व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों पर
इसलिए पिछले चार व्याख्यानों में हमने व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों को कवर और परिभाषित किया है, हमने उनके बीच की पहचान और संबंधों को भी परिभाषित किया है और पिछले व्याख्यान में हमने कुछ समस्याओं को हल करना शुरू कर दिया था
इसलिए हम ऐसा करना जारी रखेंगे यह व्याख्यान मुख्य रूप से व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए समस्या को हल करने वाला है ,
इसलिए यह पहली समस्या है
इसलिए हमें यह साबित करना होगा कि यह बायां हाथ x वर्ग के वर्गमूल के बराबर है और एक x वर्ग प्लस दो से अधिक है तो तुरंत अगर हम देखते हैं यह आह यह थोड़ा कठिन प्रतीत होता है क्योंकि आह त्रिकोणमितीय और उलटा ज्यामितीय कार्यों की एक संरचना प्रतीत होती है और रचना का घोंसला तीसरे स्तर तक है,
इसलिए विचार वास्तव में अंतरतम स्तर से शुरू करना है ताकि वह खाट हो व्युत्क्रम x और हम कहते हैं कि cot व्युत्क्रम x को थीटा के बराबर होना चाहिए और फिर क्योंकि cot व्युत्क्रम का परिसर समुच्चय शून्य से p तक खुला अंतराल है मैं यह स्पष्ट है कि थीटा को खुले अंतराल शून्य से पीआई से संबंधित होना चाहिए,
इसलिए यह तब थीटा की साइन हो जाती है
और हम जानते हैं कि जब थीटा शून्य से पीआई से संबंधित है, तो साइन फ़ंक्शन के ग्राफ से यह स्पष्ट है कि साइन थीटा गैर है नकारात्मक
इसलिए क्योंकि थीटा इससे संबंधित है, हम जानते हैं कि पाप थीटा गैर नकारात्मक है और
इसलिए हम पाप थीटा को वर्गमूल के रूप में लिख सकते हैं,
इसलिए यहां
साइन वर्ग थीटा का सकारात्मक वर्गमूल है जो 1 ऋणात्मक वर्ग के सकारात्मक वर्गमूल के बराबर है थीटा अब हमें इस दाहिने हाथ की ओर को x के रूप में व्यक्त करने की आवश्यकता है और
इसलिए हम इस संबंध का उपयोग यहां इस संबंध से करेंगे, यदि हम दोनों पक्षों पर खाट फ़ंक्शन लागू करते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि x थीटा के खाट के बराबर है और
इसलिए और इसका मतलब है कि टैन थीटा x के ऊपर एक है तो इसे 1 माइनस 1 ओवर सेकेंड स्क्वायर थीटा के रूप में लिखा जा सकता है जिसे तब 1 माइनस 1 के वर्गमूल के रूप में भी लिखा जा सकता है,
हम जानते हैं कि सेक स्क्वायर थीटा ओ है ने प्लस टैन स्क्वायर थीटा
इसलिए हम यहां उस पहचान का उपयोग करने जा रहे हैं जिसे
1 प्लस टैन स्क्वायर थीटा से अधिक टैन स्क्वायर थीटा के वर्गमूल में और सरल बनाया जा सकता है और फिर इस अभिव्यक्ति में हम आह तन थीटा के इस मूल्य का उपयोग करने की योजना बना रहे हैं जो एक बटा x है
इसलिए हम यहां इस व्यंजक में हर जगह टैन थीटा को एक बटा x से बदल देते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि पाप थीटा एक बटा x वर्ग के धनात्मक वर्गमूल के बराबर हो जाता है
और एक बटा x वर्ग जो बराबर होता है एक से अधिक x वर्ग का वर्गमूल और यह धनात्मक वर्गमूल है और उस मान को हम अनिवार्य रूप से यहाँ इस समीकरण में वापस डालते हैं,
इसलिए हमें जो मिलता है वह यह है कि हमें
टैन व्युत्क्रम पाप थीटा के cos का मूल्यांकन करने की आवश्यकता है लेकिन पाप थीटा है यह मान जो एक प्लस x वर्ग के सकारात्मक वर्गमूल पर एक है,
इसलिए यह वही
है जिसका हमें मूल्यांकन करना चाहिए और फिर हम जो कहते हैं वह यह है कि हम कहते हैं कि यह विशेष मान फाई के बराबर है तो तन को ओ के विपरीत होने दें एक प्लस x वर्ग के वर्गमूल पर नी अब फी के बराबर है क्योंकि आह यह सकारात्मक वर्गमूल है, यह संपूर्ण मान यहां यह मान गैर ऋणात्मक है और
इसलिए फाई को अंतराल शून्य से पीआई तक दो से संबंधित होना चाहिए,
इसलिए अनिवार्य रूप से हमें क्या खोजना है आउट इज कॉस ऑफ फी , यहां से आह यह भी निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि टैन ऑफ फी एक प्लस एक्स स्क्वायर के एक से अधिक वर्गमूल के बराबर है अब यह फी का कॉस है
इसलिए हमें अब फी के कॉस की गणना करनी है फी कॉस फंक्शन के ग्राफ से 0 से पीआई बटा 2 के अंतराल से संबंधित है, यह स्पष्ट है कि कॉस फी को गैर नकारात्मक होना चाहिए और
इसलिए हम कॉस फी को कॉस स्क्वायर फी के सकारात्मक वर्गमूल के रूप में लिख सकते हैं जिसे तब लिखा जा सकता है सेकंड स्क्वायर फी का एक ओवर पॉजिटिव स्क्वायर रूट और फिर इस पहचान का उपयोग करते हुए कि सेकेंड स्क्वायर फी 1 प्लस टैन स्क्वायर फी के बराबर है, हम इसे एक प्लस टैन स्क्वायर फाई के 1 ओवर स्क्वायर रूट के बराबर पाते हैं और फिर निश्चित रूप से आह में यह समीकरण हम सु एक प्लस x वर्ग के एक से अधिक वर्गमूल के साथ स्थानापन्न टैन फाई और फिर जब हम यह प्रतिस्थापन करते हैं तो हम अंततः प्राप्त करते हैं
इसलिए हम प्रतिस्थापन टैन फाई को एक प्लस x वर्ग के एक से अधिक वर्गमूल के बराबर करते हैं और फिर हमें कोस फाई के बराबर मिलता है एक से अधिक वर्गमूल तो यह धनात्मक वर्गमूल है, एक जमा का वर्गमूल, एक जमा का वर्गमूल, जो एक से अधिक का वर्गमूल है,
इसलिए टैन वर्ग फी एक से अधिक x वर्ग है और फिर यह बराबर निकलता है एक प्लस x वर्ग का एक प्लस x वर्ग दो प्लस x वर्ग से अधिक है और यह वही है जो प्रश्न में साबित करने के लिए कहा गया था ताकि आह के प्रमाण को समाप्त किया जा सके यह पहली समस्या है तो यहां दूसरी समस्या है
इसलिए यह बताता है कि मान लीजिए कि है एक फ़ंक्शन f जिसका डोमेन 0 से 4 pi है और जिसकी सीमा 0 से pi तक का बंद अंतराल है और फ़ंक्शन f को थीटा के f के रूप में परिभाषित किया गया है, cos theta के cos व्युत्क्रम के बराबर है, तो प्रश्न

से संबंधित थीटा बिंदुओं की संख्या पूछता है t .
का डोमेन वह f फ़ंक्शन जो समीकरण f थीटा को 10 माइनस थीटा के बराबर थीटा से संतुष्ट करता है,
इसलिए हमें अनिवार्य रूप से यह पता लगाना होगा कि f फ़ंक्शन के इस डोमेन में कितने थेटा हैं जैसे कि f थीटा का यह मान दस माइनस थीटा ओवर के बराबर है दस
इसलिए अनिवार्य रूप से हमें सभी थीटा को हल करने की आवश्यकता है जो शून्य से चार पीआई के अंतराल से संबंधित है जैसे कि कॉस इनवर्स कॉस थीटा दस माइनस थीटा बटा दस के बराबर है,
इसलिए हमें यह पता लगाने की जरूरत है कि इस अंतराल में इस समीकरण के कितने समाधान मौजूद हैं 0 से 4 पाई इतनी स्पष्ट रूप से
इसलिए है क्योंकि यह एक त्रिकोणमितीय कुआं है, हमें पहले इस बाएं हाथ की ओर को सरल बनाने की जरूरत है और फिर समानता करने की कोशिश करें और देखें कि थीटा के ऐसे कितने मूल्य हैं अब यह कहा जाता है कि थीटा 0 से 4 पीआई का है
इसलिए स्पष्ट रूप से जब हम इस क्षेत्र को 0 से 4 पीआई को 4 क्षेत्रों में विभाजित करते हैं, तो पहला क्षेत्र 0 से पीआई तक दूसरा क्षेत्र पीआई से दो पीआई होगा फिर तीसरा क्षेत्र दो पीआई से तीन पीआई होगा और अंतिम जो है चौथा क्षेत्र तीन पीआई और चार पीआई के बीच बंद अंतराल होगा,
इसलिए पहला मामला तब है जब थीटा शून्य से पीआई से संबंधित है,
इसलिए जब थीटा शून्य से पीआई से संबंधित है तो कॉस थीटा के विपरीत क्या है जब थीटा आह शून्य से पीआई से संबंधित है तो यह स्पष्ट है कि किसी थीटा कॉस व्युत्क्रम कोस थीटा के लिए यह विशेष मूल्य अच्छी तरह से मान लें कि यह कुछ कोण फाई के बराबर है, अब कॉस इनवर्स फ़ंक्शन की सीमा से यह स्पष्ट है कि किसी भी थीटा फाई के लिए बंद अंतराल शून्य से संबंधित होना चाहिए पीआई भी दोनों पक्षों पर कॉस फ़ंक्शन को लागू करने से हमें जो मिलता है वह है कॉस थीटा कॉस फी के बराबर है अब हम जानते हैं कि इस अंतराल में 0 से पीआई ठीक इसी तरह माइनस पीआई बटा 2 से प्लस पीआई बाय के बीच साइन फ़ंक्शन का ग्राफ 2 यदि हम कोज्या फलन के ग्राफ को देखते हैं तो मैं इसे जल्दी से यहाँ पर ड्रा करता हूँ ताकि यदि हम x बनाम x के ah cos का ग्राफ देखते हैं तो मान लें कि ज़ीरो से pi तो आइए हम कहें कि यह दो बटा pi है आइए जानते हैं कहें कि यह एक है और मान लें कि यह माइनस वन है और अंगूर h कुछ इस तरह है और जैसा कि आप ग्राफ को देख सकते हैं कि वक्र फ़ंक्शन कॉस x जब अंतराल शून्य से pi तक सीमित होता है, तो x बढ़ने के साथ एकरस रूप से घट रहा है और
इसलिए यदि हमारे पास दो कोण थेटा शून्य से pi और phi भी संबंधित हैं अंतराल शून्य से पीआई तक
इसलिए थीटा और फाई दोनों एक ही अंतराल से संबंधित हैं और कॉस थीटा एन कॉस फी के बराबर है, लेकिन चूंकि कोसाइन फ़ंक्शन एकतरफा रूप से कम हो रहा है , यह सच है कि थीटा फाई के बराबर है और
इसलिए हम इसे प्राप्त करें,
इसलिए यह फी मूल रूप से थीटा के बराबर है,
इसलिए हमें यह मिलता है कि पहले मामले के लिए जब थीटा 0 से पीआई कॉस के विपरीत कॉस थीटा के बराबर है, जो थीटा है तो कॉस थीटा के विपरीत कॉस थीटा ही थीटा है जब थीटा दूसरे क्षेत्र से संबंधित है जो पीआई और 2 पीआई के बीच है, यह स्पष्ट है कि इस मामले के लिए कॉस थीटा का उलटा थाटा के बराबर नहीं हो सकता क्योंकि यह मान कॉस थीटा के विपरीत कोस के रेंज सेट से संबंधित होना चाहिए cos उलटा जो 0 से pi है और यह थीटा अंतराल pi से 2 pi से संबंधित है
इसलिए सटीक होने के लिए हम क्या कर सकते हैं कि हम इस दूसरे क्षेत्र को pi से 2 pi तक परिभाषित कर सकते हैं लेकिन यह इससे खुला होगा बाईं ओर
इसलिए पाई का मान दूसरे क्षेत्र से संबंधित नहीं है क्योंकि और ऐसा
इसलिए है क्योंकि हमने पहले क्षेत्र को बंद अंतराल के रूप में परिभाषित किया था
इसलिए पाई पहले क्षेत्र से संबंधित है
इसलिए अब यह स्पष्ट है कि दूसरे मामले के लिए जब थीटा संबंधित है पीआई टू टू पीआई यह स्पष्ट है कि कॉस थीटा का कॉस व्युत्क्रम थीटा के बराबर नहीं होगा,
इसलिए हम कॉस थीटा के कॉस व्युत्क्रम का मान कैसे ज्ञात करते हैं, हम हमेशा की तरह कहते हैं कि यह कुछ एक्स के बराबर है तो यह है स्पष्ट करें कि यह x शून्य से pi से संबंधित है जो कि cos उलटा फ़ंक्शन का श्रेणी सेट है और फिर यदि हम दोनों पक्षों पर कोसाइन फ़ंक्शन लागू करते हैं तो हमें अंत में कॉस थीटा कॉस एक्स के बराबर होता है, हमें एक बात का एहसास होता है यहाँ पर जो यह है कि चूँकि cos फलन एक pe है
दो पीआई माइनस थीटा का रेडियोडिक त्रिकोणमितीय फ़ंक्शन कॉस भी कॉस थीटा के बराबर है और इसका कारण यह है कि हमने दो पीआई माइनस थीटा लिया था क्योंकि अगर थीटा पीआई से दो पीआई से संबंधित है तो इसका मतलब है कि दो पीआई माइनस थीटा अंतराल शून्य से संबंधित होगा।
पीआई
इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि यदि हम अनिवार्य रूप से जो देखते हैं वह यह है कि यदि थीटा पीआई से दो पीआई से संबंधित है तो दो पीआई माइनस थीटा शून्य से पीआई के अंतर्गत आता है और यह अंतराल वास्तव में कॉस के रेंज सेट का एक सबसेट है उलटा कार्य
इसलिए हमारे यहां जो है वह यह है कि हमारे पास एक कोण दो पीआई माइनस थीटा है तो आइए हम कहते हैं कि यह फी है
इसलिए हमारे पास फी का कॉस इस मूल्य के बराबर है और हम जानते हैं कि यह फाई उस सीमा से संबंधित है जिसे हम सेट करते हैं यह जान लें कि यह फाई जो दो पीआई माइनस थीटा है, कॉस इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है,
इसलिए हम जानते हैं कि फी फी फी से संबंधित है , कॉस इनवर्स फंक्शन के रेंज सेट से संबंधित है और

इसलिए कॉस फी कॉस थीटा के बराबर है, यह तत्काल है यह स्पष्ट है कि फी कॉस थीटा के कॉस व्युत्क्रम के बराबर होना चाहिए
इसलिए आह इस मामले में जहां थीटा पीआई टू टू पीआई से संबंधित है, यह स्पष्ट है कि कॉस थीटा का कॉस व्युत्क्रम फी के बराबर होगा जहां फी दो पीआई माइनस थीटा है
इसलिए इसमें इस मामले में दूसरे मामले में कॉस थीटा का उलटा दो पीआई माइनस थीटा के बराबर है
इसलिए कॉस इनवर्स कॉस थीटा कॉस इनवर्स कॉस थीटा इसी तरह तीसरे मामले के लिए दो पीआई माइनस थीटा है जहां थीटा इस मामले में फिर से दो पीआई से तीन पीआई से संबंधित है।
इसके अलावा क्योंकि उलटा कॉस थीटा थीटा के बराबर नहीं होगा और वास्तव में हम यह दिखा सकते हैं कि जब थीटा दो पीआई से तीन पीआई थीटा घटा दो पीआई अंतराल शून्य से पीआई से संबंधित होगा और आगे कि थीटा शून्य से दो पीआई बराबर है तो यह थीटा के cos के बराबर है
इसलिए फिर से हमारे यहां एक ऐसी ही स्थिति है जहां इस कोण का cos cos theta के समान है और हम जानते हैं कि यह कोण थीटा घटा दो pi श्रेणी सेट से संबंधित है क्योंकि यह विशेष अंतराल यहां एक है का भाग
कॉस व्युत्क्रम फ़ंक्शन का रेंज सेट और
इसलिए हम जानते हैं कि यह कोण कॉस इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है और
इसलिए यह इस प्रकार है कि थीटा माइनस टू पीआई कॉस थीटा के कॉस व्युत्क्रम के बराबर होना चाहिए और
इसलिए आह के लिए जब थीटा से संबंधित है यह अंतराल दो पीआई से तीन पीआई कॉस कॉस थीटा के विपरीत वास्तव में थीटा माइनस दो पीआई होगा और आखिरी परिदृश्य के लिए भी यही बात सच है जहां थीटा तीन पीआई से चार पीआई से संबंधित है,
इसलिए इस मामले में हम देखते हैं कि चार पीआई माइनस थीटा तो यदि थीटा थ्री पीआई से फोर पीआई माइनस थीटा से संबंधित है , तो शून्य से पीआई के अंतराल के अंतर्गत आता है जो फिर से कॉस के रेंज सेट का एक सबसेट है और आगे 4 पीआई माइनस थीटा कॉस थीटा के बराबर है और यह फिर से है क्योंकि कोसाइन फ़ंक्शन की आवधिकता
इसलिए कॉस फोर पीआई माइनस थीटा कॉस थीटा है और फोर पीआई माइनस थीटा यह विशेष कोण संबंधित है
इसलिए यह कॉस इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है और
इसलिए यहां से फिर से मैं टी इस प्रकार है कि चार पीआई माइनस थीटा कॉस थीटा के कॉस व्युत्क्रम के बराबर है
इसलिए जब थीटा इस चौथे अंतराल से संबंधित है क्योंकि इनवर्स कॉस थीटा वास्तव में चार पीआई माइनस थीटा के बराबर है,
इसलिए यदि हम अब इन चार अलग-अलग मामलों को इसमें सारांशित कर सकते हैं यहां स्लाइड करें,
इसलिए यह स्लाइड हमें थीटा की सभी अलग-अलग श्रेणियों के लिए इस फ़ंक्शन कॉस इनवर्स कॉस थीटा द्वारा लिया गया मान बताती है,
इसलिए यह कॉस इनवर्स कॉस थीटा फ़ंक्शन को सटीक रूप से परिभाषित करता है,
इसलिए इस ग्राफ में हमने एएच दोनों कर्व्स को प्लॉट किया है ।
फ़ंक्शन कॉस इनवर्स कॉस थीटा के साथ-साथ फंक्शन टेन माइनस थीटा ओवर टेन
इसलिए हॉरिजॉन्टल एक्सिस पर हमारे पास थीटा वर्टिकल एक्सिस पर हम इन दो फंक्शन्स द्वारा लिए गए वैल्यूज को प्लॉट करते हैं
इसलिए ब्लैक में हमने फंक्शन कॉस इनवर्स कॉस का ग्राफ प्लॉट किया है।
थीटा नीले रंग में हमने दस से अधिक दस घटा थीटा का ग्राफ तैयार किया है और हम देखते हैं कि आह के बाद से हमें थीटा के उन सभी मूल्यों का पता लगाने के लिए कहा गया था जिसके लिए ये दो कार्य एक ही मान लें या जिसके लिए cos inverse cos theta बराबर दस घटा थीटा दस से अधिक हो, तो यही पूछा जा रहा था और यह ग्राफ से बहुत स्पष्ट है कि आह इन दोनों वक्रों को वे पहले यहाँ और फिर दूसरे पर प्रतिच्छेद करते हैं जब वे यहां प्रतिच्छेद करते हैं और फिर तीसरी बार आंतरिक प्रतिच्छेद करते हैं, तो मूल रूप से थीटा के तीन अलग-अलग मान होते हैं , जिसके लिए cos inverse cos theta बराबर दस ऋण थीटा दस से अधिक होता है,
इसलिए इस प्रश्न का अंतिम उत्तर की संख्या होगी अंक थीटा शून्य से चार पीआई से संबंधित थीटा है जो समीकरण को संतुष्ट करता है दस घटा थीटा दस से अधिक बराबर कॉस व्युत्क्रम कोस थीटा तीन है
इसलिए केवल तीन अलग-अलग बिंदु हैं अगली समस्या में हमें आह को हल करने के लिए कहा जाता है निम्नलिखित उलटा त्रिकोणमितीय समीकरण आह
इसलिए हमें x के उन सभी मानों को हल करना और खोजना होगा जो इस समीकरण को यहां संतुष्ट करते हैं,
इसलिए वही बात लिखी जा सकती है जैसे टैन विलोम x x बराबर pi बटा फोर माइनस टैन i   तीन x का विलोम लेकिन हम जानते हैं कि pi का टैन फोर एक है या यों कहें कि टैन एक का विलोम pi बटा फोर है
इसलिए हम pi को फोर से टैन के व्युत्क्रम से प्रतिस्थापित करते हैं और
इसलिए दाहिने हाथ की ओर इस अभिव्यक्ति के बराबर है और फिर हमें टैन व्युत्क्रम x माइनस टैन व्युत्क्रम y के लिए सूत्र का उपयोग करना होगा या यों कहें कि हम वास्तव में इसे टैन इनवर्स वन प्लस टैन व्युत्क्रम माइनस थ्री एक्स के रूप में लिख सकते हैं,
इसलिए हमें टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन y प्रकार के सूत्र का उपयोग करने की आवश्यकता है हम अपने पिछले व्याख्यानों में से एक में पहले ही देख चुके हैं,
इसलिए यहां अभिव्यक्ति है
इसलिए इस मामले के लिए अब हमारे पास यह है कि हमारे पास x बराबर 1 है और हमारे पास y बराबर माइनस 3 x है और हम देखते हैं कि x और y का गुणनफल इस मामले के लिए माइनस 3 x है,
इसलिए इस समस्या के लिए एक और बात देखी जानी चाहिए कि टैन व्युत्क्रम फ़ंक्शन का मान
इसलिए यह विशेष मान और यह मान भी है,
इसलिए ये दोनों मान चार से पीआई तक जोड़ते हैं,
इसलिए अब यदि यदि x ऋणात्मक है तो हम जानते हैं कि यदि x ऋणात्मक है तो यह मान भी ऋणात्मक होगा और

इसलिए और यह मान भी
इसलिए यदि x ऋणात्मक है तो यह पूरी बात ऋणात्मक होगी लेकिन चूंकि इस समस्या में हमें x के उन मानों का पता लगाने के लिए कहा गया है जिनके लिए यह सकारात्मक है यह स्पष्ट रूप से हो सकता है मूल रूप से यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि केवल वे x ही इस समीकरण को संतुष्ट करेंगे जिसके लिए x शून्य से बड़ा है,
इसलिए यह कुछ ऐसा है जिसे हम यहां इस समीकरण से तुरंत देख सकते हैं,
इसलिए बाद की चर्चा में हम केवल अपनी चर्चा को x के सकारात्मक मानों तक ही सीमित रखेंगे।

फिर से टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y सूत्र पर वापस आ रहे हैं, अब हम जानते हैं कि चूँकि x यहाँ हमारी समस्या के लिए धनात्मक है
इसलिए इसका क्या अर्थ है कि y ऋणात्मक है क्योंकि y ऋणात्मक तीन x है और
इसलिए x गुना y है
इसलिए हमारे पास x गुना है y शून्य से कम है और
इसलिए इन तीन मामलों में से हमारा मामला मूल रूप से यह विशेष मामला होगा क्योंकि हमारे लिए xy शून्य से कम है और निश्चित रूप से शून्य एक से कम है,
इसलिए कहां r मामला ah हमारे लिए हमारी समस्या के लिए xy एक से कम है और
इसलिए हमें इस विशेष सूत्र का उपयोग x के बराबर एक और y के बराबर घटा तीन x के साथ करना होगा और जब हम ऐसा करते हैं तो हमें यह दाहिने हाथ की ओर के बराबर होना चाहिए टैन व्युत्क्रम 1 माइनस 3 x बटा 1 जमा 3 x और फिर हमें अंत में जो मिलता है वह यह है कि दो x का टैन व्युत्क्रम एक माइनस थ्री x ओवर वन प्लस थ्री x का टैन व्युत्क्रम अब स्पष्ट रूप से है क्योंकि आह हम जानते हैं कि यदि टैन व्युत्क्रम ए बराबर टैन व्युत्क्रम बी है यदि यह सच है तो यह सच होना चाहिए कि ए बराबर बी है तो यह सच होना चाहिए कि ए बराबर बी है और
इसलिए मेरा मतलब है कि इसे केवल तन लगाने से देखा जा सकता है इस समीकरण के दोनों पक्षों पर कार्य करते हैं
इसलिए हमने दोनों पक्षों पर तन लगाया, हमें बी के बराबर मिलता है और
इसलिए इस विशेष समीकरण में इस तथ्य का उपयोग करके यह निम्नानुसार है कि यह सच है अगर और केवल अगर दो एक्स एक शून्य तीन एक्स के बराबर है एक से अधिक तीन x और फिर यदि हम आह करते हैं तो हम इसे थोड़ा सा निकाल लेते हैं टी निश्चित रूप से आह तो हमारे पास बीजगणितीय हेरफेर का एक छोटा सा हिस्सा है जो हमें यह देता है और फिर हमारे पास छह x वर्ग प्लस पांच x माइनस एक बराबर शून्य है और बाएं हाथ की तरफ छह x घटा एक x प्लस एक बराबर के रूप में फैक्टर किया जा सकता है शून्य
इसलिए अब दो समाधान हैं
इसलिए x या तो छह में से एक है या यह शून्य से एक है लेकिन हम पहले से ही जानते हैं कि आह x शून्य से बड़ा होना चाहिए और
इसलिए आह यह शून्य नहीं है एक मूल्य समाधान नहीं है
इसलिए एकमात्र संभव समाधान है x छह बटा एक के बराबर है
इसलिए यह अंतिम उत्तर है
इसलिए यहां एक और आह बहुत ही रोचक समस्या है और मुझे लगता है कि यह जेई समस्याओं में से एक है,
इसलिए यह कहता है कि यदि xy और z अंकगणितीय प्रगति में हैं और तन उलटा x तन उलटा y और टैन व्युत्क्रम z भी अंकगणितीय प्रगति में हैं तो निम्न में से कौन सा अब सत्य है क्योंकि xy और z अंकगणितीय प्रगति में हैं, हमारे पास y बराबर x प्लस z बटा 2 या दूसरे शब्दों में y घटा x बराबर z घटा y अब tan है प्रतिलोम x तन व्युत्क्रम y और t एक व्युत्क्रम z भी अंकगणितीय प्रगति में हैं और
इसलिए उस तथ्य को टैन व्युत्क्रम y माइनस टैन व्युत्क्रम x बराबर टैन व्युत्क्रम z माइनस टैन व्युत्क्रम y के रूप में भी लिखा जा सकता है।
आइए हम निम्नलिखित अवलोकन करें ताकि मान लें कि यह माइनस पीआई बटा 2 है और यह पीआई बटा 2 है तो इस मामले के लिए यह सच होना चाहिए कि टैन व्युत्क्रम z टैन व्युत्क्रम y से बड़ा है और सबसे कम टैन व्युत्क्रम x है और यह और ये हैं तो ये बराबर हैं ये हैं ये कोण माप में बराबर हैं और क्योंकि ये दोनों कोण माप में बराबर हैं और इन सभी टैन व्युत्क्रम x tan व्युत्क्रम y और tan व्युत्क्रम z को अंतराल माइनस pi ब टू प्लस प्लस pi में झूठ बोलना है दो से यह इस प्रकार है कि इस कोण का परिमाण तो हम कहते हैं कि यदि थीटा सकारात्मक है तो यह इस प्रकार है कि यह थीटा है और यह भी थीटा है और
इसलिए यदि हम इन दोनों थीटा को जोड़ते हैं तो हमें दो थीटा मिलता है यह मान तो यह यह स्पष्ट है कि यह 2 थीटा इस पूरे अंतराल की लंबाई से कम होना चाहिए जो कि पीआई है और
इसलिए यह स्पष्ट है कि थीटा 2 या हाँ से पीआई से कम होना चाहिए
क्योंकि तन उलटा कार्य वास्तव में एक खुला अंतराल है
इसलिए हम यहाँ से सख्त कम है
इसलिए अनिवार्य रूप से हमारे पास थीटा शून्य से अधिक और pi बटा दो से कम है,
इसलिए अब हम इस समानता के दोनों किनारों पर टैन फ़ंक्शन लागू करते
हैं, अब हम जानते हैं कि यह कोण थीटा 0 और pi बटा 2 के बीच है और
इसलिए थीटा के टैन को टैन के टैन के रूप में लिखा जा सकता है, व्युत्क्रम y माइनस टैन ऑफ़ टैन इनवर्स y माइनस टैन व्युत्क्रम x
इसलिए यहां हम एक माइनस बी फॉर्मूला के टैन का उपयोग करने जा रहे हैं, तो आइए हम कहें कि यह एक है यह बी है
इसलिए यह टैन ए माइनस टैन बी ओवर वन प्लस टैन ए टैन बी के बराबर होगा

इसलिए टैन ए है वाई माइनस टैन बी अब एक्स बटा 1 प्लस xy है क्योंकि यह थीटा 0 और पीआई बटा 2 के बीच है यह इस प्रकार है कि टैन थीटा का यह मान क्योंकि जब थीटा 0 और pi बटा 2 के बीच होता है तो the का ग्राफ टैन फ़ंक्शन टैन फ़ंक्शन गैर-ऋणात्मक मान लेता है,
इसलिए इसे 0 के बराबर से अधिक होना चाहिए ।

इसलिए यहां से यह स्पष्ट रूप से निम्नानुसार है कि हमारे पास इस मान के बराबर टैन थीटा है और निश्चित रूप से थीटा इस अंतराल से संबंधित है जो वास्तव में का एक सबसेट है टैन व्युत्क्रम फ़ंक्शन का रेंज सेट और
इसलिए यह यहाँ से इस प्रकार है कि थीटा को एक प्लस xy पर y माइनस x के टैन व्युत्क्रम के बराबर होना चाहिए और इसी तरह आह इस दाहिने हाथ की ओर के लिए एक ही काम किया जा सकता है,
इसलिए दाहिने हाथ की ओर यहाँ जो क्या टैन व्युत्क्रम z माइनस टैन व्युत्क्रम y , z माइनस y बटा 1 जमा zy के टैन व्युत्क्रम के बराबर होगा और क्योंकि वे बराबर हैं, हमारे पास अंत में यह समानता है और इसका मूल रूप से तात्पर्य यह है कि अब हमें बस लागू करने की आवश्यकता है इस समानता के दोनों किनारों पर tan फ़ंक्शन और
इसलिए हमें जो मिलता है वह यह है कि यह मान यहाँ इस मान के बराबर है जिसे हम y घटा x बटा 1 जोड़ xy बराबर z घटा y बटा 1 जमा zy और फिर आगे लिखते हैं r सरलीकरण हमें देता है कि y घटा x गुणा 1 जमा zy है z घटा y गुणा xy और फिर y जमा z गुणा y वर्ग घटा x घटा xyz है z जमा xyz घटा y घटा xy वर्ग अब हम जानते हैं कि क्योंकि xy और z हैं अंकगणितीय प्रगति में y माइनस x , z माइनस y के बराबर है और
इसलिए ये चार पद रद्द हो जाते हैं और फिर हमें जो मिलता है वह 2 xyz होता है
इसलिए हम इस शब्द को इस तरफ लेते हैं
और फिर हम इस पद को बाईं ओर लाते हैं y वर्ग गुणा x जोड़ z लेकिन फिर x जमा z दो y के बराबर है और ऐसा
इसलिए है क्योंकि xy और z अंकगणितीय प्रगति में हैं
इसलिए यह दो y घन बन जाता है और इसे दो गुणा y गुणा y वर्ग घटा xz बराबर शून्य के रूप में लिखा जा सकता है समय के हित में आह दूसरे मामले पर विचार किए बिना, भले ही हम दूसरे मामले के लिए भी जहां हम इस मूल्य को नकारात्मक मानते हैं और यदि हम इसी तरह की व्युत्पत्ति का पालन करते हैं तो हम भी इस स्थिति में पहुंचने वाले हैं और
इसलिए यह निम्नानुसार है यह एक आवश्यक है और पर्याप्त स्थिति है
इसलिए यह एक आवश्यक और पर्याप्त शर्त है यदि xyz और tan व्युत्क्रम x tan व्युत्क्रम y और tan व्युत्क्रम z दोनों को अंकगणितीय प्रगति में होना है तो यह उसके लिए एक आवश्यक और पर्याप्त शर्त है अब यहाँ से केवल दो हैं संभावनाएं तो या तो y 0 या y वर्ग अब xz है यदि y 0 है तो यदि y 0 है तो यदि y 0 के बराबर है तो हमारे पास x जमा z बराबर 2 y के बराबर 0 है और हमारे पास वह टैन उलटा x भी है टैन व्युत्क्रम y और टैन व्युत्क्रम z अंकगणित ah प्रगति में हैं
इसलिए यह ऐसा होगा
इसलिए हम यहां केस y को शून्य के बराबर ले रहे हैं लेकिन यह शून्य है और x प्लस z शून्य है
इसलिए इस मामले के लिए
इसलिए z है माइनस x के बराबर है, तो इसका वास्तव में मतलब है कि z माइनस x है, तो z का यह तीसरा टैन व्युत्क्रम माइनस x के टैन व्युत्क्रम के बराबर हो जाता है, जो x के टैन व्युत्क्रम का माइनस है, तो निश्चित रूप से यह एक संभावना है कि y के बराबर है शून्य और
इसलिए हमारे पास x 0 और ऋण x है तो th यह है कि माइनस x है यह अंकगणितीय प्रगति में है और टैन व्युत्क्रम x 0 n माइनस टैन व्युत्क्रम x भी है
इसलिए ये तीनों भी गणितीय प्रगति में हैं
इसलिए यह एक संभावना है और दूसरी संभावना यह है कि y वर्ग xz के बराबर है
इसलिए यह है दूसरी संभावना लेकिन इसका वास्तव में तात्पर्य है कि xy और z ज्यामितीय प्रगति में हैं और साथ ही हमारे पास x जमा z 2y के बराबर है जिसका मूल रूप से मतलब है कि इसका मतलब है कि वे अंकगणितीय प्रगति में हैं क्योंकि xy और z दोनों अंकगणित में हैं साथ ही ज्यामितीय प्रगति का एकमात्र संभव तरीका यह है कि x बराबर y के बराबर z है
इसलिए हमारे पास केवल दो संभावनाएं हैं
इसलिए संभावना संख्या एक यह है कि यह संभावना है कि y 0 है और z x के ऋण के बराबर है और दूसरा संभावना यह है कि संभावना संख्या 2 यह है कि xy और z सभी समान हैं
इसलिए ये केवल दो संभावनाएं हैं और यदि हम बहुविकल्पीय प्रश्न पर वापस जाते हैं
तो ऐसा
इसलिए पूछा गया था क्योंकि y शून्य के बराबर है I यहां उल्लेख नहीं किया गया है कि एकमात्र संभावना सही है, यह पहला परिदृश्य है,
इसलिए अन्य सभी सही नहीं हैं
इसलिए हम यहां एक और दिलचस्प समस्या लेते हैं,
इसलिए इस समस्या में हमें कहा जाता है कि यह कहा जाता है कि x का मान है 0 और 1 के बीच में और फिर हमें यहां इस बहुत लंबी अभिव्यक्ति का मूल्य खोजने के लिए कहा जाता है,
इसलिए हमेशा की तरह हम हमेशा अंतरतम भावों पर जाते हैं क्योंकि यह एक नेस्टेड है क्योंकि यहां हमारे पास एक त्रिकोणमितीय और एक उलटा त्रिकोणमितीय फ़ंक्शन की त्रिकोणमितीय संरचना है।

हम अब थीटा के बराबर होने के लिए खाट प्रतिलोम x को परिभाषित करने के साथ शुरू करते हैं क्योंकि x 0 और 1 के बीच है यह इस प्रकार है कि थीटा ओ खुले अंतराल शून्य दो से संबंधित होना चाहिए, क्योंकि यह शून्य है और यह वास्तव में pi से अंतराल से संबंधित होना चाहिए चार से pi बटा दो तो यह खाट प्रतिलोम फलन के ग्राफ से अनुसरण करता है और फिर हम यहां से पाठ्यक्रम को प्रतिस्थापित करते हैं यह भी अनुसरण करता है कि x, खाट थीटा के बराबर है
और फिर हम वें को प्रतिस्थापित करते हैं इस समीकरण में हर जगह थीटा द्वारा खाट उलटा x है,
इसलिए इस बड़े समीकरण के अंदर जो कुछ भी है वह बन जाता है
इसलिए एक प्लस x वर्ग की यह जड़ एक प्लस खाट वर्ग थीटा की जड़ बन जाती है जो कि एक प्लस एक से अधिक तन वर्ग थीटा की जड़ है जो बराबर है टैन स्क्वायर थीटा के ऊपर एक प्लस टैन स्क्वायर थीटा की जड़ को और अधिक सरल बनाया जा सकता है क्योंकि यह अंश यहां सेक स्क्वायर थीटा बन जाता है और वह सेकेंड स्क्वायर थीटा एक ओवर कॉस स्क्वायर थीटा है,
इसलिए यह अंततः थीटा की एक से अधिक साइन को सरल बना देगा।
यह भी ध्यान दिया जाना चाहिए कि इस श्रेणी में थीटा के लिए पाप थीटा सख्ती से सकारात्मक है
इसलिए अभिव्यक्ति तो हम जो करने की कोशिश करते हैं वह यह है कि हम एक प्लस x वर्ग के इस रूट को इस दूसरे वर्गमूल के अंदर ले जाने की कोशिश करते हैं और फिर हमें जो मिलता है वह वर्ग है सॉरी के वर्गमूल का मूल वर्गमूल अब और नहीं होगा क्योंकि यह 1 प्लस x वर्ग गुणा x cos थीटा प्लस साइन थीटा पूर्ण वर्ग शून्य से एक प्लस x वर्ग होगा
इसलिए हमें यही मिलता है तो हम इस एक्सप्रेशन के अंदर इस 1 प्लस x वर्ग को स्थानांतरित करने का प्रयास कर सकते हैं
ताकि 1 जमा x वर्ग गुणा x कोस थीटा प्लस साइन थीटा पूरा वर्ग घटा एक प्लस x वर्ग हो लेकिन हम जानते हैं कि यह एक प्लस का वर्गमूल है x वर्ग वास्तव में पाप थीटा पर एक है
इसलिए अब हम इस तथ्य का उपयोग करते हैं
इसलिए यह अनिवार्य रूप से साइन थीटा पर एक है और यही हम यहां उपयोग करते हैं,
इसलिए हमें यह x के वर्गमूल के बराबर हो जाता है, जो कि
साइन थीटा से अधिक है।
जब इसे विभाजित किया जाता है तो हम इन दोनों को पाप थीटा से विभाजित करते हैं
इसलिए यह एक हो जाता है और यह x खाट थीटा बन जाता है,
इसलिए अंततः हमारे पास x की जड़ खाट थीटा में एक पूरे वर्ग को घटाकर एक प्लस x वर्ग है लेकिन हम जानते हैं कि खाट थीटा वास्तव में है x के बराबर
इसलिए हम इसे x से बदल देते हैं और फिर हमें अंत में x वर्ग का वर्गमूल और एक पूरा वर्ग घटा 1 जमा x वर्ग मिलता है और यदि हम इसे और सरल करते हैं तो हम इसे x के वर्गमूल के वर्गमूल के बराबर पाते हैं एक प्लस x वर्ग तो यह फिन इस व्यंजक की गणना करता है जिसे हमने x के बराबर एक जोड़ x वर्ग के वर्गमूल में पाया है, आइए इस समस्या में अगली समस्या लेते हैं, हमें सकारात्मक समाधानों की संख्या ज्ञात करनी है जो इस निम्नलिखित प्रतिलोम त्रिकोणमितीय समीकरण को संतुष्ट करते हैं सकारात्मक समाधान हमारा मतलब है कि चर x के मान जो सकारात्मक हैं
इसलिए शून्य से अधिक x जो इस व्यस्त त्रिकोणमितीय समीकरण को संतुष्ट करते हैं, जैसा कि हम बाईं ओर इस समीकरण में भी देख सकते हैं , हमारे पास एक व्युत्क्रम है, हमारे पास तन व्युत्क्रम का योग है दो अलग-अलग मूल्यों की,
इसलिए यह हमें तुरंत तन व्युत्क्रम ए प्लस टैन व्युत्क्रम बी प्रकार के सूत्र की याद दिलाता है,
इसलिए केवल आपको याद करने के लिए हमने पिछले व्याख्यानों में से एक में इस विशेष पहचान को साबित कर दिया था कि तन व्युत्क्रम एक्स प्लस तन व्युत्क्रम y के रूप में लिखा जा सकता है x प्लस y का टैन व्युत्क्रम 1 घटा xy से अधिक है यदि गुणनफल xy 1 से कम है और यदि गुणनफल xy 1 से बड़ा है, तो यदि x और y दोनों धनात्मक हैं तो हम यदि xy 1 से अधिक है, लेकिन x और y दोनों नकारात्मक हैं, तो केवल प्लस pi जोड़ने की आवश्यकता है, तो हमें
इस वर्तमान समस्या के लिए माइनस pi ah जोड़ने की आवश्यकता है, जो हम देखते हैं वह यह है कि चूंकि हम केवल सकारात्मक समाधानों की संख्या खोजने में रुचि रखते हैं।

इसलिए x शून्य से बड़ा है
इसलिए जब भी x शून्य से बड़ा होता है तो यह स्पष्ट होता है कि एक बटा दो x जमा एक भी शून्य से बड़ा है और ऐसा ही एक बटा चार x जमा एक है,
इसलिए तन व्युत्क्रम फलन के ये दोनों तर्क सकारात्मक हैं और
इसलिए स्पष्ट रूप से इस विशेष मामले को खारिज कर दिया गया है,
इसलिए केवल दो मामले जो मैं अब लागू कर सकता हूं, या तो यह मामला है या यह मामला आह है, लेकिन हम यह भी देखते हैं कि यदि आप यह मान देखते हैं कि एक्स 0 से अधिक है तो 2 एक्स प्लस 1 निश्चित रूप से है 1 से बड़ा और
इसलिए 1 बटा दो x प्लस वन को सख्ती से एक से कम और निश्चित रूप से सकारात्मक होना चाहिए,
इसलिए यह एक बटा दो x प्लस वन है जो कि पहले एह टैन व्युत्क्रम का तर्क है, यहां शून्य और एक के बीच है और एक इसी तरह के बारे में कहा जा सकता है ई दूसरा आह तर्क यहाँ है जो एक बटा चार x जमा एक है
इसलिए हम देखते हैं कि दोनों एक बटा दो x जमा एक और एक बटा चार x जमा एक शून्य और एक के बीच स्थित है और
इसलिए इससे यह निम्नानुसार है कि उत्पाद एक बटा दो x प्लस एक गुणा चार x जमा एक को भी एक से कम होना चाहिए क्योंकि दोनों एक से कम हैं और
इसलिए यदि हम अपने सूत्र पर वापस आते हैं तो हम देखते हैं कि इन दो मामलों में से जो मामला लागू होता है वह xy से कम है एक

यह है कि टैन व्युत्क्रम x प्लस n व्युत्क्रम y के दो तर्कों का उत्पाद
इसलिए तर्क x और y हैं
इसलिए उत्पाद x और y यदि यह एक से कम है तो यह पहला मामला लागू होता है जो यहां सत्य है क्योंकि उत्पाद हम पहले ही उत्पाद को एक से कम दिखा चुके हैं
इसलिए हमारे पास एक बटा दो x का तन व्युत्क्रम है और एक गुणा चार x जमा एक का जोड़ एक जोड़ का व्युत्क्रम है,
इसलिए हम इस पहले सूत्र का उपयोग करेंगे।
यह प्लस यह एक से अधिक माइनस उत्पाद o f ये दो मान और जिन्हें सरल भी किया जा सकता है, समस्या में यह अभिव्यक्ति यहाँ कहा गया है कि हमें एक सकारात्मक खोजने की आवश्यकता है हमें सकारात्मक समाधान खोजने की आवश्यकता है जिसका अर्थ है कि हमें x के सकारात्मक मूल्यों को खोजने की आवश्यकता है
जैसे कि यह अभिव्यक्ति बराबर है टैन व्युत्क्रम दो बटा x वर्ग
इसलिए हम चाहते हैं कि यह टैन व्युत्क्रम दो बटा x वर्ग के बराबर हो
इसलिए इस समानता से यहाँ तो यह और यह बराबर हैं और
इसलिए यह इस प्रकार है कि यह तर्क यहाँ दो बटा x वर्ग के बराबर होना चाहिए यानी छह x जमा दो बटा दो x जमा एक गुणा चार x जमा एक ऋण एक बराबर दो x वर्ग के बराबर है और यदि हम इस ah व्यंजक को बीजगणितीय रूप से सरल करते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि x को इस बहुपद समीकरण को पूरा करना चाहिए और इसे और अधिक गुणनखंडित किया जा सकता है x गुणा तीन x वर्ग माइनस सात x माइनस छह बराबर शून्य है तो आह इसे और भी गुणा किया जा सकता है ताकि हम तीन x वर्ग माइनस सात x माइनस छह को तीन x प्लस दो गुना x माइनस थ्री लिख सकें ee तो यहाँ से यह स्पष्ट है कि x के ठीक तीन मान हैं जो इस समीकरण को संतुष्ट करते हैं और मान x बराबर 0 हैं यहाँ से x इस कारक के कारण घटा दो बटा तीन के बराबर है और x इस अंतिम कारक से तीन के बराबर है लेकिन अगर हम जाते हैं समस्या पर वापस समस्या हमें सकारात्मक समाधानों की संख्या खोजने के लिए कह रही थी जो इस समीकरण को संतुष्ट करते हैं और यहां से यह स्पष्ट है कि यह शून्य है यह शून्य से दो बटा तीन है
इसलिए एकमात्र सकारात्मक समाधान x बराबर तीन है और
इसलिए संख्या इस समीकरण को संतुष्ट करने वाले सकारात्मक समाधानों की संख्या एक के बराबर है,
इसलिए इस समीकरण को संतुष्ट करने वाले सकारात्मक समाधानों की संख्या एक है,
इसलिए केवल एक ही समाधान है जो x बराबर तीन है, ताकि इस पांचवें व्याख्यान को पूरा किया जा सके और हम कुछ और समस्याएं करना जारी रखेंगे अगला व्याख्यान जो उलटा त्रिकोणमितीय कार्यों पर हमारा अंतिम व्याख्यान होने जा रहा है और उसके बाद हम एक नया विषय शुरू करने की योजना बना रहे हैं जहां हम त्रिकोण के गुणों पर चर्चा करते हैं जहां यह इस सामग्री के बारे में बहुत कुछ सोचें जो हमने त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए कवर किया है और उलटा त्रिकोणमितीय कार्य अत्यंत उपयोगी होने जा रहा है धन्यवाद