$  સુધી મર્યાદિત કરીએ છીએ અને x ને મૂલ્ય 0 અને વત્તા  $\pi$  બાય 2 અને માઇનસ  $\pi$  બાય 2 લેવાની મંજૂરી નથી અને પછી આપણી પાસે અહીં જે છે તે ત્રિકોણમિતિ સમીકરણ છે અને આપણે આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણોના તમામ અલગ-અલગ ઉકેલોનો સરવાળો શોધવા માટે કહેવામાં આવે છે તેથી ટેબીલી રીતે આપણે પહેલા આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણને ઉકેલવું પડશે અને પછી તમામ અલગ-અલગ ઉકેલોનો સરવાળો લેવો પડશે તેથી વિશિષ્ટ શબ્દ પણ ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ છે કારણ કે ક્યારેક આપણને ડબલ મૂળ મળી શકે છે.

અને

તેથી મૂળભૂત રીતે સમાન x ની બે કિમતો તેથી શરૂ કરીએ તો આપણે મૂળભૂત રીતે તે મૂળ 3 સેકન્ટ x વત્તા કોસેકન્ટ x વત્તા 2 વખત ધરાવીએ છીએ તેથી આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણ છે અને આ અલબત્ત મૂળ 3 છે  $\cos x$  વત્તા 1 ઉપર સાઇન x વત્તા 2 વખત સાઇન x બાય  $\cos x$  માઇનસ  $\cos x$  બાય સાઇન x હવે શૂન્યની બરાબર છે કારણ કે ઉલ્લેખ કરવામાં આવ્યો હતો કે x વત્તા ઓછા પાઇ બાય બે અને શૂન્ય પણ ન હોઈ શકે અને x પણ વત્તા અથવા ઓછા પાઇની બરાબર ન હોઈ શકે તેથી x તેથી કારણ કે x 0 ન હોઈ શકે અને ન તો તે વત્તા ઓછા પાઇ હોઈ શકે તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે s ચિહ્ન સાથે જોડાયેલા તમામ x માટે x એ જ રીતે શૂન્ય સમાન નથી કારણ કે x સમૂહ સાથે જોડાયેલા તમામ x માટે વત્તા ઓછા પાઇ બાય બેની બરાબર નથી s  $\cos x$  પણ શૂન્ય ની બરાબર નથી અને તેમનું ઉત્પાદન પણ શૂન્ય ની બરાબર નથી તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે જો x બધા માટેનો છે જો x s નો હોય તો પાપ x ગુણ્યા  $\cos x$  શૂન્ય નથી અને તેથી હવે જો આપણે બંનેનો ગુણાકાર કરીએ sine x  $\cos x$  સાથેના આ સમીકરણની બાજુઓ આપણને અંતે જે મળે છે તે એ છે કે મૂળ ત્રણ સાઇન x વત્તા  $\cos x$  વત્તા બે ગુણ્યા સાઇન ચોરસ x ઓછા  $\cos$  ચોરસ x બરાબર શૂન્ય થાય છે અને આ શબ્દોને થોડું ફરીથી ગોઠવવાથી આપણને મૂળ મળશે 3 બાય 2 સાઇન x વત્તા હાફ કોસ x બરાબર છે તેથી આપણે તેને જમણી બાજુએ લઈ જઈએ છીએ તે  $\cos$  ચોરસ x ઓછા પાપ ચોરસ x બને છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે  $\cos$  ચોરસ x ઓછા પાપ વર્ગ x એ બે x ની  $\cos$  છે અને આ  $\cos a \cos b$  વત્તા સાઇન a sin b ના સ્વરૂપમાં દેખાય છે જેથી આપણે  $\cos x$  int તરીકે લખી શકીએ o  $\cos \pi$  બાય થ્રી વત્તા સાઇન x માં સાઇન પાઇ બાય ત્રણ બરાબર બે x ની  $\cos$  પણ  $\cos a \cos b$  વત્તા sin a sin b એ  $\cos a$  ઓછા b છે અને તેથી આપણે જે મેળવીએ છીએ તે  $\cos$  ની x ઓછા  $\pi$  ઉપર ત્રણ બરાબર  $\cos$  છે બે x ના તેથી x આ સમીકરણને સંતુષ્ટ કરશે જો અને માત્ર જો તે આ સમીકરણને સંતુષ્ટ કરશે ત્યાં સુધી xx આને આગળ લઈ જવા માટે અંતરાલ સુધી મર્યાદિત છે અને અહીં આપણે આવશ્યકપણે એવી વસ્તુનો ઉપયોગ કરવા જઈ રહ્યા છીએ જે આપણે ત્રિકોણમિતિ સમીકરણોની ચર્ચા કરતી વખતે જોયું છે.

તેથી જો તમને યાદ છે કે અમે કહ્યું હતું કે જો  $\cos x \cos$  બરાબર  $\cos y$  છે તો તે સાચું હોવું જોઈએ કે x બરાબર y છે તેથી માફ કરશો x એ અમુક પૂર્ણાંક n માટે બે n  $\pi$  વત્તા ઓછા y છે તેથી આ આપણામાંથી એક છે અગાઉના લેક્ચર્સ અને આપણી પાસે અહીં શું છે કે x માઇનસ  $\pi$  બાય ત્રણની  $\cos$  બે x ની  $\cos$  બરાબર છે તેથી તેનો અર્થ શું છે કે આ બે x બરાબર હોવા જોઈએ મારો મતલબ આપણે તેને કોઈપણ રીતે લખી શકીએ છીએ જેથી આપણે લખી શકીએ તેને આ ગમે છે તેથી આ તે છે જે સાચું હોવું જોઈએ તેથી અનિવાર્યપણે આહ આપણે શું છીએ અહીં કરવાથી આપણે આ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીએ છીએ અને આપણે આ સમીકરણમાં આને આપણા y તરીકે લઈ રહ્યા છીએ અને આ આપણે તેને આ x તરીકે લઈએ છીએ તેથી જો આપણે આ ઓળખનો ઉપયોગ કરીએ તો આ તે છે જે આપણને પ્રાપ્ત થાય છે જો  $\cos x$  ઓછા  $\pi$  બાય ત્રણ એ બે x ની  $\cos$  બરાબર છે તો એ સાચું હોવું જોઈએ કે બે x બરાબર બે n  $\pi$  વત્તા ઓછા x ઓછા  $\pi$  બાય ત્રણ પણ અહીં n એ

પૂર્ણાંક હોવો જોઈએ

તેથી જો આપણે વત્તા સાથે પ્રથમ શરૂઆત કરીએ તો અહીં સાઇન કરો જે આપણને મળે છે તે છે  $x$  બે  $n \pi$  વત્તા  $x$  ઓછા પાછા ઓવર થી હોવા જોઈએ જે સૂચવે છે કે  $x$  નું સ્વરૂપ બે  $n \pi$  ઓછા  $\pi$  ઉપર ત્રણ હોવું જોઈએ પણ યાદ રાખો કે આદ આપણને ફક્ત  $x$  થી  $x$  ની કિંમત જ માન્ય છે માત્ર ઈન્ટરવલ માઈનસ  $\pi$  થી પ્લસ  $\pi$  સાથે સંબંધિત છે અને

તેથી  $n$  ની બધી કિંમતો માન્ય ન હોઈ શકે

તેથી જો આપણે  $n$  બરાબર 0 લઈએ તો  $x$  ની કિંમત જે મળે છે તે માઈનસ  $\pi$  બાય 3 છે જે ચોક્કસપણે ઈન્ટરવલ બાદબાકી  $\pi$  to સાથે સંબંધિત છે.

વત્તા  $\pi$  પરંતુ જો આપણે  $n$  ની અન્ય કોઈ પણ અન્ય પૂર્ણાંક કિંમત જેમ કે 1 લઈએ તો  $x$  ની કિંમત હેટ આપણને  $n$  બરાબર 1 સાથે મળે છે તે 2  $\pi$  ઓછા  $\pi$  બાય 3 છે અને આ મૂલ્ય ચોક્કસપણે અંતરાલમાં નથી

તેથી આ અંતરાલ ઓછા  $\pi$  d પ્લસ  $\pi$  સાથે સંબંધિત નથી

તેથી આ આપણા માટે માન્ય ઉકેલ નથી અને સમાન વસ્તુ જો આપણે શૂન્ય ન હોય તેવા કોઈપણ અન્ય પૂર્ણાંક ગુણાંકનો અન્ય પૂર્ણાંક ગુણાંક લઈએ તો થશે,

તેથી વત્તા ચિહ્ન સાથે અહીં એકમાત્ર ઉકેલ જે આપણને મળે છે તે  $x$  બરાબર છે માઈનસ  $\pi$  બાય ત્રણ હવે યાવો જોઈએ કે આપણે અહીં નકારાત્મક ચિહ્ન સાથે શું મેળવીએ છીએ.

તેથી તે સમીકરણ 2  $x$  છે તે 2  $n \pi$  ઓછા  $x$  ઓછા  $\pi$  બાય 3 જેટલું હોવું જોઈએ અને તે પછી ત્રણ  $x$  બરાબર બે  $n \pi$  વત્તા  $\pi$  ઉપર ત્રણ અથવા  $x$  બરાબર બે  $n \pi$  ઉપર ત્રણ વત્તા  $\pi$  બરાબર હોવું જોઈએ નવની ઉપર ફરીથી  $n$  બરાબર શૂન્યથી શરૂ કરીને આપણને  $x$  બરાબર પાઈ ઓવર નવ મળે છે જે અલબત્ત અંતરાલ માઈનસ  $\pi$  થી વત્તા પાઈ સાથે  $n$  બરાબર એક સાથે આવે છે આપણને  $x$  બરાબર બે  $\pi$  બાય ત્રણ વત્તા  $\pi$  બાય નવ મળે છે

તેથી આ અમારા માટે પણ એક માન્ય ઉકેલ છે કારણ કે આ પણ ઈન્ટરવલ માઈનસ પાઈ ટુ સાથે સંબંધિત છે વત્તા  $\pi$  પરંતુ આપણે જો આપણે  $n$  ની મોટી કિંમતો જેમ કે  $n$  સમાન બે અને

તેથી વધુ લઈએ તો આપણને જે મૂલ્ય મળે છે તે માઈનસ  $\pi$  થી પ્લસ  $\pi$  સાથે સંબંધિત રહેશે નહીં અને

તેથી જો આપણે લઈએ તો તે નકારાત્મક બાજુએ આપણા માટે માન્ય ઉકેલો નથી.

$n$  ની બરાબર માઈનસ વન તો આપણને  $x$  બરાબર માઈનસ ટુ પાઈ ઉપર ત્રણ વત્તા પાઈ બાય નવ મળે છે અને આ મૂલ્ય અલબત્ત અંતરાલ માઈનસ પાઈ ટુની છે

તેથી માઈનસ પાઈ થી વત્તા પાઈ પણ જો આપણે  $n$  ઈક્વલ ટુ માઈનસ બે લઈએ તો તે કિંમત અંતરાલ માઈનસ  $\pi$  થી પ્લસ પાઈ સાથે સંબંધ રાખશે નહીં જેથી તે સોલ્યુશન એકલું ન હોય

તેથી અહીં નકારાત્મક ચિહ્ન સાથે આપણને 3 માન્ય ઉકેલો મળે છે અને હકારાત્મક ચિહ્ન સાથે સકારાત્મક ચિહ્ન સાથે આપણને માત્ર એક ઉકેલ મળ્યો જે  $x$  બરાબર માઈનસ  $\pi$  હતો બે વડે તે ચોથો સોલ્યુશન છે

તેથી સંપૂર્ણ રીતે આપણને આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણ માટે  $x$  ના ચાર અલગ-અલગ મૂલ્યના ઉકેલો મળે છે અને પછી જો તમને યાદ હોય તો અમને ખરેખર બધા અલગ-અલગ ઉકેલોનો સરવાળો શોધવાનું કહેવામાં આવ્યું હતું જેથી કરીને આપણે બધા જોઈ શકીએ.

આ ઉકેલોમાંથી વાસ્તવમાં અલગ છે

તેથી તેમાંથી કોઈ પણ બીજા સમાન નથી અને જ્યારે આપણે તેનો સરવાળો લઈએ છીએ ત્યારે આપણને જે મળે છે તે અલબત્ત આ અને આ રદ થઈ જશે અને જ્યારે તમે આ અને આ અને આને ઉમેરશો ત્યારે આને ત્રણ વડે  $\pi$  મળશે પણ જ્યારે આમાં ઉમેરવામાં આવશે આપણને શૂન્ય આપશે

તેથી તે તારણ આપે છે કે આ ચારેય અલગ-અલગ મૂલ્યોનો સરવાળો વાસ્તવમાં શૂન્ય જેટલો છે

તેથી અંતિમ જવાબ એ છે કે આ સમીકરણના તમામ અલગ-અલગ ઉકેલોનો સરવાળો જ્યાં સેટ  $S$  ના ઉકેલો સમાન છે શૂન્ય જો આપણે થોડા ડગલાં પાછળ જઈએ તો આપણે બે  $x$  ની  $\cos$  બરાબર  $x$  ઓછા  $\pi$  ની  $\cos$  ની ઉપર ત્રણથી શરૂઆત કરી અને અમે કહ્યું કે આ સમીકરણનો સામાન્ય ઉકેલ એ સ્વરૂપનો છે કે બે  $x$  બે  $n \pi$  બરાબર હોવા જોઈએ.

વત્તા ઓછા  $x$  ઓછા પાછા બાય ત્રણ હવે કેટલાક વિદ્યાર્થીઓને આશ્ચર્ય થશે કે કારણ કે  $\cos$  એ એક સમાન કાર્ય  $\cos$  છે  $x$  માઈનસ  $\pi$  બાય 3 એ  $x$  વાસ્તવમાં પણ  $\pi$  ની  $\cos$  બાય 3 ઓછા  $x$ ની બરાબર છે

તેથી જો આપણે  $\cos$  ની સાથે શરૂ કરીએ તો બે  $x$  બરાબર  $\pi$  ની  $\cos$  બાય ત્રણ ઓછા  $x$  અને પછી તેને  $\text{exac}$  ઉકેલો આપણે જે રીતે કર્યું છે તે રીતે આપણે ઉકેલોનો સમાન સમૂહ મેળવવા જઈ રહ્યા છીએ અને તે પ્રશ્નનો જવાબ અલબત્ત હા છે અને તે એટલા માટે છે કે જો આપણે કહીએ કે આ સમીકરણથી શરૂઆત કરીએ તો  $x$  માઈનસ  $\pi$  3 ને બદલે આપણે  $\pi$  બાય 3 ઓછા  $x$  છે

તેથી ફરીથી તે જ છે કારણ કે આ સમીકરણનો સામાન્ય ઉકેલ પણ  $n \pi$  વત્તા ઓછા  $\pi$  બાય ત્રણ ઓછા  $x$  માટે સ્વરૂપનો હશે પરંતુ જો આપણે આ જોઈએ તો અહીં મહત્વની બાબત એ જોવાની છે કે આ વત્તા ઓછા

તેથી કારણ કે આપણી પાસે અહીં વત્તા છે

તેથી પ્લસ સાથે આપણને 2  $n \pi$  વત્તા  $x$  માઈનસ  $\pi$  બાય 3 મળશે જ્યારે આપણે માઈનસ લઈએ છીએ ત્યારે આપણને 2  $n \pi$  માઈનસ  $x$  માઈનસ પાઈ બાય 3 મળે છે પણ જે ખરેખર ત્યારે થાય છે જ્યારે આપણે અહીં બાદબાકીનું ચિહ્ન લઈએ છીએ કે અભિવ્યક્તિ બરાબર બરાબર છે જે આપણે આ કિસ્સામાં વત્તા ચિહ્ન સાથે મેળવીએ છીએ અને તે જ રીતે આપણે અહીં માઈનસ ચિહ્ન સાથે જે મેળવીએ છીએ તે બરાબર બરાબર છે જે આપણે વત્તા ચિહ્ન સાથે અહીં મેળવીએ છીએ

તેથી જ આ બંને વસ્તુઓ સમાન હશે તે આપણને સમાન ઉકેલ આપશે  $n$

તેથી તે સાથે આ વ્યાખ્યાન સમાપ્ત થશે અને આગામી વ્યાખ્યાનમાં અમે આવી જ કેટલીક વધુ સમસ્યાઓ કરીશું આભાર