

मागील लेक्चरमध्ये व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील चार व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, आम्ही या व्यस्त त्रिकोणमिती फंक्शन्समधील काही संबंध शोधून काढले होते,

त्यामुळे आम्ही त्यावर निष्कर्ष काढू आणि काही नवीन समस्या सोडवू,  
त्यामुळे शेवटच्या लेक्चरमध्ये आम्ही कोठून सोडले ते पुन्हा सांगण्यासाठी

$x$  आणि  $y$  या दोन भिन्न मूल्यांच्या टॅन व्युत्क्रमांच्या बेरजेसाठी आपण हे सूत्र प्रत्यक्षात आणले होते आणि आम्ही दाखवले होते की  $xy$  गुणाकार एकापेक्षा कमी असेल तर टॅन व्युत्क्रम  $x$  अधिक टॅन व्युत्क्रम  $y$  हे  $x$  अधिक  $y$  वरील टॅन व्युत्क्रम आहे.

उणे  $xy$  आणि त्याचप्रमाणे इतर दोन प्रकरणांसाठी म्हणून एक नैसर्गिक प्रश्न विचारला जाऊ शकतो की जर आपल्याला साइन व्युत्क्रम  $x$  अधिक साइन व्युत्क्रम  $y$  सारखे काहीतरी मोजायचे असेल तर  $\tan$  व्युत्क्रम  $a$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम  $b$  टाइप सूत्र वापरणे शक्य होईल का? आणि साइन व्युत्क्रम  $x$  अधिक साइन व्युत्क्रम  $y$  चे मूल्य मिळवा आणि ते शक्य आहे म्हणून ते करण्याचा मार्ग म्हणजे प्रथम दिलेल्या  $x$  साठी साइन व्युत्क्रम  $x$  चे रूपांतर  $\tan^{-1}$  मध्ये रूपांतरित करणे.

एखाद्या गोष्टीचा  $\arcsin$  जेथे काहीतरी स्पष्टपणे  $x$  वर अवलंबून असेल आणि त्याचप्रमाणे  $\sin$  व्युत्क्रम  $y$  ला देखील  $\tan$  व्युत्क्रमात रूपांतरित करा मग आपल्याला फक्त  $\tan^{-1}(\sin^{-1} a + \tan^{-1} b)$  ची गणना करावी लागेल ज्यासाठी आपण  $\arcsin$  हे सूत्र प्रत्यक्षात वापरू शकतो

त्यामुळे ही कल्पना घेऊन पुढे आपण शेवटच्या वर्गात  $\arcsin$  ने साइन व्युत्क्रम आणि टॅन व्युत्क्रम यांच्यातील रूपांतरण सूत्रे काढली होती, म्हणून आपण दर्शवले होते की कोणत्याही  $x$  साठी  $x$  चा मोड एका साइन व्युत्क्रमापेक्षा कमी असतो  $x$  वर  $x$  च्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबर असतो एक वजा  $x$  वर्गाचे वर्गमूळ जेथे हे धनात्मक वर्गमूळ आहे आणि उलट सूत्र कोणत्याही  $x$  वास्तविक साठी होते आम्ही हे देखील दाखवले आहे की टॅन व्युत्क्रम  $x$  हे एका अधिक  $x$  वर्गाच्या वर्गमूळावर  $x$  च्या साइन व्युत्क्रमाच्या बरोबर आहे जेथे हे पुन्हा आहे धनात्मक वर्गमूळ, ज्याप्रमाणे साइन व्युत्क्रम आणि टॅन व्युत्क्रम यांच्यातील रूपांतरणाप्रमाणे कॉस व्युत्क्रम आणि कॉट व्युत्क्रम आणि टॅन व्युत्क्रम यांच्यातील रूपांतर सूत्रे काढणे देखील शक्य आहे.

$\arcsin$  आणि  $\operatorname{cosec}$  व्युत्क्रम आणि  $\tan$  व्युत्क्रम आणि  $\sec$  व्युत्क्रम आणि  $\tan$  व्युत्क्रम दरम्यान, त्यामुळे काळाच्या हितासाठी आपण ते सर्व मिळवणार नाही, परंतु मी किमान पुढे जाऊन  $\cos$  व्युत्क्रम आणि  $\tan$  व्युत्क्रम यांच्यातील रूपांतरण सूत्र काढेन.

कल्पना अशी आहे की समजा जर आपल्याला  $x$  चे मूल्य दिले असेल ज्याचे मॉड्यूलस एका पेक्षा कमी असेल तर आपल्याला हे अज्ञात मूल्य येथे शोधणे आवश्यक आहे जेणेकरून  $x$  चा कॉस व्युत्क्रम या मूल्याच्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबर असेल तर हे आहे काय व्युत्पन्न केले पाहिजे म्हणून आपण असे म्हणून सुरुवात करू की समजा  $\cos^{-1} x$  च्या बरोबरीचे आहे तर  $\cos^{-1}(\cos^{-1} x)$  फंक्शनचा श्रेणी संच क्लोज्ड इंटरव्हल  $0$  ते  $\pi/2$  असल्याने हे थीटा  $0$  ते क्लोज्ड इंटरव्हलशी संबंधित असणे आवश्यक आहे.

$\pi/2$  आता समजा जर  $x$  शून्याच्या बरोबरीने मोठा असेल तर आपण दोन प्रकरणे घेणार आहोत म्हणजे  $x$  एकतर शून्याच्या बरोबरीने  $\arcsin$  मोठा आहे आणि एकापेक्षा कमी आहे किंवा तो  $0$  पेक्षा कमी आहे परंतु उणे  $1$  पेक्षा मोठा आहे.

$0$  च्या बरोबरीने मोठे नंतर  $\cos^{-1}$  च्या आलेखारून जे आपण आधीच्या एका लेक्चरमध्ये केले आहे ते आपल्याला माहित आहे की  $\theta$  ही थीटा संबंधित आहे कारण  $x = \cos \theta$  चा  $\cos^{-1} x = \theta$  ते  $\pi/2$  चा आहे कारण आपल्याला हे शोधायचे आहे अज्ञात गोष्ट जर तुम्ही या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंना  $\tan$  फंक्शन लागू केले तर तुम्हाला  $\tan(\cos^{-1} x)$  या अज्ञात आहे गोष्टीच्या बरोबरीने काय मिळेल जे आम्हाला शोधायचे आहे म्हणून आम्ही  $\tan$  चे मूल्य शोधण्याचा प्रयत्न करतो.

$\cos^{-1} x$  जो  $\theta$  चा  $\tan$  आहे पण इथून आपल्याला कळेल की  $x$  जर आपण  $\cos$  घेतले तर या समानतेच्या दोन्ही बाजूंना  $\cos$  फंक्शन लागू केले तर

आपल्याला  $x = \cos \theta$  च्या बरोबरीने मिळणार आहे

त्यामुळे आता ही  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  वर  $\sin \theta$  च्या बरोबरीचे आहे पण  $\cos \theta = x$  आहे

त्यामुळे भाजक आता  $x$  आहे जेव्हा  $\theta = \pi/2$  च्या मध्यांतराशी संबंधित आहे तेव्हा आपल्याला माहित आहे की  $\sin \theta$  धनात्मक आहे म्हणून आपण त्याला  $\sin \theta$  धनात्मक म्हणून लिहू शकतो  $1$  वजा  $\cos$  वर्गाचे वर्गमूळ साईन स्केअर थीटा अधिक कॉस स्केअर थीटा कोणत्याही थीटासाठी एक समान आहे आणि आम्ही येथे धनात्मक वर्गमूळ घेतो जे आताच्या वर्गमूळाच्या समान आहे हे तथ्य आपण वापरतो की  $\cos$  थीटा प्रत्यक्षात  $x$  आहे.

तर हे  $x$  वर एक वजा  $x$  चौरसाचे वर्गमूळ बनते आणि शेवटी आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे  $x$  जर शून्यापेक्षा मोठा असेल तर थीटाचा टॅन जेथे थीटा आहे कॉस व्युत्क्रम  $x$  हे एक वजा  $x$  चौरस ओव्हरच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे आहे .

$x$  आपल्याला पुढे माहित आहे की ही थीटा प्रत्यक्षात शून्य ते  $\pi/2$  बाय दोनच्या मध्यांतराशी संबंधित आहे आणि हे मध्यांतर शून्य ते  $\pi/2$  बाय दोन हे खरेतर मध्यांतर वजा  $\pi/2$  बाय दोन ते अधिक  $\pi/2$  बाय दोनचा उपसंच आहे

त्यामुळे मूलतः मध्यांतर शून्य ते  $\pi/2$  बाय दोन ही थीटा ज्याच्याशी संबंधित आहे तो प्रत्यक्षात टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाचा एक उपसंच आहे, कारण थीटा अनिवार्यपणे थीटा संबंधित आहे म्हणून थीटा टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि कारण थीटा संबंधित आहे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनची श्रेणी स्थिती हे खालीलप्रमाणे आहे की थीटा जी प्रत्यक्षात कॉस व्युत्क्रम  $x$  आहे टॅन व्युत्क्रम  $x$  वरील एक वजा  $x$  चौरसाच्या वर्गमूळाच्या बरोबर आहे परंतु हे फक्त शून्य पेक्षा मोठ्या  $x$  साठी खरे आहे म्हणून पुन्हा त्याची पुनरावृत्ती करा असे का कारण जर थीटा या संचाशी संबंधित नसता तर या विधानापासून प्रारंभ करून आपण हे खरे आहे असे म्हणू शकत नाही , तर आपण असे म्हणतो की थीटा या परिमाणाच्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे कारण ते खरे आहे.

कारण थीटा टॅन व्युत्क्रम श्रेणीच्या टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि नंतर आपण  $x$  ची ऋण मूल्ये घेतो म्हणून जर  $x$  शून्यापेक्षा कमी असेल आणि अर्थातच उणे एक पेक्षा जास्त असेल तर आपल्याला माहित आहे की थीटा  $\cos$  च्या समान आहे व्युत्क्रम  $x$  हे मध्यांतर  $\pi/2$  बाय  $2$  ते  $\pi$  मधील असेल

त्यामुळे हे  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनच्या व्याख्येवरून येते कारण  $x$  हे उणे एक आणि शून्य थीटा दरम्यान आहे हे स्पष्टपणे मध्यांतर  $\pi$

बाय टू ते  $\pi$  आणि नंतर  $\tan \theta$  बरोबर होईल  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  जे आता पुन्हा समान आहे जेव्हा  $\theta = \frac{\pi}{2} + \pi$  चा असेल तेव्हा आमच्याकडे जे आहे ते  $\sin \theta$  अजूनही सकारात्मक आहे त्यामुळे आपण  $\sin \theta$  ला पॉझिटिव्ह म्हणून व्यक्त करू शकतो  $\cos \theta$  वर एक वजा  $\cos$  वर्ग थीटा चे वर्गमूळ आहे पण  $\cos \theta$  हे  $x$  आहे हे आधीच माहित आहे

त्यामुळे हे  $x$  वर एक वजा  $x$  चौरसाचे वर्गमूळ होते

जेथे हे धनात्मक वर्गमूळ आहे

त्यामुळे आपल्याकडे पुन्हा टॅन थीटा वर्गाच्या बरोबरीचा आहे  $x$  वर 1 वजा  $x$  वर्गाचे मूळ परंतु यावेळी आपल्याला माहित आहे की  $x$  ऋणात्मक थीटा कॉस व्युत्क्रम  $x$  च्या बरोबरीचा आहे कारण तो या संच  $\pi$  बाय टू पाईचा आहे परंतु समस्या अशी आहे की हा संच हा उपसंच नाही किंवा हा संच नाही

सेटचा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी कोणताही बिंदू साम्य नसतो

त्यामुळे येथे मूलतः आपल्याकडे एक केस आहे की जर थीटा या संचाशी संबंधित असेल तर थीटा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित नाही आणि म्हणून आपण लिहू शकत नाही म्हणून आपण लिहू शकत नाही.

ते टी हेटा हे  $x$  वरील एक वजा  $x$  चौरसाच्या वर्गमूळाच्या व्युत्क्रमाच्या टॅनच्या बरोबरीचे आहे, म्हणून या प्रकरणात  $x$  ऋणात्मक असेल तर हे विधान सत्य नाही म्हणून हे विधान सत्य नाही आणि म्हणून आपल्याला थीटामध्ये काही शिफ्ट किंवा काही बदल करणे आवश्यक आहे.

ती शिफ्ट लागू केल्यानंतर थीटाची नवीन व्हॅल्यू टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आता आपल्याला टॅन फंक्शनच्या

गुणधर्मांवरून कळते की टॅन फंक्शन  $\pi$  च्या समान कालावधीसह नियतकालिक आहे आणि म्हणून आपल्याला माहित आहे की जर आपण मधून  $\pi$  वजा केला तर ही थीटा मूलतः आपल्याला माहित आहे की टॅन थीटा हे थीटा वजा  $\pi$  च्या टॅन सारखेच आहे आणि चांगली गोष्ट अशी आहे की थीटा सेट  $\pi$  बाय टू पी टू थीटा वजा  $\pi$  च्या मालकीचा आहे हे स्पष्टपणे थीटा वजा  $\pi$  चा असेल.

वजा  $\pi$  by 2 ते 0 या संचाशी संबंधित आहे आणि हा संच वजा  $\pi$  by 2 ते 0 हा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा एक उपसंच आहे त्यामुळे मूलतः आमच्याकडे आता हे आहे की थीटा मायनस पाई या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित असणार आहे.

टॅन उलटा

त्यामुळे जर तुम्ही जर तुम्ही मागे जा जे आम्हाला दिसते ते म्हणजे मूळ थीटा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित नाही परंतु फक्त  $\pi$  ने हलवल्याने आमच्याकडे थीटा वजा  $\pi$  हा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि टॅन थीटा वजा  $\pi$  पासून टॅन थीटाच्या बरोबरीचे आहे जे आता आपल्याकडे आहे ते म्हणजे थीटाचा टॅन टॅन थीटा वजा  $\pi$  च्या बरोबरीचा वर्गमूळ एक वजा  $x$  चौरस  $x$  पेक्षा जास्त आहे हे आपल्याला माहित आहे की थीटा वजा  $\pi$

हे टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून आपण लिहू शकतो की थीटा वजा  $\pi$  बरोबरीचा टॅन व्युत्क्रम एक वजा  $x$  चौरस वरील  $x$  च्या वर्गमूळाचा टॅन व्युत्क्रम आहे ज्याचा अर्थ असा होतो की थीटा बरोबर  $\pi$  अधिक टॅन व्युत्क्रम वर्गमूळ एक वजा  $x$  चौरस वर  $x$  आहे आणि म्हणून हे फक्त हेच आहे सत्य जेव्हा  $x$  ऋण असते आणि म्हणून शेवटी  $x$  च्या सकारात्मक आणि ऋण मूल्यांसाठी दोन्ही परिणाम एकत्र केल्यावर शेवटी आपल्याजवळ हे रूपांतरण सूत्र आहे की कॉस व्युत्क्रम  $x$  समान आहे जर  $x$  शून्य पेक्षा मोठा असेल तर तो समान असेल तर  $\cos$  व्युत्क्रम  $x$  हे एक वजा  $x$  चौरस वरील  $x$  च्या वर्गमूळाच्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे अन्यथा ते  $x$  वर एक वजा  $x$  चौरसाच्या वर्गमूळाच्या  $\pi$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण पुढे उलट  $\tan$  व्युत्क्रम संबंध काढू.

कोणतेही दिलेले  $\theta$   $x$  वास्तविक मूल्य असलेले  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  हे एखाद्या गोष्टीच्या  $\cos$  व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे असते म्हणून आपल्याला या गोष्टीसाठी एक अभिव्यक्ती काढावी लागेल जसे की  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  हा या गोष्टीचा उलट आहे म्हणून पुन्हा  $\theta$  आपण टॅन व्युत्क्रम  $x$  ला बदलून सुरुवात करतो थीटा आणि अर्थातच थीटा हे आपण इंटरव्हल वजा  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$  बाय टू मधील असणे आवश्यक आहे म्हणून हा टॅन इन्व्हर्स फंक्शनचा श्रेणी संच आहे आणि आह आम्हाला येथे हे अज्ञात प्रमाण शोधण्यात स्वारस्य आहे कारण आम्हाला खरोखर स्वारस्य असेल जर आपण या समानतेच्या दोन्ही बाजूंना  $\cos$  फंक्शन लागू केले तर आपल्याला  $\tan$  inverse  $x$  चा  $\cos$  या अज्ञात गोष्टीच्या बरोबरीने मिळेल,

त्यामुळे  $\tan^{-1} x$  च्या  $\cos$  चे मूल्यमापन करण्यात रस आहे जो  $\theta = \cos^{-1} x$  चा  $\cos$  आहे.

हीच समान आहे 1 ओव्हर  $\sec \theta$  आता जेव्हा  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ते अधिक  $\frac{\pi}{2}$   $\sec$  च्या मालकीचे होते तेव्हा  $\theta$  चे नॉन-ऋणात्मक मूल्य असते आणि म्हणून आपण ते सेकंद वर्ग थीटाच्या धनात्मक वर्गमूळावर एक असे लिहू शकतो जे पुढे असू शकते आता एक ओव्हर स्केअर थीटा म्हणून लिहीले आहे की कोणत्याही कोनासाठी थीटा सेकंद स्केअर थीटा एक अधिक टॅन स्केअर थीटा बरोबर आहे म्हणून आपण ही त्रुटी वापरणार आहोत म्हणून आपण त्यास वन प्लस टॅन स्केअर थीटा लिहू आणि येथून आपण हे जाणून घ्या की  $x$  हे टॅन थीटाच्या बरोबरीचे आहे कारण आपण दोन्ही बाजूंना टॅन फंक्शन लागू केल्याने आपल्याला टॅन थीटाच्या बरोबरीने  $x$  मिळतो म्हणून हे मूलतः एक अधिक  $x$  चौरसाचे मूळ एक ओव्हर रूट आहे म्हणून आपल्याकडे या परिमाणाच्या समान टॅन व्युत्क्रम  $x$  ची  $\cos$  आहे परंतु येथून आपण असे लिहू शकतो की टॅन व्युत्क्रम  $x$  हा या परिमाणाच्या कॉस व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे, तरच आपण हे करू शकतो की जर आपल्याला माहित असेल की येथे हे मूल्य जे थीटा आहे त्यामुळे थीटा याच्या बरोबर आहे, म्हणून आपण केवळ थीटा समान आहे असे लिहू शकतो.

एका  $\theta$  च्या उलटा एक अधिक  $x$  चौरस चे  $\sec$  रूट

त्यामुळे जर आणि फक्त जर हा कोन थीटा शून्य ते  $\pi$  या बंद अंतरालशी संबंधित असेल तर शून्य ते  $\pi$  हा प्रत्यक्षात  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच आहे, जर ही थीटा श्रेणीशी संबंधित असेल तरच  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनचा संच तरच आपण थीटा या परिमाणाच्या  $\cos$  व्युत्क्रमाच्या बरोबरीने लिहू शकतो अन्यथा आपण असे लिहू शकत नाही आणि हे सर्वसाधारणपणे या प्रकरणात खरे नाही कारण

जर तुम्हाला येथे थीटा श्रेणीमध्ये असत्य असल्याचे दिसले तर टॅन व्युत्क्रममाचा संच आणि म्हणून तो या संचाचा आहे आणि हा संच वजा  $\pi$  by 2 ते  $\pi$  by plus  $\pi$  by 2 निश्चितपणे  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचामध्ये पूर्णपणे समाविष्ट नाही, म्हणून आपण असे म्हणू शकत नाही की नेहमी आपण नेहमी करू शकत नाही.

असे म्हणा की या संचाशी संबंधित थीटा देखील या संचाचा असेल कारण हे दोन संच मला म्हणायचे आहे कारण हा संच  $ah$  उणे  $\pi$  बाय टू ते अधिक  $\pi$  बाय टू या सेटमध्ये शून्य ते  $\pi$  या संचामध्ये समाविष्ट नाही म्हणून आम्ही समस्या  $t$  विभाजित करतो त्याची समस्या दोन प्रकरणांमध्ये आपण प्रथम परिस्थिती घेतो जिथे  $x$  शून्याच्या बरोबरीने मोठा असतो कारण जेव्हा  $x$  शून्याच्या बरोबरीने मोठा असतो तेव्हा आपल्याला टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या आलेखावरून कळते की टॅन व्युत्क्रम थीटा टॅन व्युत्क्रम  $x$  च्या बरोबरी आहे म्हणून थीटा आहे

त्यामुळे शून्य ते पाई दोनच्या संचाशी संबंधित असेल

त्यामुळे जेव्हा  $x$  शून्य थीटा बरोबर टॅन व्युत्क्रम  $x$  पेक्षा मोठा असेल तेव्हा मध्यांतर 0 ते

पाई असेल म्हणून हे ओपन इंटरव्हल असेल

त्यामुळे ओपन वरून 2 बाय पाई उघडा आणि मग आता  $ah$   $\theta$  याच्या मालकीचे होणार आहे आणि आपल्याला हे देखील

माहित आहे की शून्य ते  $\pi$  by two अर्थातच हा विशिष्ट संच शून्य ते  $\pi$  चा उपसंच आहे आता हा  $\cos$  inverse फंक्शनचा श्रेणी संच आहे आणि म्हणून जेव्हा  $x$  0 च्या बरोबरीने जास्त आहे  $\theta$  हा  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून  $\theta$  चा  $\cos$  एक अधिक  $x$  वर्गाच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा आहे आणि  $\theta$   $\cos$  व्युत्क्रममाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित असल्याने ते  $\theta$  चे अनुसरण करते जे आहे टॅन व्युत्क्रम  $xw$  एक अधिक  $x$  चौरसाच्या एका ओव्हर रूटच्या  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या बरोबर असेल पण हे फक्त तेव्हाच खरे आहे जेव्हा  $x$  शून्याच्या बरोबरीने मोठा असतो कारण जेव्हा  $x$  शून्यापेक्षा जास्त असतो तेव्हा थीटा  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित असतो आणि म्हणून यावरून समीकरण आपण ताबडतोब असे सुचवू शकतो की थीटा एक अधिक  $x$  चौरसाच्या धनात्मक वर्गमूळाच्या एकाच्या कॉस व्युत्क्रममाच्या बरोबरीचा आहे, आपण पुढे दुसरी केस घेऊ जेथे  $x$  आता ऋण आहे जेव्हा  $x$  ऋण असेल तेव्हा थीटा  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  च्या बरोबरीचा असेल

वजा  $\pi$  चा संच दोन ते शून्य असा आहे कारण हे पुन्हा टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या आलेखावरून आहे परंतु या प्रकरणात आपण स्पष्टपणे पाहतो की थीटा 0 ते पाई मध्ये नाही

त्यामुळे या प्रकरणात थीटा मुळातच संबंधित नाही कॉस व्युत्क्रममाचा श्रेणी संच आणि म्हणून आपण निष्कर्ष काढू शकत नाही, म्हणून या प्रकरणात हे विधान खरे ठरणार नाही कारण  $x$  ऋणाच्या बाबतीत तुमचा  $r$  थीटा कॉस व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित नाही आणि म्हणून नंतर  $w$  ही थीटा अशा रीतीने हलवण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे की ही थीटा कॉस व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे परंतु आपण ते अशा प्रकारे केले पाहिजे की थीटा कॉस व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे हे आता आपल्याला माहित आहे.

की रेंजची अवस्था अर्थातच व्युत्क्रम शून्य ते  $\pi$  आहे म्हणून जर आपण  $\theta$   $ah$   $\pi$  ने वाढवले आपण  $\theta$  अधिक  $\pi$  चा विचार केला तर स ्वप्रथम आपण काय पाहू शकतो की  $\theta$  या संचाशी संबंधित असेल तर  $\theta$  अधिक  $\pi$  ंबंधित असेल  $\pi$  to  $\pi$  2 ते  $\pi$  आणि हा संच स्पष्टपणे  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाचा उपसंच आहे आणि म्हणून  $\theta$  जरी  $\cos$  inverse च्या श्रेणी संचाशी संबंधित नसला तरी  $\theta$  plus  $\pi$  असेल

त्यामुळे  $\theta$  plus  $\pi$  चा असेल

कॉस व्युत्क्रममाचा श्रेणी संच अतिरिक्तपणे थीटाचा  $\cos$  अधिक  $\pi$  हा  $\theta$  च्या उणे  $\cos$  च्या बरोबरीचा आहे परंतु आम्हाला माहित आहे की  $\cos$   $\theta$  हे एक अधिक  $x$  चौरसाच्या वर्गमूळाच्या एक ओव्हर आहे

त्यामुळे हे एक अधिक  $x$  चौरसाच्या वजा एक ओव्हर स्केअर रूट आहे

जेथे पुन्हा हे सकारात्मक आहे वर्गमूळ

त्यामुळे थीटा अधिक  $\pi$  चे  $\cos$  वजा एक पेक्षा एक अधिक  $x$  चौरसाचे धनात्मक वर्गमूळ आहे आणि  $\theta$  अधिक  $\pi$  हा  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित असल्याने आपण लगेच म्हणू शकतो की  $\theta$  अधिक  $\pi$  हे उणेच्या  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या समान आहे एक अधिक  $x$  चौरसाचे एक ओव्हर पॉझिटिव्ह स्केअर रूट आणि येथून असा निष्कर्ष काढला जाऊ शकतो की थीटा हे वजा  $\pi$  अधिक कॉस वजा एक अधिक  $x$  स्केअरच्या पॉझिटिव्ह स्केअर रूटच्या उलट आहे,

त्यामुळे या दोन्ही केसेस आता सारांशित केल्या जाऊ शकतात आणि आपण काय करू शकतो? शेवटी हे आहे की  $x$  च्या कोणत्याही मूल्यासाठी  $x$  च्या कोणत्याही मूल्यासाठी जे वास्तविक मूल्य असते टॅन व्युत्क्रम  $x$  या सूत्राद्वारे दिले जाते म्हणून जेव्हा  $x$  0 च्या बरोबरीने मोठा असतो तेव्हा  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  म्हणजे  $x$  समान पेक्षा मोठा असतो तेव्हा शून्यावर मग टॅन व्युत्क्रम  $x$  हे एक अधिक  $x$  चौरसाच्या एका ओव्हरच्या धनात्मक वर्गमूळाच्या  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या समान आहे परंतु  $x$  ऋण असेल तर  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  समान आहे वजा  $\pi$  अधिक  $\cos$  वजा एक अधिक  $x$  च्या धनात्मक वर्गमूळाच्या उलट चौरस  $e$  म्हणून आपण आताच  $\cos$  inverse आणि  $\tan$  व्युत्क्रम यांच्यातील  $ah$  रूपांतरण सूत्रासह निष्कर्ष काढला आणि  $\cot$  व्युत्क्रम आणि  $\tan$  व्युत्क्रम यांच्यात तत्सम प्रकारची सूत्रे काढली जाऊ शकतात, उदाहरणार्थ जर आपल्याला  $x$  चा  $\cot$  व्युत्क्रम दिला गेला तर आपण त्याचे  $ah$  च्या  $ah$  मध्ये रूपांतर करू शकतो.

एक अभिव्यक्ती ज्यामध्ये टॅन व्युत्क्रम फंक्शन असते जसे की  $ah$ , उलट जर आपल्याला एखाद्या गोष्टीचा टॅन व्युत्क्रम दिलेला असेल तर ते वैकल्पिकरित्या इतर काही मूल्याच्या कॉट व्युत्क्रम म्हणून देखील लिहिले जाऊ शकते जेणेकरून ते येथे आहे आणि पुढील समान प्रकारचे रूपांतरण सूत्र असू शकतात  $\tan$  व्युत्क्रम आणि  $\csc$  व्युत्क्रम आणि टॅन व्युत्क्रम आणि  $\sec$  व्युत्क्रम यांच्या दरम्यान व्युत्पन्न

त्यामुळे या सूत्राचा प्राथमिक उपयोग

आपल्याला माहित असलेल्या फॉर्मच्या कोणत्याही सामान्य अभिव्यक्ती ची गणना करण्यात मदत करेल  $x$  चा  $\sin$  inverse plus  $y$  किंवा  $\sin$  चा  $\sec$  inverse म्हणू

व्युत्क्रम  $x$  अधिक  $\cos$  inverse  $y$

त्यामुळे असे करण्याचा मार्ग मी आधी सांगितल्याप्रमाणे असेल की जर आपल्याला  $\sin$  inverse  $x$  अधिक  $\secant$  सारखे काहीतरी मोजायचे असेल तर व्युत्क्रम  $y$  नंतर आपण मूलतः रूपांतरण सूत्र वापरून रूपांतरित करतो आपण ही गोष्ट काही मूल्याच्या टॅन व्युत्क्रमात रूपांतरित करतो आणि टॅन व्युत्क्रम आणि सेकंट व्युत्क्रम यांच्यातील रूपांतरण सूत्र वापरून आपण याला इतर काही मूल्याच्या टॅन व्युत्क्रमात रूपांतरित करतो, अर्थात हे मूल्य येथे असेल.

$x$  चे फंक्शन आणि त्याचप्रमाणे येथे ही व्हॅल्यू  $y$  चे फंक्शन आहे आणि नंतर आपण  $\tan$  inverse  $a$  plus  $\tan$  inverse  $b$  टाईप फॉर्म्युला वापरून हे इतर काही व्हॅल्यूच्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या संदर्भात लिहू शकतो त्यामुळे याच्या गुणधर्मांवरील आपली चर्चा संपेल.

व्यस्त त्रिकोणमिती फंक्शन्स आणि

या वेगवेगळ्या व्यस्त त्रिकोणमिती फंक्शन्समधील संबंध,

त्यामुळे या व्याख्यानाच्या उर्वरित भागात आणि पुढील व्याख्यानात आपण अनेक समस्यांवर चर्चा करणार आहोत, म्हणून येथे पहिली समस्या आहे म्हणून आम्हाला याच्या मूल्याची गणना करण्यास सांगितले आहे.

अभिव्यक्ती म्हणजे जी काही कोनाची स्पर्शिका आहे आणि तो कोन  $23$  भिन्न मूल्यांच्या पकडलेल्या व्युत्क्रमांची बेरीज आहे, म्हणून आपण फक्त हे बघितले तर येथे अभिव्यक्ती आणि आपण प्रथम ते काढण्याचा प्रयत्न करूया म्हणून आपल्याकडे  $1$  अधिक समीकरणाचा कॉट व्युत्क्रम आहे जो एक ते  $n$  दोन  $k$  च्या समान आहे जो एक अधिकचा कॉट व्युत्क्रम आहे आता या बेरीजमधील ही गोष्ट मूलतः दोनने गुणाकार केली आहे आणि एक अधिक दोन सर्व आहे  $n$  पर्यंतचा मार्ग आणि तो  $1$  अधिक  $2$  वेळा आणखी सोपा केला जाऊ शकतो आता कंसातील ही गोष्ट काही नसून पहिल्या  $n$  नैसर्गिक संख्यांची बेरीज आहे जी  $n$  गुणिले  $n$  अधिक एक ओव्हर  $2$  च्या बरोबरीची आहे म्हणून आपल्याला हे असणे आवश्यक आहे एक अधिक  $n$  गुणिले  $n$  अधिक एक च्या कॉट व्युत्क्रमाच्या बरोबरी आणि समजा की  $ah$  आपण परिभाषित करणार आहोत असे समजू की एक अधिक  $n$  गुणिले  $n$  अधिक एक चा कॉट व्युत्क्रम थिटा आहे तर अर्थातच आपल्याला कॉट व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणीवरून माहित आहे की थिटा उघडपणे  $0$  ते पाई या ओपन इंटरव्हलशी संबंधित असेल जो कॉट व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच आहे त्यानंतर दोन्ही चिन्हांवर कॉट एह फंक्शन लागू केल्यास या समानतेच्या दोन्ही बाजूंना कॉट फंक्शन लागू केले जाते.

$\cot$  of  $\theta$  समान एक अधिक  $n$  ते  $n$  अधिक एक आणि म्हणून  $\theta$  च्या  $\tan$  समान आहे एक अधिक एक अधिक  $n$  मध्ये  $n$  अधिक एक आणि येथे ही अभिव्यक्ती काहीही नाही परंतु  $n$  अधिक  $1$  वजा  $1$  वजा  $nn$  अधिक  $1$  वजा  $n$  मध्ये देखील सरलीकृत केली जाऊ शकते  $1$  अधिक  $n$  अधिक  $1$  मध्ये  $n$  म्हणून येथे ही अभिव्यक्ती आपल्याला  $x$  उणे  $y$  समान  $\tan x$  वजा  $\tan y$  ओव्हर वन अधिक  $\tan x \tan y$  च्या सूत्राची आठवण करून देते म्हणून येथे मूलतः  $ah$  हे  $n$  अधिक एक  $\tan xn$  समान आहे  $\tan y$  आणि नंतर जर आपण  $substitu$  चा वापर केला तर त्या प्रतिस्थापनाचा वापर केला तर आपल्याला मुळात ही अभिव्यक्ती येथे मिळते म्हणून आपण ही संपूर्ण गोष्ट  $\tan \theta$  देखील  $\tan$  च्या  $\tan$  च्या व्युत्क्रम  $n$  अधिक  $1$  वजा  $\tan$  प्रमाणे लिहू शकतो.

$\tan$  of  $\tan$  inverse  $n$  अधिक एक वेळा  $\tan$  of  $\tan$  inverse  $n$  म्हणून हे  $\tan x$  वजा  $\tan y$  भागिले एक अधिक  $\tan x$  गुणिले  $\tan y$  या स्वरूपाचे आहे जे आहे पण हे टॅन ऑफ शिवाय दुसरे काही नाही म्हणून येथे आपला  $x$  आहे आणि हे आहे  $y$  म्हणजे  $x$  हा  $n$  चा टॅन व्युत्क्रम आहे अधिक एक  $y$  हा  $n$  चा टॅन व्युत्क्रम आहे म्हणून आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे टॅन थिटा म्हणजे ही मूलतः ही संपूर्ण अभिव्यक्ती आहे इथे  $x$  वजा  $y$  चा टॅन आहे जेथे  $x$  हे  $n$  प्लस वनच्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे आणि  $y$  हे  $n$  च्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबर आहे म्हणून आपल्याला  $\tan$  मिळेल थिटा  $x$  वजा  $y$  च्या  $\tan$  च्या बरोबरीचा आहे जो  $n$  चा  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा  $\tan n$  चा व्युत्क्रम आहे, तर हेच आपल्याला आतापर्यंत मिळाले आहे हे देखील आपल्याला माहित आहे कारण या  $n$  नैसर्गिक संख्या आहेत आणि या  $n$  देखील आहेत आणि म्हणून सर्व  $n$  आणि  $n$  अधिक  $1$  हे  $0$  पेक्षा मोठे आहेत आणि म्हणून  $n$  आणि  $n$  अधिक  $1$  हे  $0$  पेक्षा मोठे असल्यामुळे ते खालीलप्रमाणे आहे की  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक हे अंतराल शून्य ते  $\pi$  by  $2$  च्या दरम्यान असणे आवश्यक आहे आणि त्याचप्रमाणे  $n$  चा  $\tan$  व्युत्क्रम देखील असणे आवश्यक आहे.

मध्यांतर शून्य ते  $\pi$  बाय दोन आणि पुढे आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की त्यांचा फरक  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  मधील अंतर वजा  $\pi$  by  $2$  to plus  $\pi$  by  $2$  आणि लक्षात ठेवा की हे काहीही नाही पण  $t$  चा श्रेणी संच एक व्युत्क्रम फंक्शन म्हणजे मूलतः आपल्या येथे जे आहे ते आहे की आपण जेव्हा  $ah$  ने सुरुवात केली होती तेव्हा आपल्याला आठवत असेल तर आपण येथे सुरुवातीला असे होते की थिटा  $0$  ते पाई असेल कारण कॉट व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संच हेच आहे परंतु आता आम्हाला हे माहित आहे की टॅन थिटा सकारात्मक आहे आणि म्हणून ही वस्तुस्थिती जोडून हे तथ्य जोडले की थिटा हे अंतराल शून्य ते  $\pi$  ला रेखाटले पाहिजे असे आपण म्हणू शकतो की थिटा मध्यांतर  $0$  ते पाई बाय  $2$  शी संबंधित असणे आवश्यक आहे.

$\tan \theta$  हे सकारात्मक मूल्य आहे आणि शिवाय वस्तुस्थिती ही आहे की थिटा  $0$  ते  $\pi$  मधील असणे आवश्यक आहे म्हणून जर आपण  $\tan$  फंक्शनचा आलेख पाहिला तर हे मागील लेक्चर्सपैकी एक आहे म्हणून आपल्याला दिसेल की हे हे मूल्य आहे टॅन  $x$  चा उभ्या अक्षावर आहे आणि  $x$  आडव्या अक्षावर आहे म्हणून निव्व्या रंगाने चिन्हांकित केलेली वक्र ही  $\tan x$  कार्यासाठी वक्र आहे म्हणून जेव्हा  $x$   $0$  ते  $\pi$  by  $2$  च्या दरम्यान असेल तेव्हा टॅनचे मूल्य आपण येथे पाहू शकतो  $x$  सकारात्मक आहे पण नंतर  $betwe$   $en$   $\pi$  by  $2$  आणि  $\pi$  हे मूल्य आहे येथे वक्रचा हा भाग येथे ऋणात्मक आहे आणि आम्हाला असे म्हटले जाते की थिटा फक्त इथून इथपर्यंत या मध्यांतराशी संबंधित आहे आणि पुढे आम्हाला माहित आहे की  $\tan \tan \theta$  आवश्यक आहे सकारात्मक असू द्या आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की थिटा हे शून्य ते  $\pi$  बाय दोन या मध्यांतराशी संबंधित असले पाहिजे, म्हणून आपल्याला माहित आहे की थिटा शून्य ते  $\pi$  बाय दोनचा असणे आवश्यक आहे, म्हणून आता आपण या समीकरणावर लक्ष केंद्रित करूया जेणेकरून थिटा शून्य ते पाईच्या दरम्यान असणे आवश्यक आहे.

दोन द्वारे आणि या व्यतिरिक्त हा अह फरक कोन येथे आपण नुकताच दाखवला आहे की हा कोन देखील उणे  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$  बाय दोनचा आहे परंतु जर आपल्याला टॅन व्युत्क्रम फंक्शनचा आलेख आठवला तर हा टॅन व्युत्क्रम फंक्शनचा आलेख आहे.

त्यामुळे आपल्याकडे क्षैतिज अक्षावर  $x$  आहे आणि उभ्या अक्षावर टॅन व्युत्क्रम  $x$  आहे आता आपण स्पष्टपणे पाहू शकतो की टॅन व्युत्क्रम फंक्शन एक नीरसपणे वाढणारे फंक्शन आहे ते लाल रंगात प्लॉट केले गेले आहे म्हणून ते मॉनोटोनिकली वाढते फंक्शन आहे आणि म्हणूनच  $\pi$  अधिक 1 हे  $n$  पेक्षा मोठे आहे हे स्पष्टपणे खालीलप्रमाणे आहे की  $n$  अधिक एक चा  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  च्या  $\tan$  व्युत्क्रमापेक्षा मोठा असेल आणि येथून आपण सहजपणे असे म्हणू शकतो की आपल्या मागील समीकरणात हे तथ्य वापरून आपण असे म्हणू शकतो की हे प्रमाण येथे आहे त्यामुळे येथे हे प्रमाण 0 पेक्षा जास्त आहे आणि पुढे आपल्याला माहित आहे की ते 0 पेक्षा काटेकोरपणे मोठे असले पाहिजे कारण  $n$  अधिक 1 आणि  $n$  कधीही सारखे असू शकत नाहीत आणि पुढे आम्ही हे दाखवले आहे की हे संपूर्ण मूल्य या संचाचे असावे. आणि म्हणून ही वस्तुस्थिती  $ah$  या वस्तुस्थितीशी जोडून हे मूल्य या संचाशी संबंधित आहे हे देखील सांगू शकतो की व्हॅल्यू  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  हे अंतराल शून्य ते  $\pi$  by 2 चे असणे आवश्यक आहे.

आह आमच्याकडे अशी परिस्थिती आहे की टॅन थीटा हे अह टॅन व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा टॅन व्युत्क्रम  $n$  च्या टॅनच्या बरोबरीचे आहे आणि आम्हाला माहित आहे की थीटा शून्य ते पाई दोन ओपन इंटरव्हलमध्ये असणे आवश्यक आहे आणि आम्हाला हे देखील माहित आहे की हे मूल्य  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा आहे  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  हे समान अंतराल समान अंतराल शून्य ते  $\pi$  बाय दोन असे असावे आणि ही दोन मूल्ये थीटाची टॅन आणि या कोनाची टॅन आता सारखीच आहेत कारण आपल्याला माहित आहे की  $ah$  पुन्हा  $\tan$  फंक्शनसाठी वक्राकडे परत जात आहेत हे जाणून घ्या की अंतराल शून्य ते पाई बाय दोन मध्ये आपण पाहू शकतो की टॅन फंक्शन एक मोनोटोनिक फंक्शन आहे आणि ते मोनोटोनिक फंक्शन आहे आणि म्हणून आपण असे म्हणू की जर हे थीटा असेल तर येथे हे व्हॅल्यू थीटाचे टॅन आहे कारण  $\tan a$  आहे अंतराल शून्य ते पाई दोन मध्ये मोनोटोनिकरीत्या फंक्शन वाढवल्याने असे दिसून येते की जर टॅन थीटा या कोनाच्या टॅनच्या समान असेल तर एकमेव मार्ग शक्य आहे की थीटा स्वतःच  $n$  च्या टॅन व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा टॅन व्युत्क्रम  $n$  च्या समान असेल तर हेच खरे असले पाहिजे आणि म्हणून आम्ही आतापर्यंत जे दाखवले आहे ते म्हणजे एक अधिक  $n$  चा  $n$  अधिक एक मध्ये कॉट व्युत्क्रम  $n$  चा  $\tan$  व्युत्क्रम  $n$  अधिक 1 वजा  $\tan$  व्युत्क्रम आहे आणि नंतर पुढे जाऊन आपण  $t$  पाहिले.

तोपी आपण आताच या बाह्य बेरीजच्या संज्ञापैकी एक सोपी केली आहे म्हणून आता आपण या सर्व संज्ञा या अभिव्यक्तीने बदलल्या तर ही बेरीज  $n$  ची बेरीज एक ते तेवीस कॉट व्युत्क्रम एक अधिक समीकरण  $k$  समान होईल.

दोन  $n$  दोन  $k$  हे बेरीज  $n$  च्या बरोबर एक ते तेवीस बरोबर आहे आता जर आपण या सर्व कॉट व्युत्क्रमांना टॅन व्युत्क्रम  $n$  अधिक एक वजा टॅन व्युत्क्रम  $n$  या अभिव्यक्तीने बदलले परंतु नंतर जर आपण ही मोठी बेरीज वाढवली तर आपण सुरुवात करू  $n$  एकाच्या बरोबरीचे पहिले पद टॅन व्युत्क्रम दोन वजा टॅन व्युत्क्रम एक दुसरी टर्म टॅन व्युत्क्रम तीन वजा टॅन व्युत्क्रम दोन आणि त्याचप्रमाणे शेवटची टर्म 24 वजा 23 चे वजा  $\tan$  व्युत्क्रम असेल पण आपण काय आहोत इथे बघायचे आहे की बरेच रद्द होणार आहेत उदाहरणार्थ  $\tan$  व्युत्क्रम 2 येथे रद्द होईल आणि त्याचप्रमाणे  $\tan$  व्युत्क्रम 3  $ah$  सह रद्द होईल कारण येथे फक्त मागील टर्म  $twe$  आहे बेरीजमधील  $nty$  दुसरी टर्म टॅन व्युत्क्रम तेवीस वजा टॅन व्युत्क्रम बावीस होणार आहे त्यामुळे हा टॅन वजा टॅन व्युत्क्रम येथे रद्द होईल आणि त्याचप्रमाणे अह वजा टॅन व्युत्क्रम बावीस मध्ये टॅन व्युत्क्रम बावीस मध्ये रद्द होईल एकविस प्रथम टर्म आणि त्याचप्रमाणे हे देखील तिसऱ्या टर्ममधील  $\tan$  व्युत्क्रम तीन सह रद्द केले जाईल, त्यामुळे शेवटी जे राहिल ते  $\tan$  व्युत्क्रम 24 चा  $\tan$  व्युत्क्रम आहे आणि 24 चा  $ah$   $\tan$  व्युत्क्रम मोजणे शेवटी आपल्याला मूलतः गणना करायची आहे की आपण आतापर्यंत काय केले आहे ते म्हणजे आपण दर्शविले आहे की कॉट ऑफ समेशन  $n$  च्या बरोबरी एक ते तेवीस

कॉट बरोबर एक अधिक बेरीज  $k$  च्या बरोबरीचे एक ते दोन  $n$  दोन  $k$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आम्ही दाखवले आहे की हे जीवा फंक्शनच्या युक्तिवादात आपण दाखवले आहे की ते चोवीस वजा टॅन व्युत्क्रम 1 च्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे.

म्हणून आता आपल्याला हे आणखी सोपे करणे आवश्यक आहे कारण कल्पना  $sh$  ही संपूर्ण गोष्ट एखाद्या गोष्टीचा टॅन व्युत्क्रम म्हणून व्यक्त करायची आहे जेणेकरून आपल्याला कॉट ऑफ टॅन काहीतरी उलट करत येईल आणि नंतर आपण कॉट आणि टॅनमधील हे रूपांतरण सूत्र आधीच पाहिले आहे,

त्यामुळे आपल्याला या गोष्टीसाठी मदत करावी लागेल जर आपण लक्षात ठेवा आज या वर्गाच्या सुरुवातीस आम्ही पाहिले की आम्ही प्रत्यक्षात काही पूर्वी काढलेल्या निकालांची पुनरावृत्ती करत आहोत

त्यामुळे येथे एक अभिव्यक्ती अशी होती की टॅन व्युत्क्रम  $x$  अधिक टॅन व्युत्क्रम  $y$  हे  $x$  अधिक  $y$  च्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबर एक वजा  $xy$  वर आहे.

जर  $xy$  एक पेक्षा कमी असेल तर आपल्या बाबतीत असे घडते की आपल्याला एकाचा चोवीस वजा टॅन व्युत्क्रमाचा टॅन व्युत्क्रम मोजणे आवश्यक आहे जे आता करू शकते कारण टॅन व्युत्क्रम हे विषम कार्य आहे मी एकाचा वजा टॅन व्युत्क्रम अधिक लिहू शकतो.

वजा एकचा टॅन व्युत्क्रम हे असे आहे कारण टॅन व्युत्क्रम हे एक विषम कार्य आहे असे मला म्हणायचे आहे की कोणत्याही  $x$  टॅनसाठी वजा  $x$  चा वजा  $x$  टॅन व्युत्क्रम  $x$  बरोबर असतो आणि आम्ही ही ओळख मागील एका मध्ये दर्शविली आहे.

व्याख्यान म्हणून आता ही संज्ञा 24 चा  $\tan$  व्युत्क्रम अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम 1 च्या बरोबरी आहे.

म्हणून शेवटी आपल्याकडे ही अभिव्यक्ती  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम  $y$  या स्वरूपात आहे म्हणून हे  $x$  आहे आणि हे  $y$  आहे आणि नंतर आपण ते पाहू.

$x$  मध्ये  $y$  हे उणे चोवीस आणि उणे चोवीस आहे

त्यामुळे या सर्व प्रकरणांपैकी आपल्या हातात असलेली केस  $xy$  बरोबर उणे 24 आहे जी एकापेक्षा कमी आहे म्हणून आपल्याला येथे ही केस वापरायची आहे आणि म्हणून ही अभिव्यक्ती समान असेल  $x$  अधिक  $y$  चे व्युत्क्रम टॅन करण्यासाठी  $x$  अधिक  $y$  म्हणजे वजा 1

भागिले 1 वजा  $x$   $y$  मध्ये  $x$  म्हणजे चौवीस आणि  $y$  वजा एक आहे म्हणून हे अंतिम उत्तर आहे जे आपल्याला तेवीस पेक्षा पंचवीसचे  $\tan$  व्युत्क्रम आहे.

म्हणून आता आपल्याकडे हे आहे की हे पंचवीस ओव्हरच्या तेवीसच्या टॅन व्युत्क्रमाच्या समान आहे आणि म्हणून ही संपूर्ण गोष्ट तेवीस बाय पंचवीसच्या कॉट ऑफ टॅन व्युत्क्रमाच्या समान आहे, म्हणून अंतिम उत्तर 23 ओव्हरच्या टॅन व्युत्क्रमाचे कॉट असेल.

25 आणि हे पुढेही सरलीकृत केले जाऊ शकते  $e^r$  कारण आता समजा आपण असे म्हणू की 23 बाय 25 चा टॅन व्युत्क्रम ही थीटा आहे तर साहजिकच ते 23 बाय 25 हे थीटाच्या टॅनच्या बरोबरीचे आहे कारण आपण या समानतेच्या दोन्ही बाजूंना टॅन फंक्शन लागू करू शकतो.

हे समीकरण आणि मग आपल्याला ही गोष्ट मिळते पण इथून पुढे असे आढळते की थीटाची खाट एक ओव्हर टॅन थीटा म्हणजे पंचवीस पेक्षा तेवीस असते पण मग हे थीटाच्या कॉटशिवाय दुसरे काही नाही कारण थीटा टॅन इन्व्हर्स तेवीस बाय पंचवीस आहे आणि आता आपण पाहिले आहे की हे पंचवीस पेक्षा तेवीस च्या बरोबरीचे आहे, म्हणून हे अंतिम उत्तर आहे की या मोठ्या बेरीजचे न्यायालय पंचवीस पेक्षा तेवीस इतके आहे की हे आह व्याख्यान संपण्यापूर्वी आपण एक शेवटची समस्या घेऊ या.

येथे आपल्याला  $x$  चे मूल्य असे शोधायचे आहे की  $x$  चे मोड शून्य आणि दोनच्या वर्गमूळाच्या दरम्यान आहे आणि  $x$  हे त्रिकोणमितीय समीकरण पूर्ण करते म्हणून आपण पुढे जाण्यापूर्वी आपण पाहतो की दोन अनंत मालिका आहेत  $o$  आपल्याला ते सोपे करणे आवश्यक आहे आणि नंतर कदाचित आपण पुढे जाऊ शकू म्हणून आपण पहिली मालिका  $ah$  घेऊ जी साइन व्युत्क्रमाच्या आत आहे म्हणून पहिली मालिका  $x$  उणे  $x$  चौरसावर दोन अधिक  $x$  घन वर चार वजा आहे

त्यामुळे बहुधा वजा  $x$  चार पेक्षा आठ अधिक आणि याप्रमाणे आपण  $x$  बाहेर सामान्य घटक म्हणून घेऊ शकतो आणि नंतर आपल्याला 1 वजा  $x$  पेक्षा जास्त 2 अधिक  $x$  चौरस 4 वजा  $x$  क्यूब वरील आठ आणि असेच मिळेल आणि ते  $x$  गुणिले 1 अधिक वजा असे लिहिता येईल  $x$  पेक्षा जास्त 2 अधिक वजा  $x$  2 संपूर्ण चौरस अधिक वजा  $x$  दोन घनावर आणि असेच पुढे लगेचच आपल्याला दिसते की आपल्याकडे येथे आणि नंतर एक भौमितिक आह मालिका आहे परंतु नंतर आपल्याला ही मालिका एकत्र होणार आहे की नाही हे शोधणे आवश्यक आहे.

म्हणून आपल्याला असे दिले जाते की जर आपण प्रश्नातील विधानाकडे परत गेलो तर आपल्याला दिलेले आहे की  $x$  चा  $\text{mod}$  दोनच्या वर्गमूळापेक्षा कमी आहे, जर  $x$  चा  $\text{mod}$  दोनच्या वर्गमूळापेक्षा कमी असेल तर  $x$  चा मोड असावा.

दोन पेक्षा कमी देखील जे नंतर सूचित करते की दोन पेक्षा जास्त  $x$  चा मोड आहे एक पेक्षा कमी आणि याचा अर्थ असा की उणे  $x$  दोन वरील मोड देखील एकापेक्षा कमी आहे म्हणून आपण पाहतो की

$ah$  हे पद आणि पुढील पद आणि हे पद आणि पुढील पद यांच्यामधील गुणोत्तर वजा  $x$  दोन पेक्षा जास्त आहे आणि इथून आपल्याला माहित आहे की वजा  $x$  वरील दोनचे निरपेक्ष मूल्य आहे जे एकापेक्षा कमी आहे

म्हणून मुळात तिथून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की ही मालिका एकत्र होणार आहे आणि ती मूल्यात अभिसरण होईल म्हणून आपल्याकडे आधीपासूनच हे  $x$  आहे येथे आणि नंतर मालिका 1 वर 1 वजा  $x$  2 वर 1 वर एकत्र होणार आहे जी  $x$  वर एक अधिक  $x$  दोन वर आहे म्हणून आता आपल्याला माहित आहे की ही अनंत मालिका  $x$  वर एक अधिक  $x$  दोन वर पुढे आपण दुसरी घेऊ मालिका जी  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनच्या आर्ग्युमेंटच्या आत आहे

त्यामुळे हा दुसरा क्रम जो  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनचा वितर्क आहे  $x$  चौरस वजा  $x$  चार ओव्हर दोन अधिक  $x$  सहा ओव्हर फोर आणि त्यावर  $x$  स्केअर पासून  $x$  स्केअर म्हणून लिहिता येईल सर्व  $t$  साठी सामान्य आहे तो गुणाकार 1 वजा  $x$  चौरस वरील 2 अधिक  $x$  4 पेक्षा 4 आणि अशाच प्रकारे  $x$  चौरस गुणा एक आणि नंतर अधिक वजा  $x$  चौरस वर दोन अधिक वजा  $x$  चौरस दोन पूर्ण चौरस आणि असेच या प्रकरणात देखील आपण पहा की पुन्हा आणखी एक भौमितिक प्रगती आहे आणि परंतु तरीही आपल्याला हे शोधणे आवश्यक आहे की हा अनंत क्रम देखील एकत्रित होणार आहे की नाही आता आपल्याला असे दिले आहे की  $x$  चे मोड दोनच्या वर्गमूळापेक्षा कमी आहे

त्यामुळे त्याचा अर्थ असा आहे की  $x$  चौरस दोन पेक्षा कमी आहे आणि म्हणून दोन वरील  $x$  चौरस एकापेक्षा कमी आहे आणि हे मूलतः असे सूचित करते की वजा  $x$  चौरस दोन पेक्षा जास्त म्हणजे वजा  $x$  वर्ग दोन हे यातील  $n$  व्या पद आणि  $n$  वजा एक यामधील गुणोत्तर आहे भौमितिक मालिका आणि येथून आपल्याला माहित आहे की या गुणोत्तराचे निरपेक्ष मूल्य एकापेक्षा कमी आहे आणि म्हणून हा क्रम देखील अभिसरण होणार आहे आणि म्हणून ही संपूर्ण अभिव्यक्ती हा संपूर्ण क्रम  $x$  वर्ग गुणा  $o$  या मूल्यात अभिसरण होणार आहे.

$ne$  वर एक वजा वजा  $x$  चौरस दोन वर जो  $x$  चौरस वर एक अधिक  $x$  चौरस दोन वर तर आपण त्याची एक नोंद करूया म्हणजे आपण आत्ताच काय दाखवले आहे की हा दुसरा क्रम  $\cos$  inverse च्या युक्तिवादात देखील आहे फंक्शन एका अधिक  $x$  चौरसावर दोन वर  $x$  चौरसात अभिसरण करते पुढे आपल्याला  $x$  ची मूल्ये शोधावी लागतील जसे की  $x$  चे मोड दोनच्या वर्गमूळापेक्षा कमी आहे आणि  $x$  चा  $\sin$  व्युत्क्रम एक अधिक  $x$  द्वारे दोन अधिक  $x$  चौरस वर एक अधिक  $x$  चौरस बाय दोन म्हणजे पाई बाय दोन, तर ही गोष्ट अल्फाने दर्शवूया आणि दुसरी आह संज्ञा जी बीटाच्या कॉस इनव्हर्स फंक्शनचा युक्तिवाद आहे,

त्यामुळे आपल्या येथे जे आहे ते म्हणजे साइन इनव्हर्स अल्फा अधिक कॉस इनव्हर्स बीटा  $\pi$  दोन बाय दोन आहे आणि ते  $\sin$  inverse alpha is equal to pi by 2 minus cos inverse beta

या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंना  $\sin$  फंक्शन लागू करू या म्हणून जेव्हा आपण डाव्या बाजूला साइन लावतो तेव्हा आपल्याला साइन मिळते साइन व्युत्क्रम अल्फा चे जे आहे उजव्या बाजूस अल्फाच्या बरोबरीने आपल्याला  $\pi$  चा साइन 2 उणे  $\cos$  उलटा बीटा मिळतो परंतु आपल्याला माहित आहे की कोणत्याही कोनासाठी  $\pi$  चा 2 वजा  $\theta$   $\sin$  बरोबर  $\theta$  च्या  $\cos$  आहे आणि म्हणून ही उजवीकडील बाजू  $\cos$  च्या समान आहे कॉस इनव्हर्स बीटाचे जे अर्थातच बीटाच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून जर  $x$  ला हे समीकरण पूर्ण करायचे असेल तर ते याच्या बरोबरीचे असले पाहिजे म्हणून शेवटी आपल्याजवळ जे आहे ते म्हणजे  $x$  ने  $x$  वर एक अधिक  $x$  बरोबर दोन  $x$  चौरस वर  $x$  हे समीकरण पूर्ण केले पाहिजे आता एक अधिक  $x$  चौरस दोन

पेक्षा जास्त आहे कारण  $x$  चा  $ah$  मोड दोनच्या वर्गमूळापेक्षा कमी आहे हे खालीलप्रमाणे आहे की हे दोन्ही भाजक कधीही शून्य होणार नाहीत आणि म्हणून येथून असे सूचित होते की  $x$  मध्ये एक अधिक  $x$  चौरस दोन बरोबर  $x$  वर्ग 1 अधिक  $x$  वरील 2 आणि नंतर थोड्या बीजगणितीय सरलीकरणाने आपल्याला  $x$  अधिक  $x$  घन वरील 2 बरोबरी  $x$  चौरस अधिक  $x$  क्यूब 2 वर मिळते आणि अर्थातच  $x^2$  पेक्षा जास्त घन तेथे डावीकडे आणि उजव्या बाजूस आहे आणि म्हणून आपण शेवटी काय करतो मिळवा ते  $x$  आहे  $x$  उणे 1 मध्ये 0 बरोबर आहे.

म्हणून  $x$  एकतर 0 असू शकतो किंवा तो 1 असू शकतो परंतु जर आपण प्रश्नाकडे परत गेलो तर असे देखील नमूद केले आहे की  $x$  चे मोड शून्यापेक्षा मोठे असणे आवश्यक आहे आणि ते दोनच्या वर्गमूळापेक्षा काटेकोरपणे कमी असणे आवश्यक आहे.

कारण ते शून्यापेक्षा काटेकोरपणे मोठे असायला हवे  $x$  शून्याच्या बरोबरीने हे व्यवहार्य उपाय नाही आणि म्हणूनच फक्त व्यवहार्य उपाय म्हणजे  $x$  समान 1 आहे कारण  $x$  बरोबर 1 हे  $x$  बरोबरचे मॉड्युलस 1 रूट 2 पेक्षा कमी आहे आणि ते देखील ते  $x$  बरोबर 1 हे समीकरण पूर्ण करते म्हणून या प्रश्नाचे अंतिम उत्तर असे आहे की मूळ दोन पेक्षा कमी मापांक असलेले  $x$  चे फक्त मूल्य आहे आणि जे या समीकरणाचे देखील समाधान करते  $x$  समान एक आहे म्हणून अंतिम उत्तर  $x$  समान आहे त्यासह आम्ही हे व्याख्यान पुढील लेक्चरमध्ये संपवू आम्ही आणखी काही मनोरंजक समस्या घेऊ.

धन्यवाद