

છેલ્લા લેક્ચરમાં વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયો પર ચાર પ્રવચનમાં આપનું સ્વાગત છે, અમે આ વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયો વચ્ચેના કેટલાક સંબંધો મેળવ્યા હતા

તેથી અમે તે સાથે સમાપ્ત કરીશું અને કેટલીક નવી સમસ્યાઓનું નિરાકરણ કરીશું જેથી છેલ્લા લેક્ચરમાં આપણે ક્યાંથી છોડ્યા હતા તે જ રીકેપ કરવા માટે.

અમે વાસ્તવમાં આ સૂત્ર  $x$  અને  $y$  ના બે અલગ અલગ મૂલ્યોના ટેન વ્યુલ્કમોના સરવાળા માટે મેળવ્યું હતું અને અમે બતાવ્યું હતું કે જો ઉત્પાદન  $xy$  એક કરતા ઓછું હોય તો  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$  એ  $x$  વત્તા  $y$  નું  $\tan^{-1}$  વ્યુલ્કમ છે માઈનસ  $xy$  અને તે જ રીતે અન્ય બે કેસ માટે

તેથી એક સ્વાભાવિક પ્રશ્ન પૂછવામાં આવે છે કે જો આપણે સાઈન ઇન્વર્સ  $x$  વત્તા સાઈન ઇન્વર્સ  $y$  ની ગણતરી કરવી હોય તો શું  $\tan^{-1} a + \tan^{-1} b$  ટાઈપ ફોર્મ્યુલાનો ઉપયોગ કરવો શક્ય બનશે? અને સાઈન વ્યુલ્કમ  $x$  વત્તા સાઈન વ્યુલ્કમ  $y$  ની કિંમત મેળવો અને તે શક્ય છે

તેથી તે કરવાની રીત એ છે કે પ્રથમ આપેલ  $x$  માટે સાઈન વ્યુલ્કમ  $x$  ને  $\tan^{-1}$  સ્વરૂપમાં રૂપાંતરિત કરવું કોઈ વસ્તુનો  $\tan^{-1}$  જ્યાં કંઈક દેખીતી રીતે  $x$  પર આધાર રાખે છે અને તે જ રીતે સાઈન વ્યુલ્કમ  $y$  ને પણ કોઈ વસ્તુના  $\tan^{-1}$  માં રૂપાંતરિત કરે છે

તેથી આપણે ફક્ત  $\tan^{-1} a + \tan^{-1} b$  ની ગણતરી કરવી પડશે જેના માટે આપણે ખરેખર આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ

તેથી તે વિચારને લઈએ આગળ આપણે છેલ્લા વર્ગમાં

સાઈન વ્યુલ્કમ અને ટેન વ્યુલ્કમ વચ્ચેના રૂપાંતરણના સૂત્રો મેળવ્યા હતા

તેથી અમે જે બતાવ્યું હતું તે એ હતું કે કોઈપણ  $x$  માટે જેમ કે  $x$  નો મોડ એક સાઈન વ્યુલ્કમ  $x$  કરતા ઓછો છે તે  $x$  પરના ટેન વ્યુલ્કમ બરાબર છે એક બાદબાકી  $x$  ચોરસનું વર્ગમૂળ જ્યાં આ ધન વર્ગમૂળ છે અને વિપરીત સૂત્ર કોઈપણ  $x$  વાસ્તવિક માટે હતું અમે એ પણ બતાવ્યું હતું કે એક વત્તા  $x$  વર્ગના વર્ગમૂળની ઉપર  $x$ ના સાઈન વ્યુલ્કમ  $x$  બરાબર છે જ્યાં આ ફરીથી છે સકારાત્મક વર્ગમૂળ

તેથી સાઈન ઇન્વર્સ અને ટેન ઇન્વર્સ વચ્ચેના રૂપાંતરણની જેમ  $\cos^{-1}$  અને  $\tan^{-1}$  વચ્ચે  $\cot^{-1}$  અને  $\tan^{-1}$  વચ્ચેના રૂપાંતરણ સૂત્રો મેળવવા પણ શક્ય છે.

અને તે પણ  $\operatorname{cosec}^{-1}$  અને  $\tan^{-1}$  વચ્ચે અને  $\sec^{-1}$  અને  $\tan^{-1}$  વચ્ચે તેથી સમયના હિતમાં આપણે તે બધા મેળવવાના નથી પરંતુ હું ઓછામાં ઓછું આગળ વધીશ અને  $\cos^{-1}$  અને  $\tan^{-1}$  વચ્ચે રૂપાંતર સૂત્ર મેળવીશ

તેથી વિચાર એ છે કે ધારો કે જો આપણને  $x$  નું મૂલ્ય આપવામાં આવે જેનું મોડ્યુલસ એક કરતા ઓછું હોય તો આપણે અહીં આ અજાણી કિંમત શોધવાની જરૂર છે જેથી  $x$  નો કોસ વ્યુલ્કમ આ મૂલ્યના ટેન વ્યુલ્કમ સમાન હોય તો આ છે શું મેળવવું છે

તેથી આપણે એમ કહીને પ્રારંભ કરીએ છીએ કે ધારો કે  $\cos^{-1} x$  થીટા બરાબર છે તો  $\cos^{-1}$  ઇન્કશનનો રેન્જ સેટ બંધ અંતરાલ  $0$  થી  $\pi$  છે તે અનુસરે છે કે આ થીટા બંધ અંતરાલ  $0$  થી સંબંધિત હોવું જોઈએ  $\pi$  હવે ધારો કે જો  $x$  શૂન્ય કરતા મોટો હોય તો આપણે બે કિસ્સાઓ લેવા જઈ રહ્યા છીએ, તો  $x$  કાં તો શૂન્ય કરતા અહ મોટો અને એક કરતા ઓછો અથવા તે  $0$  કરતા ઓછો પણ માઈનસ  $1$  કરતા મોટો છે.

તેથી જો  $x$  છે  $0$  થી વધુ પછી  $\cos^{-1}$  ના ગ્રાફ પરથી જે આપણે અગાઉના એક લેક્ચરમાં પહેલેથી જ કરી ચૂક્યા છીએ તેમાંથી આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા થિટાથી સંબંધિત છે કારણ કે  $x$  થીટા  $0$  થી પાઈ ઓવર  $2$  સુધીના અંતરાલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે કારણ કે આપણે આ શોધવા માંગીએ છીએ અજ્ઞાત વસ્તુ જો તમે આ સમીકરણની બંને બાજુએ  $\tan$  ઇન્કશન લાગુ કરશો તો તમને શું મળશે  $\cos^{-1} x$  નું  $\tan$  એ આ અજ્ઞાત આહ વસ્તુની બરાબર છે જે આપણે શોધવાના છીએ

તેથી જ આપણે તન ની કિંમત શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ છીએ  $\cos^{-1} x$  જે થીટાનું  $\tan$  છે પણ અહીંથી આપણે જાણીએ છીએ કે  $x$  જો આપણે  $\cos$  લઈએ તો આ સમાનતાની બંને બાજુએ  $\cos$  ઇન્કશન લાગુ કરીએ તો આપણને જે મળશે તે  $x$  બરાબર  $\cos$  થીટા છે

તેથી હવે આ ટેન થીટા  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  પરંતુ  $\cos \theta = x$  છે

તેથી છેહ હવે  $x$  છે જ્યારે થીટા અંતરાલ  $0$  થી  $\pi$  by  $2$  ની હોય ત્યારે આપણે જાણીએ છીએ કે સાઈન થીટાનું મૂલ્ય ધન છે

તેથી આપણે તેને  $\sin \theta$  ધન તરીકે લખી શકીએ છીએ  $1$  ઓછા  $\cos$  વર્ગનું વર્ગમૂળ  $\tan$  અલબત્ત આ હકીકત પરથી આવે છે કે સાઈન સ્કવેર થીટા વત્તા  $\cos$  સ્કવેર થીટા કોઈપણ થીટા માટે એક સમાન છે અને આપણે અહીં ધન વર્ગમૂળ લઈએ છીએ જે હવેના વર્ગમૂળની બરાબર છે આપણે એ હકીકતનો ઉપયોગ કરીએ છીએ કે  $\cos$  થીટા ખરેખર  $x$  છે.

તેથી આ એક બાદબાકી  $x$  ચોરસનું વર્ગમૂળ બને છે  $x$  ઉપર અને

તેથી અંતે આપણે જે મેળવીએ છીએ તે એ છે કે જો  $x$  શૂન્ય કરતા મોટો હોય તો થીટાનો ટેન જ્યાં થીટા છે કારણ કે વિપરીત  $x$  એક ઓછા  $x$  ચોરસ ઓવરના વર્ગમૂળ બરાબર છે  $x$  આપણે આગળ જાણીએ છીએ કે આ થીટા વાસ્તવમાં અંતરાલ શૂન્યથી પાઈ બાય ટુ સાથે સંબંધિત છે અને આ અંતરાલ શૂન્યથી પાઈ બાય ટુ વાસ્તવમાં અંતરાલ બાદબાકીનો એક સબસેટ છે પાઈ બાય ટુ વત્તા પાઈ બાય બે

તેથી અનિવાર્યપણે ઇન્ટરવલ શૂન્યથી પાઈ બાય બે આ થીટા જેની સાથે સંબંધિત છે તે વાસ્તવમાં ટેન ઇન્વર્સ ઇન્કશનના રેન્જ સેટનો સબસેટ છે

તેથી થીટા એટલો આવશ્યકપણે થીટાનો છે

તેથી થીટા ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટનો છે અને કારણ કે થીટા ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટનો છે.

ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનની રેન્જ સ્ટેટ તે અનુસરે છે કે થીટા જે વાસ્તવમાં કોસ ઇન્વર્સ  $x$  છે તે  $x$  ઉપર એક બાદબાકી  $x$  ચોરસના વર્ગમૂળના ટેન ઇન્વર્સ બરાબર છે પરંતુ આ ફક્ત શૂન્ય કરતા મોટા  $x$  માટે જ સાચું છે

તેથી તેને ફરીથી પુનરાવર્તન કરો આવું શા માટે છે જો થીટા આ સમૂહની ન હોત તો આ વિધાનથી શરૂ કરીને આપણે કહી શકીએ નહીં કે આ સાચું છે

તેથી માત્ર એક જ કારણ આપણે કહીએ છીએ કે થીટા આ જથ્થાના તન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે તેનું કારણ તે સાચું છે કારણ કે થીટા એ ટેન ઇન્વર્સ રેન્જના ટેન ઇન્વર્સ રેન્જ સેટની શ્રેણી સાથે સંબંધ ધરાવે છે અને પછી આપણે  $x$  ની નકારાત્મક કિંમતો લઈએ છીએ તેથી જો  $x$  શૂન્ય કરતા ઓછો હોય અને અલબત્ત ઓછા એક કરતા વધારે હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા કોસની બરાબર છે  $\text{inverse } x$  એ 2 થી  $\pi$  દ્વારા ઇન્ટરવલ  $\pi$  સાથે સંબંધ ધરાવે છે

તેથી આ  $\cos \text{ inverse}$  ફંક્શનની વ્યાખ્યામાંથી અનુસરે છે કારણ કે  $x$  એ માઈનસ વન અને શૂન્ય થીટા વચ્ચે છે તે દેખીતી રીતે ઇન્ટરવલ  $\pi$  બાય ટુ થી  $\pi$  સાથે સંબંધિત હશે અને પછી ટેન થીટા એ કોસ થીટા પર સાઈન થીટા બરાબર હશે જે હવે આ અંતરાલમાં ફરીથી બરાબર છે જ્યારે થીટા પાઈ બાય 2 થી પ્લસ પાઈ ની છે ત્યારે આપણી પાસે જે છે તે સાઈન થીટા હજુ પણ પોઝીટીવ છે

તેથી આપણે સાઈન થીટાને પોઝીટીવ તરીકે વ્યક્ત કરી શકીએ છીએ  $\cos$  થીટા પર એક ઓછા  $\cos$  ચોરસ થીટાનું વર્ગમૂળ છે પરંતુ આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે  $\cos$  થીટા  $x$  છે

તેથી આ એક બાદબાકી  $x$  ચોરસ ઉપર  $x$  ના વર્ગમૂળની બરાબર બને છે જ્યાં આ ધન વર્ગમૂળ છે

તેથી આપણી પાસે ફરીથી  $\tan$  થીટા બરાબર ચોરસ છે  $x$  ઉપર 1 ઓછા  $x$  ચોરસનું રુટ પરંતુ આ વખતે આપણે જાણીએ છીએ કે  $x$  ઋણ થીટા સમાન છે  $\cos \text{ inverse } x$  તે આ સેટ  $\pi$  બાય ટુ  $\pi$  થી સંબંધિત છે પરંતુ સમસ્યા એ છે કે આ સેટ આ સેટ સબસેટ નથી અથવા આ સેટમાં ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહ સાથે કોઈ બિંદુ સામ્ય નથી

તેથી આવશ્યકપણે અહીં આપણી પાસે એક કેસ છે કે જો થીટા આ સમૂહની હોય તો થીટા ટેન વ્યસ્તની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત નથી અને

તેથી આપણે લખી શકતા નથી

તેથી આપણે લખી શકતા નથી.

તે ટી હેટા એ  $x$  ઉપર એક બાદબાકી  $x$  ચોરસના વર્ગમૂળના તન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે

તેથી આ કિસ્સામાં જ્યાં  $x$  નકારાત્મક છે આ વિધાન સાચું નથી

તેથી આ વિધાન સાચું નથી અને

તેથી આપણે થીટામાં થોડી શિફ્ટ અથવા થોડો ફેરફાર કરવાની જરૂર છે.

કે તે શિફ્ટ લાગુ કર્યા પછી થીટાની નવી કિંમત  $\tan \text{ inverse}$  ના શ્રેણી સમૂહ સાથે સંબંધિત છે હવે આપણે  $\tan$  ફંક્શનના ગુણધર્મ પરથી જાણીએ છીએ કે  $\tan$  ફંક્શન એ  $\pi$  ની સમાન અવધિ સાથે સામયિક છે અને

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે જો આપણે માંથી  $\pi$  બાદ કરીએ તો આ થીટા અનિવાર્યપણે આપણે જાણીએ છીએ કે ટેન થીટા એ થીટા માઈનસ પાઈના ટેન સમાન છે અને સારી વાત એ છે કે થીટા સેટ  $\pi$  બાય ટુ પાઈ થી થિટા માઈનસ પાઈનો છે તે દેખીતી રીતે થીટા માઈનસ પાઈનો હશે સેટ માઈનસ પાઈ બાય 2 થી 0 નો છે અને આ સેટ માઈનસ પાઈ બાય 2 થી 0 એ ટેન ઇન્વર્સનાં રેન્જ સેટનો સબસેટ છે

તેથી અનિવાર્યપણે હવે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે થીટા માઈનસ પાઈ રેન્જ સેટ સાથે સંબંધિત હશે તન વિપરીત

તેથી જો તમે જો તમે પાછા જાઓ જે આપણી પાસે છે તે એ છે કે મૂળ થીટા ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહને અનુસરતું ન હતું પરંતુ તેને ફક્ત પાઈ દ્વારા ખસેડવાથી આપણી પાસે થીટા માઈનસ પાઈ છે જે ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત છે અને ત્યારથી ટેન થીટા માઈનસ પાઈ ટેન થીટા બરાબર છે હવે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે

તેથી થીટાનું ટેન ટેન થીટા માઈનસ પાઈ બરાબર છે એક બાદબાકી  $x$  ચોરસ ઉપર  $x$  ના વર્ગમૂળ બરાબર છે આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા માઈનસ પાઈ ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહનો છે અને

તેથી આપણે લખી શકી છી કે થીટા માઈનસ પાઈ બરાબર એક બાદબાકી  $x$  ચોરસના વર્ગમૂળના ટેન વ્યુત્ક્રમ  $x$  ઉપર  $x$  જે પછી સૂચવે છે કે થીટા બરાબર છે પાઈ વત્તા ટેન વ્યુત્ક્રમ વર્ગમૂળ એક બાદબાકી  $x$  ચોરસ પર  $x$  અને

તેથી તે પછી માત્ર આ જ છે સાચું જ્યારે  $x$  ઋણ હોય અને

તેથી અંતે  $x$  ના હકારાત્મક અને નકારાત્મક મૂલ્યો માટે બંને પરિણામોને જોડીએ ત્યારે આખરે આપણી પાસે આ રૂપાંતર સૂત્ર છે કે  $\cos \text{ inverse } x$  બરાબર છે જો  $x$  શૂન્ય કરતા મોટો હોય તો તે બરાબર હોય તો  $\cos \text{ inverse } x$  એ એક બાદબાકી  $x$  ચોરસ પર  $x$  ના વર્ગમૂળના ટેન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે અન્યથા તે એક બાદબાકી  $x$  ચોરસના વર્ગમૂળના પાઈ વત્તા ટેન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે તેથી આપણે આગળ રિવર્સ એહ વ્યુત્ક્રમ સંબંધ મેળવીશું જે તે છે કોઈપણ આપેલ  $ah$   $x$  વાસ્તવિક મૂલ્યવાળું  $\tan \text{ inverse } x$  એ કોઈ વસ્તુના  $\cos \text{ inverse}$  ની બરાબર હોય છે

તેથી આપણે આ કંઈક માટે અભિવ્યક્તિ મેળવવી પડશે જેમ કે  $\tan \text{ inverse } x$  આ કોઈ વસ્તુનો  $\cos \text{ inverse}$  છે

તેથી  $ah$  ફરીથી આપણે  $\tan \text{ inverse } x$  ને બદલીને શરૂઆત કરીએ છીએ થીટા અને અલબત્ત થીટા એ ઓપન ઇન્ટરવલ માઈનસ પાઈ બાય ટુ થી પ્લસ પાઈ બાય બે સાથે સંબંધ હોવો જોઈએ

તેથી આ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે અને આહ અમે અહીં આ અજાણ્યા જથ્થાને શોધવામાં રસ ધરાવીએ છીએ કારણ કે

અમને ખરેખર રસ હશે જો આપણે આ સમાનતાની બંને બાજુઓ પર  $\cos$  ફંક્શન લાગુ કરીશું તો આપણને આ અજાણી વસ્તુની  $\cos$  of  $\tan \text{ inverse } x$  બરાબર મળશે

તેથી આપણે  $\tan^{-1} x$  ના  $\cos$  નું મૂલ્યાંકન કરવામાં રસ ધરાવીએ છીએ જે  $\theta = \cos^{-1}(\cos \theta)$  છે.

high બરાબર 1 ઓવર સેકન્ટ થીટા હવે જ્યારે થીટા માઈનસ pi બાય 2 થી પ્લસ pi બાય 2 સેકન્ટ ની થીટા નોન નેગેટિવ મૂલ્ય છે અને

તેથી આપણે તેને સેકન્ટ સ્કવર થીટાના ઘન વર્ગમૂળ પર એક તરીકે લખી શકીએ જે આગળ વધી શકે હવે એક વત્તા તન યોરસ થીટા તરીકે લખાયેલું આપણે ઓળખીએ છીએ કે કોઈપણ ખૂણા માટે થીટા સેકન્ટ યોરસ થીટા એ એક વત્તા ટેન યોરસ થીટા બરાબર છે

તેથી આપણે આ ભૂલનો ઉપયોગ કરીશું

તેથી આપણે તેને વન વત્તા ટેન યોરસ થીટા તરીકે લખીશું અને અહીંથી આપણે જાણો કે x એ ટેન થીટાની બરાબર છે કારણ કે આપણે બંને બાજુએ ટેન ફંક્શન લાગુ કર્યું છે તો આપણને ટેન થીટાની બરાબર x મળે છે

તેથી આ આવશ્યકપણે એક વત્તા x યોરસના એક ઓવર રુટ છે

તેથી આપણી પાસે આ જથ્થાની બરાબર  $\tan^{-1} x$  ની  $\cos$  છે પરંતુ અહીંથી આપણે લખી શકીએ કે  $\tan^{-1} x$  આ જથ્થાના  $\cos^{-1}$  ની બરાબર છે

તેથી આપણે માત્ર એટલું જ કરી શકીએ કે જો આપણે જાણીએ કે અહીં આ મૂલ્ય જે થીટા છે

તેથી  $\cos \theta$  આની બરાબર છે તો આપણે ફક્ત લખી શકીએ કે થીટા બરાબર છે એક ov ના વિપરીત એક વત્તા x યોરસનું er રુટ

તેથી આ માન્ય છે જો અને માત્ર જો આ એન્ગલ થીટા બંધ અંતરાલ શૂન્ય થી pi સાથે સંબંધિત હોય તો શૂન્ય થી pi વાસ્તવમાં કોસ ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે

તેથી જો આ થીટા શ્રેણીની હોય તો જ  $\cos^{-1}$  ફંક્શનનો સેટ ફક્ત ત્યારે જ આપણે થીટાને આ જથ્થાના  $\cos^{-1}$  ની બરાબર તરીકે લખી શકીએ અન્યથા આપણે આ લખી શકતા નથી અને આ સામાન્ય રીતે આ કિસ્સામાં સાચું નથી કારણ કે જો તમે જોશો કે થીટા અહીં રેન્જમાં ખોટા છે ટેન ઇન્વર્સનો સેટ અને

તેથી તે આ સેટનો છે અને આ સેટ માઈનસ પાઇ બાય 2 થી પાઇ બાય પ્લસ પાઇ બાય 2 ચોક્કસપણે કોસ ઇન્વર્સ ફંક્શનના રેન્જ સેટમાં સંપૂર્ણપણે સમાવિષ્ટ નથી

તેથી તેથી આપણે એમ કહી શકીએ નહીં કે હંમેશા આપણે હંમેશા નહીં કહી શકીએ થીટા જે વાસ્તવમાં આ સેટનો છે તે પણ આ સેટનો જ હશે કારણ કે આ બે સેટનો મારો મતલબ છે કારણ કે આ સેટ એહ માઈનસ પાઇ બાય ટુ વત્તા પાઇ બાય બે એ સેટ શૂન્યથી પાઇમાં સમાયેલ નથી

તેથી આપણે સમસ્યા t ને વિભાજિત કરીએ છીએ.

તેની સમસ્યાને બે કેસોમાં આપણે સૌપ્રથમ દૃશ્ય લઈએ છીએ જ્યાં x શૂન્ય કરતાં મોટો હોય છે કારણ કે જ્યારે x શૂન્ય કરતાં મોટો હોય છે ત્યારે આપણે ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનના ગ્રાફ પરથી જાણીએ છીએ કે ટેન ઇન્વર્સ થીટા ટેન ઇન્વર્સ x બરાબર છે તેથી થીટા છે

તેથી સેટ શૂન્ય થી પાઇ બે બાય બે સાથે સંબંધ ધરાવે છે

તેથી જ્યારે x એ શૂન્ય થીટા બરાબર ટેન વ્યુલ્કમ x કરતા વધારે હોય ત્યારે અંતરાલ 0 થી સંબંધિત હોય છે

તેથી આ ખુલ્લું અંતરાલ હશે

તેથી 2 દ્વારા pi પર ખુલ્લામાંથી ખુલ્લે છે અને તો પછી હવે આહ થીટા આની સાથે જોડાયેલું છે અને આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે શૂન્ય થી પાઇ બાય બે અલબત્ત તે આ ચોક્કસ સેટ એ શૂન્ય થી પાઇ નો સબસેટ છે હવે આ

કોસ ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે અને

તેથી જ્યારે x એ 0 થીટા કરતા વધારે છે તે  $\cos^{-1}$ ની શ્રેણીના સમૂહને અનુસરે છે અને

તેથી થીટાનો  $\cos$  એક વત્તા x વર્ગના એકથી વધુ વર્ગમૂળ જેટલો છે અને થીટા  $\cos$  વિપરિત શ્રેણીના સમૂહને અનુસરે છે તે

થીટાને અનુસરે છે જે  $\tan^{-1} x$  એક વત્તા x યોરસના એક ઓવર રુટના  $\cos$  વ્યુલ્કમ સમાન હશે પરંતુ આ ત્યારે જ સાચું છે જ્યારે x શૂન્ય કરતાં મોટો હોય કારણ કે જ્યારે x શૂન્ય થીટા કરતાં મોટો હોય ત્યારે તે  $\cos^{-1}$ ની શ્રેણીના સમૂહને અનુસરે છે અને

તેથી આમાંથી સમીકરણ આપણે સીધું જ સૂચિત કરી શકીએ કે થીટા એક વત્તા x યોરસના ઘન વર્ગમૂળ ઉપર એકના કોસ વ્યુલ્કમ સમાન છે આપણે આગળ બીજો કેસ લઈએ જ્યાં x હવે ઋણ છે જ્યારે x ઋણ છે ત્યારે થીટા બરાબર ટેન વત્તા x વર્ગનું હશે સેટ માઈનસ pi બાય બે થી શૂન્ય આ એટલા માટે છે કારણ કે આ ફરીથી ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનના ગ્રાફમાંથી છે પરંતુ આ કિસ્સામાં આપણે સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ કે થીટા 0 થી પાઇ સાથે સંબંધિત નથી

તેથી આ કિસ્સામાં થીટા આવશ્યકપણે સંબંધિત નથી કોસ ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ અને

તેથી અમે નિષ્કર્ષ પર આવી શકતા નથી

તેથી આ કિસ્સામાં આ નિવેદન વધુ સાચું રહેશે નહીં કારણ કે x નેગેટિવના કિસ્સામાં તમારું આર થીટા કોસ ઇન્વર્સની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત નથી અને

તેથી પછી w e આ થીટાને એવી રીતે શિફ્ટ કરવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ કે આ થીટા  $\cos^{-1}$  ના શ્રેણી સમૂહની હોય પણ આપણે તેને એવી રીતે કરવું જોઈએ કે  $\theta = \cos^{-1}(\cos \theta)$  ના શ્રેણી સમૂહ સાથે સંબંધ ધરાવે છે હવે આપણે જાણીએ છીએ.

કે શ્રેણીની અવસ્થા અલબત્ત વિપરિત શૂન્ય થી pi છે

તેથી જો આપણે થીટા આહને pi વડે વધારીએ તો જો આપણે થીટા વત્તા પાઇને ધ્યાનમાં લઈએ તો સૌ પ્રથમ આપણે જે જોઈએ છીએ તે એ છે કે જો થીટા આ સમૂહનો છે તો થીટા વત્તા પાઇનો હશે pi to pi by 2 to pi અને આ સેટ દેખીતી રીતે  $\cos^{-1}$  ના શ્રેણી સમૂહનો સબસેટ છે અને

તેથી જોકે થીટા એ  $\cos$  inverse ના શ્રેણી સમૂહ સાથે સંબંધ ધરાવતો ન હતો, પરંતુ થીટા વત્તા  $\pi$  થશે

તેથી થીટા વત્તા  $\pi$

કોસ ઇનવર્સનો રેન્જ સેટ ઉપરાંત થીટાનો કોસ પ્લસ પાઇ એ થીટાના બાદબાકી કોસ બરાબર છે પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે કોસ થીટા એ એક વત્તા  $x$  વર્ગના વર્ગમૂળ ઉપર એક છે

તેથી આ એક વત્તા  $x$  વર્ગના વર્ગમૂળ કરતાં ઓછા એક બરાબર છે જ્યાં ફરીથી આ હકારાત્મક છે વર્ગમૂળ

તેથી થીટા વત્તા  $\pi$  નું  $\cos$  એક વત્તા  $x$  ચોરસના ધન વર્ગમૂળ કરતાં ઓછા એક બરાબર છે અને થીટા વત્તા  $\pi$  એ  $\cos$  inverseની શ્રેણીના સમૂહને અનુસરે છે

તેથી આપણે તરત જ કહી શકીએ કે થીટા વત્તા  $\pi$  એ માઈનસના  $\cos$  inverse ની બરાબર છે એક વત્તા  $x$  ચોરસના ધન વર્ગમૂળની ઉપર એક અને અહીંથી એવું નિષ્કર્ષ કાઢી શકાય છે કે થીટા એક વત્તા  $x$  ચોરસના ધનના વર્ગમૂળની ઉપર માઈનસ પાઈ વત્તા કોસ વ્યુલ્કમ સમાન છે

તેથી આ બંને કિસ્સાઓ હવે સારાંશ આપી શકાય અને આપણે શું કરીએ.

અંતે એ છે કે  $x$  ની કોઈપણ કિંમત માટે જે  $x$  ની કોઈપણ કિંમત માટે વાસ્તવિક મૂલ્ય છે જેનું વાસ્તવિક મૂલ્ય છે  $\tan$  inverse  $x$  આ સૂત્ર દ્વારા આપવામાં આવે છે

તેથી જ્યારે  $x = 0$  થી મોટો હોય ત્યારે  $\tan$  inverse  $x$

તેથી જ્યારે  $x$  સમાન કરતા મોટો હોય શૂન્ય માટે, પછી તન વ્યસ્ત  $x$  એ એક વત્તા  $x$  વર્ગના એક કરતાં વધુ ધન વર્ગમૂળના કોસ વ્યુલ્કમ બરાબર છે પરંતુ જો  $x$  ઋણ હોય તો, ટેન વ્યસ્ત  $x$  બરાબર છે માઈનસ પાઈ વત્તા કોસ વત્તા એક વત્તા  $x$ ના ધનના વર્ગમૂળની ઉપર ચોરસ  $e$

તેથી અમે હમણાં જ  $\cos$  inverse અને  $\tan$  inverse વચ્ચેના  $ah$  રૂપાંતર સૂત્ર સાથે તારણ કાઢ્યું છે અને સમાન પ્રકારનાં સૂત્રો  $\cot$  inverse અને  $\tan$  inverse વચ્ચે મેળવી શકાય છે ઉદાહરણ તરીકે જો આપણને  $\cot$  inverse આપવામાં આવે તો આપણે તેને  $ah$  ના  $ah$  માં કંઈકમાં રૂપાંતરિત કરી શકીએ છીએ.

એક અભિવ્યક્તિ જેમાં ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો સમાવેશ થાય છે જેમ કે આહ ઊલટું જો આપણને કોઈ વસ્તુનું ટેન વ્યુલ્કમ આપવામાં આવે તો તેને વૈકલ્પિક રીતે કોઈ અન્ય મૂલ્યના કોટ ઇન્વર્સ તરીકે પણ લખી શકાય જેથી તે અહીં છે અને વધુ સમાન પ્રકારના રૂપાંતરણ સૂત્રો હોઈ શકે છે.

$\tan$  inverse અને cosecant inverse ની વચ્ચે અને  $\tan$  inverse અને secant inverse વચ્ચે પણ ઉતરી આવ્યું છે

તેથી આ સૂત્રોનો પ્રાથમિક ઉપયોગ તમને  $x$  ની સાઈન વ્યુલ્કમ જાણતા

હોય તેવા સ્વરૂપોની કોઈપણ સામાન્ય અભિવ્યક્તિની ગણતરી કરવામાં મદદ કરશે, ચાલો કહીએ કે  $y$  અથવા sine નો secant inverse.

inverse  $x$  plus  $\cos$  inverse  $y$

તેથી તે કરવા માટેની રીત એ હશે કે મેં અગાઉ ઉલ્લેખ કર્યો છે કે જો આપણે સાઈન ઇન્વર્સ  $x$  પ્લસ સેકન્ટ જેવી કંઈક ગણતરી કરવી હોય વ્યુલ્કમ  $y$  પછી આપણે મૂળભૂત રીતે રૂપાંતર સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને રૂપાંતર કરીએ છીએ અમે આ વસ્તુને અમુક મૂલ્યના ટેન વ્યુલ્કમમાં રૂપાંતરિત કરીએ છીએ અને ટેન વ્યુલ્કમ અને સેકન્ટ વ્યુલ્કમ વચ્ચેના રૂપાંતરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને અમે આને કોઈ અન્ય મૂલ્યના ટેન વ્યુલ્કમમાં રૂપાંતરિત કરીએ છીએ, અલબત્ત, આ મૂલ્ય અહીં હશે  $x$  નું ફંક્શન અને તે જ રીતે આ મૂલ્ય અહીં  $y$  નું ફંક્શન છે અને પછી આપણે  $\tan$  inverse  $a$  plus  $\tan$  inverse  $b$  ટાઈપ ફોર્મ્યુલાનો ઉપયોગ કરીને આને બીજી કોઈ કિંમતના  $\tan$  inverseના સંદર્ભમાં લખી શકીએ છીએ જેથી આના ગુણધર્મો પરની અમારી ચર્ચા સમાપ્ત થાય છે.

વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિષયો અને

આ વિવિધ વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિષયો વચ્ચેના સંબંધો

તેથી આ લેક્ચરના બાકીના ભાગમાં અને આગામી લેક્ચરમાં પણ આપણે ઘણી સમસ્યાઓની ચર્ચા કરવાના છીએ

તેથી અહીં પ્રથમ સમસ્યા છે

તેથી અમને આના મૂલ્યની ગણતરી કરવાનું કહેવામાં આવ્યું છે.

અભિવ્યક્તિ એટલે કે જે અમુક ખૂણાનો સહસ્પર્શક છે અને તે ખૂણો 23 વિવિધ મૂલ્યોના પકડેલા વ્યુલ્કમોનો સરવાળો છે

તેથી જો આપણે ફક્ત આને જોઈએ અહીં અભિવ્યક્તિ અને ચાલો આપણે તે મેળવવાનો પ્રયાસ કરીએ,

તેથી આપણી પાસે 1 વત્તા સમેશનનો કોટ ઇન્વર્સ છે જે એક થી  $n$  બે  $k$  બરાબર છે જે એક વત્તાના કોટ વત્તા બરાબર છે હવે આ સમીકરણની અંદર આ વસ્તુ આવશ્યકપણે બે વડે ગુણાકાર છે અને એક વત્તા બે બધા  $n$  સુધીનો રસ્તો અને તેને 1 વત્તા 2 વખત વધુ સરળ બનાવી શકાય છે

હવે કોસની અંદરની આ વસ્તુ કંઈ નથી પરંતુ પ્રથમ  $n$  પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો છે જે  $n$  ગુણ્યા  $n$  વત્તા એક વત્તા બે બરાબર છે

તેથી આપણે આ હોવું જોઈએ એક વત્તા  $n$  ગુણ્યા  $n$  વત્તા એકના કોટ વ્યુલ્કમની બરાબર અને ધારો કે આહ આપણે વ્યાખ્યાયિત કરવાના છીએ ચાલો કહીએ કે એક વત્તા  $n$  ગુણ્યા  $n$  વત્તા એકનો કોટ વ્યસ્ત થિટા બરાબર છે તો અલબત્ત આપણે જાણીએ છીએ કે કોટ ઇન્વર્સ ફંક્શનની શ્રેણીમાંથી કે થીટા દેખીતી રીતે ઓપન ઇન્ટરવલ 0 થી  $\pi$  ની હશે જે કોટ ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ છે પછી બંનેના ચિહ્નો પર  $\cot$   $ah$  ફંક્શન લાગુ કરવાથી આ સમાનતાની બંને બાજુએ કોટ ફંક્શન લાગુ કરવાથી આપણને મળે છે.

કોટ ઓફ થીટા બરાબર એક વત્તા  $n$  માં  $n$  વત્તા વન અને

તેથી થીટાનું ટેન બરાબર એક વત્તા  $n$  માં  $n$  વત્તા વન અને આ અભિવ્યક્તિ અહીં કંઈ નથી પણ તેને  $n$  વત્તા 1 ઓછા 1 ઓછા  $nn$  વત્તા 1 ઓછા  $n$  માં પણ સરળ બનાવી શકાય છે 1 વત્તા  $n$  વત્તા 1 માં  $n$

તેથી અહીંની આ અભિવ્યક્તિ આપણને  $x$  ઓછા  $y$  બરાબર  $\tan x$  ઓછા  $\tan y$  ઓવર વન વત્તા  $\tan x \tan y$  ના સૂત્રની યાદ અપાવે છે

તેથી અહીં આવશ્યકપણે  $ah$  આ  $n$  વત્તા એક  $\tan xn$  બરાબર છે  $\tan y$  અને પછી જો આપણે  $substitu$  નો ઉપયોગ કરીએ તો તે અવેજીનો ઉપયોગ કરીએ તો આપણને મૂળભૂત રીતે આ અભિવ્યક્તિ અહીં મળે છે

તેથી આપણે આ આખી વસ્તુ  $\tan theta$  ને  $\tan$  ના  $\tan inverse$  ન વત્તા 1 ઓછા  $\tan$  ના  $\tan inverse$  ન ની ઉપર એક વત્તા  $\tan$  તરીકે પણ લખી શકીએ છીએ.

of  $\tan inverse$  ન વત્તા એક વાર  $\tan$  of  $\tan inverse$  n

તેથી આ સ્વરૂપનું છે  $\tan x$  ઓછા  $\tan y$  ભાગ્યા એક વત્તા  $\tan x$  ગુણ્યા  $\tan y$  જે છે પણ આ  $\tan$  off સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી આ આપણું  $x$  છે અને આ છે  $y$

તેથી  $x$  એ  $n$  નું ટેન વ્યુત્ક્રમ વત્તા એક  $y$  એ  $n$  નું ટેન વ્યુત્ક્રમ છે

તેથી આપણે જે મેળવીએ છીએ તે એ છે કે ટેન થીટા છે

તેથી આ આવશ્યકપણે આ સંપૂર્ણ અભિવ્યક્તિ છે અહીં  $x$  ઓછા  $y$  ના  $\tan$  સિવાય બીજું કંઈ નથી જ્યાં  $x$  એ  $n$  પ્લસ વનના  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ સમાન છે અને  $y$  એ  $n$  ના  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ સમાન છે

તેથી આપણને  $\tan$  મળે છે થીટા એ  $x$  ઓછા  $y$  ના  $\tan$  બરાબર છે જે  $n$  નું  $\tan$  વત્તા  $\tan$  વત્તા એક ઓછા  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ છે

તેથી આ તે છે જે આપણે અત્યાર સુધી મેળવ્યું છે આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે આ  $n$  કુદરતી સંખ્યાઓ છે અને આ  $n$  પણ છે અને

તેથી બધા  $n$  અને  $n$  વત્તા 1 એ 0 કરતા વધારે છે અને

તેથી તે અનુસરે છે કે  $n$  અને  $n$  વત્તા 1 0 કરતા વધારે હોવાથી તે અનુસરે છે કે  $\tan inverse$  n plus one એ અંતરાલ શૂન્યથી  $\pi$  બે બાય સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ અને તે જ રીતે  $n$  નું  $\tan$  વત્તા પણ હોવું જોઈએ ઈન્ટરવલ શૂન્ય થી પાઈ બાય ટુ અને આગળ અને

તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે તેમનો તફાવત  $\tan inverse$  n વત્તા એક ઓછા  $\tan inverse$  of n એ અંતરાલ માર્ઠનસ  $\pi$

બાય ટુ થી પ્લસ  $\pi$  બાય ટુ સાથે સંબંધ હોવો જોઈએ અને યાદ રાખો કે આ કંઈ નથી પરંતુ

ટી ના શ્રેણી સમૂહ એક ઇન્વર્સ ફંક્શન એટલે અનિવાર્યપણે અહીં આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે જો તમને યાદ હોય કે જ્યારે આપણે આહ સાથે શરૂઆત કરી હતી, તો અહીં આપણી પાસે શરૂઆતમાં હતું કે થીટા 0 થી પાઈની હશે કારણ કે આ તે છે જે કોટ ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ છે પરંતુ આપણે હમણાં માટે વધુ જાણીએ છીએ કે ટેન થીટા પોઝિટિવ છે અને

તેથી આ હકીકત એ હકીકત સાથે ઉમેરીએ છીએ કે થીટાએ અંતરાલ શૂન્યને  $\pi$  થી રેખા કરવી જોઈએ જે આપણે કહી શકીએ તે એ છે કે થીટા

તેથી અંતરાલ 0 થી  $\pi$  બાય 2 સાથે સંબંધિત હોવી જોઈએ

તેથી આ કારણ છે ટેન થીટા એ સકારાત્મક મૂલ્ય છે અને વધુમાં હકીકત એ છે કે થીટા 0 થી પાઈ ની હોવી જોઈએ

તેથી જો આપણે ટેન ફંક્શનનો ગ્રાફ જોઈએ તો આ અગાઉના લેક્ચરમાંથી એક છે

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે

તેથી આ આ મૂલ્ય છે  $\tan x$  ની ઊભી અક્ષ પર છે અને  $x$  આડી અક્ષ પર છે

તેથી વાદળી રંગમાં ચિહ્નિત થયેલ વળાંક એ  $\tan x$  કાર્ય માટેનો વળાંક છે

તેથી આપણે અહીં જોઈ શકીએ છીએ કે જ્યારે પણ  $x$  0 થી  $\pi$  by 2 ની વચ્ચે હોય ત્યારે  $\tan$  ની કિંમત  $x$  હકારાત્મક છે

પરંતુ પછી વચ્ચે  $\pi$  બાય 2 અને  $\pi$  એ મૂલ્ય છે આ મૂલ્ય અહીં વળાંકનો આ ભાગ અહીં આ નકારાત્મક છે અને અમને

કહેવામાં આવે છે કે થીટા ફક્ત અહીંથી અહીં સુધીના આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે અને આગળ આપણે જાણીએ છીએ કે  $\tan$

$\tan theta$  આવશ્યક છે સકારાત્મક બનો અને

તેથી તે સ્પષ્ટ છે કે થીટા આ અંતરાલ શૂન્ય થી પાઈ બાય બે સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ

તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા શૂન્ય થી પાઈ બાય બે સાથે સંબંધિત હોવી જોઈએ

તેથી યાવો હવે આ સમીકરણ પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીએ જેથી થીટા શૂન્ય થી પાઈ ની હોવી જોઈએ બે દ્વારા અને વધુમાં આ આહ

તફાવત કોણ અહીં આપણે હમણાં જ બતાવ્યું છે કે આ ખૂણો પણ માર્ઠનસ  $\pi$  બાય બે થી વત્તા  $\pi$  બાય બેનો છે પણ જો આપણે

ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો ગ્રાફ યાદ રાખીએ તો આ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો ગ્રાફ છે.

તેથી આપણી પાસે આડી અક્ષ પર  $x$  છે અને ઊભી અક્ષ પર ટેન વ્યુત્ક્રમ  $x$  છે હવે આપણે સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ કે ટેન

વ્યસ્ત કાર્ય એ એકવિધ રીતે વધતું કાર્ય છે જે લાલ રંગમાં રચાયેલ છે

તેથી તે એકવિધ રીતે વધતું કાર્ય છે અને

તેથી  $gu$  વત્તા 1 એ  $n$  કરતાં મોટો છે તે દેખીતી રીતે અનુસરે છે કે  $n$  વત્તા વનનો  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ  $n$  ના  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ કરતાં મોટો

હશે અને અહીંથી આપણે સરળતાથી કહી શકીએ કે

તેથી અમારા અગાઉના સમીકરણમાં આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને આપણે કહી શકીએ કે આ જથ્થો અહીં છે.

તેથી અહીં આ જથ્થો 0 કરતા વધારે છે અને આગળ આપણે જાણીએ છીએ કે વાસ્તવમાં તે 0 કરતા સખત રીતે મોટો હોવો જોઈએ કારણ કે  $n$  વત્તા 1 અને  $n$  ક્યારેય સરખા ન હોઈ શકે અને આગળ અમે બતાવ્યું હતું કે આ સમગ્ર મૂલ્ય આ સમૂહનું હોવું જોઈએ.

અને

તેથી આ હકીકત આહને એ હકીકત સાથે જોડીને કે આ મૂલ્ય આ સમૂહની છે, આપણે એ પણ કહી શકીએ છીએ કે મૂલ્ય  $\tan^{-1} n$  વત્તા એક ઓછા  $\tan^{-1} n$  એ અંતરાલ શૂન્યથી  $\pi$  બાય બે સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ તેથી હવે આપણી પાસે જે છે તે છે આહ આપણી પાસે એવી પરિસ્થિતિ છે જ્યાં ટેન થીટા એ આહ ટેન વ્યુલ્કમ  $n$  વત્તા એક બાદબાકી ટેન વત્તા  $n$  ના ટેન સમાન છે આપણે જાણીએ છીએ કે થીટા શૂન્ય થી પાઈ બાય બે ઓપન ઈન્ટરવલ સાથે સંબંધિત હોવી જોઈએ અને આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે આ મૂલ્ય ટેન ઈન્વર્સ એન વત્તા એક ઓછા  $\tan^{-1} n$  એ સમાન અંતરાલ સમાન ખુલ્લું અંતરાલ શૂન્ય થી  $\pi$  બાય બે સાથે સંબંધિત હોવું જોઈએ અને આ બે મૂલ્યો થીટાના  $\tan$  અને આ ખૂણાના  $\tan$  હવે સમાન છે કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે આહ ફરીથી  $\tan$  કાર્ય માટે વળાંક પર પાછા જઈએ છીએ જાણી કે અંતરાલમાં શૂન્યથી પાઈ બાય બેમાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે ટેન ઇન્ક્રેશન એક મોનોટોનિક ઇન્ક્રેશન છે અને તે એકવિધ રીતે વધતું ઇન્ક્રેશન છે અને

તેથી આપણે કહીએ કે જો આ થીટા છે તો અહીં આ વેલ્યુ થીટાનું

ટેન છે કારણ કે ટેન એ છે.

એકવિધ રીતે શૂન્યથી પાઈના અંતરાલમાં બે વડે ઇન્ક્રેશન વધારવું તે અનુસરે છે કે જો ટેન થીટા આ ખૂણાના ટેન સમાન હોય તો એકમાત્ર રસ્તો શક્ય છે કે જો થીટા પોતે  $n$  વત્તા એક ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ  $n$  ના ટેન વ્યુલ્કમ સમાન હોય તો આ તે સાચું હોવું જોઈએ અને

તેથી આપણે અત્યાર સુધી જે બતાવ્યું છે તે એ છે કે એક વત્તા  $n$  ની  $n$  વત્તા વનમાં કોટ વત્તા વાસ્તવમાં  $n$  વત્તા 1 ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ  $n$  ના ટેન વ્યુલ્કમ બરાબર છે અને પછી આગળ જતાં આપણે  $t$  જોયો ટોપી આપણે આ બાહ્ય સારાંશના શબ્દોમાંથી એકને સરળ બનાવ્યું છે

તેથી હવે જો આપણે આ બધા શબ્દોને આ અભિવ્યક્તિ દ્વારા બદલીએ તો આ સમીકરણ  $n$  ની બરાબર એક થી ત્રેવીસ કોટ ઇનવર્સ એક વત્તા સમીકરણ  $k$  બરાબર એક તરીકે પરિણમશે.

$\tan^{-1} n$  બે  $k$  એ સરવાળો  $n$  બરાબર છે એક થી ત્રેવીસ હવે જો આપણે આ બધા કોટ વ્યુલ્કમોને  $\tan$  વ્યુલ્કમ  $n$  વત્તા એક ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ  $n$  ની અભિવ્યક્તિ વડે બદલીએ પણ પછી જો આપણે ફક્ત આ મોટા સમીકરણને વિસ્તૃત કરીએ તો આપણે આનાથી પ્રારંભ કરીશું  $n$  એકની બરાબર પ્રથમ પદ ટેન વ્યુલ્કમ બે ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ એક બીજી ટર્મ ટેન વ્યુલ્કમ ત્રણ ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ બે અને એ જ રીતે છેલ્લી ટર્મ ચોવીસ ટેન વ્યુલ્કમ 23નું ટેન વ્યુલ્કમ હશે પણ આપણે શું છીએ અહીં જોવાનું એ છે કે ઘણા બધા રદ થવાના છે ઉદાહરણ તરીકે  $\tan^{-1} 2$  અહીં રદ થશે અને તેવી જ રીતે  $\tan^{-1} 3$  એ  $ah$  સાથે રદ થશે કારણ કે અહીં પહેલાની ટર્મ ઢૂં છે.

સારાંશમાં બીજી ટર્મ ટેન વ્યુલ્કમ ત્રેવીસ ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ બાવીસ હશે

તેથી આ ટેન ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ અહીં રદ થશે અને તે જ રીતે આહ ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ બાવીસ ટેન વ્યુલ્કમ બાવીસ સાથે રદ થશે એકવીસ પ્રથમ મુદત અને તે જ રીતે આ પણ ત્રીજી ટર્મમાં ટેન વ્યુલ્કમ ત્રણ સાથે રદ થઈ જશે

તેથી આખરે જે રહેવાનું છે તે ચોવીસનું ટેન વ્યુલ્કમ એકનું ટેન વ્યુલ્કમ છે અને 24ના આહ ટેન વ્યુલ્કમની ગણતરી કરવા માટે આપણે આખરે ગણતરી કરવી પડશે કે આપણે અત્યાર સુધી શું કર્યું છે તે એ છે કે આપણે બતાવ્યું છે કે સરવાળો  $n$  ની બરાબર એક થી ત્રેવીસ કોટ એક વત્તા સમેશન  $k$  બરાબર બે  $k$  ના એક થી બે  $n$  બરાબર છે

તેથી અમે બતાવ્યું છે કે આ તાર ઇન્ક્રેશનની દલીલની અંદરની વસ્તુ આપણે બતાવી છે કે તે 1 ના ચોવીસ ઓછા ટેન વ્યુલ્કમની બરાબર છે.

તેથી હવે આપણે આને વધુ સરળ બનાવવાની જરૂર છે કારણ કે વિચાર  $\sin$  વાસ્તવમાં આ આખી વસ્તુને કોઈ વસ્તુના તન વ્યુલ્કમ તરીકે વ્યક્ત કરવી જોઈએ જેથી કરીને પછી આપણી પાસે કોટ ઓફ ટેન ઈન્વર્સ કંઈક હોઈ શકે અને પછી આપણે કોટ અને ટેન વચ્ચેનું આ રૂપાંતર સૂત્ર પહેલેથી જ જોયું છે

તેથી તે અમને મદદ કરશે જેથી આ વસ્તુ માટે અમે જો તમે યાદ રાખો કે આજે આ વર્ગની શરૂઆતમાં આપણે જોયું કે આપણે ખરેખર અગાઉ મેળવેલા કેટલાક પરિણામોની પુનઃવિચારણા કરી રહ્યા છીએ

તેથી પરિણામોમાંની એક અહીં આ અભિવ્યક્તિ હતી કે  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$  બરાબર છે  $\tan^{-1}$  of  $x + y$  ઉપર એક ઓછા  $xy$  જો  $xy$  એક કરતા ઓછો હોય તો આપણા કિસ્સામાં શું થઈ રહ્યું છે તે એ છે કે આપણે એકના ચોવીસ ઓછા ટેન વ્યુલ્કમની ગણતરી કરવાની જરૂર છે

જે હવે કરી શકે છે કારણ કે ટેન વ્યુલ્કમ એક વિષમ કાર્ય છે હું એકના ઓછા ટેન વ્યસ્તને વત્તા તરીકે લખી શકું છું.

માઈનસ વનનો ટેન વ્યુલ્કમ આ એટલા માટે છે કારણ કે ટેન વ્યુલ્કમ એ એક વિચિત્ર કાર્ય છે જે કહેવાનો મારો મતલબ એ છે કે કોઈપણ  $x$  ટેન માટે માઈનસ  $x$ નો ટેન વ્યુલ્કમ  $x$  ના ટેન વ્યુલ્કમના ઓછા બરાબર છે અને અમે આ ઓળખ અગાઉના એકમાં બતાવી છે.

વ્યાખ્યાન

તેથી હવે આ શબ્દ 24 વત્તા ટેન વ્યુલ્કમ 1 ના ટેન વ્યુલ્કમ સમાન છે.

તેથી છેલ્લે આપણી પાસે આ અભિવ્યક્તિ  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$  સ્વરૂપે છે

તેથી આ  $x$  છે અને આ  $y$  છે અને પછી અહીં આપણે જોઈએ છીએ કે  $x$  માં  $y$  એ માઈનસ ચોવીસ અને માઈનસ ચોવીસ છે

તેથી આ તમામ કેસમાંથી આપણી પાસે જે કેસ છે તે  $xy$  બરાબર માઈનસ 24 છે જે એક કરતા ઓછો છે

તેથી આપણે અહીં આ કેસનો ઉપયોગ કરવો પડશે અને

તેથી આ અભિવ્યક્તિ સમાન હશે  $x$  વત્તા  $y$  ના તન વ્યુત્ક્રમ

તેથી  $x$  વત્તા  $y$  એ માઈનસ 1 ને 1 ઓછા  $x$  વડે  $y$  માં ભાગ્યા એટલે  $x$  ચોવીસ છે અને  $y$  માઈનસ એક છે

તેથી આ છેલ્લો જવાબ છે જે આપણને મળે છે તે છે ટેન વત્તા પચીસનો વ્યુત્ક્રમ

તેથી

તેથી હવે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે આ પચીસ ઓવરના ત્રેવીસના વ્યુત્ક્રમ સમાન છે અને

તેથી આ આખી વસ્તુ ત્રેવીસ બાય પચીસના તન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે

તેથી અંતિમ જવાબ 23 ઓવરના તન વ્યસ્તતાનો કોટ હશે.

25 અને આને આગળ પણ સરળ બનાવી શકાય છે  $\tan$  કારણ કે હવે ધારો કે આપણે કહીએ કે 23 બાય 25 નું  $\tan$  વ્યુત્ક્રમ થિટા છે તો દેખીતી રીતે તે અનુસરે છે કે 23 બાય 25 એ થીટાના ટેન બરાબર છે કારણ કે આપણે આ સમાનતાની બંને બાજુએ ટેન ફંક્શન લાગુ કરી શકીએ છીએ.

આ સમીકરણ અને પછી આપણને આ વસ્તુ મળે છે પરંતુ અહીંથી તે અનુસરે છે કે થીટાનો કોટ એક ઓવર ટેન થીટા બરાબર છે જે પચીસ ઓવર ત્રેવીસ છે પણ પછી આ થીટાના કોટ સિવાય બીજું કંઈ નથી કારણ કે થીટા ટેન ઇન્વર્સ 23 બાય પચીસ છે અને હવે આપણે જોયું છે કે આ ત્રેવીસ ઉપર પચીસ બરાબર છે

તેથી આ આખરી જવાબ છે કે આ મોટા સરવાળોનો કોર્ટ પચીસ બાય ત્રેવીસ બરાબર છે, ચાલો આપણે આ આહ વ્યાખ્યાન સમાન કરીએ તે પહેલાં એક છેલ્લી સમસ્યા લઈએ.

અહીં આપણે  $x$  નું મૂલ્ય શોધવાનું છે જેમ કે  $x$  નો મોડ શૂન્ય અને બેના વર્ગમૂળ વચ્ચે છે અને તે  $x$  આ ત્રિકોણમિતિ સમીકરણને સંતોષે છે

તેથી આપણે આગળ વધીએ તે પહેલાં આપણે જોઈએ છીએ કે ત્યાં બે અનંત શ્રેણીઓ છે.

o આપણે તેમને સરળ બનાવવાની જરૂર છે અને પછી કદાચ આપણે આગળ જઈ શકીએ

તેથી આપણે પ્રથમ શ્રેણી  $\sin$  લઈએ જે સાઈન ઇન્વર્સની અંદર છે

તેથી પ્રથમ શ્રેણી  $x$  ઓછા  $x$  ચોરસ ઉપર બે વત્તા  $x$  ક્યુબ ઉપર ચાર ઓછા

તેથી મોટા ભાગે બાદબાકી  $x$  ચાર વત્તા આઠ વત્તા અને

તેથી આગળ આપણે  $x$  ને બહાર સામાન્ય અવયવ તરીકે લઈ શકીએ અને પછી આપણને 1 ઓછા  $x$  ઉપર 2 વત્તા  $x$  ચોરસ 4 ઓછા  $x$  ઘન ઉપર આઠ અને

તેથી વધુ મળે અને તેને  $x$  ગુણ્યા 1 વત્તા ઓછા તરીકે લખી શકાય  $x^2$  વત્તા ઓછા  $x^2$  આખા ચોરસ ઉપર વત્તા ઓછા  $x$  બે ઘન પર અને

તેથી તરત જ આપણે જોઈએ છીએ કે આપણી પાસે અહીં અને પછી ભૌમિતિક આહ શ્રેણી છે, પરંતુ પછી આપણે એ શોધવાની જરૂર છે કે આ શ્રેણી કન્વર્જ થશે કે નહીં.

તેથી આપણને આપવામાં આવે છે કે જો આપણે પ્રશ્નના વિધાન પર પાછા જઈએ તો આપણને આપવામાં આવે છે કે  $x$  નો મોડ બે ના વર્ગમૂળ કરતા ઓછો છે

તેથી જો  $x$  નો મોડ બે ના વર્ગમૂળ કરતા ઓછો હોય તો તે સૂચવે છે કે  $x$  નો મોડ હોવો જોઈએ બે કરતા પણ ઓછા જે પછી સૂચવે છે કે  $x$  ની મોડ ઓવર બે છે એક કરતા ઓછા અને તેનો અર્થ એ પણ થાય છે કે માઈનસ  $x$  ની મોડ ઓવર બે પણ એક કરતા ઓછો છે

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે

આ ટર્મ અને આગળની ટર્મ વચ્ચેનો ગુણોત્તર અને આ ટર્મ અને તેની આગામી ટર્મ વચ્ચેનો ગુણોત્તર માઈનસ  $x$  બે ઉપર છે અને અહીંથી આપણે જાણીએ છીએ કે માઈનસ  $x$  ઓવર બે પાસે ચોક્કસ મૂલ્ય છે જે એક કરતા ઓછું છે

તેથી મૂળભૂત રીતે ત્યાંથી આપણે નિષ્કર્ષ પર આવી શકીએ કે આ શ્રેણી કન્વર્જ થવાની છે અને તે મૂલ્યમાં કન્વર્જ થશે

તેથી અમારી પાસે પહેલેથી જ આ  $x$  છે અહીં અને પછી શ્રેણી 1 પર 1 ઓછા ઓછા  $x^2$  પર રૂપાંતરિત થશે જે  $x$  પર એક વત્તા  $x$  બે પર છે

તેથી હવે આપણે જાણીએ છીએ કે આ અનંત શ્રેણી એક વત્તા  $x$  પર બે પર  $x$  બરાબર છે આગળ આપણે બીજી લઈશું શ્રેણી જે  $\cos$  inverse ફંક્શનની દલીલની અંદર છે

તેથી આ અન્ય ક્રમ જે  $\cos$  inverse ફંક્શનની દલીલ છે તે છે  $x$  ચોરસ ઓછા  $x$  ચાર ઉપર બે વત્તા  $x$  છ વધુ ચાર અને

તેથી જેના પર  $x$  ચોરસથી  $x$  ચોરસ તરીકે લખી શકાય બધા માટે સામાન્ય છે તે ગુણ્યા 1 ઓછા  $x$  ચોરસ ઉપર 2 વત્તા  $x^4$  વત્તા 4 અને

તેથી જે બરાબર  $x$  ચોરસ ગુણ્યા એક અને પછી વત્તા ઓછા  $x$  ચોરસ ઉપર બે વત્તા ઓછા  $x$  ચોરસ બે આખા ચોરસ અને

તેથી વધુ આ કિસ્સામાં પણ આપણે જુઓ કે ત્યાં ફરીથી બીજી ભૌમિતિક પ્રગતિ છે અને પરંતુ આપણે હજુ પણ એ શોધવાની જરૂર છે કે શું આ અનંત ક્રમ પણ એકરૂપ થવા જઈ રહ્યો છે કે નહીં હવે આપણને આપવામાં આવે છે કે  $x$  નો મોડ બે ના વર્ગમૂળ કરતા ઓછો છે

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે  $x$  ચોરસ બે કરતા ઓછો છે અને

તેથી બે ઉપરનો  $x$  ચોરસ એક કરતા ઓછો છે અને આ મૂળભૂત રીતે સૂચવે છે કે બાદબાકી  $x$  ચોરસનું મોડ્યુલસ બે ઉપર

તેથી બાદબાકી  $x$  ચોરસ બાય બે એ આમાં  $n$ મી પદ અને  $n$  માઈનસ વન વચ્ચેનો ગુણોત્તર છે.

ભૌમિતિક શ્રેણી અને અહીંથી આપણે જાણીએ છીએ કે આ ગુણોત્તરનું નિરપેક્ષ મૂલ્ય એક કરતા ઓછું છે અને

તેથી આ ક્રમ પણ કન્વર્જ થવાનો છે અને

તેથી આ સમગ્ર અભિવ્યક્તિ આ સમગ્ર ક્રમ  $x$  ચોરસ વખત  $o$  મૂલ્યમાં કન્વર્જ થશે  $ne$  પર એક બાદબાકી બાદબાકી  $x$  ચોરસ ઉપર બે જે એક વત્તા  $x$  ચોરસ પર બે પર  $x$  ચોરસ બરાબર છે

તો ચાલો આપણે તેની નોંધ કરીએ તો આપણે હમણાં જે બતાવ્યું છે તે છે કે આ બીજો ક્રમ પણ કોસ ઇન્વર્સની દલીલમાં ફંક્શન એક વત્તા  $x$  ચોરસ પર બે પર  $x$  ચોરસમાં કન્વર્જ થાય છે, આપણે આગળ  $x$  ની કિંમતો શોધવાની છે જેમ કે  $x$  નો મોડ બેના વર્ગમૂળ કરતાં ઓછો હોય અને  $x$ નો સાઈન વત્તા એક વત્તા  $x$  બાય બે વત્તા  $x$  ચોરસ પરનો વ્યસ્ત હોય એક વત્તા  $x$  ચોરસ બાય બે એ પાઇ બાય બે છે

તેથી ચાલો આ વસ્તુને આલ્ફા દ્વારા દર્શાવીએ અને બીજો આહ શબ્દ જે બીટા દ્વારા કોસ ઇન્વર્સ ફંક્શનની દલીલ છે

તેથી આવશ્યકપણે અહીં જે છે તે સાઈન ઇન્વર્સ આલ્ફા વત્તા કોસ ઇન્વર્સ બીટા છે બે બાય પાઇ છે અને તે એમ કહેવા જેવું જ છે કે સાઈન ઇન્વર્સ આલ્ફા બરાબર પાઇ બાય 2 ઓછા છે કોસ ઇન્વર્સ બીટા ચાલો આ સમીકરણની બંને બાજુએ સાઈન ફંક્શન લાગુ કરીએ જેથી જ્યારે આપણે ડાબી બાજુએ સાઈન લાગુ કરીએ ત્યારે આપણને સાઈન મળે છે સાઈન ઇન્વર્સ આલ્ફા જે છે આલ્ફાની બરાબર જમણી બાજુએ આપણને  $\pi$  ની સાઈન બાય 2 ઓછા  $\cos$  inverse beta મળે છે પણ આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈપણ ખૂણો માટે થિટા સાઈન ઓફ  $\pi$  બાય 2 ઓછા થીટા એ થીટાના  $\cos$  બરાબર છે અને

તેથી આ જમણી બાજુ  $\cos$  ની બરાબર છે કોસ ઇન્વર્સ બીટા જે અલબત્ત બીટા ની બરાબર છે અને

તેથી જો  $x$  એ આ સમીકરણને સંતોષવું હોય તો તે આની બરાબર હોવું જોઈએ

તેથી આખરે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે  $x$  એ સમીકરણ  $x$  પર એક વત્તા  $x$  બાય બે બરાબર  $x$  ચોરસ પર સંતોષવું આવશ્યક છે હવે એક વત્તા  $x$  ચોરસ બે ઉપર હવે  $x$  નો આહ મોડ બે ના વર્ગમૂળ કરતા ઓછો છે તે અનુસરે છે કે આ બંને છેદ ક્યારેય શૂન્ય નહીં હોય અને

તેથી અહીંથી તે સૂચવે છે કે  $x$  માં એક વત્તા  $x$  ચોરસ પર બે બરાબર  $x$  ચોરસ 1 વત્તા  $x$  2 ઉપર અને પછી થોડી બીજગણિતીય સરળીકરણ સાથે આપણને મળે છે  $x$  વત્તા  $x$  ક્યુબ ઉપર 2 બરાબર  $x$  ચોરસ વત્તા  $x$  ક્યુબ ઉપર 2 અને અલબત્ત  $x$  ક્યુબ ઓવર 2 ત્યાં ડાબી અને જમણી બાજુ બંને બાજુએ છે અને

તેથી આપણે આખરે શું કરીશું મેળવો તે  $x$  છે  $x$  માં ઓછા 1 બરાબર 0.

તેથી  $x$  કાં તો 0 હોઈ શકે છે અથવા તે 1 હોઈ શકે છે પરંતુ જો આપણે પ્રશ્ન પર પાછા જઈએ તો એવું પણ કહેવામાં આવ્યું હતું કે  $x$  નો મોડ શૂન્ય કરતા મોટો હોવો જોઈએ અને તે બે ના વર્ગમૂળ કરતા સખત રીતે ઓછો હોવો જોઈએ કારણ કે તે શૂન્ય  $x$  બરાબર શૂન્ય કરતાં સખત રીતે મોટું હોવું જોઈએ તે દેખીતી રીતે શક્ય ઉકેલ નથી અને

તેથી એકમાત્ર શક્ય ઉકેલ  $x$  બરાબર 1 છે કારણ કે  $x$  બરાબર 1 એ  $x$  નું મોડ્યુલસ 1 રુટ 2 કરતા ઓછું છે અને તે પણ તે  $x$  બરાબર 1 આ સમીકરણને સંતુષ્ટ કરે છે

તેથી આ પ્રશ્નનો અંતિમ જવાબ એ છે કે મૂળ બે કરતા ઓછા મોડ્યુલસ સાથે  $x$  ની એકમાત્ર કિંમત છે અને જે આ સમીકરણને પણ સંતોષે છે તે  $x$  બરાબર એક છે

તેથી અંતિમ જવાબ  $x$  બરાબર એક છે

તેથી તેની સાથે અમે આ લેક્ચરને આગામી લેક્ચરમાં સમાપ્ત કરીશું અમે કેટલીક વધુ રસપ્રદ સમસ્યાઓ લઈશું તમારો આભાર