معکوس مثلثی افعال پر لیکچر فور میں خوش آمدید آخری لیکچر میں ہم نے ان معکوس مثلثیات کے افعال کے درمیان کچھ تعلق اخذ کیا تھا اس لیے ہم
اس کے ساتھ اختتام کریں گے اور کچھ نئے مسائل حل کریں گے
y اور x تو صرف اس بات کا ذکر کرنے کے لیے کہ ہم نے آخری لیکچر میں کہاں سے چھوڑا تھا۔ ہم نے درحقیقت یہ فارمولہ دو مختلف اقدار
ایک سے کم ہے xy کے ٹین انورسز کے مجموعے کے لیے اخذ کیا تھا اور ہم نے دکھایا تھا کہ اگر مصنوع
اور اسی طرح دیگر xy ایک سے زیادہ مائنس tan inverse of x plus y ہے tan inverse y جمع tan inverse x تو
دو صور
توں کے لیے
جیسی کسی چیز کی گنتی کرنی ہے y تو ایک فطری سوال جو پوچھا جا سکتا ہے وہ یہ ہے کہ اگر ہمیں سائن انورس ایکس پلس سائن انورس
کی قدر sine inverse y جمع sine inverse x تو کیا ٹین انورس اے پلس ٹین انورس بی ٹائپ فارمولہ استعمال کرنا ممکن ہوگا؟ اور
حاصل کریں اور یہ ممکن ہے
erse کی شکل میں تبدیل کیا جائے۔ کسی چیز کا tan inv کو x کو سائن انورس x تو ایسا کرنے کا طریقہ یہ ہوگا کہ پہلے دیے گئے
میں تبدیل tan inverse کو بھی کسی چیز کے sine inverse y پر منحصر ہو گی اور اسی طرح x جہاں کوئی چیز واضح طور پر
کریں
اس فارمولے کو ah کی گنتی کرنی ہے جس کے لیے ہم اصل میں tan inverse a plus tan inverse b تو پھر ہمیں صرف
استعمال کر سکتے ہیں لہذا اس خیال کو لے کر آگے آگے ہم نے پچھلی کلاس میں سائن انورس اور ٹین انورس کے درمیان تبادلوں کے فارمولے
اخذ کیے تھے
کے الٹا ٹین x کے برابر ہے x کا موڈ ایک سائن انورس کے برابر x کے لیے اس طرح کا x تو ہم نے جو دکھایا تھا وہ یہ تھا کہ کسی بھی
حقیقی کے لئے تھا ہم نے یہ بھی x مربع کا مربع جڑ جہاں یہ مثبت مربع جڑ ہے اور معکوس فارمولہ کسی بھی x کے برابر ہے ایک مائنس
کے سائن انورس کے برابر ہے جہاں یہ دوبارہ ہے مثبت مربع جڑ اس طرح x مربع کے مربع جڑ پر x ایک جمع x دکھایا تھا کہ ٹین انورس
tan اور cot inverse کے درمیان tan inverse اور cos inverse سائن انورس اور ٹین انورس کے درمیان تبدیلی کی طرح
کے درمیان اور tan inverse اور cosec inverse اور rse کے درمیان تبدیلی کے فارمولے اخذ کرنا بھی ممکن ہے۔ inve
کے درمیان tan inverse اور sec inverse
کے درمیان tan inverse اور cos inverse تو وقت کے مفاد میں ہم ان سب کو اخذ نہیں کر رہے ہیں لیکن میں کم از کم آگے بڑھ کر
کی ایک قدر دی جائے جس کا ماڈیولس ایک کے برابر ہے x تبادلوں کا فارمولہ اخذ کروں گا۔ خیال یہ ہے کہ فرض کریں کہ اگر ہمیں
کے برابر ہو tan inverse اس قدر کے cos inverse کا x تو ہمیں اس نامعلوم قدر کو یہاں تلاش کرنے کی ضرورت ہے تاکہ
تھیٹا کے برابر ہے cos inverse x تو یہ ہے کیا اخذ کرنا ہے لہذا ہم یہ کہہ کر شروع کرتے ہیں کہ فرض کریں
اب فرض pi ہے اس کے بعد یہ تھیٹا بند وقفہ 0 سے تعلق رکھتا ہے۔ pi فنکشن کا رینج سیٹ بند وقفہ 0 سے cos inverse تو چونکہ
صفر کے برابر ہے x کریں کہ اگر
تو ہم دو صورتیں لینے جا رہے ہیں
یا x تو
صفر کے برابر اور ایک سے کم ہے یا یہ 0 سے کم ہے لیکن مائنس 1 سے بڑا ہے۔ ah تو
کے گراف سے جو ہم پہلے ہی پچھلے لیکچرز میں سے ایک میں کر چکے ہیں ہم cos inverse ہے 0 کے برابر سے بڑا پھر x تو اگر
اوور 2 سے تعلق رکھتا ہے کیونکہ ہم اسے تلاش کرنا چاہتے ہیں۔ pi تھیٹا کا الٹا وقفہ 0 سے x جانتے ہیں کہ تھیٹا کا تعلق تھیٹا ہے کیونکہ
نامعلوم چیز اگر آپ اس مساوات کے دونوں اطراف پر ٹین فنکشن لگاتے ہیں
اس نامعلوم آہ چیز کے برابر ہے جسے ہمیں تلاش کرنا ہے اس لیے ہم ٹین کی قدر تلاش cos inverse x تو آپ کو جو ملے گا وہ ہے ٹین آف
cos لیتے ہیں اگر ہم cos اگر ہم x جو تھیٹا کا ٹین ہے لیکن یہاں سے ہم جانتے ہیں کہ cos inverse x کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔
فنکشن کو اس مساوات کے دونوں اطراف پر لاگو کرتے ہیں
کے برابر cos theta ہے x تو ہمیں جو ملے گا وہ
pi ہے جب تھیٹا وقفہ 0 سے x ہے لہذا ڈینومینیٹر x تھیٹا cos تھیٹا کے برابر ہے لیکن sin تھیٹا پر cos تھیٹا کین tan تو اب یہ
مربع کا cos تھیٹا کو مثبت لکھ سکتے ہیں۔ 1 مائنس sin سے تعلق رکھتا ہے ہم جانتے ہیں کہ سائن تھیٹا مثبت قدر ہے لہذا ہم اسے by 2
اسکوائر تھیٹا کسی بھی تھیٹا کے لیے ایک کے برابر ہے اور cos یقیناً یہ اس حقیقت کی پیروی کرتا ہے کہ سائن اسکوائر تھیٹا پلس ta مربع جڑ
ہے۔ x تھیٹا دراصل cos ہم یہاں مثبت مربع جڑ لیتے ہیں جو کہ اب مربع جڑ کے برابر ہے ہم اس حقیقت کو استعمال کرتے ہیں کہ
صفر کے برابر ہے x مربع کا مربع جڑ بن جاتا ہے اور آخر کار ہمیں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ اگر x پر ایک مائنس x تو یہ
ہم مزید جانتے ہیں کہ یہ تھیٹا x مربع اوور کے مربع جڑ کے برابر ہے۔ x ایک مائنس cos inverse x تو تھیٹا کا ٹین جہاں تھیٹا ہے
درحقیقت وقفہ صفر سے پائی بذریعہ دو سے تعلق رکھتا ہے اور یہ وقفہ صفر سے پائی بذریعہ دو دراصل وقفہ مائنس پائی بائی ٹو پلس پائی بائی
ٹو کا ذیلی سیٹ ہے لہذا بنیادی طور پر وقفہ صفر سے پائی بذریعہ دو جس سے یہ تھیٹا تعلق رکھتا ہے دراصل ٹین انورس فنکشن کے رینج سیٹ
کا سب سیٹ ہے اس لیے چونکہ تھیٹا بنیادی طور پر تھیٹا سے تعلق رکھتا ہے اس لیے تھیٹا کا تعلق ٹین انورس فنکشن کے رینج سیٹ سے ہے اور
tan inverse ہے cos inverse x کیونکہ تھیٹا کا تعلق ٹین انورس فنکشن کی رینج سٹیٹ اس کی پیروی کرتی ہے کہ تھیٹا جو اصل میں
کے لئے درست ہے لہذا اسے دوبارہ دہرائیں اس کی x لیکن یہ صرف صفر کے برابر x مربع پر x کے برابر ہے مربع جڑ کے ایک مائنس
وجہ یہ ہے کہ اگر تھیٹا اس سیٹ سے تعلق نہیں رکھتا تھا
تو اس بیان سے شروع کرتے ہوئے ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ یہ سچ ہے لہذا صرف ایک وجہ ہم کہتے ہیں کہ تھیٹا اس مقدار کے ٹین الٹا کے
کی منفی x برابر ہے یہی وجہ ہے کہ یہ سچ ہے۔ اس لیے کہ تھیٹا کا تعلق ٹین کے الٹا رینج سیٹ کے ٹین الٹا رینج سیٹ سے ہے اور پھر ہم
صفر سے کم ہے اور یقیناً مائنس ون کے برابر ہے x قدریں لیتے ہیں اس لیے اگر
cos inverse کے وقفہ سے ہوگا لہذا یہ pi سے pi by 2 کا تعلق inverse x کے برابر ہے۔ cos تو ہم جانتے ہیں کہ تھیٹا
سے تعلق رکھتا ہے pi سے دو سے pi مائنس ون کے درمیان ہے اور صفر تھیٹا واضح طور پر وقفہ x فنکشن کی تعریف سے ہے کیونکہ
pi سے 2 سے پلس pi تھیٹا جو کہ اس وقفہ میں اب دوبارہ کے برابر ہے جب تھیٹا cos اور پھر ٹین تھیٹا سائن تھیٹا کے برابر ہو جائے گا
سے تعلق رکھتا ہے جو ہمارے پاس ہے وہ یہ ہے کہ سائن تھیٹا ابھی بھی مثبت ہے لہذا ہم سائن تھیٹا کو مثبت کے طور پر ظاہر کر سکتے ہیں۔ ایک
مربع کے مربع جڑ x ہے لہذا یہ ایک مائنس x تھیٹا cos تھیٹا پر لیکن ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ cos مربع تھیٹا کا مربع جڑ cos مائنس
مربع کی جڑ لیکن x پر 1 مائنس x جہاں یہ مثبت مربع جڑ ہے لہذا ہمارے پاس دوبارہ ٹین تھیٹا مربع کے برابر ہے x کے برابر ہو جاتا ہے
سے ہے pi by two to pi کے برابر ہے اس کا تعلق اس سیٹ cos inverse x چونکہ منفی تھیٹا ہے x اس بار ہم جانتے ہیں کہ
لیکن مسئلہ یہ ہے کہ یہ سیٹ کیا یہ سیٹ سب سیٹ نہیں ہے یا یہ سیٹ کا ٹین انورس کے رینج سیٹ کے ساتھ کوئی نقطہ مشترک نہیں ہے لہذا

بنیادی طور پر یہاں ہمارے پاس ایک معاملہ ہے کہ اگر تھیٹا اس سیٹ سے تعلق رکھتا ہے
کے x مربع پر x تو تھیٹا کا تعلق ٹین انورس کے رینج سیٹ سے نہیں ہے لہذا ہم لکھ نہیں سکتے لہذا ہم نہیں لکھ سکتے۔ وہ ٹی بیٹا ایک مائنس
منفی ہے یہ بیان درست نہیں ہے لہذا یہ بیان درست نہیں ہے اور اس لئے ہمیں x مربع جڑ کے ٹین الٹا کے برابر ہے لہذا اس صورت میں جہاں
تھیٹا میں کچھ شفٹ یا کچھ تبدیلی لاگو کرنے کی ضرورت ہے۔ کہ اس شفٹ کو لاگو کرنے کے بعد تھیٹا کی نئی ویلیو ٹین انورس کے رینج سیٹ
کے برابر پیریڈ کے ساتھ م pi سے تعلق رکھتی ہے اب ہمیں ٹین فنکشن کی خاصیت سے معلوم ہوا ہے کہ ٹین فنکشن
کو اس سے گھٹاتے ہیں۔ یہ تھیٹا بنیادی طور پر جو ہم جانتے ہیں وہ یہ ہے کہ ٹین تھیٹا pi تواتر ہوتا ہے اور اس لیے ہم جانتے ہیں کہ اگر ہم
تھیٹا مائنس پائی کے ٹین جیسا ہی ہے اور اچھی بات یہ ہے کہ چونکہ تھیٹا سیٹ پائی بائی ٹو پی تھیٹا مائنس پائی سے تعلق رکھتا ہے ظاہر ہے کہ
pi by 2 to 0 tan سے تعلق رکھتا ہے اور یہ سیٹ مائنس pi by 2 to 0 تھیٹا مائنس پائی سے تعلق رکھتا ہے۔ سیٹ مائنس
inverse کے رینج سیٹ کا ایک ذیلی سیٹ ہے اس لیے بنیادی طور پر اب ہمارے پاس یہ ہے کہ تھیٹا مائنس پائی کا تعلق رینج سیٹ سے ہوگا۔ ٹین الٹا
تو اگر آپ اگر آپ واپس جائیں جو ہمارے پاس نظر آتا ہے وہ یہ ہے کہ اصل تھیٹا کا تعلق ٹین کے الٹا رینج سیٹ سے نہیں تھا بلکہ اسے صرف
pi کے ذریعے منتقل کرنے سے ہمارے پاس تھیٹا مائنس پائی کا تعلق ٹین انورس کے رینج سیٹ سے ہے اور چونکہ ٹین تھیٹا مائنس پائی ہے۔ ٹین
کے مربع جڑ x مربع اوور x تھیٹا کے برابر ہے جو اب ہمارے پاس ہے وہ یہ ہے کہ تھیٹا کا ٹین ٹین تھیٹا مائنس پائی کے برابر ہے ایک مائنس
برابر ہے pi کے برابر ہے ہم جانتے ہیں کہ تھیٹا مائنس پائی کا تعلق ٹین انورس کے رینج سیٹ سے ہے لہذا ہم یہ لکھ سکتا ہے کہ تھیٹا مائنس
مربع x پلس ٹین معکوس مربع جڑ کا ایک مائنس pi جس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ تھیٹا برابر ہے x مربع پر x ٹین الٹا مربع جڑ کے ایک مائنس
کی مثبت اور منفی اقدار کے دونوں نتائج کو یکجا x منفی ہے اور اس لیے آخر کار x اور اس لئے لیکن یہ صرف یہ ہے درست جب x پر
صفر کے برابر ہے x برابر ہے اگر cos inverse x کرتے ہوئے آخر کار ہمارے پاس یہ تبدیلی کا فارمولا ہے کہ
تو یہ برابر ہے
کے مربع x مربع پر x الٹا کے برابر ہے ورنہ یہ ایک مائنس tan کے مربع جڑ کے x مربع پر x ایک مائنس cos inverse x تو
ah معکوس تعلق اخذ کرتے ہیں جو اس کے لئے ہے کسی بھی دی گئی ah پلس ٹین الٹا کے برابر ہے لہذا ہم اس کے بعد ریورس pi جڑ کے
کے برابر ہے لہذا ہمیں اس چیز کے لئے ایک اظہار اخذ کرنا ہوگا cos inverse کسی چیز کے tan inverse x حقیقی قدر والی x
ہے cos inverse اس چیز کے tan inverse x جیسے کہ
کو بدل کر شروع کرتے ہیں۔ تھیٹا اور یقینا تھیٹا کا تعلق اوپن انٹرول مائنس پائی بائی ٹو سے پلس پائی بائی tan inverse x دوبارہ ہم ah تو
ٹو سے ہونا چاہیے لہذا یہ ٹین انورس فنکشن کا رینج سیٹ ہے اور چونکہ ہم یہاں اس نامعلوم مقدار کو تلاش کرنے میں دلچسپی رکھتے ہیں ہمیں
فنکشن کو اس مساوات کے دونوں اطراف پر لاگو کرتے ہیں cos اصل میں دلچسپی ہوگی کیونکہ اگر ہم
کا جائزہ لینے cos کے tan inverse x اس نامعلوم چیز کے برابر ہے اس لیے ہم cos of tan inverse x تو ہمیں کیا ملے گا
pi by کے اب جب تھیٹا کا تعلق مائنس over secant theta برابر ہے hich 1 ہے cos کی w میں دلچسپی رکھتے ہیں جو تھیٹا
غیر منفی قدر ہے اور اس لیے ہم اسے سیکنڈ مربع تھیٹا کے مثبت مربع جڑ پر ایک کے طور 2 to plus pi by 2 secant of theta
پر لکھ سکتے ہیں جو مزید ہو سکتا ہے۔ ون اوور اسکوائر تھیٹا کے طور پر لکھا گیا اب ہم یہ شناخت جانتے ہیں کہ کسی بھی زاویہ کے لیے تھیٹا
سیکنڈ مربع تھیٹا ایک جمع ٹین مربع تھیٹا کے برابر ہوتا ہے اس لیے ہم اس غلطی کو استعمال کرنے جا رہے ہیں اس لیے ہم اسے ون جمع ٹین مربع
ٹین تھیٹا کے برابر ہے کیونکہ ہم نے ٹین فنکشن کو دونوں اطراف پر لاگو کیا x تھیٹا لکھتے ہیں اور یہاں سے ہم جان لیں کہ
ملتا ہے x تو ہمیں ٹین تھیٹا کے برابر
ہے لیکن cos کی tan inverse x مربع کی جڑ سے زیادہ ہے لہذا ہمارے پاس اس مقدار کے برابر x تو یہ بنیادی طور پر ایک جمع
کے برابر ہے cos inverse اس مقدار کے tan inverse x یہاں سے کیا ہم یہ لکھ سکتے ہیں کہ
تو ہم صرف اتنا کر سکتے ہیں اگر ہمیں معلوم ہو کہ یہاں یہ ویلیو تھیٹا ہے لہذا تھیٹا اس کے برابر ہے
مربع کا ہے لہذا یہ درست ہے اگر اور صرف اس x جڑ ایک جمع er تو ہم صرف یہ لکھ سکتے ہیں کہ تھیٹا برابر ہے ایک اوور کے الٹا
فنکشن کا رینج سیٹ cos inverse اصل میں pi سے تعلق رکھتا ہو لہذا صفر سے pi صورت میں جب یہ زاویہ تھیٹا بند وقفہ صفر سے
cos فنکشن کا سیٹ تب ہی ہو تھیٹا کو اس مقدار کے cos inverse ہے لہذا صرف اس صورت میں جب یہ تھیٹا رینج سے تعلق رکھتا ہے۔
inverse کے برابر لکھ سکتے ہیں ورنہ ہم اسے ایسا نہیں لکھ سکتے اور یہ اس معاملے میں عام طور پر درست نہیں ہے کیونکہ اگر آپ
pi by 2 کا سیٹ اور اس لیے یہ اس سیٹ سے تعلق رکھتا ہے اور یہ سیٹ مائنس tan inverse دیکھتے ہیں کہ تھیٹا رینج میں غلط ہے۔
فنکشن کے رینج سیٹ میں مکمل طور پر شامل نہیں ہے اس لیے ہم یہ نہیں cos inverse یقینی طور پر pi by plus pi by 2 سے
کہہ سکتے کہ ہم ہمیشہ نہیں رہ سکتے۔ کہتے ہیں کہ تھیٹا جو اصل میں اس سیٹ سے تعلق رکھتا ہے وہ بھی اس سیٹ سے تعلق رکھتا ہے
کے اندر موجود pi سیٹ صفر سے pi by two پلس pi by two to مائنس ah کیونکہ ان دو سیٹوں کا مطلب یہ ہے کہ یہ سیٹ
کو تقسیم کرتے ہیں۔ اس کا مسئلہ دو صور t نہیں ہے لہذا ہم مسئلہ
صفر کے برابر ہوتا ہے x صفر کے برابر ہے کیونکہ جب x توں میں ہم پہلے اس منظر نامے کو لیتے ہیں جہاں
کے برابر ہے x تو ہم ٹین الٹا فنکشن کے گراف سے جانتے ہیں کہ ٹین الٹا تھیٹا ٹین الٹا
کا تعلق x صفر سے زیادہ تھیٹا کے برابر ہے ٹین الٹا x سے دو سے تعلق رکھتا ہے لہذا جب pi تو تھیٹا ہے اس وجہ سے سیٹ صفر سے
وقفہ 0 سے ہوتا ہے
تھیٹا اس سے تعلق رکھنے والا ہے اور ہم یہ بھی جانتے ہیں ah سے کھلا اور پھر اب چونکہ pi at 2 تو یہ کھلا وقفہ ہوگا لہذا کھلے سے
فنکشن کا رینج سیٹ ہے اور اس cos inverse کا ذیلی سیٹ ہے اب یہ pi ٹو یقیناً یہ مخصوص سیٹ صفر سے pi by کہ صفر سے
ایک جمع cos کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے اور اس لیے چونکہ تھیٹا کا cos inverse تھیٹا کے برابر سے بڑا ہے x 0 لیے جب
کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے یہ تھیٹا کی پیروی کرتا ہے جو ٹین cos inverse مربع کے ایک اوور مربع جڑ کے برابر ہے اور تھیٹا x
صفر کے برابر سے بڑا ہو x الٹا کے برابر ہوگا لیکن یہ تب ہی درست ہے جب cos مربع کے ایک اوور جڑ کے x ایک جمع xw ill الٹا
صفر تھیٹا کے برابر سے بڑا ہو x کیونکہ جب
x کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے اور اس لیے اس سے مساوات کا ہم فوراً مطلب یہ لے سکتے ہیں کہ تھیٹا ایک جمع cos inverse تو
منفی ہے x اب منفی ہے جب x معکوس کے برابر ہے ہم اس کے بعد دوسری صورت لیتے ہیں جہاں cos مربع کے مثبت مربع جڑ پر ایک کے

کے برابر ہوگا سیٹ مائنس پائی بائی ٹو سے صفر اس کی وجہ یہ ہے کہ یہ دوبارہ ٹین انورس فنکشن کے گراف tan inverse x تو تھیٹا
سے نہیں ہے لہذا اس معاملے میں تھیٹا کا تعلق نہیں pi سے ہے لیکن اس معاملے میں آہ ہم واضح طور پر دیکھتے ہیں کہ تھیٹا کا تعلق 0 سے
منفی x اور اس لیے ہم نتیجہ اخذ نہیں کر سکتے اس لیے اس معاملے میں یہ بیان درست نہیں ہوگا کیونکہ cos inverse ہے۔ رینج سیٹ کا
اس تھیٹا کو اس انداز میں اس w e کے رینج سیٹ سے تعلق نہیں رکھتا ہے اور اس لیے cos inverse تھیٹا r کی صورت میں آپ کا

کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہو لیکن ہمیں اسے اس طرح کرنا چاہیے cos inverse طرح منتقل کرنے کی کوشش کرنی چاہیے کہ یہ تھیٹا
ہے لہذا اگر ہم تھیٹا اے pi کے رینج سیٹ سے ہو اب ہم جانتے ہیں۔ کہ رینج کی حالت یقیناً الٹا صفر سے cos inverse کہ تھیٹا کا تعلق
کو پائی سے بڑھاتے ہیں
تو اگر ہم تھیٹا پلس پائی پر غور کریں
تو سب سے پہلے ہم جو کچھ دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر تھیٹا اس سیٹ سے تعلق رکھتا ہے
کے رینج سیٹ کا سب سیٹ ہے اور اس cos inverse اور یہ سیٹ ظاہر ہے pi to pi by 2 to pi تو تھیٹا پلس پائی کا تعلق ہوگا۔
ہو گا لہذا تھیٹا پلس pi کے رینج سیٹ سے نہیں تھا لیکن تھیٹا پلس cos inverse لیے اگرچہ تھیٹا کا تعلق نہیں تھا حالانکہ تھیٹا کا تعلق
کے برابر ہے cos of theta مائنس cos of theta plus pi کا رینج سیٹ اضافی طور پر cos inverse کا تعلق ہے pi
مربع کے مربع جڑ سے ایک اوور ہے x ایک جمع cos theta لیکن ہم جانتے ہیں کہ
مربع کے مائنس ایک سے زیادہ مربع جڑ کے برابر ہے۔ جہاں ایک بار پھر یہ مثبت ہے۔ مربع جڑ x تو یہ ایک جمع
cos inverse کا تعلق pi مربع کے ہے اور چونکہ تھیٹا پلس x مائنس ون کے برابر ہے مثبت مربع جڑ ایک جمع pi کا cos تو تھیٹا پلس
مربع کا ایک سے x الٹا کے برابر ہے۔ ایک جمع cos کے رینج سیٹ سے ہے ہم فوری طور پر کہہ سکتے ہیں کہ تھیٹا پلس پائی مائنس کے
مائنس ون کے برابر ہے ایک pi پلس cos inverse of زیادہ مثبت مربع جڑ اور یہاں سے یہ نتیجہ اخذ کیا جا سکتا ہے کہ تھیٹا مائنس
مربع کے مثبت مربع جڑ سے x جمع
تو ان دونوں صور
کی کسی بھی قدر کے لئے حقیقی قدر ہے x کی کسی بھی قدر کے لئے جو x توں کا خلاصہ اب کیا جا سکتا ہے اور ہم کیا آخر میں یہ ہے کہ
کے برابر سے بڑا ہے 0 x اس فارمولے کے ذریعہ دیا گیا ہے لہذا جب tan inverse x جو حقیقی قدر ہے
tan inverse x تو
x مربع کے مثبت مربع جڑ پر لیکن اگر x الٹا ایک کے برابر ہے ایک جمع cos برابر ہے x برابر سے بڑا ہے صفر تک پھر ٹین الٹا x تو جب
منفی ہے
e کے مثبت مربع جڑ کے مربع x الٹا مائنس ون کے برابر ہے ایک جمع cos جمع pi مائنس x تو ٹین الٹا
کی تبدیلی کے فارمولے کے ساتھ نتیجہ اخذ کیا ہے اور اسی قسم کے ah کے درمیان tan inverse اور cos inverse تو ہم نے ابھی
دیا cot inverse کا x کے درمیان اخذ کیے جا سکتے ہیں مثال کے طور پر اگر ہمیں tan inverse اور cot inverse فارمولے
جائے
اس کے ah فنکشن ہوتا ہے جیسے کہ tan inverse میں کسی چیز میں تبدیل کر سکتے ہیں۔ ایک اظہار جس میں ah کے ah تو ہم اسے
دیا جائے tan inverse برعکس اگر ہمیں کسی چیز کا
کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے تاکہ وہ یہاں ہے اور اسی طرح کے مزید cot inverse تو اسے متبادل طور پر کسی دوسری قدر کے
اور secant tan inverse کے درمیان اور cosecant inverse اور tan inverse تبادلوں کے فارمولے ہو سکتے ہیں۔
کے درمیان بھی ماخوذ ہے لہذا اس فارمولے کا بنیادی استعمال ہمیں ان شکلوں کے کسی بھی عمومی اظہار کی گنتی کرنے میں مدد inverse
secant inverse کا sine یا y کہتے ہیں کہ sine inverse plus کا x فراہم کرے گا جن کے بارے میں آپ جانتے ہیں کہ
inverse x plus cos inverse y
تو ایسا کرنے کا طریقہ یہ ہوگا جیسا کہ میں نے پہلے ذکر کیا ہے کہ اگر ہمیں سائن انورس ایکس پلس سیکنٹ جیسی کسی چیز کی گنتی کرنی ہے
پھر ہم بنیادی طور پر تبادلوں کے فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے تبدیل کرتے ہیں ہم اس چیز کو کسی قدر کے ٹین الٹا میں تبدیل inverse y
کرتے ہیں اور ٹین الٹا اور سیکنٹ الٹا کے درمیان تبادلوں کے فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے ہم اسے کسی اور قدر کے ٹین الٹا میں تبدیل کرتے
tan inverse a plus tan کا ایک فنکشن ہے اور پھر ہم y کا ایک فنکشن اور اسی طرح یہ ویلیو یہاں x ہیں نوٹ یقیناً یہ قدر یہاں ہوگی
کے لحاظ سے لکھ سکیں tan inverse ٹائپ فارمولہ استعمال کر سکتے ہیں تاکہ اسے کسی اور ویلیو کے inverse b
تو اس سے اس کی خصوصیات پر ہماری بحث ختم ہو جاتی ہے۔ معکوس مثلثیات کے افعال اور ان مختلف معکوس مثلثیات کے افعال کے درمیان
تعلقات ، اس لیے اس لیکچر کے بقیہ حصے میں اور اگلے لیکچر میں بھی ہم کئی مسائل پر بات کرنے والے ہیں، اس لیے یہاں پہلا مسئلہ ہے، اس
لیے ہم سے کہا جاتا ہے کہ اس کی قدر کا حساب لگائیں۔ اظہار
تو جو کسی زاویے کا کوٹینجینٹ ہے اور وہ زاویہ 23 مختلف قدروں کے پکڑے گئے الٹا کا مجموعہ ہے
تو اگر ہم صرف اس کو دیکھیں یہاں اظہار اور آئیے پہلے اس کو اخذ کرنے کی کوشش کرتے ہیں
جمع کے برابر ہے cot inverse of one کے برابر ہے جو k دو n ہے جو ایک سے cot inverse تو ہمارے پاس 1 جمع جمع کا
تک کا راستہ اور اسے مزید آسان کیا جا سکتا ہے 1 n اب اس سمیشن کے اندر یہ چیز بنیادی طور پر دو سے ضرب اور ایک جمع دو تمام ہے۔
جمع ایک سے زیادہ دو کے برابر ہے لہذا ہمارے n ضرب n قدرتی اعداد کا مجموعہ ہے جو n جمع 2 بار اب بریکٹ کے اندر یہ چیز پہلے
ہم نے ڈیفائن کرنا ہے آئیے ah کے برابر اور فرض کریں کہ cot inverse جمع ایک کے n اوقات n پاس یہ ہونا ضروری ہے۔ ایک جمع
جمع ایک تھیٹا کے برابر ہے n گنا n جمع cot inverse of one ہم یہ کہتے ہیں کہ
cot سے تعلق رکھتا ہے جو pi فعل کی حد سے کہ تھیٹا واضح طور پر کھلے وقفہ 0 سے cot inverse تو یقیناً ہم جانتے ہیں کہ
cot فنکشن کو دونوں نشانیوں پر لاگو کرنے سے اس مساوات کے دونوں اطراف cot ah کی رینج سیٹ ہے پھر inverse function
n جمع ایک کے برابر ہے اور اس لیے تھیٹا کا ٹین برابر ایک سے زیادہ ایک جمع n سے n برابر ایک جمع cot فنکشن کا اطلاق ہوتا ہے تھیٹا کا
میں بھی آسان کیا جا سکتا ہے۔ n جمع 1 مائنس nn جمع 1 مائنس 1 مائنس n جمع ون میں اور یہ اظہار یہاں کچھ نہیں ہے بلکہ اسے n سے
n جمع 1 سے زیادہ n جمع 1
tan x tan y سے زیادہ ایک جمع tan y مائنس tan x کے فارمولے کی یاد دلاتا ہے tan کے y مائنس x تو یہاں یہ اظہار ہمیں

استعمال کرتے ہیں substitu اور پھر اگر ہم tan y کے برابر ہے tan xn جمع ایک n یہ ah تو یہاں بنیادی طور پر
تو اس متبادل کا استعمال کرتے ہیں
inverse کے برابر لکھ سکتے ہیں tan کے tan تھیٹا بھی tan تو ہمیں بنیادی طور پر یہ اظہار یہاں ملتا ہے لہذا ہم اس پوری چیز کو
tan inverse n کا tan جمع ایک بار n کا الٹا tan tan کے اوپر ایک جمع tan inverse n minus tan of جمع 1 n
کے سوا کچھ نہیں ہے tan off جو ہے لیکن یہ tan y بار tan x کی شکل کا ہے تقسیم ایک جمع tan y مائنس tan x تو یہ
y ہے اور یہ ہے x تو یہاں یہ ہمارا
ہے۔ لہذا ہمیں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ ٹین تھیٹا ہے n کا الٹا tan y الٹا ہے جمع ایک tan کا n x تو
جمع ایک کے n کے الٹا tan برابر ہے x کے ٹین کے سوا کچھ نہیں ہے جہاں y مائنس x تو یہ بنیادی طور پر یہ پورا اظہار ہے یہاں

کے n کے الٹا tan برابر ہے y اور
تھیٹا ہے۔ تو ہمیں ٹین ملتا x مائنس y کے ٹین کے برابر ہے جو کہ ٹین الٹا n پلس ایک مائنس ٹین الٹا n ہے
n اور n بھی ہیں اور اس لئے تمام n قدرتی اعداد ہیں اور یہ n تو یہ وہی ہے جو ہمیں اب تک ملا ہے ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ کیونکہ یہ
tan جمع 1 0 سے بڑا ہے اس کی پیروی کرتا ہے کہ n اور n جمع 1 0 سے بڑے ہیں اور اس لیے یہ اس کی پیروی کرتا ہے کہ چونکہ
الٹا بھی ہونا چاہیے۔ وقفہ صفر tan کا n سے دو کے وقفے سے ہونا چاہیے اور اسی طرح pi جمع ایک کا تعلق صفر سے inverse n
minus tan جمع ایک tan inverse n بذریعہ دو اور آگے سے تعلق رکھتا ہے اور اس وجہ سے یہ واضح ہے کہ ان کا فرق pi سے
اور یاد رکھیں کہ یہ کچھ بھی نہیں ہے۔ لیکن pi by two to plus pi by two کا تعلق ہونا چاہئے وقفہ مائنس inverse of n
ٹی کا رینج سیٹ ایک الٹا فنکشن
سے شروع کرتے ہیں ah تو بنیادی طور پر ہمارے یہاں جو ہے وہ یہ ہے کہ اگر آپ کو یاد ہے کہ جب ہم
کی رینج سیٹ ہے لیکن ہم ابھی cot inverse تک ہوگا کیونکہ یہ وہی ہے جو pi تو ہمارے پاس شروع میں یہ تھا کہ تھیٹا کا تعلق 0 سے
pi کے لیے مزید جانتے ہیں کہ ٹین تھیٹا مثبت ہے اور اس لیے اس حقیقت کے ساتھ اس حقیقت کو شامل کرتے ہوئے کہ تھیٹا کو وقفہ صفر کو
سے ہونا چاہیے، اس لیے یہ ہے ٹین تھیٹا مثبت قدر pi by 2 سے لائن کرنا چاہیے جو ہم کہہ سکتے ہیں کہ تھیٹا کا تعلق اس لیے وقفہ 0 سے
کے درمیان ہونا چاہیے لہذا اگر ہم ٹین فنکشن کے گراف کو دیکھیں pi ہے اور اس کے علاوہ یہ حقیقت ہے کہ تھیٹا کا تعلق 0 سے
تو یہ پچھلے لیکچرز میں سے کسی ایک سے ہے
تو ہم دیکھتے ہیں کہ
افقی محور پر ہے لہذا نیلے رنگ سے نشان زد وکر ٹین ایکس فنکشن کے لئے وکر ہے x عمودی محور پر ہے اور x تو یہ یہ ہے ویلیو ٹین کا
betwe en pi by مثبت ہے لیکن پھر x کے درمیان ہے ٹین کی قدر pi by 2 سے x 0 لہذا ہم یہاں دیکھ سکتے ہیں کہ جب بھی
ویلیو یہ ویلیو ہے یہاں وکر کا یہ حصہ یہاں یہ منفی ہے اور ہمیں کہا جاتا ہے کہ تھیٹا صرف اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے یہاں pi اور 2
pi تھیٹا ضروری ہے۔ مثبت رہیں اور اس لیے یہ واضح ہے کہ تھیٹا کا اس وقفہ صفر سے tan tan سے یہاں تک اور مزید ہم جانتے ہیں کہ
سے دو سے ہونا چاہیے pi سے دو سے تعلق ہونا چاہیے اس لیے ہم جانتے ہیں کہ تھیٹا کا تعلق صفر سے
تو آئیے اب اس مساوات پر
سے ہو۔ بذریعہ دو اور اس کے علاوہ یہ آہ فرق زاویہ یہاں ہم نے صرف یہ ظاہر کیا کہ یہ pi توجہ مرکوز کریں تاکہ تھیٹا کا تعلق صفر سے
زاویہ بھی مائنس پائی بائی ٹو پلس پائی بائی ٹو سے تعلق رکھتا ہے لیکن اگر ہمیں ٹین انورس فنکشن کا گراف یاد ہے
ہے اب ہم واضح طور پر دیکھ سکتے x ہے اور عمودی محور پر ٹین الٹا x تو یہ ٹین انورس فنکشن کا گراف ہے۔ لہذا ہمارے پاس افقی محور پر
بڑھتی monotonically ہیں کہ ٹین انورس فنکشن ایک یک رنگی طور پر بڑھتا ہوا فنکشن ہے جسے سرخ رنگ میں پلاٹ کیا گیا ہے لہذا یہ ایک
کے ٹین الٹا سے بڑا ہوگا اور n جمع ون کا ٹین الٹا n سے بڑا ہے اس سے ظاہر ہے کہ n جمع ur 1 ہوئی فنکشن ہے اور اس وجہ سے
یہاں سے ہم آسانی سے کہہ سکتے ہیں کہ اس حقیقت کو اپنی سابقہ وات میں استعمال کرتے ہوئے ہم ہ سکتے ہیں کہ یہ مق ار یہاں ہے
جمع 1 اور n تو یہاں یہ مقدار 0 کے برابر سے زیادہ ہے اور مزید ہم جانتے ہیں کہ درحقیقت اسے 0 سے سختی سے زیادہ ہونا چاہیے کیونکہ
کو اس ah کبھی بھی ایک نہیں ہو سکتے اور مزید ہم نے دکھایا تھا کہ یہ پوری قدر اس سیٹ سے تعلق رکھتی ہے۔ اور اس لیے اس حقیقت کو n
minus جمع ایک tan inverse n حقیقت کے ساتھ جوڑ کر کہ یہ ویلیو اس سیٹ سے تعلق رکھتی ہے ہم یہ بھی بتا سکتے ہیں کہ ویلیو
کے وقفہ سے ہونا چاہیے pi by two کا تعلق صفر سے tan inverse n
ہم n پلس ون مائنس ٹین الٹا n تو اب ہمارے پاس جو ہے وہ ہے آہ ہمارے پاس ایسی صورتحال ہے جہاں ٹین تھیٹا ٹین کے برابر ہے آہ ٹین الٹا
سے دو کھلے وقفے سے ہونا چاہئے اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ یہ قدر ٹین انورس این پلس ون مائنس pi جانتے ہیں کہ تھیٹا کا تعلق صفر سے
tan اور یہ دو قدریں تھیٹا کی pi by two کا تعلق بھی اسی وقفہ سے ہونا چاہئے اسی کھلے وقفے سے صفر سے tan inverse n
فنکشن کے لیے منحنی خطوط پر واپس جا رہے ہیں۔ جان tan دوبارہ ah اب ایک جیسی ہیں کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ tan اور اس زاویہ کی
لیجئے کہ وقفہ صفر سے پائی بائے ٹو میں جیسا کہ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ٹین فنکشن ایک مونوٹونک فنکشن ہے یہ ایک یکسر بڑھتا ہوا فنکشن ہے اور
اس لیے ہم یہ کہتے ہیں کہ اگر یہ تھیٹا ہے
کو دو کے حساب سے فنکشن کو یکطرفہ طور پر بڑھانا اس کے بعد یہ pi تو یہاں یہ ویلیو تھیٹا کا ٹین ہے کیونکہ ٹین ایک ہے۔ وقفہ صفر سے
ہے کہ اگر ٹین تھیٹا کو اس زاویہ کے ٹین کے برابر ہونا چاہیے
کے برابر ہو۔ یہ وہی ہے جو سچ ہونا چاہیے اور اس لیے جو ہم n جمع ایک مائنس ٹین الٹا n تو واحد طریقہ یہ ہے کہ اگر تھیٹا بذات خود ٹین الٹا
کے برابر ہے اور پھر n جمع 1 مائنس ٹین کے الٹا n جمع ون میں اصل میں n کا کوٹ الٹا n نے اب تک دکھایا ہے وہ یہ ہے کہ ایک جمع
کو دیکھا۔ ٹوپی ہم نے ابھی اس بیرونی خلاصے کی اصطلاحات میں سے ایک کو آسان کیا ہے لہذا اب اگر ہم ان تمام t آگے جا کر ہم نے
اصطلاحات کو اس اظہار سے بدل دیں
کے k دو n کے برابر ہو جائے گا۔ دو summation k کے علاوہ cot inverse one کے برابر ایک سے n 23 تو یہ خلاصہ
minus جمع ایک tan inverse n کو cot inverses کے برابر ایک سے تئیس کے برابر اب اگر ہم ان تمام n برابر ہے سمیشن
سے بدل دیں لیکن پھر اگر ہم صرف اس بڑے خلاصے کو بڑھاتے ہیں tan inverse of n
ایک کے برابر پہلی اصطلاح ٹین الٹا ہے دو مائنس ٹین الٹا ایک دوسری اصطلاح ہے ٹین الٹا تین مائنس ٹین الٹا دو کا اور n تو ہم شروع کریں گے۔
اسی طرح آخری اصطلاح 24 کے 24 مائنس ٹین الٹا 23 کے الٹا ہونے والی ہے لیکن ہم کیا ہیں یہاں دیکھنے جا رہا ہے کہ یہاں بہت ساری
کے ساتھ tan inverse 3 ah یہاں منسوخ ہو جائے گا اور اسی طرح tan inverse 2 منسوخیاں ہونے والی ہیں مثال کے طور پر
tan inverse 23 minus tan دوسری اصطلاح nty ہے۔ خلاصہ میں twe منسوخ ہو جائے گا کیونکہ یہاں صرف پچھلی اصطلاح
ہو رہی ہے inverse of 20
ah minus tan inverse 22 tan inverse یہاں منسوخ ہو جائے گا اور پھر اسی طرح tan minus tan inverse تو یہ
بائیس کے ساتھ منسوخ ہو جائے گا ۔ 20 پہلی ٹرم اور اسی طرح یہ بھی تیسری ٹرم میں ٹین انورس تھری کے ساتھ منسوخ ہو جائے گا
الٹا حساب کرنا ہے۔ ہمیں آخر میں بنیادی طور پر حساب کرنا ah tan تو آخر کار جو باقی رہے گا وہ 24 کا ٹین الٹا مائنس ٹین الٹا ہے اور 24 کا
cot inverse of one کے برابر ایک سے cot of summation n 23 ہے کہ ہم نے اب تک کیا کیا ہے کہ ہم نے دکھایا ہے کہ
کے k دو n کے برابر ایک سے دو plus summation k
تو ہم نے دکھایا ہے کہ یہ راگ فنکشن کی دلیل میں ہم نے دکھایا ہے کہ یہ 1 کے چوبیس مائنس ٹین انورس کے ٹین الٹا کے برابر ہے۔ لہذا اب ہمیں
اصل میں اس ساری چیز کو کسی چیز کے ٹین الٹا کے طور پر ظاہر کرنا ہوگا تاکہ ہم sh اسے مزید آسان بنانے کی ضرورت ہے کیونکہ آئیڈیا
کے درمیان اس تبدیلی کا فارمولہ پہلے ہی tan اور cot حاصل کر سکیں اور پھر ہم نے cot of tan inverse something پھر
دیکھ لیا ہے اس لیے اس چیز کے لیے ہماری مدد کرنی چاہیے اگر آپ یاد رکھیں آج اس کلاس کے آغاز میں ہم نے دیکھا کہ ہم اصل میں کچھ پہلے
اخذ کردہ نتائج پر نظرثانی کر رہے ہیں

ایک xy پر اگر xy ایک مائنس y برابر ہے ٹین الٹا ایکس پلس y تو نتائج میں سے ایک یہاں یہ اظہار تھا کہ ٹین انورس ایکس پلس ٹین انورس سے کم ہے
تو ہمارے معاملے میں جو ہو رہا ہے وہ یہ ہے کہ ہمیں ایک کے 24 مائنس ٹین الٹا کے ٹین الٹا کی گنتی کرنے کی ضرورت ہے جو کہ اب کر سکتے ہیں کیونکہ ٹین انورس ایک عجیب فنکشن ہے میں ایک کے مائنس ٹین الٹا کو جمع لکھ سکتا ہوں مائنس ون کا ٹین الٹا اس کی وجہ یہ ہے کہ ٹین انورس ایک عجیب فنکشن ہے جس کا میں کہنے کا مطلب یہ ہے کہ کسی بھی ایکس ٹین کے لیے مائنس ایکس کا الٹا ٹین الٹا ایکس کے مائنس کے برابر ہے اور ہم نے اس شناخت کو پچھلے ایک میں دکھایا ہے۔ لیکچر
تو اب یہ اصطلاح 24 کے ٹین الٹا پلس ٹین الٹا مائنس 1 کے برابر ہے۔
کی شکل میں ہے tan inverse x جمع tan inverse y تو آخر کار ہمارے پاس یہ اظہار
مائنس چوبیس اور مائنس چوبیس ہے y میں x ہے اور پھر یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ y ہے اور یہ x تو یہ
تو ان تمام صور
برابر ہے مائنس 24 کے جو کہ ایک سے کم ہے اس لیے ہمیں اس کیس کو یہاں استعمال کرنا xy توں میں سے جو کیس ہمارے ہاتھ میں ہے وہ کے ٹین کے الٹا y جمع x ہوگا اور اس لیے یہ اظہار برابر ہوگا۔
میں تقسیم کیا y سے x مائنس 1 کو 1 مائنس y جمع x تو
مائنس ون ہے y چوبیس ہے اور x تو
تو یہ حتمی جواب ہے جو ہمیں ملتا ہے ٹین کا الٹا تئیس سے زیادہ پچیس ہے۔ اس لیے اب ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ یہ تئیس اوور کے ٹین الٹا کے برابر ہے اور اس لیے یہ پوری چیز تئیس بائیس پچیس کے ٹین کے الٹا کے برابر ہے
کیونکہ اب فرض کریں کہ ہم یہ کہتے er تو حتمی جواب 23 اوور کے ٹین کے الٹا کاٹ ہوگا۔ 25 اور اس کو آگے بھی آسان بنایا جا سکتا ہے۔ ہیں کہ 23 بائی 25 کا ٹین الٹا تھ ٹا ہے
تو ابر ہے کہ 23 ب ئی 25 تھیٹا ے ٹین کے برابر ہے کیونکہ ہم اس مسا ات کے دونوں اطراف پر ٹین فنکشن کا اطلاق کر سکتے ہیں۔ یہ ہ مساوات اور پھر ہمیں یہ چیز ملتی ہے لیکن یہاں سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ تھیٹا کا کوٹ ایک اوور ٹین تھیٹا کے برابر ہے جو کہ تئیس سے زیادہ پچیس ہے لیکن پھر یہ تھیٹا کے کوٹ کے سوا کچھ نہیں ہے کیونکہ تھیٹا ٹین انورس تئیس بائی پچیس ہے۔ اور اب ہم نے دیکھا ہے کہ یہ بالکل پچیس سے زیادہ تئیس کے برابر ہے
تو یہ حتمی جواب ہے کہ اس بڑے سمیشن کا کورٹ پچیس سے زیادہ تئیس کے برابر ہے، آئیے اس آہ لیکچر کو ختم کرنے سے پہلے ایک آخری اس مثلثی x کا موڈ صفر اور دو کے مربع جڑ کے درمیان ہے اور یہ x کی قدر تلاش کرنی ہوگی اس طرح کہ x مسئلہ لیتے ہیں۔ یہاں ہمیں ہمیں انہیں آسان بنانے کی ضرورت ہے اور o مساوات کو پورا کرتا ہے لہذا آگے بڑھنے سے پہلے ہم دیکھتے ہیں کہ دو لامحدود سیریز ہیں لیں جو سائن انورس کے اندر ہے ah پھر شاید ہم مزید آگے بڑھ سکتے ہیں لہذا ہم پہلی سیریز
چار سے زیادہ آٹھ جمع x مکعب چار مائنس سے زیادہ ہے لہذا زیادہ تر امکان ہے کہ مائنس x مربع پر دو جمع x مائنس x تو پہلی سیریز مربع سے زیادہ 4 مائنس x سے زیادہ 2 جمع x کو باہر کے عام فیکٹر کے طور پر لے سکتے ہیں اور پھر ہمیں 1 مائنس x اور اسی طرح ہم پورے مربع سے زیادہ 2 x سے زیادہ 2 جمع مائنس x ضرب 1 جمع مائنس لکھا جا سکتا ہے۔ x مکعب آٹھ سے زیادہ ملتا ہے اور اسے x دو مکعب پر اور اسی طرح فوری طور پر ہم دیکھتے ہیں کہ ہمارے یہاں اور پھر ہندسی آہ سیریز ہے لیکن پھر ہمیں یہ جاننے کی x مائنس ضرورت ہے کہ آیا یہ سلسلہ آپس میں مل جائے گا یا نہیں لہذا ہمیں دیا گیا ہے کہ اگر ہم سوال میں بیان پر واپس جائیں
کا موڈ دو کے مربع جڑ سے کم ہے x تو ہمیں بتایا گیا ہے کہ
کا موڈ ہونا ضروری ہے۔ دو سے بھی کم جس کا مطلب یہ ہے کہ ایکس x کا موڈ دو کے مربع جڑ سے کم ہے جس کا مطلب ہے کہ x تو اگر دو سے زیادہ کا موڈ ہے۔ ایک سے کم اور اس کا مطلب یہ بھی ہے کہ مائنس ایکس ٹو کا موڈ بھی ایک سے کم ہے لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ اس ٹرم اور اگلی ٹرم کے درمیان اور اس ٹرم اور اس کی اگلی ٹرم کے درمیان تناسب مائنس ایکس دو سے زیادہ ہے۔ اور یہاں سے ہم جانتے ہیں کہ مائنس ایکس اوور ٹو کی ایک مطلق قدر ہے جو ایک سے کم ہے اس لیے بنیادی طور پر وہاں سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ یہ سلسلہ کنورج ہونے والا ہے اور یہ قدر میں بدل جائے گا اس لیے ہمارے پاس پہلے سے ہی یہ ایکس موجود ہے۔ یہاں اور پھر یہ سلسلہ 1 سے 1 مائنس مائنس x 2 دو سے زیادہ ہے x پر ایک جمع x سے زیادہ ہو جائے گا جو کہ
پر دو پر اگلا ہم دوسرے کو لیتے ہیں سیریز جو x کے برابر ہے ایک جمع x تو اب ہم جانتے ہیں کہ یہ لامحدود سلسلہ cos inverse فنکشن کی دلیل کے اندر ہے
سکس اوور فور ہے اور اسی طرح x فور اوور ٹو پلس x اسکوائر مائنس x فنکشن کی دلیل ہے cos inverse تو یہ دوسری ترتیب جو سے زیادہ 4 اور اسی 4 x مربع لکھا جا سکتا ہے۔ تمام ٹی کے لئے عام ہے وہ اوقات 1 مائنس ایکس مربع کو 2 جمع x مربع سے x اسے مربع پر دو پورے مربع پر اور اسی طرح اس x مربع پر دو جمع مائنس x مربع ضرب ایک کے برابر ہے اور پھر جمع مائنس x طرح جو صورت میں بھی ہم دیکھیں کہ ایک اور ہندسی پیشرفت ہے اور لیکن ہمیں ابھی بھی یہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے کہ آیا یہ لامحدود ترتیب بھی کا موڈ دو کے مربع جڑ سے کم ہے x آپس میں جڑنے والی ہے یا نہیں اب ہمیں بتایا گیا ہے کہ
مربع ایک سے کم ہے اور اس کا بنیادی طور پر یہ مطلب ہے کہ x مربع دو سے کم ہے اور اس وجہ سے دو پر x تو اس کا مطلب یہ ہے کہ مائنس ون کے درمیان تناسب ہے۔ n ٹرم اور nth مربع بذریعہ دو اس میں x مربع کا ماڈیولس دو سے زیادہ اس لئے مائنس x مائنس جیومیٹرک سیریز اور یہاں سے ہم جانتے ہیں کہ اس تناسب کی مطلق قدر ایک سے کم ہے اور اس وجہ سے یہ ترتیب بھی آپس میں مل جائے گی مربع اوور ٹو ne on one minus minus x میں بدل جائے گا۔ o مربع اوقات x اور اس وجہ سے یہ پورا اظہار یہ پوری ترتیب قدر مربع پر دو کے برابر ہے x مربع پر ایک جمع x جو
تو آئیے اس پر ایک نوٹ بناتے ہیں
مربع x مربع پر دو پر x کی دلیل میں بھی ہے فنکشن ایک جمع cos inverse تو جو ہم نے ابھی دکھایا ہے وہ یہ ہے کہ یہ دوسری ترتیب x کا سائن الٹا ایک جمع x کا موڈ دو کے مربع جڑ سے کم ہے اور x کی قدریں تلاش کرنی ہوں گی اس طرح کہ x میں بدل جاتا ہے ہمیں آگے مربع بذریعہ دو برابر ہے پائی بذریعہ دو x مربع پر ایک جمع x کے برعکس x دو جمع x پر
کی دلیل ہے cos inverse function by beta اصطلاح جو کہ ah تو آئیے اس چیز کو الفا سے ظاہر کریں اور دوسری دو سے ہے اور یہ کہنے کے برابر cos inverse beta pi تو بنیادی طور پر ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ سائن انورس الفا جمع آئیے اس مساوات کے دونوں اطراف سائن فنکشن کو لاگو کرتے cos inverse beta مائنس ہے pi by 2 ہے کہ سائن انورس الفا برابر ہیں اس لیے جب ہم سائنن کو بائیں ہاتھ کی طرف لگاتے ہیں
cos inverse کا سائن 2 مائنس pi تو ہمیں سائن ملتا ہے۔ سائن انورس الفا کا جو ہے۔ دائیں ہاتھ کی طرف الفا کے برابر ہونے پر ہمیں کے برابر ہے اور اس cos کے کسی بھی زاویے کے لیے تھیٹا سائن بائی 2 مائنس تھیٹا تھیٹا کے pi ملتا ہے لیکن ہم جانتے ہیں کہ beta کو اس مساوات کو x کا جو یقیناً بیٹا کے برابر ہے اور اس لیے اگر cos inverse beta کے برابر ہے۔ cos لیے یہ دائیں ہاتھ کی طرف

پورا کرنا ہے
مربع پر پورا کرنا x پر دو برابر x کو ایک جمع x کو x تو یہ اس کے برابر ہونا چاہیے اس لیے آخر کار ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ
موڈ دو کے مربع جڑ سے کم ہے اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ یہ دونوں ah کا x مربع اب دو سے زیادہ چونکہ x ضروری ہے ایک جمع
2 x مربع میں 1 جمع x مربع پر دو برابر x میں ایک جمع x ڈنومینیٹر کبھی صفر نہیں ہوں گے اور اس لئے یہاں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ
مکعب 2 سے زیادہ ملتا ہے اور یقیناً x مربع پلس x مکعب 2 کے برابر x جمع x سے اوپر اور پھر تھوڑی سی الجبری سادگی کے ساتھ ہمیں
مائنس میں 1 برابر 0. x ہے x کیوب اوور 2 بائیں اور دائیں دونوں طرف موجود ہے اور اس لئے ہم آخر میں کیا کرتے ہیں حاصل ہے کہ x
یا x تو
تو 0 ہو سکتا ہے یا یہ 1 ہو سکتا ہے لیکن اگر ہم سوال پر واپس جائیں
x کا موڈ صفر سے بڑا ہونا چاہیے اور اسے دو کے مربع جڑ سے سختی سے کم ہونا چاہیے۔ چونکہ یہ صفر کے برابر x تو یہ بھی بتایا گیا کہ
برابر 1 x برابر 1 ہے کیونکہ x صفر سے سختی سے بڑا ہونا چاہئے ظاہر ہے کہ کوئی قابل عمل حل نہیں ہے اور اس لئے واحد قابل عمل حل
x کے برابر اس مساوات کو پورا کرتا ہے لہذا اس سوال کا حتمی جواب یہ ہے کہ 1 x کا ماڈیولس جڑ 2 سے کم ہے اور یہ بھی کہ x ہے
برابر ہے ایک کے x کی واحد قدر جس میں ماڈیولس جڑ دو سے کم ہے اور جو اس مساوات کو بھی مطمئن کرتا ہے
برابر ہے اس کے ساتھ ہی ہم اس لیکچر کو اگلے لیکچر میں ختم کریں گے ہم کچھ اور دلچسپ مسائل اٹھائیں گے آپ کا شکریہ x تو حتمی جواب