

معکوس مثلثی افعال پر اس لیے پچھلے چار لیکچرز میں ہم نے معکوس مثلثی افعال کا احاطہ کیا ہے اور ان کی تعریف بھی کی ہے ہم نے ان کے درمیان شناخت اور تعلقات کی بھی وضاحت کی ہے اور پچھلے لیکچر میں ہم نے کچھ مسائل کو حل کرنا شروع کیا تھا لہذا ہم ایسا کرتے رہیں گے۔ یہ لیکچر بنیادی طور پر معکوس ٹرگنومیٹرک فنکشنز کے لیے مسئلہ حل کرنے والا ہے لہذا یہ پہلا مسئلہ ہے لہذا ہمیں یہ ثابت کرنا ہوگا کہ یہ مربع جمع دو کے مربع جڑ کے برابر ہے x مربع پلس ایک سے زیادہ x بائیں ہاتھ کی طرف تو فوری طور پر اگر ہم دیکھتے ہیں یہ آہ تھوڑا مشکل لگتا ہے کیونکہ ایسا لگتا ہے کہ آہ مثلثی اور الٹا جیومیٹرک افعال کی ایک ترکیب ہے اور اس ہے۔ \cot میں مرکب کا ایک گھونسلا تیسرے درجے تک ہے لہذا خیال یہ ہے کہ اصل میں سب سے اندرونی سطح سے شروع کیا جائے تاکہ یہ کا رینج سیٹ کھلا \cot inverse کو تھیٹا کے برابر ہونے دیں اور پھر کیونکہ \cot inverse x اور ہم کہتے ہیں کہ \cot inverse x سے ہونا چاہیے اس لیے یہ تھیٹا کا سائن بن جاتا ہے π یہ واضح ہے کہ تھیٹا کا تعلق کھلے وقفے کے صفر سے i ہے۔ p وقفہ صفر سے تک ہوتا ہے π اور ہم جانتے ہیں کہ جب تھیٹا کا تعلق سائن فنکشن کے گراف سے صفر سے غیر منفی ہے اور اس \sin theta تو یہ واضح ہوتا ہے کہ سائن تھیٹا غیر ہے منفی اس لیے کہ تھیٹا اس سے تعلق رکھتا ہے ہم جانتے ہیں کہ مربع \cos کو مربع جڑ کے طور پر لکھ سکتے ہیں، لہذا یہاں یہ سائن اسکوئر تھیٹا کا مثبت مربع جڑ ہے جو کہ 1 مانس \sin theta لیے ہم کے لحاظ سے ظاہر کرنے کی ضرورت ہے اور اس وجہ سے ہم x کے مثبت مربع جڑ کے برابر ہے۔ تھیٹا اب ہمیں اس دائیں ہاتھ کی طرف کو فنکشن کا اطلاق کرتے ہیں \cot یہاں اس تعلق کو استعمال کریں گے لہذا اس تعلق سے اگر ہم دونوں اطراف پر ہے پھر اسے x کے برابر ہوتا ہے اور لہذا اور اس کا مطلب یہ ہے کہ تین تھیٹا ایک سے زیادہ \cot تھیٹا کے x تو ہمیں کیا ملتا ہے کہ مانس 1 اوور سیکنڈ مربع تھیٹا کے طور پر لکھا جا سکتا ہے جسے پھر 1 مانس 1 اوور کے مربع جڑ کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے ہم یہ اسکوئر تھیٹا \tan plus \tan ہے o شناخت جانتے ہیں کہ سیکنڈ مربع تھیٹا مربع تھیٹا کے مربع جڑ کو 1 جمع تین مربع تھیٹا پر \tan تو ہم یہاں اس شناخت کو استعمال کرنے جا رہے ہیں جس کو مزید آسان کیا جا سکتا ہے لہذا ہم یہاں اس اظہار میں x اور پھر اس اظہار میں ہم آہ تین تھیٹا کی اس قدر کو استعمال کرنے کا ارادہ رکھتے ہیں جو ایک سے زیادہ سے بدل دیتے ہیں x جگہ تین تھیٹا کو ایک اوور مربع کے مثبت مربع جڑ کے برابر x مربع پر ایک جمع ایک سے زیادہ x تھیٹا ایک سے زیادہ \sin تو پھر ہمیں جو حاصل ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ مربع کا مربع جڑ اور یہ مثبت مربع جڑ ہے اور اس قدر کو ہم بنیادی طور پر اس مساوات میں یہاں پر ڈالتے x ہو جاتا ہے۔ ایک سے زیادہ ایک جمع ہیں

یہ \sin theta کا جائزہ لینے کی ضرورت ہے لیکن \cos تھیٹا کے \sin تو پھر ہمیں جو حاصل ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ ہمیں تین انورس مربع کے مثبت مربع جڑ سے زیادہ ہے x قدر جو ایک جمع کے o کے برابر ہے لہذا ϕ تو یہ وہی ہے جس کا ہمیں اندازہ کرنا ہے اور پھر ہم جو کہتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم کہتے ہیں کہ یہ خاص قدر یہ مثبت مربع جڑ ہے اس پوری قدر یہاں ah کے برابر ہے کیونکہ ϕ مربع جڑ اب ne over مربع کا x کو الٹا کریں۔ ایک جمع \tan دو کے وقفہ سے ہونا چاہیے اس لیے بنیادی طور پر ہمیں کیا تلاش کرنا ہے۔ π کا تعلق صفر سے ϕ یہ قدر یہاں غیر منفی ہے اور اس لیے مربع کے برابر x برابر مربع جڑ کے ایک جمع \tan کا ϕ یقیناً یہاں سے یہ نتیجہ اخذ کیا جا سکتا ہے کہ \cos of ϕ is \cos of ϕ ہے ϕ کا \cos ہے اب یہ تو یہ وہی ہے جو ہمیں اب گنا ہے

\cos کے وقفہ سے ہے یہ واضح ہے کہ π by 2 فنکشن کے گراف سے θ سے \cos کا تعلق ϕ اب چونکہ \cos کی ϕ تو کے مثبت مربع جڑ کے طور پر لکھ سکتے ہیں جسے پھر لکھا ϕ مربع \cos کو \cos ϕ کو غیر منفی ہونا چاہیے اور اس لیے ہم ϕ برابر ہے ϕ کے ایک سے زیادہ مثبت مربع جڑ اور پھر دوبارہ یہ شناخت استعمال کرتے ہوئے کہ سیکنڈ مربع ϕ جا سکتا ہے۔ سیکنڈ مربع میں یہ ah کے مربع جڑ کے 1 کے برابر سمجھتے ہیں اور پھر یقیناً ϕ مربع \tan کے ہم اسے 1 جمع \tan جمع 1 مربع کا ایک اوور مربع جڑ ہے اور پھر جب ہم یہ متبادل کرتے ہیں x جس میں ایک جمع \tan ϕ su bstitute \tan ϕ مساوات ہم \cos مربع کے ایک اوور مربع جڑ کے برابر کرتے ہیں اور پھر ہمیں x کو ایک جمع \tan ϕ تو آخر کار ہمیں مل جاتا ہے لہذا ہم متبادل کے برابر ملتا ہے۔ مربع جڑ سے ایک ہے ϕ ایک سے زیادہ ϕ کا ایک جمع مربع جڑ جو ایک جمع کے مربع جڑ سے ایک ہے لہذا تین مربع ϕ تو یہ مثبت مربع جڑ ہے ایک جمع تین مربع مربع پر اور یہ بالکل وہی ہے جو سوال x مربع کا جڑ دو جمع x مربع کا ایک جمع x مربع ہے اور پھر یہ برابر ہوتا ہے ایک جمع x ایک جمع میں ثابت کرنے کے لئے کہا گیا تھا تاکہ آہ کے ثبوت کو ختم کر دے اس پہلے مسئلے کا ہے اور جس کی حد π جس کا ڈومین θ سے f 4 تو یہاں دوسرا مسئلہ ہے اس لئے اس میں کہا گیا ہے کہ فرض کریں وہاں ہے ایک فنکشن کے برابر ہے \cos inverse تھیٹا کے \cos کے طور پر بیان کیا گیا ہے f کو تھیٹا کے f ہے اور فنکشن π بند وقفہ θ سے تھیٹا کے برابر 10 مانس تھیٹا اور تھیٹا f فنکشن جو f تو سوال پوچھتا ہے کہ تھیٹا سے تعلق رکھنے والے پوائنٹس کی تعداد ٹی کا ڈومین وہ تھیٹا کی f فنکشن کے اس ڈومین میں کتنے تھیٹا ہیں اس طرح کہ f کی مساوات کو پورا کرتا ہے لہذا ہمیں بنیادی طور پر یہ معلوم کرنا ہوگا کہ دس مانس تھیٹا اور کے برابر ہے۔ دس بنیادی طور پر ہمیں تمام تھیٹا کو حل کرنے کی ضرورت ہے جو وقفہ صفر سے چار پائی سے f یہ قدر تھیٹا دس سے زیادہ دس مانس تھیٹا کے برابر ہے لہذا ہمیں یہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے کہ \cos inverse \cos تعلق رکھتے ہیں جیسے اتنا واضح طور پر یہ ہے کیونکہ یہ ایک مثلثی کنواں ہے ہمیں پہلے اس بائیں π اس وقفہ θ سے 4 میں اس مساوات کے کتنے حل موجود ہیں ہاتھ کی طرف کو آسان بنانے کی ضرورت ہے اور پھر مساوی کرنے کی کوشش کریں اور دیکھیں کہ تھیٹا کی ایسی کتنی قدریں ہیں اب کہا جاتا ہے سے تعلق رکھتا ہے۔ واضح طور پر جب ایسا ہے π کہ تھیٹا θ سے 4 کو 4 خطوں میں تقسیم کریں π تو آئیے ہم اس خطے کو θ سے 4 ہوگا اور آخری خطہ جو ہے چوتھا π سے تین π ہوگا پھر تیسرا خطہ دو π سے دو π ہے دوسرا خطہ π تو پہلا خطہ θ سے سے ہے π کے درمیان بند وقفہ ہوگا لہذا پہلی صورت یہ ہے کہ جب تھیٹا کا تعلق صفر سے π اور چار π علاقہ تین سے ہے π تو جب تھیٹا کا تعلق صفر سے تک ہے π صفر سے ah الٹا کیا ہے اب جب تھیٹا کا تعلق \cos تھیٹا کا \cos تو کے لیے اچھی طرح سے ہے ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ \cos theta کے \cos inverse تو یہ واضح ہے کہ یہ خاص قدر کسی بھی تھیٹا فنکشن کی حد سے یہ واضح ہے کہ کسی بھی تھیٹا فانی کے لیے بند وقفہ صفر سے تعلق \cos inverse کے برابر ہے اب ϕ کچھ زاویہ کے برابر ہے اب ہم جانتے ہیں کہ اس \cos ϕ تھیٹا \cos فنکشن لگانے سے ہمیں جو ملتا ہے وہ \cos بھی دونوں طرف π رکھتا ہے۔ کے درمیان ہوتا ہے۔ 2 اگر ہم کوزائن فنکشن π by 2 سے جمع π by 2 بالکل اسی طرح سائن فنکشن کا گراف مانس π وقفہ میں θ سے کے گراف کو دیکھتے ہیں تو میں اسے جلدی سے یہاں کھینچتا ہوں

کا گراف دیکھتے ہیں ah \cos کے درمیان x بمقابلہ x تو اگر ہم

کہتے ہیں π تو ہمیں صفر سے

کچھ اس طرح ہے اور جیسا کہ h اور θ ہے۔ کہتے ہیں یہ ایک ہے اور کہنے دیں کہ یہ مانس ون ہے اور گرپ π تو ہم کہتے ہیں کہ یہ تک محدود ہو π جب وقفہ صفر سے $\cos x$ آپ گراف کو دیکھ سکتے ہیں کہ منحنی خطوط

سے تعلق رکھتا ϕ اور π تو ایکس بڑھنے کے ساتھ یکسر کم ہو رہا ہے اور اس لیے اگر ہمارے پاس دو زاویے ہیں جن کا تعلق صفر سے لیکن $\cos \phi$ برابر ہے $\cos n$ تھیٹا \cos تک اس لیے تھیٹا اور فانی دونوں ایک ہی وقفہ سے تعلق رکھتے ہیں اور π ہے وقفہ صفر سے کے برابر ہے اور اس لیے ہم یہ حاصل کریں ϕ چونکہ کوزائن فنکشن یکسر طور پر کم ہو رہا ہے اس کا واحد طریقہ یہ ہے کہ تھیٹا $\pi \cos \text{inverse}$ بنیادی طور پر تھیٹا کے برابر ہے لہذا ہم یہ حاصل کرتے ہیں کہ پہلی صورت میں جب تھیٹا کا تعلق θ سے ϕ تو یہ $\text{of } \cos$ تھیٹا ہے

اور π 2 الٹا تھیٹا اب خود تھیٹا ہے۔ دوسرے خطے سے تعلق رکھتا ہے جو \cos تھیٹا کا \cos کے برابر ہے جو تھیٹا ہے لہذا ϕ تو کے $\cos \theta$ کے برابر نہیں ہو سکتا کیونکہ $\cos \text{inverse } \theta$ تھیٹا کا \cos کے درمیان ہے یہ واضح ہے کہ اس صورت میں π سے π 2 ہے اور یہ تھیٹا وقفہ π to π جو کہ $\cos \text{inverse } \theta$ کی یہ قدر رینج سیٹ سے تعلق رکھتی ہے۔ $\cos \text{inverse}$ تک بیان کر سکتے ہیں π سے π 2 سے تعلق رکھتا ہے لہذا درست ہونے کے لیے ہم کیا کر سکتے ہیں یہ ہے کہ ہم اس دوسرے خطے کو لیکن یہ اس سے کہلا ہو گا۔ بائیں طرف

کی قدر کا تعلق دوسرے خطے سے نہیں ہے کیونکہ اور یہ اس لیے ہے کہ ہم نے پہلے خطے کو بند وقفہ کے طور پر بیان کیا تھا لہذا π تو یہ π to π to two π کا تعلق پہلے خطے سے ہے لہذا اب یہ واضح ہے کہ دوسری صورت کے لیے جب تھیٹا تعلق رکھتا ہے۔ π کے برابر نہیں ہوگا $\cos \text{inverse } \theta$ تھیٹا کا \cos واضح ہے کہ

کے برابر ہے x کی قدر کیسے تلاش کریں گے اب ہمیشہ کی طرح ہم کہتے ہیں کہ یہ کچھ $\cos \text{inverse}$ کے $\cos \theta$ تو پھر ہم فنکشن کا رینج سیٹ ہے اور پھر اگر ہم یہاں $\cos \text{inverse}$ سے ہونا چاہئے جو π کا تعلق صفر سے x تو یہ ہے واضح کریں کہ اس فنکشن کا اطلاق کرتے ہیں \cos دونوں اطراف پر

ہے۔ دو π فنکشن ایک \cos کے برابر ملتا ہے، ہمیں ایک چیز کا احساس ہوتا ہے۔ یہاں یہ ہے کہ چونکہ $\cos x$ $\cos \theta$ تو ہمیں تھیٹا کے برابر ہے اور ہم نے دو پائی مانس تھیٹا لینے کی وجہ \cos بھی \cos $\text{riodic trigonometric function}$ مانس تھیٹا کا سے ہے π سے π سے π یہ تھیٹا کا تعلق

لہذا ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر ہم بنیادی طور پر جو π تو اس کا مطلب یہ ہے کہ دو پائی مانس تھیٹا کا تعلق صفر سے صفر سے ہوگا۔ سے ہے π سے π دو π دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر تھیٹا کا تعلق کے رینج سیٹ کا سب سیٹ ہے۔ معکوس فنکشن لہذا ہمارے \cos سے ہے اور یہ وقفہ دراصل π مانس تھیٹا کا تعلق صفر سے π تو دو یہاں جو ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس ایک زاویہ دو پائی مانس تھیٹا ہے

ہے ϕ تو ہم کہتے ہیں کہ یہ

اس رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے ϕ کے برابر ہے اور ہم جانتے ہیں کہ یہ $\cos \theta$ ہے اس قدر \cos کا ϕ تو ہمارے پاس کا ϕ ϕ کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ $\cos \text{inverse}$ جو دو پائی مانس تھیٹا ہے ϕ جان لیں کہ یہ تھیٹا کے برابر ہے یہ فوری ہے بالکل واضح ہے $\cos \phi$ \cos فنکشن کے رینج سیٹ سے ہے اور اس لیے چونکہ $\cos \text{inverse}$ تعلق سے ہے یہ واضح ہے π سے دو π اس صورت میں جہاں تھیٹا کا تعلق ah الٹا کے برابر ہونا چاہیے لہذا \cos تھیٹا کے $\phi \cos$ کہ تھیٹا کا \cos دو پائی مانس تھیٹا ہے لہذا اس میں یہ کیس دوسری صورت میں ϕ کے برابر ہوگا جہاں ϕ الٹا \cos تھیٹا کا \cos کہ الٹا دو پائی مانس تھیٹا کے برابر ہے

دو پائی مانس تھیٹا ہے اسی طرح تیسری صورت کے لیے جہاں تھیٹا $\cos \theta$ $\cos \text{inverse}$ $\cos \theta$ تو تھیٹا تھیٹا کے برابر نہیں ہوگا اور درحقیقت ہم $\cos \text{inverse}$ سے تعلق رکھتا ہے اس صورت میں نیز π سے تھری π دوبارہ دو یہ دکھا سکتے ہیں کہ جب تھیٹا دو پائی سے تین پائی تھیٹا مانس دو پائی کا تعلق صفر سے π کے وقفہ سے ہوگا اور مزید یہ کہ تھیٹا مانس θ برابر ہے۔ \cos پائی کا

کے برابر ہے \cos تو یہ تھیٹا کے

تھیٹا کے برابر ہے اور ہم جانتے ہیں کہ یہ زاویہ تھیٹا مانس θ \cos تو پھر ہمارے یہاں بھی ایسی ہی صورتحال ہے جہاں اس زاویہ کی فنکشن کا رینج سیٹ اور اس وجہ سے ہم $\cos \text{inverse}$ پائی رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے کیونکہ یہاں یہ خاص وقفہ ایک ہے کا سب سیٹ تھیٹا \cos کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے اور اس وجہ سے یہ ہوتا ہے کہ تھیٹا مانس θ پائی $\cos \text{inverse}$ جانتے ہیں کہ یہ زاویہ $\pi \cos \text{inverse}$ سے تین π کے لیے جب تھیٹا کا تعلق ہے یہ وقفہ دو ah کے برابر ہونا چاہئے اور اس لیے $\cos \text{inverse}$ کے سے π ہوگا اور یہی بات آخری منظر نامے کے لیے بھی درست ہے جہاں تھیٹا کا تعلق تین π دراصل تھیٹا مانس θ $\text{of } \cos \theta$ سے ہے π چار

سے ہے π چار

تو اس صورت میں ہم دیکھتے ہیں کہ چار پائی مانس تھیٹا

تو اگر تھیٹا کا تعلق تھری پائی سے چار پائی سے ہے

مانس π کی رینج سیٹ کا سب سیٹ ہے $\cos \text{inverse } 4$ تو چار پائی مانس تھیٹا کا تعلق صفر سے π کے وقفے سے ہے جو کہ دوبارہ کے برابر ہے اور یہ دوبارہ اس وجہ سے ہے کوزائن فنکشن کی $\cos \theta$ تھیٹا کا

کے رینج $\cos \text{inverse}$ مانس تھیٹا اس خاص زاویے کا تعلق π تھیٹا ہے اور فور \cos فور پائی مانس تھیٹا \cos توانریت کا اس لیے کے برابر ہے لہذا $\cos \text{inverse}$ تھیٹا کے \cos مندرجہ ذیل ہے کہ چار پائی مانس تھیٹا i t سیٹ سے ہے اس لیے یہاں سے دوبارہ مانس تھیٹا کے برابر ہے π دراصل چار $\cos \text{inverse}$ $\cos \theta$ جب تھیٹا اس چوتھے وقفے سے تعلق رکھتا ہے

تو اگر ہم اب ان چار مختلف صور

توں کا خلاصہ اس میں کر سکتے ہیں۔ یہاں سلائیڈ کریں

تھیٹا کی طرف سے لی گئی قدر بتاتی ہے اس لیے یہ $\cos \text{inverse}$ \cos تو یہ سلائیڈ ہمیں تھیٹا کی تمام مختلف رینجز کے لیے اس فنکشن دونوں منحنی خطوط کو پلاٹ کیا ہے۔ فنکشن ah تھیٹا فنکشن کی بالکل وضاحت کرتا ہے اس لیے اس گراف میں ہم نے $\cos \text{inverse}$ \cos تھیٹا کے ساتھ ساتھ فنکشن دس مانس تھیٹا اور دس ہے $\cos \text{inverse}$ \cos

تو افقی محور پر ہمارے پاس تھیٹا ہے عمودی محور پر ہم ان دو فنکشنز کے ذریعے لی گئی قدروں کو پلاٹ کرتے ہیں

کا گراف پلاٹ کیا ہے۔ تھیٹا نیلے رنگ میں ہم نے فنکشن دس مانس تھیٹا کا گراف دس سے اوپر $\cos \text{inverse}$ \cos تو سیاہ میں ہم نے فنکشن کے بعد سے ہم سے تھیٹا کی وہ تمام قدریں معلوم کرنے کو کہا گیا تھا جن کے لیے یہ دونوں فنکشنز ہیں۔ ah ہم دیکھتے ہیں کہ ah بنایا ہے اور تھیٹا دس سے زیادہ دس مانس تھیٹا کے برابر ہے $\cos \text{inverse}$ \cos ایک ہی قدر لیں یا جس کے لیے

پر کاٹتے ہیں اور ah تو یہ وہی ہے جو پوچھا جا رہا تھا اور گراف سے یہ بالکل واضح ہے کہ یہ دونوں منحنی خطوط یہ سب سے پہلے یہاں پر

پھر دوسری جب وہ یہاں ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں اور پھر تیسری بار اندر سے یہاں ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں تھیٹا دس سے زیادہ دس منفی تھیٹا کے برابر ہے $\cos^{-1} \cos$ تو بنیادی طور پر تھیٹا کی تین الگ الگ قدریں ہیں جن کے لیے تو اس سوال کا حتمی جواب ہوگا پوائنٹس تھیٹا کا تعلق تھیٹا سے ہے جس کا تعلق صفر سے چار پائی سے ہے دس مائنس تھیٹا سے زیادہ دس کے کو حل کرنے کے لیے کہا گیا ہے ah تھیٹا تین ہے اس لیے صرف تین الگ پوائنٹس ہیں اگلے مسئلے میں ہم سے $\cos^{-1} \cos$ برابر کی ان تمام اقدار کو حل کرنا اور تلاش کرنا ہے جو یہاں اس مساوات کو پورا کرتی ہیں لہذا ایک ہی x لہذا ہمیں ah درج ذیل مثلثی مساوات لیکن ہم n کے x کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔ تین $\pi - \tan^{-1} x$ کے برابر $\tan^{-1} x$ چیز کو کو چار سے بدلتے ہیں ایک کے تین کے الٹا π سے چار ہے لہذا ہم π کا تین از چار ایک ہے یا بجائے ایک کا تین الٹا ہے π جانتے ہیں کہ کا فارمولہ $\tan^{-1} x - \tan^{-1} y$ اور اس لئے دائیں ہاتھ کی طرف اس اظہار کے برابر ہے اور پھر ہمیں استعمال کرنا ہے یا اس کے بجائے ہم اسے تین الٹا ون پلس تین الٹا مائنس تھری ایکس کے طور پر لکھ سکتے ہیں لہذا ہمیں تین انورس ایکس پلس تین قسم کا فارمولا تھا۔ ہم پہلے ہی اپنے پچھلے لیکچرز میں سے ایک میں دیکھ چکے ہیں لہذا یہاں اظہار ہے y استعمال کرنے کی ضرورت ہے جو اور ہم دیکھتے x برابر ہے مائنس 3 y برابر ہے 1 اور ہمارے پاس x تو اس معاملے کے لیے اب ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس ہے x کی پیداوار اس معاملے کے لیے مائنس 3 y اور x ہیں کہ تو اس مسئلے کے لیے ایک اور چیز جس کا مشابہہ کرنا ضروری ہے وہ یہ ہے کہ تین انورس فنکشن کی ویلیو تک چار سے جوڑ دیں π تو یہ خاص ویلیو اور یہ ویلیو بھی اس لیے یہ دونوں قدریں منفی ہے x تو اب اگر اگر

منفی ہے x تو یہ قدر بھی منفی ہوگی اور اس لیے یہ قدر بھی اس لیے اگر منفی ہے x تو یہ ساری چیز منفی ہو جائے گی لیکن چونکہ اس مسئلے میں ہم سے کہا گیا ہے کہ صفر x اس مساوات کو پورا کرے گا جس کے لئے x واضح طور پر ہو سکتا ہے۔ بنیادی طور پر یہ نتیجہ اخذ کیا جا سکتا ہے کہ صرف وہی کی x سے بڑا ہے لہذا یہ وہ چیز ہے جسے ہم یہاں اس مساوات سے فوری طور پر دیکھ سکتے ہیں لہذا بعد کی بحث میں ہم اپنی بحث کو صرف فارمولے پر واپس آ رہے ہیں اب ہم جانتے ہیں $\tan^{-1} y$ پلس $\tan^{-1} x$ مثبت اقدار تک محدود رکھیں گے۔ ایک بار پھر یہاں ہمارے مسئلے کے لیے مثبت ہے x کہ چونکہ

y اوقات x ہے اور اس لیے x مائنس تھری y منفی ہے کیونکہ y تو اس کا کیا مطلب ہے کہ صفر سے کم ہے اور اس لیے ان تینوں صور y اوقات ہے x تو ہمارے پاس صفر سے کم ہے اور یقیناً صفر ایک سے کم ہے xy توں میں سے ہمارا معاملہ بنیادی طور پر یہ خاص صورت ہوگا کیونکہ ہمارے لیے ایک سے کم ہے اور اس لیے ہمیں اس مخصوص فارمولے کو xy میں ہمارے مسئلے کے لیے ah کیس r میں ou تو برابر مائنس تھری ایکس کے ساتھ اور جب ہم ایسا کرتے ہیں y کے برابر ایک اور x استعمال کرنا ہوگا جس میں تو ہمیں یہ دائیں ہاتھ کی طرف برابر ہو جاتا ہے۔ 1 مائنس 3 ایکس کا تین الٹا 1 جمع 3 ایکس پر اور پھر ہمیں آخر کار جو حاصل ہوا وہ یہ ہے کہ دو $\tan^{-1} x$ کا تین الٹا ایک مائنس تھری ایکس پر ایک جمع تین ایکس کے تین الٹا کے برابر ہے اب واضح طور پر کیونکہ ah ہم جانتے ہیں کہ اگر $\tan^{-1} b$ برابر ہے $\tan^{-1} a$ کے اگر یہ سچ ہے $\tan^{-1} b$ برابر ہے a کے برابر ہے پھر یہ سچ ہونا چاہیے کہ a برابر b ہے تو یہ سچ ہونا چاہیے کہ لگانے سے دیکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات کے دونوں اطراف میں کام کرتا ہے لہذا ہم دونوں اطراف پر تین لگاتے ہیں کے برابر ملتا ہے اور اس وجہ سے اس خاص مساوات میں اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے یہ پیروی کرتا ہے کہ یہ درست ہے b تو ہمیں کے برابر ہو۔ ون پلس تھری ایکس سے زیادہ اور پھر اگر ہم ah کرتے ہیں اگر ہم اسے x ایک مائنس تین x اگر اور صرف اس صورت میں جب دو مربع جمع x یقیناً ah پھر ہمارے پاس الجبری بیرا پھیری کا تھوڑا سا حصہ ہے جو ہمیں یہ دیتا ہے اور پھر ہمارے پاس t تھوڑا سا باہر نکالیں۔ جمع ایک کے برابر فیکٹر کیا جا سکتا ہے۔ صفر x مائنس ون میں x مائنس ایک صفر کے برابر ہے اور بائیں ہاتھ کی طرف کو ah x پانچ یا x تو اب دو حل ہیں اس لیے

یہ مائنس ون نہیں ہے ah صفر سے بڑا ہونا چاہیے اور اس لیے ah x تو چھ سے ایک ہے یا یہ مائنس ون ہے لیکن ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ ایک اور چھ کے برابر ہے لہذا یہ حتمی جواب ہے لہذا یہاں ایک اور ah بہت ہی دلچسپ x ویلیو سلوشن نہیں ہے اس لیے واحد ممکنہ حل ہے $\tan^{-1} x$ ریاضی کی ترقی میں ہیں اور z اور xy مسائل میں سے ایک ہے لہذا یہ کہتا ہے کہ اگر je مسئلہ ہے اور میرے خیال میں یہ بھی ریاضی کی ترقی میں ہیں $\tan^{-1} z$ اور $\tan^{-1} x$ اور $\tan^{-1} y$ سے زیادہ 2 یا z جمع x برابر ہے y ریاضی کی ترقی میں ہیں ہمارے پاس z اور xy تو اب مندرجہ ذیل میں سے کون سا سچ ہے کیونکہ بھی ریاضی z ایک الٹا t اور $\tan^{-1} x - \tan^{-1} y$ $\tan^{-1} z$ برابر ہے x مائنس z برابر ہے x مائنس y دوسرے لفظوں میں $\tan^{-1} z$ کے برابر ہے $\tan^{-1} x$ مائنس $\tan^{-1} y$ کی ترقی میں ہے اور اس وجہ سے اس حقیقت کو کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے اب ائیے اس زاویہ کو تھیٹا سے ظاہر کرتے ہیں اب ہم کہتے ہیں کہ یہ غیر منفی $\tan^{-1} y$ مائنس $\tan^{-1} x$ ہے ائیے ہم مندرجہ ذیل مشابہہ کرتے ہیں ہے $\pi/2$ اور یہ $\pi/2$ تو ائیے یہ کہتے ہیں کہ یہ مائنس $\tan^{-1} x$ سے بڑا ہے اور کم از کم $\tan^{-1} z - \tan^{-1} y$ تو اس معاملے کے لیے یہ درست ہونا چاہیے کہ ہے

تو اور یہ اور یہ ہیں $\tan^{-1} x - \tan^{-1} y$ تو یہ برابر ہیں یہ ہیں یہ زاویے پیمائش میں برابر ہیں اور کیونکہ یہ دونوں زاویے پیمائش میں برابر ہیں اور یہ تمام میں پڑنا پڑتا ہے دو سے یہ ہوتا ہے کہ اس زاویہ $\pi/2 + \pi$ کو وقفہ مائنس z اور $\tan^{-1} y$ کی وسعت ہے

تو ہم کہتے ہیں کہ اگر تھیٹا مثبت ہے تو یہ اس کے بعد ہوتا ہے کہ یہ تھیٹا ہے اور یہ بھی تھیٹا ہے اور اس لیے اگر ہم ان دونوں تھیٹا کو شامل کریں تو ہمیں دو تھیٹا ملتے ہیں جو کہ ہے یہ قدر سے 2 سے کم π ہے اور اس لیے یہ واضح ہے کہ تھیٹا π تو یہ واضح ہے کہ یہ 2 تھیٹا اس پورے وقفے کی لمبائی سے کم ہونا چاہیے جو ہونا چاہیے یا ہاں کیونکہ تین انورس فنکشن دراصل ایک کھلا وقفہ ہے اس لیے ہم یہاں سے سخت کم ہے لہذا بنیادی طور پر ہمارے پاس تھیٹا صفر سے دو سے کم ہے لہذا اب ہم اس مساوات کے دونوں طرف تین فنکشن کا اطلاق کریں اب ہم جانتے ہیں کہ یہ زاویہ تھیٹا π کے برابر ہے اور $\tan^{-1} y - \tan^{-1} x$ کے درمیان ہے اور لہذا تھیٹا کے تین کو تین کے تین کے طور پر لکھا جا سکتا ہے $\pi/2$ اور θ $\tan^{-1} y - \tan^{-1} x$

فارمولے کا ٹین استعمال کرنے جا رہے ہیں b تو یہاں ہم مائنس

تو ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ ایک یہ ہے یہ ٹین اے مائنس ٹین بی اوور ون پلس ٹین اے ٹین بی کے برابر ہوگا لہذا ٹین اے ائی مائنس ٹین بی ایکس 1 پلس pi by 2 کے درمیان ہے اس کے بعد ٹین تھیٹا کی یہ قدر ہے کیونکہ جب تھیٹا 0 اور pi سے زیادہ ہے کیونکہ یہ تھیٹا 0 اور xy کے درمیان ہو

فنکشن غیر منفی قدریں لیتا ہے لہذا اسے 0 کے برابر سے بڑا ہونا چاہیے۔ tan فنکشن tan تو کا گراف

تو یہاں سے یہ واضح طور پر سامنے آتا ہے کہ ہمارے پاس اس قدر کے برابر ٹین تھیٹا ہے اور تھیٹا یقیناً اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے جو دراصل xy کے ون پلس x مائنس y اس کا سب سیٹ ہے۔ ٹین انورس فنکشن کا رینج سیٹ اور اس وجہ سے یہ یہاں سے آتا ہے کہ تھیٹا ٹین الٹا tan inverse z اس دائیں ہاتھ کے لئے بھی کیا جا سکتا ہے لہذا یہاں دائیں ہاتھ کی طرف جو کیا ah برابر ہونا چاہئے اور اسی طرح سے زیادہ اور کیونکہ وہ برابر ہیں آخر کار zy کے 1 جمع y مائنس z کے tan inverse نکلے گا minus tan inverse y ہمارے پاس یہ مساوات ہے اور اس کا بنیادی طور پر یہ مطلب ہے کہ اب ہمیں صرف لاگو کرنے کی ضرورت ہے اس مساوات کے دونوں طرف x x 1 مائنس y فنکشن کرتا ہے اور اس لیے ہمیں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ یہاں یہ ویلیو یہاں اس قدر کے برابر ہے جسے ہم لکھتے ہیں tan z میں zy پلس 1 x مائنس y آسان بنانے سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ r اور پھر آگے zy سے زیادہ 1 جمع y مائنس z برابر xy جمع مربع اب ہم جانتے xy مائنس y مائنس xyz جمع z ہے xyz مائنس x مربع مائنس z جمع y ہے اور پھر xy پلس 1 y مائنس کے برابر ہے اور اس وجہ سے یہ چار اصطلاحات منسوخ ہوجاتی ہیں y مائنس x مائنس z مائنس y ہیں ریاضی کی ترقی میں z اور xy ہیں کہ ہم نے لہذا ہم اس اصطلاح کو اس طرف لیتے ہیں برابر ہے اور پھر ہم اس اصطلاح کو بائیں طرف لاتے ہیں۔ xyz اور پھر ہمیں جو ملتا ہے وہ 2 ریاضی کی ترقی میں یہ لہذا z اور xy کے برابر ہے اور اس کی وجہ یہ ہے کہ y دو z جمع x میں لیکن پھر z جمع x مربع کو y کے برابر صفر کے برابر لکھا جا سکتا ہے۔ وقت کے مفاد میں دوسری صورت پر غور xz مربع مائنس y مکعب بن جاتا ہے اور اسے y یہ دو کے بغیر یہاں تک کہ اگر ہم دوسری صورت کے لیے بھی ایسا کرتے ہیں جہاں ہم اس قدر کو منفی سمجھتے ہیں اور اگر ہم صرف اسی طرح کے مشتق کی پیروی کرتے ہیں

تو ہم بھی اس حالت پر پہنچنے والے ہیں اور اس لیے یہ اس کی پیروی کرتا ہے۔ یہ ضروری ہے اور کافی شرط ہے لہذا یہ ایک ضروری اور دونوں کا ریاضی کی ترقی میں ہونا tan inverse z اور tan inverse x tan inverse y اور xyz کافی شرط ہے اگر

ضروری ہے

تو یہ ایک ضروری اور کافی شرط ہے اس کے لئے اب یہاں سے صرف دو ہیں امکانات

تو یا

ہے 0 y یا 0 y مربع اب xz اگر 0 y ہے

ہے 0 y تو اگر

کے برابر ہے 0 y تو اگر

اور tan inverse y بھی ہے۔ x برابر 0 ہے اور ہمارے پاس یہ بھی ہے کہ ہمارے پاس ٹین الٹا y برابر 2 z جمع x تو ہمارے پاس

بڑھوتری ah ریاضی میں ہیں tan inverse z

تو یہ ہو جائے گا

صفر ہے z جمع x کو صفر کے برابر لے رہے ہیں لیکن یہ صفر ہے اور y تو ہم یہاں کیس

کے برابر ہے x ہے مائنس z تو یہ اس معاملے کے لیے چونکہ

ہے x مائنس z تو اس کا مطلب یہ ہے کہ

کا ٹین الٹا مائنس ہے x کے ٹین الٹا کے برابر ہو جاتا ہے جو x کا یہ تیسرا ٹین الٹا مائنس z تو پھر یہ

x اور مائنس 0 x برابر ہے صفر اور اس وجہ سے ہمارے پاس y تو یقیناً یہ ایک امکان ہے کہ

ہے tan inverse x 0 n minus tan inverse x ہے یہ ریاضی کی ترقی میں ہے اور x تو وہیں ہے۔ یہ ہے کہ مائنس

تو یہ تینوں بھی ریاضی کی ترقی میں ہیں

کے برابر ہے xz مربع y تو یہ ایک امکان ہے اور دوسرا امکان یہ ہے کہ

کے برابر 2y z پلس x بندسی ترقی میں ہیں اور اسی وقت ہمارے پاس z اور xy تو یہ ہے دوسرا امکان لیکن اس کا اصل مطلب یہ ہے کہ

دونوں ریاضی میں ہیں نیز بندسی ترقی z اور xy ہے جس کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ اس کا مطلب یہ ہے کہ وہ ریاضی کی ترقی میں ہیں لہذا

کے z برابر y برابر ہے x کا واحد ممکنہ طریقہ یہ ہے کہ

کے مائنس اور دوسرا x برابر ہے z ہے اور 0 y تو ہمارے پاس صرف دو امکانات ہیں اس لیے امکان نمبر ایک یہ ہے کہ یہ امکان ہے کہ

سب برابر ہیں لہذا یہ صرف دو امکانات ہیں اور اگر ہم ایک سے زیادہ انتخاب والے سوال پر z اور xy امکان یہ ہے کہ امکان نمبر 2 یہ ہے کہ

واپس جائیں جو پوچھا گیا تھا

یہاں صرف ایک امکان کا ذکر نہیں کیا گیا جو درست ہے یہ پہلا منظر نامہ ہے اس لیے باقی سب s کے برابر ہے i صفر y تو چونکہ

کی قدر ہے x درست نہیں ہیں اس لیے ہم یہاں ایک اور دلچسپ مسئلہ اٹھاتے ہیں اس لیے اس مسئلے میں ہمیں کہا جاتا ہے کہ یہ کہا جاتا ہے کہ

اور 1 کے درمیان اور پھر ہم سے کہا جاتا ہے کہ ہم یہاں اس بہت لمبے ایکسپریشن کی قدر تلاش کریں تاکہ ہمیشہ کی طرح ہم ہمیشہ باطنی 0

ایکسپریشنز پر جائیں کیونکہ یہ ایک نیسٹڈ ہے کیونکہ یہاں ہمارے پاس ٹرائیگونومیٹرک کمپوزیشن ہے اور ایک الٹا ٹیگنومیٹرک فنکشن ہے۔ ہم اب

اور 1 کے درمیان ہے اس کے بعد تھیٹا کا 0 x کو تھیٹا کے برابر ہونے کی وضاحت کے ساتھ شروع کرتے ہیں کیونکہ cot inverse x

pi کے وقفہ سے تعلق ہونا چاہیے۔ چار سے pi اوپن وقفہ صفر دو سے ہونا چاہیے اس لیے کہ یہ صفر ہے اور ایک اس کا اصل میں o تعلق

اور دو

x cot فنکشن کے گراف سے آتا ہے اور پھر ہم صرف کورس کو یہاں سے بدلتے ہیں یہ بھی اس کے بعد آتا ہے کہ cot inverse تو یہ

تھیٹا ہے cot inverse x تھیٹا کے برابر ہے اور پھر ہم وہیں کو بدل دیتے ہیں۔ یہاں اس مساوات میں ہر جگہ

تو پھر اس بڑی مساوات کے اندر جو کچھ ہے وہ بن جاتا ہے

مربع تھیٹا کی جڑ بن جاتی ہے جو کہ ایک جمع ایک کی جڑ ہے اور ٹین مربع تھیٹا جو برابر ہے ah cot مربع کی جڑ ایک جمع x تو یہ ایک جمع

ون جمع ٹین اسکوائر تھیٹا کی جڑ ٹین اسکوائر تھیٹا پر جس کو مزید آسان کیا جا سکتا ہے کیونکہ یہ بندسم یہاں سیکنڈ مربع تھیٹا بن جاتا ہے اور وہ

اسکوائر تھیٹا ہے لہذا یہ آخر کار تھیٹا کے ایک اوور سائن پر آسان ہوجائے گا۔ یہ بھی واضح رہے کہ اس رینج cos سیکنڈ مربع تھیٹا ایک اوور

تھیٹا سختی سے مثبت ہے لہذا اظہار sin میں تھیٹا کے لیے

مربع کی جڑ کو اس دوسرے مربع جڑ کے اندر منتقل کرنے کی کوشش کرتے ہیں اور پھر x تو ہم کیا کرنے کی کوشش کرتے ہیں کہ ہم ایک جمع

تھیٹا پلس سائن تھیٹا cos مربع میں x جو ملتا ہے وہ مربع ہوتا ہے۔ معذرت کے مربع جڑ کی جڑ اب مربع جڑ نہیں ہوگی کیونکہ یہ 1 جمع

مربع ہوگا x پورا مربع مائنس ون جمع

مربع کا مربع x مربع کو منتقل کرنے کی کوشش کر سکتے ہیں تاکہ یہ 1 جمع x تو ہمیں یہی ملتا ہے۔ پھر ہم اس ایکسپریشن کے اندر اس 1 جمع مربع دراصل x مربع لیکن ہم جانتے ہیں کہ یہ ایک جمع کا مربع جڑ ہے x تھیٹا جمع سائن تھیٹا بول اسکوائر مائنس ون جمع $\cos x$ جڑ ہو ایک اور سائن تھیٹا ہے لہذا ہم اس حقیقت کو اب استعمال کرتے ہیں لہذا یہ بنیادی طور پر ایک اور سائن تھیٹا ہے اور یہی ہے جسے ہم یہاں استعمال کرتے ہیں اس کو جب تقسیم کیا جاتا $\cos \theta$ over $\sin \theta$ plus one so $\cos \theta$ over $\sin \theta$ plus one x تو ہم یہ حاصل کرتے ہیں

تھیٹا سے تقسیم کرتے ہیں \sin تو ہم ان دونوں کو

تھیٹا بن جاتا ہے $\cot x$ تو یہ ایک ہو جاتا ہے اور یہ

x مربع ہے لیکن ہم جانتے ہیں کہ کوٹ تھیٹا حقیقت میں ہے x کی جڑ کوٹ تھیٹا پلس ایک پورا مربع مائنس ایک جمع x تو آخر کار ہمارے پاس مربع ملتا ہے x مربع کا مربع جڑ جمع ایک پورا مربع مائنس 1 جمع x سے بدل دیتے ہیں اور پھر آخر کار ہمیں x کے برابر ہے لہذا ہم اسے اور اگر ہم اسے مزید آسان بناتے ہیں

کے مربع جڑ کے مربع جڑ کے برابر حاصل کرتے ہیں۔ ایک جمع ایکس مربع x تو ہم اسے

کے برابر ہے اُنہی اس مسئلے میں اگلا مسئلہ لیتے x مربع کے مربع جڑ میں x تو یہ پنکھ اس اظہار کی گنتی کو ہم نے پایا ہے کہ ایک جمع کی اقدار x ہیں ہمیں مثبت حلوں کی تعداد تلاش کرنی ہے جو اس درج ذیل الٹا مثلثی مساوات کو پورا کرتے ہیں۔ مثبت حلوں سے ہمارا مطلب متغیر صفر سے زیادہ ہے جو اس معکوس مثلثی مساوات کو پورا کرتی ہے لہذا ہم بائیں ہاتھ کی اس مساوات میں بھی دیکھ سکتے x ہیں جو مثبت ہیں لہذا ہیں کہ ہمارے پاس ایک الٹا ہے ہمارے پاس تین کے الٹا کا مجموعہ ہے۔ دو مختلف قدروں کی

ٹائپ فارمولے کی یاد دلانا ہے اس لیے صرف آپ کو یاد کرنے کے $\tan^{-1} a$ plus $\tan^{-1} b$ تو یہ ہمیں فوری طور پر لکھا جا سکتا $\tan^{-1} y$ جمع $\tan^{-1} x$ لیے ہم نے پچھلے لیکچرز میں سے ایک میں یہ خاص شناخت ثابت کی تھی کہ سے بڑا ہے $xy > 1$ سے کم ہے اور اگر مصنوع $xy < 1$ سے زیادہ ہے اگر مصنوع $xy > 1$ کا تین الٹا 1 مائنس y ہے۔ ایکس پلس

دونوں مثبت ہیں y اور x تو اگر

دونوں منفی ہیں y اور x سے زیادہ ہے لیکن $xy > 1$ کو شامل کرنے کی ضرورت ہے اگر π تو ہم صرف جمع

شامل کرنے کی ضرورت ہے جو ہم دیکھتے ہیں کہ ہم صرف مثبت حل کی تعداد تلاش کرنے π ah تو ہمیں اس موجودہ مسئلے کے لئے مائنس جمع ایک بھی صفر سے بڑا x صفر سے بڑا ہے یہ واضح ہے کہ ایک از دو x صفر سے بڑا ہے لہذا جب بھی x میں دلچسپی رکھتے ہیں لہذا دلائل مثبت ہیں اور اس لیے ظاہر ہے کہ اس خاص معاملے کو π ah جمع ایک ہے لہذا تین الٹا فعل کے یہ دونوں x ہے اور اسی طرح ایک از چار مسترد کر دیا گیا ہے اس لیے صرف دو صورتیں جن کا میں اب درخواست دے سکتا ہوں وہ ہیں یا

سے بڑا ہے $0 < x$ تو یہ کیس یا یہ کیس آہ لیکن ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ اگر آپ اس قدر کو دیکھتے ہیں اگر

جمع ایک کو ایک سے سختی سے کم ہونا چاہیے اور یقیناً مثبت x جمع 1 یقیناً ہے۔ 1 سے بڑا اور اس لیے 1 بذریعہ دو x تو 2

کے درمیان ہے اسی طرح کے a کے الٹا کی دلیل ہے یہاں صفر اور ایک اور $\tan^{-1} a$ جمع ایک جو کہ پہلے x تو یہ اتنا ہے ایک از دو

جمع ایک ہے x بارے میں کہا جا سکتا ہے ای دوسری آہ یہاں دلیل ہے جو کہ ایک از چار

جمع ایک صفر اور ایک کے درمیان ہے لہذا اس سے یہ نکلتا ہے کہ x جمع ایک اور ایک بذریعہ چار x تو ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں ایک بذریعہ دو جمع ایک بھی ایک سے کم ہونا چاہئے کیونکہ دونوں ایک سے کم ہیں اور اس لئے اگر ہم اپنے x جمع ایک بار ایک سے چار x مصنوع ایک از دو

فارمولے پر واپس آتے ہیں

تو ہم دیکھتے ہیں کہ ان دو صور

کے دو دلائل کی n inverse y جمع x inverse x سے کم ہے۔ ایک جو یہ ہے کہ xy توں میں سے جو کیس لاگو ہوتا ہے وہ

اگر ایک سے کم ہے y اور x ہیں لہذا مصنوع y اور x مصنوع ہے لہذا دلائل

تو یہ پہلی صورت لاگو ہوگی جو یہاں درست ہے کیونکہ مصنوع ہم نے پہلے ہی پروڈکٹ کو ایک سے کم ظاہر کر دیا ہے اس لیے ہمارے پاس تین جمع ایک کے برابر ہے x جمع ایک جمع تین کا الٹا ایک از چار x الٹا ہے ایک از دو

یہ دو قدریں اور جن کو بھی f تو ہم یہاں یہ پہلا فارمولہ استعمال کریں گے تین کے الٹا اس کے علاوہ یہ ایک سے زیادہ مائنس پروڈکٹ آئے

آسان بنایا جا سکتا ہے یہاں مسئلہ میں یہ کہا گیا ہے کہ ہمیں ایک مثبت تلاش کرنے کی ضرورت ہے ہمیں مثبت حل تلاش کرنے کی ضرورت ہے مربع $\tan^{-1} 2$ کی مثبت قدریں تلاش کرنے کی ضرورت ہے تاکہ یہ اظہار برابر ہو۔ x جس کا مطلب ہے کہ ہمیں

کے برابر ہو $\tan^{-1} 2$ x^2 تو ہم چاہتے ہیں کہ یہ

جمع x مربع کے برابر ہونی چاہئے۔ یعنی چھ x تو اس برابری سے یہاں سے یہ اور یہ برابر ہیں اور اس وجہ سے یہ ہے کہ یہاں یہ دلیل دو مربع اور اگر ہم اس اظہار کو الجبری طور پر آسان بناتے x جمع ایک مائنس ایک برابر دو سے زیادہ x جمع ایک بار چار x دو سے زیادہ دو

ہیں

کے طور پر x کو اس کثیر الجہتی مساوات کو پورا کرنا ہوگا اور اس کو مزید فیکٹر کیا جا سکتا ہے۔ x تو ہمیں آخر میں کیا حاصل ہوتا ہے کہ

x مربع مائنس سات x مائنس سکس صفر کے برابر ہے لہذا آہ اس کو مزید فیکٹر آؤٹ بھی کیا جا سکتا ہے لہذا ہم تین x مربع مائنس سات x تین

ee مائنس تھری لکھ سکتے ہیں۔ x جمع دو بار x مائنس چھ کو تین

اس فیکٹر x برابر 0 یہاں سے x کی بالکل تین قدریں ہیں جو اس مساوات کو پورا کرتی ہیں اور اقدار ہیں x تو یہاں سے یہ واضح ہوتا ہے کہ

اس آخری عنصر سے تین کے برابر ہے لیکن اگر ہم جائیں مسئلہ کی طرف واپسی پر x کی وجہ سے مائنس دو سے تین کے برابر ہے اور

مسئلہ ہم سے مثبت حلوں کی تعداد تلاش کرنے کو کہہ رہا تھا جو اس مساوات کو پورا کرتے ہیں اور یہاں سے یہ واضح ہے کہ یہ صفر ہے یہ

برابر ہے تین اور اس وجہ سے نمبر اس مساوات کو مطمئن کرنے والے مثبت حلوں کی تعداد ایک x مائنس دو ضرب تین ہے لہذا واحد مثبت حل

کے برابر ہے تین اس سے یہ x کے برابر ہے لہذا اس مساوات کو مطمئن کرنے والے مثبت حلوں کی تعداد ایک ہے لہذا صرف ایک حل ہے جو

پانچواں لیکچر ختم ہو جائے گا اور ہم اس میں کچھ اور مسائل کرنا جاری رکھیں گے۔ اگلا لیکچر جو الٹا مثلثی افعال پر ہمارا آخری لیکچر ہو گا اور

اس کے بعد ہم ایک نیا موضوع شروع کرنے کا ارادہ رکھتے ہیں جہاں ہم مثلث کی خصوصیات پر بات کریں گے جہاں یہ اس مواد میں سے بہت

کچھ حاصل کریں جو ہم نے مثلثی افعال کے لیے احاطہ کیا ہے اور الٹا مثلثی افعال انتہائی مفید ثابت ہوں گے شکر یہ