معکوس مثلثی افعال پر تیسرے لیکچر میں خوش آمدید پچھلے لیکچر میں ہم نے اس لیکچر میں معکوس مثلثی افعال میں سے کچھ کے درمیان کچھ
شناخت اور تعلقات دیکھے تھے اور امید ہے کہ اسے ختم کریں گے اور اس کے بعد کے لیکچرز میں یہاں کچھ نئے تعلقات حاصل کرنے سے
پہلے مسائل اٹھانے جا رہے ہیں یہ ایک عمومی مسئلہ ہے جس کا ہم اس پورے لیکچر میں سامنا کر رہے ہیں اور یہ بھی ہو سکتا ہے کہ معکوس
مثلثی افعال سے متعلق مسائل کو حل کرنے میں دشواری کا سامنا ہو
cos inverse x کی قدر تلاش کرنے کو کہا جاتا ہے کہ x تو مثال کے طور پر ہم یہاں یہ کہتے ہیں کہ ہم مائنس ون اور صفر کے درمیان
کا سائن نصف کے برابر ہے
تو کوئی اس راستے کو آزما سکتا ہے
اوور pi کو cos inverse x سے زیادہ ہے اور پھر pi 6 تو کوئی لکھ سکتا ہے کہ ٹھیک نصف 30 ڈگری کے سائن کے برابر ہے جو
کے ساتھ مساوی کریں 6
x pi کو دونوں طرف لے کر یہاں آپ کو ملے گا۔ cos ہے اور پھر pi by six لکھ سکتے ہیں اس لیے cos inverse x تو آپ
کے برابر ہے جو کہ تین سے زیادہ دو کے مربع جڑ کے برابر ہے مسئلہ یہ ہے کہ تین پر دو کا مربع جڑ کا تعلق مائنس cos over six کے
ون سے صفر تک نہیں ہے
مائنس ون اور صفر کے درمیان ہے x تو ایسی صورت میں ہم کیا کریں؟ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ اگر
سے ہوگا لیکن pi by two to pi کا تعلق cos inverse x کا x فنکشن کے گراف سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ cos inverse تو
پھر مسئلہ یہ ہے کہ سائن انورس کا نصف
so pi by six is sine inverse of ha f, برابر ہے cos inverse x تو اگر آپ کو یاد ہے کہ ہم نے کہا تھا کہ
ہمیشہ وقفہ م s ne invers half کے برابر کرنے میں مسئلہ یہ ہے کہ sin inverse half کو cos inverse x تو س
بذریعہ دو اور اس کی وجہ یہ ہے کہ سائن انورس کا رینج سیٹ مائنس پائی بائی ٹو پلس pi سے تعلق رکھتا ہے۔ دو سے جمع pi by ئنس
وقفہ مائنس ون سے صفر میں ہے x پائی بائی ٹو ہے جب کہ اگر
اور ہم دیکھتے ہیں کہ یہ وقفہ اور سائن انورس کا رینج سیٹ باہمی pi سے دو سے ہوگا۔ pi کا تعلق دوسرے وقفہ cos inverse x تو
کی قدر ملی ہے جو x سیٹ ہے اور اس وجہ سے ہم اس مسئلے پر ختم ہوتے ہیں کہ ہمیں null طور پر الگ ہے لہذا ان دونوں کا انٹرسیکشن
اس وقفہ میں نہیں ہے لہذا ہمیں آہ کا سامنا کرنا پڑے گا اسی طرح یہ ہے اس مسئلے کا بنیادی نمونہ جس کا ہمیں سامنا ہو سکتا ہے لہذا اس کا حل
یہ ہے کہ دوبارہ مثال کی طرف جانا
مائنس ون اور صفر کے درمیان ہے x تو ظاہر ہے کہ اگر
اور پھر جانے کے pi اور کے درمیان پڑے گا۔ pi by two جسے میں تھیٹا سے ظاہر کرتا ہوں یقینی طور پر cos inverse x تو
sine inverse ہے جو کہ ممکن نہیں کیونکہ نصف کا sine inverse نصف کا cos inverse بجائے اور فوراً یہ کہتے ہوئے کہ
sine گناہ کے الٹا نصف کے برابر نہیں ہو سکتا لیکن پھر ہم دیکھتے ہیں کہ cos inverse x اس سیٹ سے تعلق نہیں رکھتا اس لیے
مائنس تھیٹا کا انتخاب کرنے کی وجہ یہ pi مائنس تھیٹا کا مائنس تھیٹا سائن تھیٹا جیسا ہی ہے اور اس وجہ سے ہم نے pi نصف inverse
کے برابر ہے cos inverse x ہے کہ اگر تھیٹا
تو اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے
مائنس تھیٹا اگر تھیٹا اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے pi تو ہم دیکھیں گے کہ
اب جب کہ ہم سائن انورس کے رینج pi by two ٹو سے ہے اور یہ وقفہ صفر سے pi by مائنس تھیٹا کا تعلق وقفہ صفر سے pi تو
سیٹ سے تعلق رکھتے ہیں
ہے اور sine کا cos inverse x اصل میں sin theta تو یہ بنیادی چال ہے جس میں کیا جائے گا اور یقیناً ہم جانتے ہیں کہ یہ
اسے مسئلہ میں ہونے کے لیے دیا جاتا ہے یہ ویلیو نصف ہوتی ہے
مائنس تھیٹا سائن انورس pi مائنس تھیٹا کا سائن ہے نصف کے برابر اور پھر ظاہر ہے کہ ہم کہہ سکتے ہیں کہ pi تو ہمارے پاس جو ہے وہ
مائنس تھیٹا سائن انورس کے رینج سیٹ سے pi کے نصف کے برابر ہے اس لیے یہاں سے ہم اس لائن کو صرف اس لیے نکال سکتے ہیں کہ یہ
سے ہے۔ دو جو سائن انورس کے رینج سیٹ کا ذیلی سیٹ ہے سائن انورس کا رینج pi مائنس تھیٹا کا تعلق صفر سے pi تعلق رکھتا ہے لہذا
مائنس تھیٹا سائن انورس کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا pi بائی ٹو تھا اس لیے اس حقیقت کی وجہ سے کہ pi سیٹ مائنس پائی بائی ٹو سے
الٹا ہے لہذا ہمیں جو ملتا cos کا x ہے یہاں سے ہم اسے حاصل کر سکتے ہیں ۔ اور یہ بنیادی طور پر پھر اس کا مطلب یہ ہے کہ چونکہ تھیٹا
sine inverse of half equals pi by ہے کورس sine inverse نصف کا cos inverse x مائنس pi ہے وہ ہے
اب کے برابر x اور اس لیے pi ملتا ہے جو کہ 6 کے اوپر 5 pi minus pi by 6 برابر cos inverse x اور اس لئے ہمیں 6
لیتے ہیں cos ہے اگر ہم بائیں اور دائیں دونوں طرف
کے برابر ہوگا۔ مائنس مربع جڑ کے برابر تین cos pi over six کے برابر ہوگا جو مائنس cos کے x pi برابر پانچ x تو ہمیں
سے دو کا
کے برابر مائنس مربع جڑ کے تین سے دو جو اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے مائنس ایک سے صفر x تو آخر کار ہم حاصل کرتے ہیں
نصف کے sin inverse of کو cos inverse x کو ah تو یہ صحیح حل ہے اس لیے یہاں اہم بات یہ تھی کہ اگر ہم براہ راست
برابر بدلنے کی کوشش کرتے ہیں
pi by جمع pi by 2 سائن انورس سائن انورس کی حد سے تعلق رکھتا ہے جو مائنس ah تو ہم ایک مسئلہ میں پڑ جاتے ہیں کیونکہ آدھے کا
کی حد اتنی ضروری ہے کہ اگر ہم کرتے e سے نہیں ہے۔ th کا تعلق cos inverse of x کے لیے منفی x ہے جبکہ 2
ہیں
تو اگر ہم اسے اس طرح برابر کرتے ہیں
کی قیمت جو آپ کو یہاں ملتی ہے وہ وقفہ مائنس ون سے صفر میں نہیں پڑے گی لہذا ہم اس چیز کو اگلے میں رسمی شکل x تو یقینی طور پر
فارم کا مثلثی فنکشن f دے سکتے ہیں۔ سلائیڈ میں نے اسے رسمی شکل دینے کی کوشش کی ہے لہذا ضروری مسئلہ یہ ہے کہ فرض کریں کہ
ہے یہ ان چھ ٹرگنومیٹرک فنکشنز میں سے کوئی بھی ہو سکتا ہے جس کی ہم نے وضاحت کی ہے اس لیے عام طور پر ٹرائیگونومیٹرک فنکشن میں
ہے اور پھر ہم نے ان چھ ٹرگنومیٹرک فنکشنز میں سے ہر ایک کے معکوس کی وضاحت کی b اور رینج a ایک ڈومین
الٹا کا ڈومین f ہے لہذا b کے رینج سیٹ جیسا ہی ہوگا جو f ظاہر ہے کہ ڈومین سیٹ فنکشن inverse function f inverse تو
کا ڈومین ہے f کا سب سیٹ ہونا چاہیے جو فنکشن a ہو گا جو یقیناً سیٹ c اور رینج سیٹ ایک اور سیٹ b ہے سیٹ
تو عام مسئلہ یہ ہے کہ فرض کریں کہ اگر ہم سے کہا جائے کہ ہمیں اس مساوات کو حل کرنا ہے جہاں ہمیں تھیٹا تلاش کرنا ہے
الٹا کے f کے برابر ہو اب ہم پہلے ہی کہہ چکے ہیں کہ تھیٹا کا تعلق f x کی قدر دی گئی ہے اور ہمیں تھیٹا تلاش کرنا ہے تاکہ تھیٹا کا x تو
رینج سیٹ سے ہے

الٹا کی رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے جو f الٹا f کا x الٹا کے برابر ہے کیونکہ f کے x تو حل بہت آسان ہے اس کا حل ہے صرف تھیٹا سے تعلق ہے c ہے لہذا تھیٹا سب کا یقینی طور پر تعلق ہوگا لہذا اگر ہم کہتے ہیں کہ تھیٹا کا c
الٹا کی رینج سیٹ کی حد سے ہونا چاہئے لیکن اگر ہم یہ کہتے ہیں کہ ہمارے پاس ایک f تو یہ حل مطمئن ہوتا ہے۔ یہ رکاوٹ ہے کہ تھیٹا کا تعلق کے برابر ہے ہمیں تھیٹا تلاش کرنا ہوگا لیکن یہ کہا جاتا ہے کہ ہمیں اس کی قدر تلاش کرنے کی ضرورت ہے۔ تھیٹا x تھیٹا f ہی مسئلہ ہے کے رینج سیٹ سے نہیں ہے پھر سوال یہ ہے کہ اب ہم تھیٹا کو کیسے تلاش کریں گے ظاہر ہے تھیٹا برابر نہیں ہو f inverse جس کا تعلق سکتا
الٹا کے f کے a x کے رینج سیٹ سے تعلق نہیں رکھتا۔ الٹا یہ واضح ہے کہ یہ ہے f تو اس معاملے میں جہاں ہمیں کہا جاتا ہے کہ تھیٹا سے تعلق رکھتا ہے جبکہ واضح طور پر یہاں یہ واضح طور پر بتایا گیا ہے کہ تھیٹا کا سیٹ c الٹا ہمیشہ سیٹ f کا x برابر نہیں ہے کیونکہ سے تعلق نہیں ہونا چاہئے c
اس مسئلے کو عام طور پر سائن فنکشن کے لیے حل کرنے کی کوشش کی ہے اس i تو ایسی صورت میں ہم تھیٹا کو کیسے تلاش کریں گے لہذا لیے سائن فنکشن کے لیے ڈومین اور رینج جیسا کہ یہاں لکھا گیا ہے اور سائن انورس فنکشن کے لیے ڈومین مائنس ون ٹو ون رینج ہے مائنس پائی تھیٹا sin پائی ٹو پلس پائی بائی دو اور ہم یہ کہتے ہیں کہ ہمیں اس مساوات کو یہاں حل کرنا ہے لہذا ہمیں تھیٹا کو اس طرح تلاش کرنا ہے کہ کے برابر یقیناً مائنس ون سے پلس ون سے تعلق رکھتا ہے اس لیے ہمیں تھیٹا تلاش کرنا ہوگا لیکن جو ہمیں دیا گیا ہے وہ تھیٹا ہے۔ اس حد سے xx تعلق رکھتا ہے
کچھ عدد عدد ہے m تو جہاں
m pi تو یہ وہی ہے جو ہم سے تلاش کرنے کے لیے کہا جاتا ہے ہم سے ایک تھیٹا تلاش کرنے کو کہا جاتا ہے جو اس حد سے تعلق رکھتا ہو مائنس pi by 2 to m pi جمع pi by 2 اس وقفہ سے اس طرح وہ گناہ تھیٹا ایکس کے برابر ہے
تو ہم اسے کیسے تلاش کریں گے
تو یہ نہیں ہے۔ بہت مشکل ہے یقیناً ہمیں ایک طاق ایم پر بھی غور کرنے کی ضرورت ہے
تو ہم یہ کہتے ہیں کہ اگر ایسا ہے
لکھ کر شروع کرتے ہیں اور ہمیں کہا جاتا ہے کہ تھیٹا اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے لیکن مسئلہ یہ ہے x تو ہم اس مساوات کو سائن تھیٹا برابر کا خصوصی کیس لیتے ہیں m کہ اگر ہم صفر کے برابر
تو پھر کیا ہے بنیادی طور پر یہاں یہ رکاوٹ تھیٹا کا ترجمہ کرتی ہے جس کا تعلق مائنس پائی بائی ٹو سے پلس پائی بائی ٹو سے ہوتا ہے اور یہ کے خصوصی کیس کے لیے صفر کے برابر حل بہت آسان ہے تھیٹا سائن انورس ایکس کے برابر ہے لہذا m سائن انورس کا رینج سیٹ ہے لہذا صفر کے برابر یہ سیٹ جہاں ہم تھیٹا کو لائن تک محدود کر رہے ہیں بنیادی طور پر سائن انورس m برابر صفر کے برابر کا حل ہے کیونکہ m یہ صفر کے برابر نہیں ہے m کا رینج سیٹ بن جائے گا لیکن کیا اگر
کے برابر sin theta برابر صفر کو کچھ اور کرنا پڑے گا لہذا ہم دوبارہ m naught برابر صفر کے برابر m تو ایسی صورت میں جہاں x سے تعلق رکھتا ہے۔ دو ٹی pi مائنس m pi کے ساتھ شروع کرتے ہیں اور ہمیں کہا جاتا ہے کہ تھیٹا om pi plus pi by two اگر تھیٹا اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے m pi بند وقفہ لیکن ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ تھیٹا مائنس
جو اور یہ وقفہ بنیادی طور پر ہے pi by two to plus pi by two کا تعلق وقفہ سے تعلق رکھتا ہے مائنس m pi تو تھیٹا مائنس مائنس a cos b کے سائن کی قدر کیا ہے اور ہم دیکھیں گے کہ یہ سائن m pi سائن انورس کا رینج سیٹ اب آئیے دیکھتے ہیں کہ تھیٹا مائنس cos a sine b کے ایک عدد عدد کی سائن صفر کے برابر ہے۔ pi کے برابر ہے لیکن
کی طاقت کے لیے مائنس ون لکھا جا سکتا ہے m کو cos کی اس m pi تو یہ وہی ہے جو ہم حاصل کرتے ہیں اور
تھیٹا کے برابر ہے جو کہ ہمارے لیے حقیقت میں اچھی خبر ہے کیونکہ ہم اسے مائنس ون کے sin ٹائمز m تو یہ آخر میں مائنس ون کے پاور کے برابر ہے sin theta x کی طاقت پر بھی لکھ سکتے ہیں کیونکہ x گنا m طور پر
تو پھر ہم اسے دو صور
برابر ہو m برابر ہو جب m توں میں تقسیم کر سکتے ہیں ایک یہ کہ جب
اور پھر اگر آپ یہاں دیکھیں x برابر ہے m pi تو یہ مساوات بنیادی طور پر تھیٹا مائنس کی سائن بن جاتی ہے۔
میں واضح طور پر سائن انورس کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہوں اور اس لیے اس مساوات سے ہم براہ راست لکھ mp تو یہ تھیٹا مائنس x پلس سائن الٹا m pi کے الٹا سائن انورس جہاں سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ تھیٹا x برابر ہے m pi سکتے ہیں کہ تھیٹا مائنس برابر ہے یہ حل ہے m کے برابر ہے لہذا اس معاملے میں جہاں
کا سائن m pi کے لیے ایک جیسا ہو گا جو ہم دیکھنے جا رہے ہیں وہ یہ ہے کہ تھیٹا مائنس m کی صورت میں یہ طاق m تو اور پھر طاق کا تعلق m pi کا مائنس ہے اور ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ یہ تھیٹا مائنس x کے برابر ہے صرف x اوقات m مائنس ون کے برابر طاقت کے سائن انورس x مائنس m pi سائن انورس کے رینج سیٹ سے ہے اور اس لیے اس بیان سے ہم براہ راست کہہ سکتے ہیں کہ تھیٹا مائنس کے برابر ہے لیکن سائن انورس ایک ہے۔ طاق فنکشن اور اس لیے یہ مائنس آف سائن انورس ایکس کے برابر ہے جہاں سے ہم آخر کار یہ نتیجہ مائنس سائن انورس ایکس کے برابر ہوتا ہے m pi طاق تھیٹا m اخذ کرتے ہیں کہ جب
pi مائنس m pi تو اس ساری چیز کا خلاصہ یہاں درج ذیل سلائیڈ میں کیا جا سکتا ہے لہذا بنیادی مسئلہ یہ تھا تلاش کرنا اس وقفہ میں تھیٹا by to m pi جمع pi by two جہاں m کہ کچھ عدد عدد ہے اور ہمیں اس وقفہ میں یہ تھیٹا تلاش کرنا ہے اور تھیٹا ایسا ہونا چاہیے کہ sin theta کچھ قدر x کہ اگر کچھ قدر m کی کچھ قدر کے برابر ہو۔ اس کا عمومی حل یہ ہے کہ اگر برابر ہے m pi جمع sin inverse x اگر m طاق ہے تو تھیٹا برابر ہے
مساوات دوسرے مثلثی افعال کے لیے بھی اخذ کی جا سکتی ہیں اب ہم آگے ah ہے اسی طرح کی sin inverse f مائنس m pi تو یہ بڑھتے ہیں۔ اس مسئلے یا شناخت کے لیے جو ہمارے پاس تھا جہاں ہم پچھلے لیکچر میں رکے تھے
کو کسی چیز tan inverse of y جمع tan inverse of x تو اگر آپ کو یاد ہے کہ ہم یہ دیکھنے کی کوشش کر رہے تھے کہ کیا tan inverse کے طور پر لکھا جا سکتا ہے،
تو یہاں ایک جلدی ہے۔ مشتق اس لیے ٹین کا ہم جانتے ہیں کہ اے جمع بی کا آہ ٹین برابر ہے ٹین اے پلس ٹین بی کے اوپر ایک مائنس ٹین اے ٹین بی کے ٹین الٹا کے برابر بدل دوں y اب اس فارمولے میں اگر میں ایکس کے ٹین الٹا کے برابر اور بی کو
تو یہ وہی ہے جو مجھے بہت ٹین ملتا ہے یہ ایک اور یہ ہے۔ کیا ب ہے
y ٹین کا ٹین الٹا x x تو ایک جمع بی کا ٹین ہے ایک جمع ٹین بی کو ایک مائنس ٹین سے ایک بار ٹین بی سے تقسیم کیا گیا ہے اور یقیناً ٹین کا ٹین الٹا صرف ایک مائنس y اور x کے tan inverses کے tan برابر ہے اور اس وجہ سے ہمیں آخر کار یہی ملتا ہے ہم حاصل کرتے ہیں xy پر x جمع y کہ tan inverse x جمع tan inverse کے برابر ہے لہذا ہمارے یہاں یہ بیان ہے لیکن کیا اس کا مطلب یہ ہے کہ y کی قدروں پر y اور x سے زیادہ کیا یہ ہمیشہ سچ ہے جواب نہیں ہے یہ xy ایک مائنس tan inverse x plus y برابر ہے

ایسے y اور x ہے لہذا اگر pi by two جمع pi by 2 2 منحصر ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ ٹین انورس فنکشن کا رینج سیٹ مائنس
اگر یہ ٹین الٹا کے رینج سیٹ سے تعلق نہیں رکھتا ہے tan inverse y کے علاوہ tan inverse x ہیں کہ
تو ہمارے یہاں یہ برابری نہیں ہوسکتی ہے لہذا یہ مسئلہ ہے لہذا اگلی چند سلائیڈوں میں میں مندرجہ ذیل نتیجہ اخذ کروں گا تاکہ یہاں ایک اچھی
کم ویں ہے۔ y اوقات x میز ہے لہذا اگر ہم یہ ظاہر کریں گے کہ اگر an 1
ایک مائنس xy بالکل برابر ہے ah tan inverse x plus y جمع tan inverse y tan inverse x تو یہ درست ہے کہ
ایک سے کم ہو لیکن دوسری صور xy سے زیادہ لیکن یہ اس کے برابر ہے صرف اس صورت میں جب
توں کے لئے
تو دوسری صور
جوڑنا پڑے گا pi ایک سے زیادہ ہے اس صورت میں ہمیں اس اظہار میں ایک xy دونوں مثبت ہیں اور y اور x توں میں اگر
دونوں منفی ہیں لیکن مصنوع اب بھی ہے ایک سے زیادہ ہم ایک مائنس پائی جوڑتے y اور x تو یہ وہی ہے جو ہمیں دوسری طرف ملتا ہے اگر
ہیں
تو ان تینوں شرائط کو دکھانے کے لیے ہمیں ایک چھوٹا نتیجہ درکار ہوگا جو کہ ہم پچھلے لیکچر میں دیکھ چکے ہیں لیکن میں نے پھر بھی اسے یہاں
لکھنے کا سوچا اس لیے پچھلے لیکچرز سے ان دونوں خصوصیات کو دیکھا
سے ہمیشہ ہوتا ہے اور یہ x تو ایک یہ تھا کہ کسی بھی حقیقی کے لیے یہ tan inverse اور cot inverse x کا مجموعہ pi 2
مثبت ہے x بھی کہ اگر
tan inverse 1 over x کے برابر ہے cot inverse x تو
کو یکجا کرنے کی کوشش کریں۔ stat تو اب اگر ہم ان دونوں بیانات کو دونوں ements
کو بدل دیتے ہیں یہاں cot inverse x غیر منفی کے لیے ہم صرف اس x تو پھر ہم لکھ سکتے ہیں کہ tan inverse one over
سے بدلا جاتا ہے x
دو سے ہوتا ہے اور pi ہمیشہ x جمع ٹین الٹا ایک اوور x غیر منفی ٹین کے لیے الٹا x تو پھر ہمیں یہ خاص مساوات ملتی ہے جو کہ تمام
پھر آہ اگر آپ اس پوری چیز کو مائنس کے نشان سے ضرب دیتے ہیں
کے لئے مائنس پائی دو سے ہے لیکن چونکہ ٹین الٹا ہے فنکشن ایک x صفر سے زیادہ تمام x مائنس ٹین الٹا ایک اوور x تو ہمیں مائنس ٹین الٹا
کے لئے بھی یہی ah کا ٹین الٹا ہے اور یہاں اس اصطلاح کے لئے x مائنس x عجیب فنکشن ہے جسے ہم ٹین انورس کا مائنس لکھ سکتے ہیں
ہے
لکھا جاسکتا ہے۔ 0 سے کم۔ x کو بھی مائنس x تو پھر یہ وہی ہے جو ہم حاصل کرتے ہیں لیکن 0 سے بڑی حالت
ہے x تو اب ہم دیکھتے ہیں کہ اس مساوات میں ہمارے پاس ہر جگہ مائنس
استعمال کریں y کے برابر ایک اور متغیر x تو ہم کہتے ہیں کہ اگر ہم مائنس
کے لیے دو کے ذریعے y ہے مائنس پائی تمام منفی tan inverse y جمع tan inverse one over y تو وہی چیز
کریں گے۔ یہ اور یہ دونوں مساواتیں استعمال کر رہے ہیں جو بہت ملتے جلتے نظر آتے ہیں سوائے اس کے کہ ہمارے یہاں j تو ہم شاید pi
by two n مائنس pi by two ہیں
y اور x ایک سے کم ہے لیکن y اوقات x سے کم ہے لہذا جب ah کی پیداوار y اوقات x لیں جب ah کی صورت ah xy تو آئیے
دونوں مثبت ہیں
کے tan inverse x کے وقفہ سے ہوگا اور یہ pi by 2 کا تعلق 0 سے tan inverse x دونوں مثبت ہیں y اور x تو چونکہ
اس گراف سے واضح ہے
کی مثبت قدروں کو دیکھتے ہیں x تو اگر ہم صرف
ہے عمودی محور کے مثبت پہلو پر قدریں لے رہا ہے لہذا ہم اسی وجہ سے جب ٹین x کی ان قدروں کے لئے ہم دیکھتے ہیں کہ ٹین الٹا x تو
سے بڑا ہوتا ہے۔ صفر x الٹا جب
کے لیے بھی درست ہے tan inverse y سے دو تک اس وقفہ سے ہوگا اور یہی pi کا تعلق صفر سے x تو ٹین الٹا
سے دو تک ہوگا لیکن ہمارے پاس یہ بھی ہے تیسری شرط pi کا تعلق صفر سے y مثبت وقت ہے مائنس y کیونکہ tan inverse y تو
ایک سے کم ہے xy یہ ہے کہ
مثبت ہیں y اور x دونوں مثبت ہیں کیونکہ over x اور ایک ah y لیکن دونوں x کم ہے۔ ایک سے زیادہ y تو اس کا بنیادی مطلب ہے کہ
محور پر x لہذا ہمارے پاس یہ چیز یہاں موجود ہے لہذا ہم صرف اس وکر کے مثبت
کا گراف یک طرفہ طور پر tan inverse x توجہ مرکوز کرنے کی کوشش کریں گے اب آپ دیکھیں گے کہ مثبت پہلو پر افقی محور کے
سے کم ہے اب ہم tan inverse y tan inverse one over x بڑھ رہا ہے اور اس لئے یہاں سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ tan
inverse x کو دونوں طرف جوڑتے ہیں
تو ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے اور یقیناً
x صفر سے بڑا ہے کیونکہ x تو پھر ہمیں جو ملتا ہے وہ یقیناً ہمارے پاس یہاں صفر سے بڑا نشان ہے اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ ٹین انورس
کو ہر جگہ شامل کریں tan inverse x ہیں مثبت ہیں اب اس مساوات کے لئے یہاں ہم کریں گے۔ y ہیں اور x دونوں y اور
tan inverse x جمع tan inverse x سے کم ہے tan inverse x جمع صفر ہے tan inverse x تو ہمیں جو ملے گا وہ ہے
inverse phi سے کم ہے اور یہ tan inverse x جمع tan inverse one over x سے کم ہے اور یقیناً tan inverse
x یہاں صفر سے بڑا ہے
tan inverse one over x کے علاوہ tan inverse x مثبت x یہ ہے کہ تمام aw تو ہم کیا کرتے ہیں۔ پچھلی سلائیڈ سے
اس شرط کو پورا کرتے ہیں y اور x کے برابر ہے اور اس لئے ہم واضح طور پر دیکھتے ہیں کہ اگر pi by two دراصل
سے 2 سے کم ہے۔ لہذا اس کے لیے بنیادی طور پر pi جو ہے یہاں مثبت ہے اور یہ tan inverse x جمع tan inverse y تو
اس شرط کو پورا کرتے ہیں y اور x جب
کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتی ہے اور اس وجہ سے وہ رینج tan inverse کی قدر tan inverse x جمع tan inverse y تو
ah اس کے برابر ہو گا یقیناً tan inverse x جمع tan inverse y کا سیٹ کیا ہو گا کہ tan inverse سے تعلق رکھتے ہیں۔
کا ah بھی ہو سکتا ہے اس صورت میں بھی ah دونوں منفی ہیں اور یہ y اور x ایک سے کم ہے اور xy دوسری شرط یہ ہے کہ اگر
دو pi منفی ہیں دونوں کا تعلق وقفہ مائنس x اور y چونکہ tan inverse y اور tan inverse x نتیجہ بہت ملتا جلتا ہے کہ
y اور x سے بڑا ہے ایک سے زیادہ ایکس بیکا استعمال کریں y یہاں سے جو آگے آئے گا وہ ah سے صفر سے ہوگا اور اس صورت میں
کیونکہ اب ہم بنیادی طور پر افقی محور کے منفی پہلو پر ہیں ah دونوں منفی ہیں لہذا یہاں سے ہمیں یہ شرط ملتی ہے اور پھر اس حالت سے

tan inverse function سے بڑا ہے کیونکہ tan inverse y tan inverse one over x لہذا ہمیں
ہے اور پھر اس سے اگر ہم x ah کے ساتھ بڑھ رہا ہے جیسا کہ یہاں اس گراف سے دیکھا جا سکتا ہے اور کیونکہ monotonically x
کو دونوں اطراف میں جوڑتے ہیں tan inverse x
بھی اس سے کم ہے۔ صفر tan inverse x تو یقیناً یہ صفر سے کم ہے اور
کو جوڑتے ہیں tan inverse x ah تو اگر ہم اس خاص عدم مساوات میں
کے tan inverse y tan inverse x کے علاوہ tan inverse x سے بڑا ہے tan inverse x تو ہمیں جو ملتا ہے وہ
ظاہر ہے منفی ہے tan inverse x سے بڑا ہے اور یہ tan inverse one x علاوہ
مائنس x پلس ٹین انورس کے لئے ایک اوور x منفی ٹین الٹا x تو یہاں سے ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ اب پچھلی سلائیڈ پر ہم نے دیکھا کہ تمام
جمع tan inverse x ان تینوں کو پورا کرتے ہیں۔ حالات پھر y اور x پائی بائے دو کے برابر ہے اور اس وجہ سے یہ ہوتا ہے کہ اگر
اس شرط کو پورا y اور x کے درمیان ہے اور یہ وقفہ صفر ہے اور معذرت اگر pi by two صفر اور مائنس tan inverse y
کرتے ہیں
سے 0 کے وقفہ سے ہے جو ٹین انورس کے رینج سیٹ کا pi by 2 مائنس z کا تعلق tan inverse y جمع tan inverse x تو
ایک ذیلی سیٹ ہے لہذا اس کیس کے لیے بھی
تو یہ کیس بھی اس کیس کا سب سیٹ ہے لہذا بنیادی طور پر دونوں اس لیے یہ کیس تھری ہے اس لیے کیس ایک اور کیس تھری دونوں اس
مثبت اور کیس 3 جس پر y اور x سے کم تھا لیکن دونوں xy 1 مخصوص کیس سے تعلق رکھتے ہیں کیونکہ اگر آپ کو کیس یاد ہے 1 بھی
دونوں منفی ہیں لہذا یہ دونوں صورتیں یہاں اس حالت سے تعلق y اور x بھی ایک سے کم ہے لیکن یہاں xy ہم نے ابھی ابھی بات کی ہے
رکھتی ہیں اور دونوں صور
کا تعلق وقفہ مائنس پائی بائی ٹو پلس پائی بائی ٹو سے ہے جو ٹین انورس y توں میں ہم دیکھا کہ ہم نے دکھایا کہ ٹین انورس ایکس پلس ٹین انورس
اپنی میز پر واپس جائیں جو ہم نے ابھی دیکھا w کا رینج سیٹ ہوتا ہے اور اس لیے یہ اس کے برابر ہوگا اس لیے ایک اور کیس جو رہتا ہے اگر
ہے
کو شرط سے کم تین میں تقسیم کیا ہے بنیادی طور پر ہم نے پہلے دو مختلف حال xy تو ہم نے اصل میں اس
توں میں تقسیم کیا ہے
ایک سے کم ہے لیکن یہ صفر سے بڑا ہے لہذا یہ کیس ایک اور کیس تھری جو ہم نے ابھی دیکھا ہے بنیادی طور پر xy تو ایک شرط یہ ہے کہ
صفر کے برابر ہے xy اس آہ ذیلی شرط کے لیے ہیں اور پھر ایک اور شرط ہے جو کہ
تو اگر ہم اس اور اس شرط کا ملاپ لیں
tan تو آخر کار ہمیں یہ شرط مل جاتی ہے۔ اس شرط کو ہم پہلے ہی کیس 1 اور کیس 3 دکھا چکے ہیں اب ہم یہ دکھانے جارہے ہیں کہ
غیر مثبت ہے xy اس کے بھی برابر ہے جب tan inverse y جمع inverse x
تو اگر یہ صفر کے برابر سے کم ہے
xy ایک مائنس y جمع x برابر ہے ٹین کے الٹا y جمع ٹین الٹا x ایک ٹین سے کم معکوس xy تو یہ ثابت کرے گا کہ اس شرط کے لیے
سے زیادہ اس لیے ہم نے اسے کیس پانچ کا نام دیا ہے اس لیے میں لکھوں گا
تو میں یہاں کیس پانچ کے طور پر لکھوں گا
غیر مثبت ہیں y اور x تو جب اور یہ کافی آسان ہے کیونکہ جب
صفر کے برابر سے بڑا x صفر کے برابر ہے دوسرا مخالف y صفر سے زیادہ y صفر کے برابر سے کم ہے x تو ایک صورت یہ ہے کہ
کم ہے۔ صفر کے برابر ہے y ہے لیکن
pi by two to کا تعلق وقفہ مائنس tan inverse x صفر کے برابر ہے ہم دیکھتے ہیں کہ x کے لیے کیونکہ a تو کیس پانچ
tan inverse x سے دو سے ہوگا اور پھر یقیناً چونکہ ہم اس میں سے pi کا تعلق صفر سے tan inverse y سے ہوگا اور zero
کا تعلق وقفہ tan inverse y جمع tan inverse x کے ساتھ جوڑتے ہیں اور اس سے یہ ہوتا ہے کہ tan inverse y کو
جمع tan inverse x سے ہوگا اس لیے یہ دیکھنا بہت آسان ہے کہ اس صورت میں pi by two to plus pi by two مائنس
صفر y صفر کے برابر ہے اور x جب ah کی رینج سیٹ ہے اور دوبارہ tan inverse اس سے تعلق رکھتا ہے tan inverse y
سے ہوگا مائنس پائی سے دو صفر سے تعلق رکھتا ہے inverse y سے دو ٹین pi کا تعلق صفر سے tan inverse x کے برابر ہے

کے رینج سیٹ سے tan inverse کا تعلق tan inverse y جمع tan inverse x تو اس صورت میں بھی آپ دیکھیں گے کہ
ہیں اگر آپ آپ کو لیتے ہیں minus pi by 2 to 0 اور to pi by 2 ہوگا اور یہ اس لئے کہ اگر آپ دیکھتے ہیں کہ آپ جانتے ہیں 0
جب ہم شامل کرتے ہیں ان دونوں کو ہم نے بنیادی طور پر اس سیٹ کے ساتھ اس سیٹ کے ملاپ کو لینا ہے اور یہ اتحاد قطعی طور پر ٹین انورس
کا رینج سیٹ ہے اور اس معاملے میں بھی ایسا ہی ہو رہا ہے لہذا بنیادی طور پر ہم نے یہاں پہلی قطار دکھائی ہے
تو یہ کیس پانچ تھا۔
ایک سے کم ہے xy کا ملاپ یہ حالت ah تو اس اور یہ
کی پیداوار ایک سے کم ہے y اور x تو ہم نے جو دکھایا ہے وہ یہ ہے کہ اگر
سیٹ سے ہے۔ اور اس لیے یہ اس اظہار کے ah کی حد tan inverse کا تعلق tan inverse y جمع tan inverse x تو
دونوں مثبت ہیں y اور x ایک سے بڑا ہے اور xy برابر ہے یہاں دیگر دو صورتیں بھی زیادہ مشکل نہیں ہیں اس لیے ایک صورت وہ ہے جہاں

سے دو pi کا تعلق صفر سے tan inverse y سے دو سے ہوگا۔ pi کا تعلق صفر سے tan inverse x تو اس صورت میں
سے زیادہ ہے لہذا چونکہ x سے زیادہ y 1 سے بڑا ہے ہمارے پاس xy 1 سے ہوگا۔ ایک بار پھر کیونکہ یہ دونوں مثبت ہیں اور چونکہ
x ایک سے زیادہ tan inverse y بڑھتا ہوا فنکشن ہے یہاں سے ہمیں یہ بیان ملتا ہے کہ monotonically ایک tan inverse
کا اضافہ کریں گے اور یہ وہی ہے جو tan inverse x کے ٹین الٹا سے بڑا ہے۔ اور پھر جیسا کہ ہم نے پہلے کیا تھا ہم دونوں اطراف میں
ہم حاصل کرتے ہیں
tan inverse tan inverse x کے ساتھ tan inverse one کے ساتھ tan inverse x تو دائیں طرف سے ہمیں دوبارہ
مثبت ہے x کے اوپر جو ہم نے ظاہر کیا تھا کہ جب x ملتا ہے۔ tan inverse one جمع
tan یہاں ah کے برابر ہے اور اس لیے ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اس منظر نامے کے لیے pi by two تو اس کی قدر برابر
اس ah اور اس لیے pi than pi by two سے دو سے بڑا ہے یہ بڑا ہے۔ pi دراصل tan inverse y جمع inverse x
کیس کے لیے ہمارے پاس کیا ہے

ہے y تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا میں کہتا ہوں کہ تھیٹا ٹین انورس ایکس پلس ٹین انورس
تو یہ کیس نمبر دو کے لیے ہے
tan اور tan inverse x سے کم کیونکہ pi سے دو سے بڑا ہے لیکن یقیناً یہ تھیٹا ہونا چاہیے۔ pi تو ہمارے پاس جو ہے وہ
کی سب سے بڑی مثبت قدر tan inverse y جمع tan inverse x سے ہے لہٰذا pi by 2 دونوں کا تعلق 0 سے inverse y
ہے pi ہو سکتی ہے جو pi by two جمع pi by 2 صرف
سے کم ہونا ضروری ہے pi تھیٹا کا ah تو ظاہر ہے کہ یہ
کے وقفے سے ہے اب مسئلہ یہ ہے کہ یقیناً pi سے دو سے pi تو آخر کار اس معاملے میں دو ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ تھیٹا کا تعلق
xy کے برابر ہے y جمع x ایک مائنس سے زیادہ ah tan اس تھیٹا کا
تو یہ اس لیکچر میں ٹین انورس فنکشنز پر ہماری پہلی سلائیڈ سے مندرجہ ذیل ہے لہذا بنیادی مسئلہ پھر یہ ہے کہ ہمیں یہ دیا گیا ہے
کے وقفہ سے ہونا چاہئے اور اسی میں اس شرط کو پورا کرنے کا وقت یہ ہے کہ pi سے 2 سے pi تو یہ ہمیں دیا گیا ہے کہ تھیٹا کا تعلق
کے برابر ہے لہذا اگر آپ کو یہ دوبارہ یاد ہے xy سے زیادہ 1 مائنس y پلس x ٹین تھیٹا
ہے f تو اس قسم کا مسئلہ ہے جس پر ہم پہلی چند سلائیڈوں میں بحث کر رہے تھے کہ آپ کے پاس تھیٹا کا
کے برابر ٹین فنکشن ہے z کچھ f تو یہاں
الٹا کے f بنیادی طور پر یہ قدر ہے اور ہمیں اس کی ضرورت ہے لیکن مسئلہ یہ ہے کہ اس تھیٹا کا تعلق نہیں ہے اس لیے تھیٹا کا تعلق z تو
رینج سیٹ سے نہیں ہے
to pi سے دو سے تعلق رکھتا ہے۔ interval pi سے pi سے ah تو یہاں بھی ہم یہ کہتے ہیں کہ ہم دیکھتے ہیں کہ تھیٹا اصل میں
pi by two to plus pi by کی رینج سیٹ دراصل مائنس ah tan inverse کی رینج سیٹ نہیں ہے f inverse جو کہ
ہے two
تو یہ بالکل وہی مسئلہ ہے جس پر ہم پہلی چند سلائیڈوں میں بات کر رہے تھے اور آپ کا سامنا ہوتا رہے گا یا آپ کو اس قسم کا مسئلہ نظر آتا
رہے گا جب آپ جب بھی الٹا مثلثی فنکشنز سے نمٹتے ہیں
تو اس معاملے میں جو چال ہم کرتے ہیں سب سے پہلے ہم دیکھتے ہیں کہ چونکہ یہ ٹین انورس فنکشن کا رینج سیٹ نہیں ہے۔ ہمیں کچھ کرنے کی
ضرورت ہے تاکہ تھیٹا پر کچھ آپریشن کریں تاکہ ہمارے پاس بنیادی طور پر ایسا ہو
تو ہم یہ کرتے ہیں کہ ہم اس تھیٹا کو لیتے ہیں اور ہم اصل میں اس میں سے پائی کو منہا کرتے ہیں
تو اگر ہم اس میں سے پائی کو گھٹاتے ہیں
بذریعہ دو سے صفر سے ہوگا pi کو کیا ہوگا یہ کہ تھیٹا مائنس پائی کا تعلق وقفہ مائنس pi سے دو سے ہوتا ہے۔ pi تو کیونکہ تھیٹا کا تعلق
اور جو ہم جانتے ہیں وہ یہ ہے کہ مائنس پائی بذریعہ دو سے صفر ظاہر ہے اس سے تعلق رکھتا ہے لہذا یہ وقفہ ٹین الٹا کی رینج سیٹ کا سب
ملتا ہے pi کو گھٹانے کی وجہ دو گنا ہے پہلی وجہ یہ ہے کہ مجھے ایک نیا زاویہ تھیٹا مائنس pi سیٹ ہے اور اس وجہ سے اس تھیٹا سے
کو گھٹانے کی وجہ دوبارہ دو گنا ہے پہلی وجہ یہ ہے pi جو اس سے تعلق رکھتا ہے لہذا یہ وقفہ ٹین کے الٹا رینج سیٹ کا سب سیٹ ہے لہذا
ملتا ہے جو کہ ٹین الٹا کے رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے ، دوسری یہ کہ میں جانتا ہوں کہ ٹین فنکشن pi کہ مجھے ایک نیا زاویہ تھیٹا مائنس
کے ساتھ م pi
کے برابر ہے y جمع x پر xy کا ٹین ٹین تھیٹا جیسا ہی ہے جسے ہم جانتے ہیں کہ ایک مائنس pi تواتر ہوتا ہے لہذا تھیٹا مائنس
کا انتخاب کیا pi تو یہی دوسری وجہ ہے کہ ہم نے تھیٹا سے گھٹانے کے لیے اس زاویہ
جہاں یہ زاویہ ٹین الٹا کے رینج سیٹ سے تعلق le کی مماس ہے ang تو آخر میں اس مساوات میں ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ ہم ایک
پر اور اس لئے اب ہم آسانی سے لکھ سکتے ہیں کہ تھیٹا مائنس پائی برابر ہے ٹین xy ایک مائنس y پلس x رکھتا ہے اس قدر کے برابر اس قدر
سے xy ایک مائنس y پلس x پلس ٹین الٹا pi اور پھر سے یہاں یہ مندرجہ ذیل ہے کہ تھیٹا برابر xy کے اوپر ایک مائنس y پلس x الٹا
اس سے xy دونوں مثبت ہیں اور y اور x کیس نمبر دو تھا لہذا اگر ah زیادہ ہے اور یہ بالکل وہی ہے جو یہاں ٹیبل میں لکھا گیا تھا کہ یہ
بڑا ہے ایک
پر xy ایک مائنس tan inverse of x plus y پلس pi برابر ہو جائے گا tan inverse y جمع tan inverse x تو
تو یہ وہی ہے جو ہم نے ابھی ثابت کیا تھا اور وقت کے مفاد میں آہ ہم ثبوت کے ساتھ آگے نہیں بڑھیں گے۔ یہ آخری بیان لیکن یہ بھی بالکل اسی
سے تاثرات اخذ کرنا بہت آسان ہے مثال کے tan inverse x plus y طرح کیا جا سکتا ہے جیسے ہم نے کیس ٹو کیا تھا اور پھر یقیناً
tan اور پھر ہم erse x لکھ سکتے ہیں۔ بط ٹین انورس ایکس پلس ٹین انو tan inverse کیونکہ ہم 2 بار tan inverse طور پر 2
کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں اور یہ وہی ہے جو ہم اس معاملے میں x کے برابر y فارمولہ inverse x plus tan inverse y
tan حاصل کرنے جا رہے ہیں تاکہ آپ کو اس کی دوبارہ تصدیق کرنے کے لئے بنیادی طور پر آپ کے لئے ایک چھوٹی سی مشق ہو گی۔
کا اظہار حاصل کرنا آسان ہے اور tan inverse x minus tan inverse y سے inverse x plus tan inverse y
tan inverse x plus tan inverse کو tan inverse x minus tan inverse y میں اسے جلدی سے گزروں گا لہذا
اور اس کی وجہ یہ ہے کہ ٹین انورس فنکشن ایک عجیب فنکشن ہے اور پھر ہم اب جب کہ ہم نے اسے دو مختلف y لکھا جا سکتا ہے . مائنس y
کے ٹین انورسز کے مجموعہ کے طور پر لکھا ہے لہذا ہمیں اپنے استعمال کرنے کے قابل ہونا چاہئے نتیجہ یہ ہے کہ y اور مائنس x متغیرات
ہمارے پاس پہلے تھا اگر ہم اس ٹیبل کو استعمال کرتے ہیں
تو ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس یہ تین شرطیں تھیں ایک
ایک سے کم ہے لہذا میں آپ کو وہ ٹیبل بہت جلد دکھاتا ہوں لہذا یہ بہت آسان ہے کہ ہم کیا کرتے ہیں۔ بس اتنا کرنا y گنا مائنس x تو پہلی شرط
tan inverse x minus tan سے بدلنا ہے اور پھر ہمیں y کو مائنس y ہے کہ اس سارے معاملے میں ٹیبل ہر جگہ ہمیں صرف اس
سے بدل دیتے ہیں y کو مائنس y کا اظہار ملے گا لہذا ہم نے یہاں کیا ہے لہذا اگر آپ اس ٹیبل میں inverse y
حاصل کریں y بار مائنس x تو یہ ہے آپ اس طرح
لکھا x ایک سے کم ملتا ہے جیسے y گنا مائنس x سے بدلتے ہیں لہذا ہمیں y کو مائنس y ایک سے کم تھا لیکن ہم xy تو پہلے ہمارے پاس
tan مائنس ون سے بڑا ہے اور پھر ہم نے پہلے پچھلی سلائیڈ پر xy جاسکتا ہے اسی حالت کو مساوی طور پر لکھا جاسکتا ہے کیونکہ
لکھتے ہیں y کی بجائے ہم مائنس y لکھا تھا لیکن پھر y جمع inverse x
کو مائنس فائیو سے بدل دیا جاتا ہے۔ اب ہمارے y ملتا ہے جو ہمارے پاس پہلے تھا لیکن کیونکہ y جمع مائنس x پر xy تو ہمیں ایک مائنس
ہے اور وہی چیز جو ہمیں دوسری شرائط کے لئے کرتے رہنا ہے اور آخر کار ہم حاصل کرتے ہیں y گنا مائنس x پاس جو ہے وہ 1 مائنس
دونوں سے مطمئن ہو y اور x پر منحصر ہے۔ sa شرط y مائنس ٹین کی قدریں الٹا x تو یہ تین شرائط کی قطاریں ہیں اور ٹین کے الٹا
کے ٹین انورس کو کیسے شامل کیا جائے لیکن یقیناً ان چیزوں کو عام کیا جا y اور x کر اب تک ہم نے صرف یہ دیکھا ہے کہ دو مختلف متغیرات
اور ہم اسے کیسے کرتے ہیں y کی گنتی کرنا چاہتے ہیں۔ الٹا cos جمع x سکتا ہے مثال کے طور پر ہم یہ کہتے ہیں کہ ہم سائن انورس

cos inverse اور دوبارہ tan inverse سے sine inverse x تو ایک طریقہ یہ ہو سکتا ہے کہ ہم واضح طور پر کسی چیز کے
کے الٹا تک تبدیلی کے فارمولے تلاش کر سکتے ہیں لہذا ہم بنیادی طور پر ان دونوں کو تبدیل کرتے ہیں۔ یہاں دو دیگر متغیرات کے tan سے y
ٹین انورسس کی اصطلاحات اور پھر چونکہ ہم پچھلی سلائیڈ سے پہلے ہی جان چکے ہیں کہ دو متغیرات کے ٹین انورس کو کیسے شامل کیا جائے
ہمیں آہ ملے گی ہم اس پوری چیز کو ایک متغیر کے ٹین الٹا کے طور پر حاصل کر سکتے ہیں اور پھر اس سے ہماری مدد کرنی چاہئے لہذا مسئلہ
tan سے cos inverse یہ ہے کہ ہم ایسا کرنے کے لئے ہمیں ٹین سے سائن انورس سے ٹین انورس اور اس کے برعکس اور پھر
الٹا s میں تبدیلی کے کچھ فارمولوں کی ضرورت ہوگی۔ co سے tan inverse اور پھر inverse
ان پر جائیں ah تو مندرجہ ذیل سلائیڈوں میں ہم کوشش کریں گے کہ جلدی سے
تو آئیے سائن انورس اور ٹین انورس کا معاملہ لیں
کی قدر ہے جو ظاہر ہے کہ مائنس کے درمیان ہے ایک اور جمع ایک اور پھر ہم دیکھنا چاہتے ہیں کہ x ah تو یہاں سوال یہ ہے کہ ہمارے پاس
کے برابر ہے ah sine inverse tan inverse کا x
تو ہم یہاں اس سوالیہ نشان کو تلاش کرنا چاہتے ہیں
کے برابر ہے x تو ہم یہ کہتے ہیں کہ تھیٹا گناہ کے الٹا
تو ظاہر ہے تھیٹا کا تعلق حد سے ہے سائن انورس کا سیٹ جو کہ مائنس پائی بائی ٹو پلس پائی بائی ٹو ہے اور پھر چونکہ ہم یہاں اس نامعلوم چیز کو
تلاش کرنا چاہتے ہیں ہم اصل میں سائن انورس ایکس کا ٹین تلاش کرنے میں دلچسپی رکھتے ہیں کیونکہ اگر آپ کو یہاں یہ مساوات نظر آتی ہے
اگر میں دونوں اطراف کا ٹین لیتا ہوں tan of sine inverse x تو میں دونوں اطراف میں ٹینجنٹ فنکشن جو مجھے حاصل ہوگا وہ ہے
تھیٹا سے ظاہر ہوتا ہے ہم آخر کار تلاش کرنا چاہتے ہیں تھیٹا کا sine inverse x کے برابر ہے یہاں یہ نامعلوم چیز ہے اور چونکہ ah تو
کے x یہاں سے ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ سائن تھیٹا اصل میں heta is sin theta over cos theta ٹین لیکن ٹی کا ٹین
تھیٹا pi by two cos سے پلس pi by to تھیٹا کا پتہ لگانا آسان ہے کیونکہ اس صورت میں تھیٹا کا تعلق مائنس cos برابر ہے اور
اسکوائر تھیٹا ایک مائنس cos ہمیشہ رہے گا۔ مثبت یہ ہمیشہ مثبت رہے گا اور اس وجہ سے اور یہ بھی کہ ہم یہ فارمولہ پہلے ہی جانتے ہیں کہ
مربع کے طور پر لکھ سکتے ہیں اور پھر یقینا x اسکوائر تھیٹا کو ایک مائنس cos کے برابر ہے لہذا ہم x تھیٹا sin اسکوائر تھیٹا sin
مربع کے مثبت مربع جڑ کے برابر ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ جب تھیٹا اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے کیونکہ تھیٹا صفر x تھیٹا ایک مائنس cos
سے بڑا ہوتا ہے
مربع کے ایک اوور کا مثبت مربع جڑ لیتے ہیں اور یہی ہم ڈالتے ہیں۔ یہاں x تو ہم ایک مائنس
کے برابر ہے اور اگر آپ اسے صاف لکھنا چاہتے ہیں x تو آخر کار ہمیں یہ معلوم ہوا کہ تھیٹا کا ٹین ایک مائنس ایکس مربع کی جڑ سے زیادہ
کے برابر لکھ سکتے ہیں اور کیونکہ اب یہ اگر آپ x مربع کی جڑ پر x ایک مائنس x کے برابر sin inverse x تو ہم اسے ٹین آف
کے رینج tan inverse ظاہر ہے اس وقفہ سے تعلق رکھتا ہے اور یہ وقفہ بھی inverse x سائن inverse x دیکھیں کہ یہ نشان
سیٹ کے طور پر ہوتا ہے لہذا ہمارے پاس کچھ زاویہ تھیٹا کا ٹین اس قدر کے برابر ہے اور یہ تھیٹا رینج سیٹ سے تعلق رکھتا ہے۔ ٹین کے الٹا اور
کے ٹین الٹا کے برابر ہوگا لہذا یہاں پر یہ x اس لیے یہ دیکھنا بہت آسان ہے کہ ظاہر ہے کہ یہ تھیٹا ایک مائنس ایکس مربع کی جڑ سے زیادہ
ah کے برابر ہے اور پھر ہم کریں گے کہ ہمیں الٹا بھی کرنا پڑے گا جو کہ x مربع کی جڑ سے زیادہ x سوالیہ نشان بالکل ٹھیک ایک مائنس
کی کچھ قدر دی جائے اور پھر ہم سے یہ سوال پوچھا جائے کہ نشانی الٹا فعل x ah فرض کریں اگر ہمیں حقیقی اعداد سے تعلق رکھنے والے
ہے یہاں اس نامعلوم متغیر کے سائن انورس کے برابر ہے tan inverse x کی اس دلیل کو تلاش کریں کہ
تو ہم دوبارہ اسی طرح شروع کرتے ہیں جیسا کہ ہم نے پہلے کیا تھا آئیے ٹین انورس ایکس کو تھیٹا سے ظاہر کرتے ہیں پھر ظاہر ہے تھیٹا کا تعلق
کو sin theta تک اور پھر pi by two سے جمع pi by to کھلا وقفہ مائنس e ٹین انورس کے رینج سیٹ سے ہے جو کہ ہے
ہے جو کہ cos theta ایک اوور secant theta کے طور پر لکھا جا سکتا ہے کیونکہ secant theta کے اوپر tan theta
ایک جمع ٹین مربع کے مربع جڑ پر ٹین ٹین تھیٹا کے برابر ہے۔ تھیٹا
تو ہم یہ شناخت جانتے ہیں کہ ون پلس ٹین اسکوائر تھیٹا سیکنڈ اسکوائر تھیٹا ہے اس لیے ہم نے یہاں اس سٹیپ کے لیے یہی استعمال کیا ہے
دراصل ٹین ٹین کے برابر ہے۔ تھیٹا x تو پھر ہم لکھ سکتے ہیں چونکہ تھیٹا کی اس طرح تعریف کی گئی ہے یہ ظاہر ہے کہ
مربع سے بدل دیا جائے گا ظاہر ہے کہ یہ مربع جڑ یہاں مثبت مربع x سے بدل دیتے ہیں اور پھر ٹین مربع تھیٹا کو x تو ہم اس ٹین تھیٹا کو یہاں
تھیٹا اور اس لیے تھیٹا کا سیکنٹ cos سے تعلق رکھتا ہے۔ pi 2 سے 2 سے پلس pi جڑ ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ جب تھیٹا وقفہ مائنس
مربع کا مثبت مربع جڑ لیں گے x اس وقفہ میں تمام تھیٹا کے لیے مثبت ہے اور اس لیے چونکہ آہ سیکنٹ تھیٹا مثبت ہے ہم 1 جمع
کی سائن کے طور پر لکھ x اس کے برابر ہے لہذا ہم اسے اصل میں ٹین الٹا x تو آخر کار ہمارے پاس تھیٹا کی وہ سائن ہے جہاں تھیٹا ٹین الٹا
pi by 2 سے جمع pi by 2 کا تعلق مائنس x کے برابر ہے لیکن یہ زاویہ ٹین انورس x مربع کی جڑ پر x ایک جمع x سکتے ہیں
سے ہے جو کہ بھی ہے سائن انورس کا رینج سیٹ یہ ہے
x ایک جمع x تو یہ اصل میں سائن انورس کے رینج سیٹ کا سب سیٹ ہے اور اس وجہ سے یہاں اس بیان سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ٹین انورس
مربع x کے سائن انورس کے برابر ہے لہذا یہ یہاں ایک بڑا سوالیہ نشان الٹا نشان کی دلیل کے اندر اصل میں ایک جمع x مربع کی جڑ کے اوپر
سے زیادہ جڑ کے برابر ہے ایک چھوٹی سی مثال ہمیں اس فارمولے کی اہمیت کو سمجھنے میں مدد دے گی جو ہم نے ابھی اخذ کیا ہے لہذا x کے
ہم کہتے ہیں کہ ہم سے پوچھا گیا ہے اس دوسرے حقیقی نمبر کے ایک سے زیادہ تین جمع گناہ کے الٹا کے سائن انورس کی قدر کی گنتی کرنے
کے لئے جو کہ دو ضرب تین گنا ہے ایک مائنس مربع جڑ آہ ایک مائنس ایک سے زیادہ مربع جڑ آٹھ
کے ٹین الٹا کے برابر x مربع کی جڑ کے اوپر x کا الٹا ایک مائنس x تو اگر ہمیں یاد ہے کہ ہم نے ابھی اس فارمولے کو ثابت کیا ہے کہ سائن
کے ساتھ ایک اوور تین کے برابر ہے اور اگر آپ اس فارمولے کو استعمال کرتے ہیں x ہے لہذا
تو ہمیں آخر میں جو ملے گا وہ ایک سے زیادہ تین کا سائن الٹا ٹین ٹین کے الٹا کے برابر ہے۔ ایک سے زیادہ تین کو ایک مائنس ایک کے مربع جڑ سے
تقسیم کیا گیا ہے کیونکہ ایک سے زیادہ تین کا پورا مربع ایک سے نو ہے اور پھر یہ آٹھ کے مربع جڑ سے ایک کے ٹین الٹا کے برابر ہوگا لہذا ایک
سے زیادہ تین کا سائن انورس دراصل ٹین الٹا ہے۔ آٹھ کے ایک سے زیادہ مربع جڑ کا اور یہ مثبت مربع جڑ ہے اگر ہم واپس جائیں
تو آپ کو یاد ہوگا کہ ہم نے یہاں مثبت مربع جڑ لیا تھا اور اسی طرح دوسری اصطلاح کے لیے بھی ہم اس سائن انورس کو دو سے تین گنا ایک
مائنس لکھ سکتے ہیں۔ آٹھ کا ایک اوور مربع جڑ ٹین کے الٹا برابر ہے
x
تو یہ ہے
تو 2 ضرب 3 ضرب 1 مائنس 1 اوور مربع جڑ 8 سے تقسیم اس چیز کا مربع 1 مائنس مربع جڑ جو 4 ضرب 9 ضرب 1 مائنس ہوگا 1 بذریعہ
مربع جڑ 8 پورے مربع کا اور اس کو ٹین انورس 2 کو 1 مائنس جڑ 8 میں آسان کیا جا سکتا ہے لہذا ہم اس 3 کو نیچے مربع جڑ میں لے جائیں گے
تاکہ یہاں اس مخصوص اصطلاح کے مربع کا 9 مائنس 4 گنا ہو جائے جو کہ ایک جمع ایک ہو گا۔ آٹھ مائنس ٹو بذریعہ مربع جڑ آٹھ اور یہ کہ اگر ہم
اسے اگلی سلائیڈ پر لے جائیں
تو ٹین الٹا 2 گنا 1 مائنس 1 بذریعہ مربع جڑ 8 کے مربع جڑ سے 5 اور پھر مائنس نصف اور پھر جمع 8 بذریعہ 8 کا مربع جڑ جو 2 گنا 1 مائنس

کے ٹین الٹا کے برابر ہے لہذا ہم اصل میں نیچے کا مربع جڑ لے سکتے ہیں اور دیکھ سکتے ہیں کہ ہمیں کیا ملتا ہے اسے آٹھ اوور کے مربع جڑ
کے دو گنا ایک مائنس ایک کے طور پر بھی لکھا جاسکتا ہے۔ نو کا مربع جڑ بذریعہ دو جمع آٹھ کا مربع جڑ اور یہ برابر ہے ٹین کے الٹا دو کے مربع
جڑ میں آٹھ منفی ایک کے مربع جڑ کے
تو ہم آٹھ کے مربع جڑ کو ڈانومینیٹر پر لیتے ہیں یہاں ہمیں چھتیس جمع آٹھ گنا ملتا ہے۔ آٹھ کا مربع جڑ
گنا مربع جڑ t تو یہ آٹھ ہوگا۔ آٹھ کا
تو یہ ہے
تو یہ دوسری اصطلاح کے لئے ہے
تو یہ خاص اصطلاح یہاں دو کے تین گنا کے سائن انورس کے برابر ہے یہ اس چیز کے ٹین انورس کے برابر ہے اور پھر اب ہمیں کرنا پڑے گا
لہذا ہم نے پہلے اس سائن کو دیکھا ایک اوور تین کے الٹا کو ایک اوور روٹ آٹھ کا ٹین الٹا شمار کیا گیا تھا اور ہمیں اس چیز کے لئے ایک اور اظہار
ملا ہے جو یہاں ہے لہذا اب ہمیں ان دونوں کو شامل کرنے کی پوزیشن میں ہونا چاہئے
تو آخر کار ہمارے پاس جو ہے وہ ہے وہ سائن انورس آف 1 اوور 3 جمع سائن الٹا 2 بذریعہ 3 گنا 1 منفی 1 اوور مربع جڑ 8 کے برابر ٹین الٹا 1
اوور مربع جڑ 8 جمع ٹین انورس کے برابر ہے لہذا اس اظہار میں ہم اس 4 کو منسوخ کر سکتے ہیں اور ہم 4 کا مربع جڑ لے سکتے ہیں۔ یہاں
تو ہمیں 8 کا مربع جڑ مائنس 1 بذریعہ 9 کے مربع جڑ کے علاوہ آٹھ کا دو گنا مربع جڑ ملتا ہے
tan تو اب ہم نے بنیادی طور پر کیا کیا ہے کہ ہم نے دو سائن انورس کے مجموعہ کو دو ٹین انورسز کے مجموعہ میں تبدیل کیا ہے اور پھر ہم
inverse x plus tan inverse yf ormula استعمال کریں۔
اس قدر y اور x تو اس معاملے میں ہم آپ کیا چیک کر سکتے ہیں اور جو میں ابھی نہیں کروں گا وہ یہ ہے کہ ہمارے پاس اس قدر کے برابر
کی پیداوار 1 سے کم ہے۔ y اور اس x کے برابر ہے اور آپ چیک کر سکتے ہیں کہ اس
tan inverse x اس فارمولے کو استعمال کر سکتا ہوں tan inverse x plus tan inverse yi تو اس کا مطلب ہے کہ میں
ہے 1 سے کم ہے اور پھر یہ بہت آسان ہو جاتا ہے کیونکہ y گنا x اس کی وجہ یہ ہے کہ اس بار یہ جو plus y by 1 minus x xy
پھر ہم اسے 1 کے ٹین الٹا بذریعہ مربع جڑ 8 جمع جڑ آٹھ مائنس ایک بذریعہ نو کی جڑ جمع دو جڑ آٹھ پر ایک مائنس اور پھر آٹھ کے مربع جڑ سے
ایک لکھ سکتے ہیں
یہاں جو کچھ بھی ah تو یہ ستر دو جمع دو کا مائنس جڑ بن جاتا ہے۔ اوقات اس طرح جمع سولہ گنا آٹھ کا مربع جڑ اور یہ آہ مزید آسان کرنے پر
کو ایک آسان مشق کے طور پر چھوڑ دیا جائے گا ah ہے وہ درحقیقت ایک ہو گا لہذا ہندسہ اور حروف ایک ہی ہوں گے اور یہ ہے
کے برابر ہے چار سے pi تو یہ ایک کا ٹین الٹا ہو جائے گا۔ جو
tan میں اس کے لیکچر میں ہم نے بنیادی طور پر ان معکوس مثلثی افعال کے درمیان کچھ اور تعلقات اخذ کیے اور خاص طور پر ہم نے t تو
کے درمیان تبدیلی کے فارمولے پر tan inverse اور sine inverse کے فارمولے اور inverse x plus tan inverse y
تبادلہ خیال کیا
فارمولے دیکھیں گے۔ اور کچھ مسائل کو بھی اٹھائیں ایک اور بہت اہم چیز جو ہم نے اس لیکچر میں بھی دیکھی ah تو اگلی کلاس میں ہم کچھ اور
کچھ مثلثی فعل ہے لیکن f کے برابر ہے جہاں x تھیٹا f وہ یہ ہے کہ ہم نے دکھایا کہ ان معاملات سے کیسے نمٹا جائے جہاں ہمارے پاس
تھیٹا اس میں نہ ہونے پر مجبور ہے۔ ایف الٹا کا رینج سیٹ آپ کا شکریہ