

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের চারটি বকৃত্বতা করতে স্বাগতম গত বকৃত্বতায় আমরা এই বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলির মধ্যে কিছু সম্পর্ক তৈরি করেছি

তাই আমরা এটি দিয়ে শেষ করব এবং কিছু নতুন সমস্যার সমাধান করব

তাই শেষ বকৃত্বতায় আমরা যেখান থেকে রেখেছিলাম তা পুনরুদ্ধার করার জন্য

আমরা প্রকৃতপক্ষে দুটি ভিন্ন মানের  $x$  এবং  $y$  এর ট্যান ইনভার্সের যোগফলের জন্য এই সূত্রটি তৈরি করেছি এবং আমরা দেখিয়েছি যে  $xy$  গুণফল একের কম হলে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  হল ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ওয়ান ওয়ানের উপরে।

বিয়োগ  $xy$  এবং একইভাবে অন্য দুটি ক্ষেত্রে

তাই একটি স্বাভাবিক প্রশ্ন যা জিজ্ঞাসা করা যেতে পারে তা হল যদি আমাদের সাইন ইনভার্স  $x$  প্লাস সাইন ইনভার্স  $y$  এর মতো কিছু গণনা করতে হয় তাহলে ট্যান ইনভার্স এ প্লাস ট্যান ইনভার্স বি টাইপ সূত্র ব্যবহার করা সম্ভব হবে? এবং সাইন ইনভার্স  $x$  প্লাস সাইন ইনভার্স  $y$  এর মান বের করুন এবং এটি সম্ভব

তাই এটি করার উপায় হল প্রথমে একটি প্রদত্ত  $x$  এর জন্য সাইন ইনভার্স  $x$  কে ট্যান ইনভার্স ফর্মে রূপান্তর করতে হবে এমন কিছু  $erse$  যেখানে কিছু স্পষ্টতই  $x$  এর উপর নির্ভর করবে এবং একইভাবে সাইন ইনভার্স  $y$  কেও কোন কিছু  $er$  ট্যান ইনভার্সে রূপান্তর করবে

তাই আমাদের শুধু ট্যান ইনভার্স এ প্লাস ট্যান ইনভার্স বি গণনা করতে হবে যার জন্য আমরা আসলে এই সূত্রটি ব্যবহার করতে পারি

তাই এই ধারণাটি গ্রহণ করতে পারি ফরওয়ার্ড আমরা শেষ ক্লাসে

সাইন ইনভার্স এবং ট্যান ইনভার্সের মধ্যে রূপান্তর সূত্র বের করেছিলাম

তাই আমরা যা দেখিয়েছিলাম তা হল যে কোনও  $x$  এর জন্য যেমন  $x$  এর মোড এক সাইন ইনভার্সের সমান সমান  $x$  এর উপর  $x$  এর ট্যান ইনভার্সের সমান এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের বর্গমূল যেখানে এটি ধনাত্মক বর্গমূল এবং বিপরীত সূত্রটি যেকোন  $x$  বাস্তবের জন্য ছিল আমরা আরও দেখিয়েছি যে ট্যান ইনভার্স  $x$

এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের বর্গমূলের উপর  $x$  এর সাইন ইনভার্সের সমান যেখানে এটি আবার ধনাত্মক বর্গমূল

তাই সাইন ইনভার্স এবং ট্যান ইনভার্সের মধ্যে কনভার্সশনের মতোই

$\cos$  ইনভার্স এবং  $\cot$  ইনভার্স এবং ট্যান ইনভার্সের মধ্যে কনভার্সশন সূত্র বের করাও সম্ভব  $rse$  এবং এছাড়াও  $\csc$  inverse এবং  $\tan$  inverse এর মধ্যে এবং  $\sec$  inverse এবং  $\tan$  inverse এর মধ্যে

তাই সময়ের স্বার্থে আমরা তাদের সবগুলো বের করতে যাচ্ছি না কিন্তু আমি অন্তত এগিয়ে যাব এবং  $\cos$  inverse এবং  $\tan$  inverse এর মধ্যে রূপান্তর সূত্রটি বের করব

তাই ধারণাটি হল যে ধরুন যদি আমাদেরকে  $x$ -এর একটি মান দেওয়া হয় যার মডুলাস একের সমান, তাহলে আমাদের এখানে এই অজানা মানটি খুঁজে বের করতে হবে যাতে  $x$ -এর  $\cos$  inverse এই মানের  $\tan$  inverse এর সমান হয়,

তাই এটি হল কি উৎপন্ন করতে হবে

তাই আমরা এই বলে শুরু করি যে ধরুন  $\cos$  ইনভার্স  $x$  থিটার সমান তাহলে যেহেতু  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেটটি ক্লোজড ইন্টারভাল  $0$  থেকে পাই এর ফলে এই থিটা অবশ্যই ক্লোজড ইন্টারভাল  $0$  থেকে এর অন্তর্গত হবে  $\pi$  এখন ধরুন  $x$  যদি শূন্যের সমান হয় তাহলে আমরা দুটি ক্ষেত্রে নিতে যাচ্ছি

তাই  $x$  হয় শূন্যের সমান এবং একের চেয়ে কম বা এটি  $0$  এর কম কিন্তু বিয়োগ  $1$  এর চেয়ে বড়।

তাই যদি  $x$  হয়  $0$  এর সমান তারপর  $\cos$  inverse এর গ্রাফ থেকে যা আমরা ইতিমধ্যেই পূর্ববর্তী লেকচারগুলির একটিতে করেছি যেটি আমরা জানি যে থিটাকে থিটা হতে হবে কারণ  $x$  থিটার ব্যবধান  $0$  থেকে পাই ওভার  $2$  এর অন্তর্গত হতে হবে যেহেতু আমরা এটি খুঁজে পেতে চাই অজানা জিনিস যদি আপনি এই সমীকরণের উভয় পাশে ট্যান ফাংশন প্রয়োগ করেন তবে আপনি যা পাবেন তা হল ট্যান অফ কস ইনভার্স  $x$  এই অজানা আহ জিনিসটির সমান যা আমাদের খুঁজে পাওয়ার কথা

তাই আমরা এর ট্যানের মান খুঁজে বের করার চেষ্টা করি।

$\cos$  inverse  $x$  যা থিটার ট্যান কিন্তু এখান থেকে আমরা জানি যে  $x$  যদি আমরা  $\cos$  নিই যদি আমরা এই সমতার উভয় পাশে  $\cos$  ফাংশন প্রয়োগ করি তাহলে

আমরা যা পাব তা হল  $x$  হল  $\cos$  theta এর সমান

তাই এখন এই  $\tan$  theta  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  এর সমান হল  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  কিন্তু  $\cos \theta$  হল  $x$

তাই হর হল  $x$  এখন যখন থিটা ব্যবধান  $0$  থেকে  $\pi/2$  এর অন্তর্গত হয় আমরা জানি যে সাইন থিটা ধনাত্মক মূল্যবান

তাই আমরা সিন থিটাকে ধনাত্মক হিসাবে লিখতে পারি  $1$  বিয়োগের বর্গমূল  $\cos$  বর্গ  $\frac{1}{\cos^2 \theta}$  অবশ্যই এটি এই সত্য থেকে

অনুসরণ করে যে সাইন বর্গ থিটা প্লাস কস বর্গ থিটা যে কোনও থিটার জন্য একের সমান এবং আমরা এখানে ধনাত্মক

বর্গমূল নিই যা এখন বর্গমূলের আরও সমান আমরা এই সত্যটি ব্যবহার করি যে  $\cos$  থিটা আসলে  $x$  সুতরাং এটি  $x$  এর

উপরে এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের বর্গমূলে পরিণত হয় এবং আরও শেষ পর্যন্ত আমরা যা পাই তা হল  $x$  যদি শূন্যের সমান

হয় তবে থিটার ট্যান যেখানে থিটা হয় বিপরীত  $x$  এক বিয়োগ  $x$  বর্গ ওভারের বর্গমূলের সমান  $x$  আমরা আরও জানি যে

এই থিটা আসলে ব্যবধান শূন্য থেকে পাই বাই টু এর অন্তর্গত এবং এই ব্যবধান শূন্য থেকে পাই বাই টু আসলে ইন্টারভ্যাল

মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এর একটি উপসেট

তাই মূলত ব্যবধান শূন্য থেকে পাই বাই দুই এই থিটাটি আসলে ট্যান ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেটের একটি সাবসেট

তাই থিটা মূলত থিটা এর অন্তর্গত

তাই থিটা ট্যান ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং যেহেতু থিটা এর অন্তর্গত ট্যান ইনভার্স ফাংশনের পরিসরের অবস্থা এটি অনুসরণ করে যে থিটা যা আসলে  $\cos^{-1} x$  এর সমান  $\tan^{-1} x$  এর বর্গমূলের এক বিয়োগ  $x$  বর্গ  $x$  এর উপর কিন্তু এটি শুধুমাত্র শূন্যের সমান  $x$  এর জন্য সত্য

তাই আবার এটি পুনরাবৃত্তি করুন এই কারণে যদি থিটা এই সেটের অন্তর্গত না হয় তবে এই বিবৃতি থেকে শুরু করে আমরা বলতে পারি না যে এটি সত্য

তাই একমাত্র কারণ আমরা বলি যে থিটা এই পরিমাণের ট্যান বিপরীতের সমান কারণ এটি সত্য কারণ থিটা ট্যান ইনভার্স রেঞ্জের ট্যান ইনভার্স রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং তারপর আমরা  $x$  এর নেতিবাচক মান নিই

তাই  $x$  যদি শূন্যের কম হয় এবং অবশ্যই বিয়োগের সমান থেকে বড় হয় তাহলে আমরা জানি যে থিটা  $\cos$  এর সমান ইনভার্স  $x$  ব্যবধান পাই 2 থেকে পাই এর অন্তর্গত হবে

তাই এটি  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের সংজ্ঞা থেকে অনুসরণ করে কারণ  $x$  বিয়োগ এক এবং শূন্য থিটা স্পষ্টতই ব্যবধান পাই দ্বারা দুই থেকে পাই এবং তাহলে ট্যান থিটা হবে সাইন থিটা ওভার কস থিটার সমান যা এখন এই ব্যবধানে আবার সমান হবে যখন থিটা পাই বাই 2 থেকে প্লাস পাই এর অন্তর্গত আমাদের যা আছে তা হল সাইন থিটা এখনও পজিটিভ

তাই আমরা সাইন থিটাকে ইতিবাচক হিসাবে প্রকাশ করতে পারি একটি বিয়োগ  $\cos$  বর্গ থিটা এর বর্গমূল  $\cos \theta$  এর উপর কিন্তু আমরা ইতিমধ্যেই জানি যে  $\cos \theta$  হল  $x$

তাই এটি  $x$  এর উপর একটি বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের বর্গমূলের সমান

যেখানে এটি ধনাত্মক বর্গমূল

তাই আমাদের আবার ট্যান থিটা বর্গক্ষেত্রের সমান  $x$  এর উপরে 1 বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের রুট কিন্তু এইবার আমরা জানি যে  $x$  হল নেতিবাচক থিটা  $\cos^{-1} x$  এর সমান, এটি এই সেট  $\pi$  বাই টু পাই এর অন্তর্গত কিন্তু সমস্যা হল এই সেটটি এই সেটটি একটি উপসেট নয় বা এটি ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের সাথে সেটের কোনো মিল নেই

তাই মূলত এখানে আমাদের একটি কেস আছে যে থিটা যদি এই সেটের অন্তর্গত হয় তবে থিটা ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত নয় এবং

তাই আমরা লিখতে পারি না

তাই আমরা লিখতে পারি না যে টি হেটা  $x$  এর উপর এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের বর্গমূলের ট্যান বিপরীতের সমান

তাই এই ক্ষেত্রে যেখানে  $x$  নেতিবাচক এই বিবৃতিটি সত্য নয়

তাই এই বিবৃতিটি সত্য নয় এবং

তাই আমাদের থিটাতে কিছু শিফট বা কিছু পরিবর্তন প্রয়োগ করতে হবে যে শিফটটি প্রয়োগ করার পরে থিটার নতুন মানটি ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এখন আমরা ট্যান ফাংশনের বৈশিষ্ট্য থেকে জানি যে ট্যান ফাংশনটি পর্যায়ক্রমিক একটি পিরিয়ডের সমান এবং

তাই আমরা জানি যে যদি আমরা থেকে পাই বিয়োগ করি এই থিটা মূলত আমরা যা জানি তা হল ট্যান থিটা হল থিটা মাইনাস পাই-এর ট্যানের সমান এবং ভাল জিনিস হল যেহেতু থিটা সেট পাই বাই টু পাই থেকে থিটা বিয়োগ পাই স্পষ্টতই এর অন্তর্গত হবে

তাই থিটা মাইনাস পাই যাচ্ছে 2 থেকে 0 দ্বারা বিয়োগ পাই সেটের অন্তর্গত এবং এই সেটটি মাইনাস পাই বাই 2 থেকে 0 পর্যন্ত ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের একটি উপসেট

তাই মূলত আমাদের এখন যা আছে তা হল থিটা মাইনাস পাই এর রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত হতে চলেছে ট্যান বিপরীত

তাই যদি আপনি যদি আপনি ফিরে যান আমরা যা দেখতে পাই তা হল আসল থিটাটি ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত ছিল না তবে কেবল এটিকে পাই দ্বারা স্থানান্তর করে আমাদের কাছে থিটা বিয়োগ পাই ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং যেহেতু ট্যান থিটা বিয়োগ পাই ট্যান থিটার সমান এখন আমাদের কাছে যা আছে তা হল

তাই থিটার ট্যান সমান ট্যান থিটা বিয়োগ পাই এর বর্গমূলের সমান এক বিয়োগ  $x$  বর্গ  $x$  এর উপরে আমরা জানি যে থিটা বিয়োগ পাই ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং

তাই আমরা লিখতে পারেন যে থিটা বিয়োগ  $\pi$  সমান ট্যান বিপরীত বর্গমূলের এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্র  $x$  এর উপর যা তাহলে বোঝায় যে থিটা সমান  $\pi$  প্লাস ট্যান বিপরীত বর্গমূলের এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্র  $x$  এর উপর এবং

তাই কিন্তু এটি শুধুমাত্র এই শুধুমাত্র সত্য যখন  $x$  নেতিবাচক হয় এবং

তাই অবশেষে  $x$  এর ধনাত্মক এবং নেতিবাচক মানের জন্য উভয় ফলাফলকে একত্রিত করে অবশেষে আমরা এই রূপান্তর সূত্রটি পেয়েছি যে  $\cos^{-1} x$  এর সমান যদি  $x$  শূন্যের থেকে বড় হয় তবে এটি সমান তারপর  $\cos^{-1} x$  ইনভার্স  $x$  হল এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $x$  এর উপর বর্গমূলের ট্যান বিপরীত অন্যথায় এটি  $x$  এর উপর একটি বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের বর্গমূলের  $\pi$  প্লাস ট্যান বিপরীতের সমান

তাই আমরা পরবর্তীতে বিপরীত  $\arcsin$  বিপরীত সম্পর্কটি বের করি যা এর জন্য যেকোনও প্রদত্ত  $\arcsin x$  প্রকৃত মূল্যবান ট্যান ইনভার্স  $x$  কোনো কিছুর বিপরীতের সমান

তাই আমাদেরকে এর জন্য একটি অভিব্যক্তি বের করতে হবে যেমন ট্যান ইনভার্স  $x$  এই কিছুর বিপরীতে

তাই আবার আমরা ট্যান ইনভার্স  $x$  প্রতিস্থাপন করে শুরু করি থিটা এবং অবশ্যই থিটাকে ওপেন ইন্টারভাল মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এর অন্তর্গত হতে হবে

তাই এটি ট্যান ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেট এবং যেহেতু আহ আমরা এখানে এই অজানা পরিমাণ খুঁজে পেতে আগ্রহী

আমরা আসলে আগ্রহী হব কারণ যদি আমরা এই সমতার উভয় দিকে  $\cos$  ফাংশন প্রয়োগ করি তাহলে আমরা যা পাব তা হল  $\tan^{-1} x$  এর  $\cos$  এই অজানা জিনিসটির সমান

তাই আমরা  $\tan^{-1} x$  এর  $\cos$  মূল্যায়ন করতে আগ্রহী যা  $\theta$  এর  $\cos$  হিচ সমান 1 ওভার সেকেন্ড থিটা এখন যখন থিটা বিয়োগ পাই বাই 2 থেকে প্লাস পাই বাই 2 সেকেন্ড থিটার অ-নেতিবাচক মান এবং

তাই আমরা এটিকে সেকেন্ড বর্গ থিটার ধনাত্মক বর্গমূলের উপরে এক হিসাবে লিখতে পারি যা আরও হতে পারে এখন এক ওভার বর্গমূল হিসাবে লেখা আমরা পরিচয় জানি যে যেকোন কোণের জন্য থিটা সেকেন্ড বর্গ থিটা এক প্লাস ট্যান বর্গ থিটার সমান

তাই আমরা এই ত্রুটিটি ব্যবহার করতে যাচ্ছি

তাই আমরা এটিকে এক প্লাস ট্যান বর্গ থিটা হিসাবে লিখব এবং এখান থেকে আমরা জেনে রাখুন যে  $x$  ট্যান থিটার সমান কারণ আমরা উভয় দিকে ট্যান ফাংশন প্রয়োগ করলে আমরা ট্যান থিটার সমান  $x$  পাই

তাই এটি মূলত এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক ওভার রুট

তাই আমাদের কাছে এই পরিমাণের সমান ট্যান ইনভার্স  $x$  এর  $\cos$  আছে কিন্তু এখান থেকে আমরা লিখতে পারি যে  $\tan^{-1} x$  এই পরিমাণের  $\cos^{-1}$  এর সমান

তাই আমরা কেবল তা করতে পারি যদি আমরা জানি যে

এখানে এই মানটি যা থিটা

তাই  $\cos \theta$  এর সমান

তাই আমরা কেবল লিখতে পারি যে থিটা সমান এক ওভার এর বিপরীতে এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $x$  রুট

তাই এটি বৈধ যদি এবং শুধুমাত্র যদি এই কোণ থিটাটি বন্ধ ব্যবধান শূন্য থেকে পাই এর অন্তর্গত হয়

তাই শূন্য থেকে পাই আসলে  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেট

তাই শুধুমাত্র যদি এই থিটা পরিসরের অন্তর্গত হয়  $\cos$  ইনভার্স ফাংশন সেট করলেই আমরা থিটা লিখতে পারি এই

পরিমাণের  $\cos$  ইনভার্সের সমান অন্যথায় আমরা এটি লিখতে পারি না এবং এই ক্ষেত্রে এটি সাধারণভাবে সত্য নয় কারণ আপনি যদি দেখতে পান এখানে থিটা পরিসীমার মধ্যে মিথ্যা।

ট্যান ইনভার্সের সেট এবং

তাই এটি এই সেটের অন্তর্গত এবং এই সেটটি মাইনাস পাই বাই 2 থেকে পাই বাই প্লাস পাই বাই 2 নিশ্চিতভাবে সম্পূর্ণভাবে  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেটে নেই

তাই আমরা বলতে পারি না যে সবসময় আমরা সবসময় পারি না বলুন যে থিটা যেটি আসলে এই সেটের অন্তর্গত তাও এই সেটের অন্তর্গত হবে কারণ এই দুটি সেট আমি বলতে চাচ্ছি কারণ এই সেটটি  $\arcsin$  মাইনাস পাই বাই টু টু প্লাস পাই বাই টু সেট জিরো থেকে পাই এর মধ্যে নেই

তাই আমরা সমস্যাটি ভাগ করি তার সমস্যা দুটি ক্ষেত্রে আমরা প্রথমে দৃশ্যকল্পটি নিই যেখানে  $x$  শূন্যের সমান সমান কারণ  $x$  যখন শূন্যের চেয়ে বড় হয় তখন আমরা ট্যান ইনভার্স ফাংশনের গ্রাফ থেকে জানি যে ট্যান ইনভার্স থিটা ট্যান ইনভার্স  $x$  এর সমান

তাই থিটা

তাই শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা সেটের অন্তর্গত হবে

তাই  $x$  যখন শূন্য থিটার সমান থেকে বড় হবে তখন ট্যান ইনভার্স  $x$  এর ব্যবধান 0 এর অন্তর্গত হবে

তাই এটি হবে উন্মুক্ত ব্যবধান

তাই ওপেন এট পাই থেকে 2 দ্বারা খুলবে এবং তাহলে এখন যেহেতু  $\arcsin \theta$  এর অন্তর্গত হতে চলেছে এবং আমরা এটাও জানি যে শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা অবশ্যই এটি আহ এই নির্দিষ্ট সেটটি শূন্য থেকে পাই এর একটি উপসেট এখন এটি  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেট এবং

তাই যখন  $x$  এর থেকে বড় 0 থিটা  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং

তাই যেহেতু থিটার  $\cos$  এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক ওভার বর্গমূলের সমান এবং থিটা  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এটি সেই থিটাকে অনুসরণ করে যা  $\tan^{-1} x$  এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক ওভার রুটের  $\cos$  ইনভার্সের সমান হবে কিন্তু এটি তখনই সত্য যখন  $x$  শূন্যের সমান কারণ  $x$  যখন শূন্য থিটার থেকে বড় হয় তখন  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত হয় এবং

তাই এটি থেকে সমীকরণটি আমরা সরাসরি বোঝাতে পারি যে থিটা এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের ধনাত্মক বর্গমূলের একের বিপরীতে একটির সমান,

আমরা পরবর্তী ক্ষেত্রে অন্য ক্ষেত্রে নিই যেখানে  $x$  এখন ঋণাত্মক হলে  $x$  ঋণাত্মক হলে থিটা ট্যান বিপরীত  $x$  এর সমান হবে।

বিয়োগ পাই দুই থেকে শূন্য সেট করুন কারণ এটি আবার ট্যান ইনভার্স ফাংশনের গ্রাফ থেকে এসেছে কিন্তু এই ক্ষেত্রে আমরা স্পষ্ট দেখতে পাচ্ছি যে থিটা

0 থেকে পাই এর অন্তর্গত নয়

তাই মূলত এই ক্ষেত্রে থিটা এর অন্তর্গত নয় কস ইনভার্সের রেঞ্জ সেট এবং

তাই আমরা শেষ করতে পারি না

তাই এই ক্ষেত্রে এই বিবৃতিটি আর সত্য হবে না কারণ  $x$  নেতিবাচক ক্ষেত্রে আপনার  $r$  থিটা  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত নয় এবং তারপর  $w$  এই থিটাটিকে এমনভাবে এমনভাবে স্থানান্তর করার চেষ্টা করতে হবে যাতে এই থিটাটি  $\cos$

ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত তবে আমাদের এটি এমনভাবে করা উচিত যাতে থিটাটি  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত হয় এখন আমরা জানি যে পরিসরের অবস্থা অবশ্যই ইনভার্স থেকে পাই শূন্য,

তাই আমরা যদি থিটা  $ah$  পাই দ্বারা বাড়াই, তাহলে আমরা যদি থিটা প্লাস পাই বিবেচনা করি প্রথমে আমরা যা দেখি তা হল থিটা যদি এই সেটের অন্তর্গত হয় তাহলে থিটা প্লাস পাই এর অন্তর্গত হবে পাই থেকে 2 থেকে পাই এবং এই সেটটি স্পষ্টতই  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের একটি উপসেট এবং

তাই যদিও থিটা ছিল না যদিও থিটা  $\cos$  ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত ছিল না কিন্তু থিটা প্লাস পাই হবে তাই থিটা প্লাস পাই এর অন্তর্গত

কস ইনভার্সের রেঞ্জ সেট অতিরিক্তভাবে থিটা প্লাস পাই এর

$\cos$  থিটা এর বিয়োগ  $\cos$  এর সমান কিন্তু আমরা জানি যে  $\cos \theta$  হল এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক ওভার বর্গমূল তাই এটি এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের বিয়োগ এক ওভার বর্গমূলের সমান যেখানে আবার এটি ইতিবাচক বর্গমূল

তাই থিটা প্লাস পাই-এর  $\cos$  বিয়োগ এক ওভার ধনাত্মক বর্গমূলের এক যোগ  $x$  বর্গমূলের সমান এবং যেহেতু থিটা প্লাস পাই কস ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত আমরা অবিলম্বে বলতে পারি যে থিটা প্লাস পাই বিয়োগের বিপরীত  $\cos$  এর সমান এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক ওভার ধনাত্মক বর্গমূল এবং এখান থেকে এই উপসংহারে আসা যায় যে থিটা বিয়োগ পাই প্লাস কস ইনভার্স এর বিয়োগ এক ওভার ধনাত্মক বর্গমূল এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান

তাই এই উভয় ক্ষেত্রেই এখন সংক্ষিপ্ত করা যেতে পারে এবং আমরা কী সবশেষে আছে যে  $x$ -এর যে কোনো মানের জন্য যা  $x$ -এর যেকোনো মানের জন্য প্রকৃত মূল্যমান যা প্রকৃত মানযুক্ত ট্যান ইনভার্স  $x$  এই সূত্র দ্বারা দেওয়া হয়,

তাই যখন  $x = 0$  এর থেকে বড় হয় তখন  $\tan^{-1} x$

তাই যখন  $x$  সমান থেকে বড় হয় শূন্য তারপর ট্যান ইনভার্স  $x$  এক যোগ  $x$  বর্গমূলের এক ওভার ধনাত্মক বর্গমূলের  $\cos$  বিপরীতের সমান কিন্তু  $x$  ঋণাত্মক হলে ট্যান ইনভার্স  $x$  সমান হয় বিয়োগ পাই প্লাস কস ইনভার্সের বিয়োগ এক ওভার ধনাত্মক বর্গমূলের এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্র

তাই আমরা এইমাত্র  $\cos^{-1}$  এবং  $\tan^{-1}$  এর মধ্যে  $ah$  রূপান্তর সূত্র দিয়ে উপসংহারে পৌঁছেছি এবং  $\cot^{-1}$  এবং  $\tan^{-1}$  এর মধ্যে অনুরূপ সূত্রগুলি বের করা যেতে পারে উদাহরণস্বরূপ যদি আমাদেরকে  $x$  এর  $\cot^{-1}$  দেওয়া হয় তাহলে আমরা সেটিকে  $ah$ -এর মধ্যে কিছুতে রূপান্তর করতে পারি।

একটি অভিব্যক্তি যা ট্যান ইনভার্স ফাংশন নিয়ে গঠিত এই  $ah$  এর বিপরীতে যদি আমাদেরকে কোনো কিছুর ট্যান ইনভার্স দেওয়া হয় তাহলে সেটিকে বিকল্পভাবে অন্য কোনো মানের  $\cot^{-1}$  ইনভার্স হিসেবেও লেখা যেতে পারে যাতে এটি এখানে এবং একই ধরনের রূপান্তর সূত্র হতে পারে ট্যান ইনভার্স এবং কোসেক্যান্ট ইনভার্সের মধ্যে এবং ট্যান ইনভার্স এবং সেকেন্ট ইনভার্সের মধ্যেও প্রাপ্ত

তাই এই সূত্রগুলির প্রাথমিক ব্যবহার হবে

আপনি যে ফর্মগুলি জানেন সেগুলির কোনও সাধারণ অভিব্যক্তি গণনা করতে সাহায্য করবে  $x$  এর সাইন ইনভার্স প্লাস বলুন  $y$  বা সাইনের সেকেন্ট ইনভার্স ইনভার্স এক্স প্লাস কস ইনভার্স ওয়াই

তাই এটি করার উপায় হবে আমি আগে উল্লেখ করেছি যে যদি আমাদের সাইন ইনভার্স এক্স প্লাস সেক্যান্টের মতো কিছু গণনা করতে হয়  $\tan^{-1} y$  তারপর আমরা মূলত রূপান্তর সূত্র ব্যবহার করে রূপান্তর করি আমরা এই জিনিসটিকে কিছু মানের ট্যান ইনভার্সে রূপান্তর করি এবং ট্যান ইনভার্স এবং সেক্যান্ট ইনভার্সের মধ্যে রূপান্তর সূত্র ব্যবহার করে আমরা এটিকে অন্য কিছু মানের ট্যান ইনভার্সে রূপান্তর করি নোট করুন যে এখানে এই মানটি হবে  $x$  এর একটি ফাংশন এবং একইভাবে এই মানটি এখানে  $y$  এর একটি ফাংশন এবং তারপরে আমরা ট্যান ইনভার্স এ প্লাস ট্যান ইনভার্স বি টাইপ সূত্রটি ব্যবহার করতে পারি অন্য কিছু মানের ট্যান ইনভার্সের পরিপ্রেক্ষিতে এটি লিখতে যাতে এটি এর বৈশিষ্ট্যগুলির উপর

আমাদের আলোচনা শেষ করে বিপরীত ত্রিকোণমিতি ফাংশন এবং

এই বিভিন্ন বিপরীত ত্রিকোণমিতি ফাংশনগুলির মধ্যে সম্পর্ক

তাই এই লেকচারের অবশিষ্ট অংশে এবং পরবর্তী লেকচারে আমরা বেশ কয়েকটি সমস্যা নিয়ে আলোচনা করতে যাচ্ছি

তাই এখানে প্রথম সমস্যা

তাই আমাদেরকে এর মান গণনা করতে বলা হয়েছে অভিব্যক্তি যাতে কোনটি কোন কোণের কোট্যাঞ্জেন্ট এবং সেই কোণটি 23টি ভিন্ন মানের ধরা বিপর্যয়ের সমষ্টি

তাই যদি আমরা শুধু এটি দেখি এখানে অভিব্যক্তি এবং আসুন প্রথমে এটি বের করার চেষ্টা করি

তাই আমাদের কাছে 1 প্লাস যোগফলের কোট ইনভার্স আছে যা এক থেকে  $n$  দুই কে সমান যা এক যোগের কোট বিপরীতের সমান এখন এই যোগফলের ভিতরে এই জিনিসটি মূলত দুই দ্বারা গুন এবং এক যোগ দুই সব  $n$  পর্যন্ত পথ এবং এটিকে 1 যোগ 2 বারে আরও সরলীকরণ করা যেতে পারে

এখন বন্ধনীর ভিতরে এই জিনিসটি প্রথম  $n$  প্রাকৃতিক সংখ্যার যোগফল ছাড়া আর কিছুই নয় যা  $n$  গুণ  $n$  যোগ এক ওভার দুই এর সমান

তাই আমাদের এটি করা উচিত এক প্লাস  $n$  বার  $n$  প্লাস ওয়ানের  $\cot^{-1}$  ইনভার্সের সমান এবং ধরুন যে  $ah$  আমরা সংজ্ঞায়িত করতে চাই চলুন বলি যে এক যোগ  $n$  গুণ  $n$  প্লাস ওয়ানের কোট বিপরীত থিটা সমান তাহলে অবশ্যই আমরা জানি যে  $\cot^{-1}$  ইনভার্স ফাংশনের পরিসর থেকে যে থিটা স্পষ্টতই খোলা ব্যবধান 0 থেকে পাই এর অন্তর্গত হবে যা  $\cot^{-1}$  ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেট তারপর উভয়ের চিহ্নের উপর  $\cot^{-1} ah$  ফাংশন প্রয়োগ করলে এই সমতার উভয় পাশে  $\cot^{-1}$  ফাংশন প্রয়োগ করা হয়।

$\cot^{-1} \theta$  সমান এক প্লাস  $n$  এর সাথে  $n$  প্লাস ওয়ান এবং

তাই থিটা এর  $\tan$  সমান এক ওভার এক প্লাস  $n$  এর সাথে  $n$  প্লাস ওয়ান এবং এখানে এই অভিব্যক্তিটি কিছুই নয় তবে  $n$  প্লাস 1 বিয়োগ 1 বিয়োগ  $nn$  প্লাস 1 বিয়োগ  $n$  এর সরলীকৃত করা যেতে পারে 1 প্লাস  $n$  প্লাস 1 এর মধ্যে  $n$  তাই এখানে এই এক্সপ্রেশনটি আমাদের মনে করিয়ে দেয় সূত্র ট্যান এর  $x$  বিয়োগ  $y$  সমান  $\tan x$  বিয়োগ  $\tan y$  ওভার ওয়ান প্লাস  $\tan x \tan y$

তাই এখানে মূলত  $ah$  এই  $n$  প্লাস ওয়ান হল  $\tan xn$  সমান  $\tan y$  এবং তারপর যদি আমরা  $substitu$  ব্যবহার করি সেই প্রতিস্থাপনটি ব্যবহার করি তবে আমরা মূলত এখানে এই অভিব্যক্তিটি পাই

তাই আমরা এই পুরো জিনিসটি ট্যান থিটাকে

ট্যান ইনভার্স  $n$  প্লাস 1 বিয়োগ ট্যান অফ ট্যান ইনভার্স  $n$  এর সমান হিসাবে লিখতে পারি।

অফ ট্যান ইনভার্স এর প্লাস ওয়ান বার ট্যান অফ ট্যান ইনভার্স  $n$

তাই এটি ফর্ম ট্যান এক্স বিয়োগ ট্যান ওয়ান দিয়ে ভাগ করে এক যোগ ট্যান এক্স বার ট্যান ওয়াই যা কিন্তু এটি ট্যান অফ ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই এখানে এটি আমাদের এক্স এবং এটি  $y$

তাই  $x$  হল  $n$  এর ট্যান ইনভার্স প্লাস ওয়ান হল  $n$  এর ট্যান ইনভার্স

তাই আমরা যা পাই তা হল ট্যান থিটা

তাই এটি মূলত এই পুরো এক্সপ্রেশনটি এখানে  $x$  বিয়োগ  $y$  এর ট্যান ছাড়া আর কিছুই নয়

যেখানে  $x$   $n$  প্লাস ওয়ানের ট্যানের বিপরীত এবং  $y$   $n$  এর ট্যান বিপরীতের সমান

তাই আমরা ট্যান পাই থিটা  $x$  বিয়োগ  $y$  এর  $\tan$  এর সমান যা  $n$  এর  $\tan$  বিপরীত  $n$  যোগ এক বিয়োগ  $\tan$  এর বিপরীত

তাই আমরা এতদূর যা পেয়েছি আমরা আরও জানি যে কারণ এই  $n$  প্রাকৃতিক সংখ্যা এবং এই  $n$  এছাড়াও এবং

তাই সব  $n$  এবং  $n$  যোগ 1 0 এর চেয়ে বড় এবং

তাই এটি অনুসরণ করে যে যেহেতু  $n$  এবং  $n$  যোগ 1 0 এর চেয়ে বড় এটি অনুসরণ করে যে  $\tan$  ইনভার্স  $n$  প্লাস ওয়ান অবশ্যই ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা অন্তর্ভুক্ত হওয়া উচিত এবং একইভাবে  $n$  এর  $\tan$  বিপরীতও হতে হবে ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই এবং আরও বেশি এবং

তাই এটা স্পষ্ট যে তাদের পার্থক্য ট্যান ইনভার্স  $n$  প্লাস ওয়ান বিয়োগ ট্যান ইনভার্স  $n$  এর ব্যবধান বিয়োগ পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এর অন্তর্গত এবং মনে রাখবেন এটি কিছুই নয় কিন্তু

$t$  এর পরিসীমা সেট একটি ইনভার্স ফাংশন

তাই মূলত আমাদের এখানে যা আছে তা হল যদি আপনি মনে করেন যে আমরা যখন  $ah$  দিয়ে শুরু করেছি

তাই এখানে আমরা প্রাথমিকভাবে বলেছিলাম যে থিটা 0 থেকে  $\pi$  এর অন্তর্গত হবে কারণ এটিই হল খাটের বিপরীতের রেঞ্জ সেট কিন্তু আমরা আপাতত আরও জানি যে ট্যান থিটা ইতিবাচক এবং

তাই এই সত্যটি যোগ করার সাথে সাথে থিটাকে অবশ্যই ব্যবধান শূন্যকে পাই থেকে লাইন করতে হবে যা আমরা বলতে পারি যে থিটা অবশ্যই 0 থেকে পাই 2 দ্বারা ব্যবধানের অন্তর্গত

তাই এই কারণ ট্যান থিটা হল ধনাত্মক মান এবং অতিরিক্ত সত্য যে থিটা অবশ্যই 0 থেকে পাই এর অন্তর্গত

তাই যদি আমরা ট্যান ফাংশনের গ্রাফের দিকে তাকাই

তাই এটি আগের বক্তৃতাগুলির একটি থেকে

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে

তাই এটি হল এই মান  $\tan x$  এর উল্লম্ব অক্ষের উপর এবং  $x$  অনুভূমিক অক্ষের উপর

তাই নীল দিয়ে চিহ্নিত বক্ররেখাটি  $\tan x$  ফাংশনের জন্য বক্ররেখা

তাই আমরা এখানে দেখতে পাচ্ছি যখনই  $x$  0 থেকে  $\pi$  by 2 এর মধ্যে থাকে তখন ট্যানের মান  $x$  ইতিবাচক কিন্তু তারপর  $betwe$  en  $\pi$  বাই 2 এবং  $\pi$  মান হল এই মানটি এখানে বক্ররেখার এই অংশটি এখানে ঋণাত্মক এবং আমাদের বলা হয়েছে যে থিটা শুধুমাত্র এই ব্যবধানের অন্তর্গত হবে শুধুমাত্র এখান থেকে এখানে এবং আরও আমরা জানি যে  $\tan \theta$  আবশ্যিক ইতিবাচক হোন এবং

তাই এটা স্পষ্ট যে থিটা অবশ্যই এই ব্যবধান শূন্য থেকে পাই বাই দুই এর অন্তর্গত

তাই আমরা জানি যে থিটা অবশ্যই শূন্য থেকে পাই দুই ব্যবধানের অন্তর্গত

তাই এখন আমরা এই সমীকরণে ফোকাস করি যাতে থিটা অবশ্যই শূন্য থেকে পাই এর অন্তর্গত দুই দ্বারা এবং অতিরিক্ত এই আহ পার্থক্য কোণটি এখানে আমরা শুধু দেখিয়েছি যে এই কোণটিও মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এর অন্তর্গত কিন্তু আমরা যদি ট্যান ইনভার্স ফাংশনের গ্রাফ মনে রাখি তাহলে এটি ট্যান ইনভার্স ফাংশনের গ্রাফ

তাই আমাদের অনুভূমিক অক্ষে  $x$  আছে এবং উল্লম্ব অক্ষে ট্যান ইনভার্স  $x$  এখন আমরা স্পষ্ট দেখতে পাচ্ছি যে ট্যান ইনভার্স ফাংশনটি একটি একঘেয়ে ক্রমবর্ধমান ফাংশন যা লাল রঙে প্লট করা হয়েছে

তাই এটি একটি একঘেয়ে ক্রমবর্ধমান ফাংশন এবং

তাই  $en$  প্লাস 1  $n$  এর থেকে বড় এটা স্পষ্টতই অনুসরণ করে যে  $n$  প্লাস ওয়ানের ট্যান ইনভার্স  $n$  এর ট্যান ইনভার্সের চেয়ে বড় হবে এবং এখান থেকে আমরা সহজেই বলতে পারি যে

তাই আমাদের আগের সমীকরণে এই সত্যটি ব্যবহার করে আমরা বলতে পারি যে এই পরিমাণ এখানে সুতরাং এখানে এই পরিমাণটি 0 এর সমান এবং আরও আমরা জানি যে আসলে এটি 0 এর থেকে কঠোরভাবে বড় হওয়া উচিত কারণ  $n$  যোগ 1

এবং  $n$  কখনই একই হতে পারে না এবং আরও আমরা দেখিয়েছিলাম যে এই সম্পূর্ণ মানটি এই সেটের অন্তর্গত হতে হবে এবং

তাই এই ফ্যাক্ট  $ah$  এর সাথে মিলিত করে যে এই মানটি এই সেটের অন্তর্গত আমরা এটাও বলতে পারি যে মান  $\tan^{-1} n$  প্লাস ওয়ান  $\tan^{-1} n$  অবশ্যই ব্যবধান শূন্য থেকে  $\pi$  দুই দ্বারা অন্তর্গত হতে হবে

তাই এখন আমাদের কাছে যা আছে তা হল আহ আমাদের এমন একটি পরিস্থিতি রয়েছে যেখানে ট্যান থিটা ট্যানের সমান, আহ ট্যান ইনভার্স এন প্লাস ওয়ান বিয়োগ ট্যান ইনভার্স  $n$  আমরা জানি যে থিটা অবশ্যই শূন্য থেকে পাই দুই খোলা ব্যবধানের অন্তর্গত এবং আমরা এটাও জানি যে এই মানটি ট্যান ইনভার্স এন প্লাস ওয়ান বিয়োগ ট্যান ইনভার্স  $n$  ও একই ব্যবধানের অন্তর্গত হওয়া উচিত একই খোলা ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই এবং এই দুটি মান থিটা এর ট্যান এবং এই কোণের ট্যান এখন একই কারণ আমরা জানি যে  $ah$  আবার ট্যান ফাংশনের জন্য বক্ররেখায় ফিরে যাচ্ছে।

জেনে রাখুন যে ব্যবধানে শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা, যেহেতু আমরা দেখতে পাচ্ছি ট্যান ফাংশনটি একটি একঘেয়ে ফাংশন এটি একটি একঘেয়ে ক্রমবর্ধমান ফাংশন এবং

তাই আমরা বলি যে এটি যদি থিটা হয় তবে এখানে এই মানটি থিটার ট্যান যেহেতু ট্যান একটি ব্যবধানে শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা একঘেয়ে ফাংশন বৃদ্ধি করে তা অনুসরণ করে যে ট্যান থিটা যদি এই কোণের ট্যানের সমান হয় তবে একমাত্র উপায়টি সম্ভব যদি থিটা নিজেই  $n$  এর ট্যান বিপরীত এবং এক বিয়োগ ট্যান বিপরীত  $n$  এর সমান হয়।

এটিই সত্য হতে হবে এবং

তাই আমরা এখন পর্যন্ত যা দেখিয়েছি তা হল একটি প্লাস  $n$  এর এন প্লাস ওয়ানের খাট বিপরীত আসলে  $n$  এর ট্যান বিপরীত  $n$  প্লাস 1 বিয়োগ ট্যান বিপরীতের সমান এবং তারপর আরও এগিয়ে গিয়ে আমরা  $t$  দেখতে পেলাম হ্যাট আমরা এই বাহ্যিক সমষ্টির একটি পদকে সরলীকৃত করেছি

তাই এখন যদি আমরা এই সমস্ত পদগুলিকে এই অভিব্যক্তি দ্বারা প্রতিস্থাপন করি তাহলে এই যোগফলটি  $n$  এর সমষ্টিতে পরিণত হবে এক থেকে তেইশ খাট বিপরীত এক প্লাস সমষ্টি  $k$  এর সমান দুই  $n$  দুই  $k$  সমষ্টি  $n$  সমান এক থেকে তেইশের সমান এখন যদি আমরা এই সমস্ত খাট ইনভার্সগুলিকে

ট্যান ইনভার্স  $n$  প্লাস ওয়ান মাইনাস ট্যান ইনভার্স অফ  $n$  দিয়ে প্রতিস্থাপন করি কিন্তু তারপর যদি আমরা এই বড় যোগফলটিকে প্রসারিত করি তাহলে আমরা শুরু করব  $n$  একটির সমান প্রথম পদটি ট্যান বিপরীত দুই বিয়োগ ট্যান বিপরীত এক দ্বিতীয় পদটি ট্যান বিপরীত তিন বিয়োগ ট্যান বিপরীত দুই এবং একইভাবে শেষ পদটি 24 এর বিয়োগ ট্যান বিপরীত 23 এর ট্যান বিপরীত কিন্তু আমরা কী? এখানে দেখতে যাচ্ছি যে এখানে প্রচুর বাতিল হতে চলেছে উদাহরণস্বরূপ  $\tan^{-1} 2$  এখানে বাতিল হয়ে যাবে এবং একইভাবে  $\tan^{-1} 3$   $ah$  এর সাথে বাতিল হয়ে যাবে কারণ এখানে ঠিক আগের পদটি  $2e$  যোগফলের দ্বিতীয় পদটি ট্যান ইনভার্স 23 মাইনাস ট্যান ইনভার্স বাইশ হতে চলেছে তাই এই ট্যান বিয়োগ ট্যান ইনভার্স এখানে বাতিল হয়ে যাবে এবং তারপর একইভাবে  $ah$  মাইনাস ট্যান ইনভার্স বাইশটি ট্যান ইনভার্স বাইশের সাথে বাতিল হয়ে যাবে 20 প্রথম টার্ম

তাই এবং একইভাবে এটিও তৃতীয় টার্মে ট্যান ইনভার্স থ্রি দিয়ে বাতিল হয়ে যাবে

তাই শেষ পর্যন্ত যা থাকবে তা হল 24 এর ট্যান ইনভার্স বিয়োগ ট্যান ইনভার্স এবং 24 এর অহ ট্যান ইনভার্স গণনা করতে হবে।

আমাদের অবশেষে গণনা করতে হবে আমরা এখন পর্যন্ত যা করেছি তা হল আমরা দেখিয়েছি যে সমষ্টি  $n$  এর সমান এক থেকে তেইশ খাটের বিপরীতে এক প্লাস সমষ্টি  $k$  সমান দুই  $k$  এর এক থেকে দুই  $n$  এর সমান

তাই আমরা দেখিয়েছি যে এটি জ্যা ফাংশনের যুক্তিতে আমরা দেখিয়েছি যে এটি 1 এর চব্বিশ বিয়োগ ট্যান ইনভার্সের সমান।

তাই এখন আমাদের এটিকে আরও সরল করতে হবে কারণ ধারণাটি  $sh$  আসলে এই পুরো জিনিসটিকে কোনো কিছুর ট্যান ইনভার্স হিসেবে প্রকাশ করা উচিত যাতে আমরা তখন কট অফ ট্যান ইনভার্স কিছু পেতে পারি এবং তারপরে আমরা ইতিমধ্যেই খাট এবং ট্যানের মধ্যে এই রূপান্তর সূত্রটি দেখেছি

তাই এটি আমাদের সাহায্য করবে

তাই এই জিনিসটির জন্য আমরা যদি আপনি মনে রাখবেন আজকে এই ক্লাসের শুরুতে আমরা দেখেছি আমরা আসলে আগে থেকে প্রাপ্ত কিছু ফলাফলের পুনর্বিবেচনা করছি

তাই ফলাফলগুলির মধ্যে একটি ছিল এখানে এই অভিব্যক্তি যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  সমান  $x$  প্লাস ওয়াই এর ট্যান ইনভার্স এর এক বিয়োগ  $xy$  এর উপরে  $xy$  যদি একের কম হয় তাহলে আমাদের ক্ষেত্রে যা ঘটছে তা হল আমাদেরকে একটির চব্বিশ বিয়োগ ট্যান ইনভার্সের ট্যান ইনভার্স গণনা করতে হবে যা এখন করতে পারে কারণ ট্যান ইনভার্স একটি বিজোড় ফাংশন আমি প্লাস হিসাবে একের বিয়োগ ট্যান ইনভার্স লিখতে পারি মাইনাস ওয়ানের ট্যান ইনভার্স এটি কারণ ট্যান ইনভার্স একটি বিজোড় ফাংশন যা আমি বলতে চাচ্ছি যে কোন  $x$  ট্যানের জন্য বিয়োগ  $x$  এর বিয়োগ বিয়োগ  $x$  এর ট্যান বিপরীত এবং আমরা এই পরিচয়টি আগের একটিতে দেখিয়েছি।

বক্তৃত্তা

তাই এখন এই পদটি

তাই 24 এর ট্যান বিপরীত এবং বিয়োগ 1 এর  $\tan^{-1}$  বিপরীতের সমান।

তাই অবশেষে আমাদের এই অভিব্যক্তিটি ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  আকারে আছে

তাই এটি  $x$  এবং এটি  $y$  এবং তারপরে আমরা এখানে দেখতে পাচ্ছি যে  $x$  থেকে  $y$  হল বিয়োগ চক্ৰিশ এবং বিয়োগ চক্ৰিশ  
তাই এই সমস্ত ক্ষেত্রে আমাদের হাতে আছে  $xy$  সমান বিয়োগ 24 যা একের চেয়ে কম  
তাই আমাদের এখানে এই কেসটি ব্যবহার করতে হবে এবং  
তাই এই অভিব্যক্তিটি সমান হবে  $x$  যোগ  $y$  এর ট্যান বিপরীত  
তাই  $x$  যোগ  $y$  হল বিয়োগ 1 ভাগ করলে 1 বিয়োগ  $x$   $y$  হয়  
তাই  $x$  হল চক্ৰিশ এবং  $y$  হল বিয়োগ এক  
তাই এটি হল চূড়ান্ত উত্তর যা আমরা পাই তা হল পঁচিশের উপরে তেইশের বিপরীত ট্যান  
তাই এখন আমাদের কাছে যা আছে তা হল এটি 23  
ওভারের 25 এর ট্যানের বিপরীতের সমান এবং  
তাই এই পুরো জিনিসটি 23 বাই পঁচিশের ট্যানের বিপরীতের খাটের সমান  
তাই চূড়ান্ত উত্তর হবে 23 ওভারের ট্যানের বিপরীতের খাট।  
25 এবং এটি আরও সরলীকৃত হতে পারে  $er$  কারণ এখন ধরা যাক যে আমরা বলি যে 23 বাই 25 এর ট্যান ইনভার্স হল থিটা  
তাহলে স্পষ্টতই এটি অনুসরণ করে যে 23 বাই 25 থিটার ট্যানের সমান কারণ আমরা এই সমতার উভয় পাশে ট্যান ফাংশনটি  
প্রয়োগ করতে পারি।  
এই সমীকরণ এবং তারপরে আমরা এই জিনিসটি পাই কিন্তু এখন থেকে এটি অনুসরণ করে যে থিটার খাট এক ওভার ট্যান  
থিটার সমান যা 23 ও 25 এর সমান কিন্তু তারপর এটি থিটার খাট ছাড়া আর কিছুই নয় কারণ থিটা হল ট্যান ইনভার্স 23 বাই  
25 এবং এখন আমরা এইমাত্র দেখেছি যে এটি ঠিক পঁচিশ ও তেইশের সমান  
তাই এটাই চূড়ান্ত উত্তর যে এই বড় সমষ্টির আদালত হল পঁচিশ ও তেইশের সমান এই আহ বকৃত্তা শেষ করার আগে আসুন  
একটি শেষ সমস্যা নেওয়া যাক এখানে  
তাই আমাদের  $x$  এর মান খুঁজে বের করতে হবে যেমন  $x$  এর মোড শূন্য এবং দুইটির বর্গমূলের মধ্যে এবং  $x$  এই  
ত্রিকোণমিতিক সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে  
তাই আমরা আরও এগিয়ে যাওয়ার আগে আমরা দেখতে পাই যে দুটি অসীম সিরিজ রয়েছে  $o$  আমাদের তাদের সরলীকরণ  
করতে হবে এবং তারপরে হয়তো আমরা আরও এগিয়ে যেতে পারি  
তাই আমরা সাইন ইনভার্সের ভিতরে থাকা প্রথম সিরিজ  $ah$  ধরি  
তাই প্রথম সিরিজটি হল  $x$  বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের দুই প্লাস  $x$  ঘনক্ষেত্র চার বিয়োগের বেশি  
তাই সম্ভবত বিয়োগ  $x$  চার ওভার আট প্লাস এবং  
তাই আমরা  $x$  কে বাইরে সাধারণ গুণনীয়ক হিসাবে নিতে পারি এবং তারপরে আমরা পাই 1 বিয়োগ  $x$  বেশি 2 প্লাস  $x$  বর্গ  
4 বিয়োগ  $x$  কিউব ওভার আট ইত্যাদি এবং এটিকে  $x$  গুণ 1 প্লাস মাইনাস হিসাবে লেখা যেতে পারে  $x$  ওভার 2 প্লাস  
মাইনাস  $x$  2 পুরো বর্গ প্লাস মাইনাস  $x$  দুই ঘনকের উপরে এবং  
তাই অবিলম্বে আমরা দেখতে পাই যে আমাদের এখানে এবং তারপরে একটি জ্যামিতিক আহ সিরিজ আছে কিন্তু তারপরে  
আমাদের খুঁজে বের করতে হবে এই সিরিজটি একত্রিত হবে কি না সুতরাং আমাদের দেওয়া হল যে যদি আমরা প্রশ্নে  
বিবৃতিতে ফিরে যাই তাহলে আমাদের দেওয়া হয় যে  $x$  এর মোড দুটির বর্গমূলের চেয়ে কম  
তাই  $x$  এর মোড দুটির বর্গমূলের চেয়ে কম হলে বোঝায় যে  $x$  এর মোড হতে হবে এছাড়াও দুই থেকে কম যা তখন বোঝায়  
যে দুটি ওভার  $x$  এর মোড একের চেয়ে কম এবং এর মানে হল যে বিয়োগ  $x$  দুই ওভারের মোডও একের চেয়ে কম  
তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে  $ah-$  এর এই পদ এবং পরবর্তী পদ এবং এই পদ এবং এর পরবর্তী পদের মধ্যে অনুপাত  
দুই-এর বেশি  $x$  বিয়োগ এবং এখান থেকে আমরা জানি যে বিয়োগ  $x$  ওভার দুই এর একটি পরম মান রয়েছে যা একটির  
চেয়ে কম  
তাই মূলত সেখান থেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে এই সিরিজটি একত্রিত হতে চলেছে এবং এটি মানটিতে  
একত্রিত হবে  
তাই আমাদের কাছে ইতিমধ্যেই এই  $x$  রয়েছে এখানে এবং তারপর সিরিজটি 1 এর উপর 1 বিয়োগ বিয়োগ  $x$  2 এর উপর  
একত্রিত হতে চলেছে যা  $x$  এর উপর এক প্লাস  $x$  দুই এর উপর  
তাই এখন আমরা জানি যে এই অসীম সিরিজটি  $x$  এর উপর এক প্লাস  $x$  দুই এর পর আমরা অন্যটিকে নিই সিরিজ যা  
 $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের আর্গুমেন্টের ভিতরে আছে  
তাই এই অন্য সিকোয়েন্সটি যা  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের আর্গুমেন্ট হল  $x$  বর্গ বিয়োগ  $x$  চার ওভার দুই প্লাস  $x$  ছয় ওভার  
চার এবং এর উপর  $x$  বর্গ থেকে  $x$  বর্গ হিসাবে লেখা যেতে পারে সব টি সাধারণ তিনি গুণ 1 বিয়োগ  $x$  বর্গ ওভার 2 প্লাস  $x$   
4 ওভার 4 এবং যার উপর সমান  $x$  বর্গ গুণ এক এবং তারপর প্লাস বিয়োগ  $x$  বর্গ এর উপর দুই যোগ বিয়োগ  $x$  বর্গ দুই  
পুরো বর্গক্ষেত্র এবং  
তাই এই ক্ষেত্রেও আমরা দেখুন যে আবার আরেকটি জ্যামিতিক অগ্রগতি রয়েছে এবং কিন্তু আমাদের এখনও খুঁজে বের  
করতে হবে যে এই অসীম ক্রমটিও একত্রিত হতে চলেছে কি না এখন আমাদের দেওয়া হয়েছে যে  $x$  এর মোড দুটির  
বর্গমূলের চেয়ে কম  
তাই এর অর্থ হল  $x$  বর্গ দুই এর কম এবং  
তাই  $x$  বর্গ দুই এর চেয়ে কম এবং এটি মূলত বোঝায় যে বিয়োগ  $x$  বর্গ দুই এর মডুলাস  
তাই বিয়োগ  $x$  বর্গ বাই দুই হল এই পদে  $n$ ম পদ এবং  $n$  বিয়োগ একের মধ্যে অনুপাত জ্যামিতিক সিরিজ এবং এখান থেকে  
আমরা জানি যে এই অনুপাতের পরম মান একের চেয়ে কম এবং

তাই এমনকি এই ক্রমটি একত্রিত হতে চলেছে এবং

তাই এই পুরো অভিব্যক্তিটি এই পুরো ক্রমটি  $x$  বর্গ গুণ  $o$  মানের সাথে একত্রিত হতে চলেছে এক বিয়োগ বিয়োগ  $x$  বর্গের উপর দুই যা সমান  $x$  বর্গক্ষেত্রের উপর এক যোগ  $x$  বর্গ দুই এর উপর

তাই আসুন আমরা এটির একটি নোট করি

তাই আমরা এখন যা দেখিয়েছি তা হল যে এই অন্য ক্রমটি  $\cos$  inverse এর যুক্তিতেও ফাংশন এক যোগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের উপর  $x$  বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয় দুই এর পর আমাদের  $x$  এর মান খুঁজে বের করতে হবে যেমন  $x$  এর মোড দুই এর বর্গমূলের থেকে কম এবং  $x$  এর সাইন ইনভার্স এক প্লাস  $x$  দ্বারা দুই প্লাস এর বিপরীত  $x$  এর বিপরীত একটি প্লাস  $x$  বর্গ বাই দুই এর সমান পাই দুই দ্বারা সমান

তাই আসুন এই জিনিসটিকে আলফা দ্বারা বোঝাই এবং অন্যটি  $ah$  টার্ম যা বিটা দ্বারা  $\cos$  ইনভার্স ফাংশনের যুক্তি

তাই মূলত আমাদের এখানে যা আছে তা হল সাইন ইনভার্স আলফা প্লাস কস ইনভার্স বিটা দুই দ্বারা  $\pi$  হয় এবং এটি বলার মত যে সাইন ইনভার্স আলফা সমান পাই বাই 2 বিয়োগ কারণ ইনভার্স বিটা

এই সমীকরণের উভয় পাশে সাইন ফাংশন প্রয়োগ করতে দেয়

তাই বাম দিকে সাইন প্রয়োগ করলে আমরা সাইন পাই সাইন ইনভার্স আলফা যা ডান দিকের আলফার সমান হলে আমরা পাই এর সাইন বাই 2 মাইনাস  $\cos$  ইনভার্স বিটা পাই কিন্তু আমরা জানি যে যেকোন কোণের জন্য পাই এর সাইন বাই 2 মাইনাস থিটা থিটার  $\cos$  এর সমান এবং

তাই এই ডান হাতের সাইন  $\cos$  এর সমান  $\cos$  inverse beta যা অবশ্যই beta এর সমান এবং

তাই যদি  $x$  কে এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করতে হয় তবে এটি অবশ্যই এর সমান হতে হবে

তাই অবশেষে আমাদের কাছে যা আছে তা হল  $x$  কে অবশ্যই  $x$  এর উপর এক যোগ  $x$  দ্বারা দুই সমান  $x$  বর্গের উপর সমীকরণটি পূরণ করতে হবে এখন এক প্লাস  $x$  বর্গ দুই ওভার দুই যেহেতু  $x$  এর  $ah$  মোড দুইটির বর্গমূলের চেয়ে কম

তাই এই উভয় হর কখনই শূন্য হবে না এবং

তাই এখানে থেকে বোঝা যাচ্ছে  $x$  এক যোগ  $x$  বর্গ দুই এর সমান  $x$  বর্গ 1 প্লাসে  $x$  2 এর উপরে এবং তারপরে সামান্য বীজগাণিতিক সরলীকরণের মাধ্যমে আমরা পাই  $x$  প্লাস  $x$  কিউব 2 ওভার সমান  $x$  ক্লয়ার প্লাস  $x$  2 ওভার কিউব এবং অবশ্যই  $x$  2 ওভার কিউব সেখানে বাম এবং ডান উভয় দিকে রয়েছে এবং

তাই আমরা অবশেষে কী করব পেতে যে এক্স  $x$  বিয়োগ 1 এর সমান 0।

সুতরাং  $x$  হয় 0 হতে পারে বা এটি 1 হতে পারে কিন্তু আমরা যদি প্রশ্নে ফিরে যাই তাহলে এটাও বলা হয়েছে যে  $x$  এর মোড অবশ্যই শূন্যের চেয়ে বড় হতে হবে এবং এটি অবশ্যই দুইটির বর্গমূলের চেয়ে কম হতে হবে যেহেতু এটি অবশ্যই শূন্যের সমান  $x$  শূন্যের চেয়ে কঠোরভাবে বড় হতে হবে স্পষ্টতই একটি সম্ভাব্য সমাধান নয় এবং

তাই একমাত্র সম্ভাব্য সমাধান হল  $x$  1 এর সমান কারণ  $x$  1 এর সমান  $x$  এর মডুলাসটি 1 এর সমান রুট 2 থেকে কম এবং এছাড়াও যে  $x$  1 এর সমান এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে

তাই এই প্রশ্নের চূড়ান্ত উত্তর হল যে মূল দুটির চেয়ে কম মডুলাস সহ  $x$  এর একমাত্র মান এবং যা এই সমীকরণটিকেও সন্তুষ্ট করে  $x$  এক এর সমান

তাই চূড়ান্ত উত্তরটি  $x$  এর সমান এর সাথে আমরা এই বক্তৃতাটি শেষ করব পরবর্তী লেকচারে আমরা আরও কিছু আকর্ষণীয় সমস্যা নিয়ে যাব ধন্যবাদ আপনাকে