

ଶେଷ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଓଲଟା ଗ୍ରାହଣୋଦ୍‌ଗ୍ରହ ଫଳସ୍ୱରୂପ ଉପରେ ତୃତୀୟ ବକ୍ତବ୍ୟକୁ ସ୍ୱାଗତ ଆମେ ଏଠାରେ କିଛି ନୂତନ ସମ୍ପର୍କ ପାଇବା ଆରମ୍ଭ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ସମସ୍ୟା ଗ୍ରହଣ କରିବା ହେଉଛି ଏକ ସାଧାରଣ ସମସ୍ୟା ଯାହା ଆମେ ଏହି ବକ୍ତବ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସାମ୍ନା କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଏବଂ ବିପରୀତ ଗ୍ରାହଣୋଦ୍‌ଗ୍ରହ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ସମସ୍ୟା ହୋଇପାରେ

ତେଣୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଏଠାରେ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ଆମକୁ କୁହାଯାଇଛି | ମାଲନସ୍ ଏକ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ  $x$  ର ଏକ ମୂଲ୍ୟ ଖୋଜ |  $x$  ସହିତ  $\pi$  ଉପରେ 6 ରୁ ଅଧିକ

ତେଣୁ ଆପଣ  $\cos$  ଓଲଟା  $x$  ଲେଖିପାରିବେ  
ତେଣୁ ଷଷ୍ଠ ଓ  $\pi$  ଠାରୁ ଏବଂ ପରେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ  $\cos$  ଗ୍ରହଣ କଲେ ଆପଣ  $x$  ଉପରେ  $\pi$  ର  $\cos$  ସହିତ ସମାନ ହେବେ ଯାହା ସମାନ  $t$  ଅଟେ | 0

ତିନିରୁ ଦୁଇ ବର୍ଗ ବର୍ଗ ମୂଳ ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ତିନିରୁ ଅଧିକ ବର୍ଗର ମୂଳ ବ୍ୟବଧାନ ମାଲନସ୍ ଏକରୁ ଶୂନ୍ୟରୁ ନୁହେଁ  
ତେଣୁ ଆମେ ଏପରି କରିବାବେଳେ ଏଠାରେ ଯାହା ହୃଦୟଙ୍ଗମ ହେବ ତାହା ହେଉଛି ଯଦି  $x$  ମାଲନସ୍ ମଧ୍ୟରେ ଥାଏ | ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ତାପରେ  $\cos$  ଓଲଟା

ଫଳସ୍ୱରୂପ ର ଗ୍ରାହଣ ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ  $x$  ର ଓଲଟା ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ଦୁଇରୁ ପି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ହେବ କିନ୍ତୁ ତା' ପରେ ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ଅଧା ସାଇନ ଓଲଟା

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ମନେ ରଖିବେ ଆମେ କହିଲୁ  $\cos$  ଓଲଟା  $x$  ଛଅ ଦ୍ୱ  $\pi$  ଠାରୁ ସମାନ ପାଇଁ ଅଧା ସମାନ ଅଟେ  
ତେଣୁ ଏହି କୋସ୍ ଓଲଟା  $x$  କୁ ପାପ ଓଲଟା ଅଧା ସହିତ ସମାନ କରିବାରେ ଅସୁବିଧା ହେଉଛି ସାଇନ ଓଲଟା ଅଧା ସର୍ବଦା ବ୍ୟବଧାନ ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ

ଦୁଇରୁ ପୁଣି ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ରହିବ ଏବଂ ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ହେଉଛି ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ଦୁଇରୁ ପୁଣି ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ  
ଯଦି  $x$  ଯଦି ବ୍ୟବଧାନରେ ମାଲନସ୍ ଏକରୁ ଶୂନ୍ୟ ଡେବେ କୋସ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଅନ୍ୟ ଏକ ବ୍ୟବଧାନ ପାଇର ଦୁଇରୁ ପାଇ ହେବ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଏହି

ବ୍ୟବଧାନ ଏବଂ ପରିସର ସେଟ୍ | ସଙ୍କେତ ଓଲଟା ପରସ୍ପରର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର  
ତେଣୁ ଏହି ଦୁଇଟିର ଛକ  $\pi$  ନଲ୍ ସେଟ୍ ଏବଂ

ତେଣୁ ଆମେ ସେହି ସମସ୍ୟା ସହିତ ଶେଷ ହୋଇଗଲୁ ଯେ ଆମେ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ପାଇଲୁ ଯାହା ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ମିଳେ ନାହିଁ  
ତେଣୁ ଆମେ ଆହାକୁ ସାମ୍ନା କରିବୁ ଏହା ହେଉଛି ସମସ୍ୟାର ମ pattern ଲିକ pattern ାସ୍ତା ଯାହାକୁ ଆମେ ସାମ୍ନା କରିପାରିବା

ତେଣୁ ସମାଧାନର ସମାଧାନ | ଏହା ହେଉଛି ଯେ ପୁନର୍ବାର ଉଦାହରଣକୁ ଫେରିବା ଏତେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଯଦି  $x$  ମାଲନସ୍ ଏକ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥାଏ ତେବେ  $\cos$

$\cos$  inverse  $x$  ଯାହାକୁ ମୁଁ ସୂଚିତ କରେ ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ  $\pi$  ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ଏବଂ  $\pi$  ମଧ୍ୟରେ ରହିବ ଏବଂ ତା' ପରେ ଯାଇ ସିଧା ସଳଖ କହିବ ଯେ  $\cos$

ଓଲଟା ଅଟେ | ଅଧା ର ସାଇନ ଓଲଟା ଯାହା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ କାରଣ ଅର୍ଦ୍ଧର ସାଇନ ଓଲଟା ଏହି ସେଟ୍ ର ହେବ ନାହିଁ  
ତେଣୁ  $\cos$  inverse  $x$  ପାପ ଓଲଟା ଅଧା ସହିତ ସମାନ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ତା' ପରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ପି ମାଲନସ୍ ଥାଗା ସାଇନ ସାଇନ ଥାଗା ସହିତ

ସମାନ ଏବଂ  
ତେଣୁ ଆମେ କରିପାରିବା |  
ତେଣୁ ଆମେ ପାଇ ମାଲନସ୍ ଥାଗା ର ଏହି ପସନ୍ଦକୁ ଗ୍ରହଣ କରିବାର କାରଣ ହେଉଛି ଯଦି କୋସ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ସହିତ ସମାନ ଥାଗା ଏହି ବ୍ୟବଧାନର ଅଟେ ତେବେ

ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ପି ମାଲନସ୍ ଥାଗା ଯଦି ଥାଗା ଏହି ବ୍ୟବଧାନର ଅଟେ ତେବେ ପାଇ ମାଲନସ୍ ଥାଗା ବ୍ୟବଧାନ ଶୂନ୍ୟର ଅଟେ |  $\pi$  ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ଏବଂ ଏହିପରି  
| ବର୍ତ୍ତମାନ ବ୍ୟବଧାନ ଶୂନ୍ୟ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ର ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ମ basic ଲିକ କ ick ଶଳ ଯାହା କରିବାକୁ ହେବ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ଆହା ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହି ପାପ ପ୍ରକୃତରେ କୋସ୍ ଓଲଟା  $x$  ର ସାଇନ  
ଅଟେ ଏବଂ ତାହା ହେଉଛି | ସମସ୍ୟାରେ ରହିବାକୁ ଏହି ମୂଲ୍ୟ ଅଧା ହେବା ପାଇଁ ଦିଆଗଲା

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ମାଲ ମାଲସ୍ ଥାଗା ଅଧା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା' ପରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ପି ମାଲନସ୍ ଥାଗା  
ସାଇନର ଓଲଟା ସମାନ କାରଣର କାରଣ ଏଠାରୁ ଆମେ ଶେଷ କରିପାରିବା | ଏହି ରେଖା କେବଳ କାରଣ ଏହି ପି ମାଲନସ୍ ଥାଗା ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ର

ଅଟେ  
ତେଣୁ ପାଇ ମାଲନସ୍ ଥାଗା ଶୂନ୍ୟରୁ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ ରହିଥାଏ ଯାହା ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ର ଏକ ସବ୍‌ସେଟ୍ ଅଟେ |  $\pi$  ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ  
ତେଣୁ  $\pi$  ମାଲନସ୍ ଥାଗା ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ଥିବାରୁ ଆମେ ଏହାକୁ ପାଇପାରିବା ଏବଂ ଏହାର ମ ically ଲିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ

ଯେହେତୁ ଥାଗା  $x$  ର ଓଲଟା ଅଟେ  
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ମାଲ ମାଲନସ୍ କୋସ୍ ଓଲଟା  $x$  ଅର୍ଦ୍ଧକର ସାଇନ ଓଲଟା ଅର୍ଦ୍ଧକ ସମାନ ଅଟେ  $\pi$  ନି  
ତେଣୁ ଆମେ  $\cos$  ଓଲଟା  $x$  ପାଇ  $\pi$  ମାଲନସ୍ ପାଇ 6 କୁ ପାଇଥାଉ ଯାହା 6 ରୁ  $5\pi$  ଅଟେ ଏବଂ

ତେଣୁ  $x$  ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି ଆମେ ଉଭୟ ବାମ ଏବଂ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ  $\cos$  ନେଇଥାଉ ତେବେ ଆମେ  $x$  କୁ ପାଞ୍ଚ ପାଇର  $\cos$  ସହିତ ସମାନ  
କରିଥାଉ | ଛଅଟି ଛଅରୁ ମାଲନସ୍ କୋସ୍ ପି ସହିତ ସମାନ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ତିନୋଟିରୁ ମାଲନସ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମେ  $x$  କୁ ତିନିରୁ ମାଲନସ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ ସହିତ ସମାନ କରିବା ଯାହା ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ମାଲନସ୍ ଏକରୁ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ  
ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି | ସଠିକ୍ ସମାଧାନ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟଟି ହେଉଛି ଯେ ଯଦି ଆମେ ସିଧାସଳଖ  $\cos$  ଓଲଟା  $x$  କୁ ପାପର ଓଲଟା ସହିତ ବଦଳାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ ତା' ହେଲେ ଆମେ ଏକ  
ଅସୁବିଧାର ସମମୁଖୀନ ହେବୁ କାରଣ ଆହା ସାଇନ ଓଲଟା ଅଧା ପରିସରର ଅଟେ | ସାଇନ ଇନଭର୍ସ ଯାହା ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ  $2\pi$  ପୁଣି ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ଠାରୁ

ଥିବାବେଳେ  $x$  ନେଗେଟିଭ୍ କୋସ୍ ଓଲଟା  $x$  ରେଞ୍ଜର ନୁହେଁ, ଯଦି ଆମେ ଯଦି ଏହା କରିବା ତେବେ ଆମେ ଏହାକୁ ଯଦି ସମାନ କରିବା ତେବେ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ନିଶ୍ଚିତ  
କରନ୍ତୁ | ତୁମେ ଏଠାରେ ପହଞ୍ଚିବା ମାଲନସ୍ ଏକରୁ ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ମିଳି କହିବାକୁ ଯିବ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ formal ପଚାରିବ କରିପାରିବା | ପରବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଜିନିଷ ମୁଁ ଏହାକୁ formal ପଚାରିବ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିଛି  
ତେଣୁ ଜରୁରୀ ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ଯେ ଧରାଯାଉ  $f$  ହେଉଛି ଫର୍ମର ଏକ ଗ୍ରାହଣୋଦ୍‌ଗ୍ରହ ଫଳସ୍ୱରୂପ ଏହା ଏହି six ଟି ଗ୍ରାହଣୋଦ୍‌ଗ୍ରହ ଫଳସ୍ୱରୂପ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକ be

ଶସି ହୋଇପାରେ ଯାହାକୁ ଆମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଛୁ  
ତେଣୁ ସାଧାରଣତ the ଗ୍ରାହଣୋଦ୍‌ଗ୍ରହ ଫଳସ୍ୱରୂପ ର ଏକ ତୋମେନ୍ ଅଛି | ଏବଂ ରେଞ୍ଜ  $b$  ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ ଏହି six ଟି ଗ୍ରାହଣୋଦ୍‌ଗ୍ରହ ଫଳସ୍ୱରୂପ ର

ପ୍ରତ୍ୟେକର ଓଲଟା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଯାଇଥିଲୁ  
ତେଣୁ ଓଲଟା ଫଳସ୍ୱରୂପ  $f$  ଓଲଟା ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ତୋମେନ୍ ସେଟ୍ ଫଳସ୍ୱରୂପ ର ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ତୋମେନ୍ ଅଟେ |  $f$  ଓଲଟା

ହେଉଛି ସେଟ୍  $b$  ଏବଂ ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ଅନ୍ୟ ଏକ ସେଟ୍ ହେବ ଯାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ସେଟ୍ ର ଏକ ସବ୍‌ସେଟ୍ ହେବ। ଆବଶ୍ୟକ ଯାହା ଫଳସ୍ୱରୂପ ର ତୋମେନ୍ ଅଟେ  
ତେଣୁ ସାଧାରଣ ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ଯଦି ଧରାଯାଏ ଯଦି ଆମକୁ କୁହାଯାଏ | ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସମାଧାନ କର ଯେଉଁଠାରେ ଆମକୁ ଥାଗା ଖୋଜିବାକୁ ପଡ଼ିବ

ତେଣୁ  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ଆମକୁ ଥାଗା ଖୋଜିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯାହା ଦ୍ୱ the ଠାରୁ  $f$  ର ସମାନ  $x$  ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମକୁ କୁହାଯାଇଛି ଯେ ଥାଗା  $f$  ଓଲଟା  
ପରିସରର ଅଟେ ତେବେ ସମାଧାନ ବହୁତ ସହଜ ଅଟେ | ଏହାର ସମାଧାନ କେବଳ  $t$  ଅଟେ | ହେଟା  $x$  ର ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ, କାରଣ  $x$  ଓଲଟା  $x$  ଓଲଟା

ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ହେବ ଯାହା  $c$   
ତେଣୁ ଥାଗା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ଯଦି ଯଦି ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ ଥାଗା  $c$  ର ଅଟେ ତେବେ ଏହି ସମାଧାନ ଏହାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ | ସାମାନ୍ୟତା ଯେ ଥାକୁ  $f$

ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ପରିସରର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ କିନ୍ତୁ ଯଦି କହିବା ଯେ ଆମର ସମାନ ସମସ୍ୟା  $f$  theta ସହିତ ସମାନ ସମସ୍ୟା ଅଛି ତେବେ ଆମକୁ ଥାଗା  
ଖୋଜିବାକୁ ପଡ଼ିବ କିନ୍ତୁ ଏହା କୁହାଯାଇଛି ଯେ ଆମକୁ ଥାଗାର ମୂଲ୍ୟ ଖୋଜିବା ଆବଶ୍ୟକ | ଯାହା  $f$  ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ନୁହେଁ ତେବେ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି

ଆମେ କିପରି ଥାଗା ପାଇପାରିବା ବର୍ତ୍ତମାନ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଥାଗା ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ଯେଉଁଠାରେ ଆମକୁ କୁହାଯାଏ ଯେ ଥାଗା  $f$  ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର

ସେଟ୍ ସହିତ ନାହିଁ | ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଆଟା  $x$  ର ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ କାରଣ  $x$  ର ଓଲଟା ସର୍ବଦା ସେଟ୍  $c$  ର ହେବ, ଯେଉଁଠାରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଏଠାରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି ଯେ ଆଟି ସେଟ୍  $c$  ର ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଆମେ ଆକୁ କିପରି ପାଇବୁ | ଏପରି ପରିସ୍ଥିତିରେ ମୁଁ ସାଧାରଣତଃ  $s$   $s$  ପାଇଁ ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିଛି |  $\sin$  ଫଙ୍କସନ୍ ତେଣୁ ସାଇନ ଫଙ୍କସନ୍ ପାଇଁ ଡୋମେନ୍ ଏବଂ ରେଞ୍ଜ୍ ଏଠାରେ ଲେଖା ହୋଇଛି ଏବଂ ସାଇନ ଇନଭର୍ସ ଫଙ୍କସନ୍ ପାଇଁ ଡୋମେନ୍ ମାଲନସ୍ ଏକରୁ ରେଞ୍ଜ୍ ହେଉଛି ମାଲନସ୍ ପି  $q$  by  $\pi$  ରା ଦୁଇରୁ ପୁସ୍ ପି ଏବଂ ଦୁଇଥର ପୁସ୍ ଏବଂ ଆସକ୍ତ କହିବା ଯେ ଆମକୁ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ | ଏହି ସମୀକରଣ ଏଠାରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମକୁ ଆଟା ଖୋଜିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯେପରି ପାପ ଆଟା  $xx$  ସହିତ ସମାନ, ଅବଶ୍ୟ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏରୁ ପୁସ୍ ଗୋଟିଏ ଅଟେ ତେଣୁ ଆମକୁ ଆଟା ଖୋଜିବାକୁ ପଡ଼ିବ କିନ୍ତୁ ଆମକୁ ଯାହା ଦିଆଯାଇଛି ତାହା ହେଉଛି ଏହି ଆଟି ଏହି ପରିସରର ଅଟେ ଯେଉଁଠାରେ  $m$  କିଛି ଇଣ୍ଟିଜର୍ ଅଟେ |

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଯାହା ଆମକୁ ଖୋଜିବାକୁ କୁହାଯାଏ ଆମକୁ ଏକ ଆଟା ଖୋଜିବାକୁ କୁହାଯାଏ ଯାହା ଏହି ପରିସରର ମି ପି ମାଲନସ୍ ପି 2 ରୁ ମି ପି ପୁସ୍ ପି  $q$  2 ାରା ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ 2 ଅଟେ ଯାହା  $\sin$  ାରା ପାପ ଆଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ ତେବେ କିପରି ହେବ? ଆମେ ଏହା ପାଇଲୁ

ତେଣୁ ଏହା ଅତ୍ୟନ୍ତ କଠିନ ନୁହେଁ ଅବଶ୍ୟ ଆମକୁ ଏକ ଅତ୍ୟନ୍ତ  $m$  କୁ ମଧ୍ୟ ବିଚାର କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ତେଣୁ ଆସକ୍ତ କହିବା ଯେ ଯଦି ଆମେ ଏହି ସମୀକରଣ ଲେଖିବା ସହିତ ସାଇନା ଆଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆମକୁ କୁହାଯାଏ ଯେ ଥା ଏହି ବ୍ୟବଧାନର ଅଟେ କିନ୍ତୁ ଅସୁବିଧା ହେଉଛି ଅବଶ୍ୟ ଯଦି ଆମେ  $m$  ର ସ୍ case ତତ୍ତ୍ୱ କେସ୍ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଏହା ମ ଥ ଲିକ ଭାବରେ ଥ | ଏଠାରେ ସୀମାବଦ୍ଧତା ହେଉଛି ମାଲନସ୍ ପି ର ଦୁଇରୁ ପୁସ୍ ପି  $q$  by  $\pi$  ାରା ଥିବା ଆକୁ ଅନୁବାଦ କରେ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ଏବଂ

ତେଣୁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ  $m$  ର ସ୍ case ତତ୍ତ୍ୱ କେସ୍ ପାଇଁ ସମାଧାନଟି ଅତି ସହଜ ଅଟେ ଯାହା ସାଇନ ଇନଭର୍ସ  $x$  ସହିତ ସମାନ | ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ  $m$  ପାଇଁ ସମାଧାନ କାରଣ  $m$  ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏହି ସେଟ୍ ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ଆକୁ ଲାଲନ୍ କରିବାକୁ ବାଧ୍ୟ କରୁଛୁ ତାହା ମୁଖ୍ୟତଃ  $s$  ସାଇନ ଓଲଟା ପରିସରର ସେଟ୍ ହୋଇଯିବ କିନ୍ତୁ ଯଦି  $m$  ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ  $m$  ସହିତ ସମାନ ହେଲେ କଣ ହେବ ? ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ କ na ଶସି ଜିନିଷକୁ ଅଧିକ କିଛି କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଆମେ ପୁନର୍ବାର  $x$  ସହିତ ସମାନ ପାପରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଏବଂ ଆମକୁ କୁହାଯାଏ ଯେ ଆଟି ମି ପି ମାଲନସ୍ ପି  $q$  to  $\pi$  ରା ଦୁଇରୁ ମି ପି ପୁସ୍ ଦୁଇଟି ବନ୍ଦ ବ୍ୟବଧାନରେ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ | ଏହା ହେଉଛି ଯେ ଆଟା ମାଲନସ୍ ମି ପି ଯଦି ଆଟା ଏହି ବ୍ୟବଧାନର ଅଟେ ତେବେ ଆଟା ମାଲନସ୍ ମି ପି ଇଣ୍ଟିଜର୍ ଭାଲ ମାଲନସ୍ ପି  $q$  two  $\pi$  ରା ଦୁଇରୁ ପୁସ୍ ପି  $q$  which  $\pi$  ରା ରହିଥାଏ ଏବଂ ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ମ ically ଲିକ ଭାବରେ ସାଇନ ଓଲଟା ପରିସରର ସେଟ୍ ଅଟେ, ଆସକ୍ତ ଦେଖିବା ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ? ଆଟା ମାଲନସ୍ ମି ପି ର ସାଇନ ଏବଂ ଆମେ ତାହା ଦେଖିବା |  $s \sin a \cos b \text{ minus } \cos a \sin b$  ସହିତ ସମାନ, କିନ୍ତୁ  $\pi$  ର ଏକ ଇଣ୍ଟିଜର୍ ମଲ୍ଟି ସାଇନ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହା ଆମେ ପାଇଥାଉ ଏବଂ  $m \pi$  ର ଏହି  $\cos$  କୁ  $m$  ର ଶକ୍ତିରେ ମାଲନସ୍ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ | ତେଣୁ ଏହା ଶେଷରେ ମାଲନସ୍ ପାଖର ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ପାଖରୁ ମି ଟାଲମ୍ ପାପ ଆଟା ଯାହା ପ୍ରକୃତରେ ଆମ ପାଇଁ ଏକ ଖୁସି ଖବର କାରଣ ଆମେ ଏହାକୁ ମାଲନସ୍  $x$  ର ଶକ୍ତି ସହିତ ମାଲନସ୍ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା କାରଣ ପାପ ଆଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଯେତେବେଳେ ମି ଏପରିକି ସେତେବେଳେ ମଧ୍ୟ ଯେତେବେଳେ ଏହି ସମୀକରଣ ଥିବା ମାଲନସ୍ ମି ପି ର ସମାନ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ତାପରେ ଯଦି ଆପଣ ଏଠାରେ ଦେଖନ୍ତି ଏହି ଆଟା ମାଲନସ୍ ମି ପି ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ସାଇନ ଓଲଟା ପରିସରର ଅଟେ | ତେଣୁ ଏହି ସମୀକରଣରୁ ଆମେ ସିଧାସଳଖ ଲେଖିପାରିବା ଯେ ଆଟା ମାଲନସ୍ ମି ପାଇ  $x$  ର ସାଇନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ , ଯେଉଁଠାରୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇପାରିବା ଯେ ଆଟି ମି ପି ପୁସ୍ ସାଇନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯେଉଁଠାରେ  $m$  ମଧ୍ୟ ଏହା ସମାଧାନ ଅଟେ | ଅତୁଆ ମି ପାଇଁ ଏହା ଅତୁଆ ମି ପାଇଁ ସମାନ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହାକୁ ଆମେ ଦେଖିବାକୁ ଯାଉଛୁ |  $\sin \theta$  ମାଲନସ୍  $m \pi$  ର ମାଲନସ୍ ସହିତ ପାଖରୁ  $m$  ସମୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ  $x$  କେବଳ ମାଲନସ୍  $x$  ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛେ ଯେ ଏହି ଆଟା ମାଲନସ୍  $m \pi$  ସାଇନ ଓଲଟା ପରିସରର ସେଟ୍ ଅଟେ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରମେଣ୍ଟରୁ ଆମେ ସିଧାସଳଖ କହିପାରିବା | ମାଲନସ୍ ମି ପି ମାଲନସ୍  $x$  ର ସାଇନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ସାଇନ ଇନଭର୍ସ ଏକ ଅତ୍ୟନ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହା ମାଲନସ୍ ସାଇନ ଇନଭର୍ସ  $x$  ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯେଉଁଠାରୁ ଆମେ ଶେଷରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇଥାଉ ଯେ ଯେତେବେଳେ ମି ଅତୁଆ ଆଟା ମି ପି ମାଲନସ୍ ସାଇନ ଓଲଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ | ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସ୍ଥଳରେ ପରି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଜିନିଷକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରାଯାଇପାରେ

ତେଣୁ ମ  $\sin$  ଲିକ ସମସ୍ୟାଟି ହେଲା ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ମିଟା ମାଲ ପିସ୍  $q$  two  $\pi$  ରା ଦୁଇରୁ ମି ପି ପୁସ୍ ପି  $q$  a  $\pi$  ରା ଏକ ଥା ଖୋଜି ବାହାର କରିବା ଯେଉଁଠାରେ ମି କିଛି ଇଣ୍ଟିଜର୍ ଅଟେ ଏବଂ ଆମକୁ ଏହି ଆକୁ ଖୋଜିବାକୁ ପଡ଼ିବ | ବ୍ୟବଧାନ ଏବଂ ଆଟା ଏପରି ହେବା ଉଚିତ ଯେ ପାପ ଆଟା କିଛି ମୂଲ୍ୟର  $x$  ର କିଛି ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହାର ସାଧାରଣ ସମାଧାନ ହେଉଛି ଯଦି ମି ମଧ୍ୟ ଥାଏ ତେବେ ଆଟି ମି ପି ପୁସ୍ ପାପ ଓଲଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ ହୁଏ ଯଦି  $m$  ଅତୁଆ ତେବେ ଏହା ମି ପି ମାଲନସ୍ ପାପ ବିପରୀତ ଅଟେ |  $f$  ସମାନ ପ୍ରକାରର ଆହା ସମୀକରଣ ଅନ୍ୟ ଟ୍ରାଲଗୋନେଟ୍ରି ପାଇଁ ଉପୁନ୍ ହୋଇପାରେ |  $c$  ଫଙ୍କସନ୍ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ୟାକୁ କିମ୍ବା ସେହି ପରିଚୟକୁ ଯାଇଥାଉ ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ପୂର୍ବ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଅଟକି ଯାଇଥିଲୁ

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ମନେ ରଖନ୍ତି ଯେ  $x$  ର ପୁସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା ଟାନ୍ ଓଲଟା ଟାନ୍ ଓଲଟା ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ କି ନାହିଁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲୁ | କ  $\sin$  something ଶସି ଜିନିଷର ଏଠାରେ ଏକ ଶୀଘ୍ର ଡେରିଭେସନ୍

ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ପୁସ୍  $b$  ର ଆହା ଟାନ୍ ଏକ ପୁସ୍ ଟାନ୍ ସହିତ ଏକ ମାଲନସ୍ ଟାନ୍ ଟାନ୍ ସହିତ ସମାନ, ଯଦି ମୁଁ ଏଠାରେ  $x$  ଏବଂ  $b$  ର ଟାନ୍ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ କରେ |  $y$  ର ଟାନ୍ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ଏହା ହେଉଛି ଯାହା ହେଉଛି ମୁଁ ଏହା ହେଉଛି ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପୁସ୍  $b$  ର ଟାନ୍ ହେଉଛି ଏକ ପୁସ୍ ଟାନ୍  $b$  ଏକ ମାଲନସ୍ ଟାନ୍  $q$  times  $\pi$  ରା ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ଟାନ୍ ର ବିପରୀତ |  $x \text{ is } x \tan \text{ of } \tan \text{ inverse } y$  ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଯାହା ଆମେ ଶେଷରେ ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି  $x$  ଏବଂ  $y$  ର ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଟାନ୍ ହେଉଛି ଏକ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପୁସ୍  $y$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମର ଏହି କ୍ଷେତ୍ରମେଣ୍ଟ ଅଛି | ଏଠାରେ କିନ୍ତୁ ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପୁସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପୁସ୍  $y$  ସହିତ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $x$   $y$  ଉପରେ ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ଅଟେ | ଉତ୍ତରଟି ନାଁ ଏହା  $x$  ଏବଂ  $y$  ର ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କାରଣ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଫଙ୍କସନ୍ ର ରେଞ୍ଜ୍ ସେଟ୍ ରେଞ୍ଜ୍ ସେଟ୍ ମାଲନସ୍ ପି  $q$  2  $\pi$  ରା 2 2 ପୁସ୍ ପି  $q$

So  $\pi$  ରା ତେଣୁ ଯଦି  $x$  ଏବଂ  $y$  ଏପରି ଟାନ୍ ଓଲଟା ଅଟେ |  $x$  ପୁସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଯଦି ଏହା ଟାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ୍ ସେଟ୍ ର ନୁହେଁ ତେବେ ଆମର ଏଠାରେ ସମାଧାନତା ରହିପାରିବ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ସମସ୍ୟା ତେଣୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ସ୍ଥଳରେ ମୁଁ ନିମ୍ନ ଫଳାଫଳ ପାଇବି

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଏକ ସୁନ୍ଦର ଟେକ୍ନିକ୍ ଅଛି ଯଦି ଆମେ ଦେଖାଇବ ଯେ ଯଦି  $x$  ଥର  $y$  1 ରୁ କମ୍ ତେବେ ଏହା ସତ୍ୟ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପୁସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଏକ ମାଲନସ୍  $x$   $y$  ଉପରେ  $\arctan \tan \text{ inverse } x \text{ plus } y$  ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଏହା  $xy$  କମ୍ ହେଲେ ଏହା ସମାନ ଅଟେ | ଗୋଟିଏ ଅପେକ୍ଷା କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ କେସ୍ ପାଇଁ ତେଣୁ ଅନ୍ୟ ମାମଲାଗୁଡ଼ିକ ଯଦି ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ପଜିଟିଭ୍ ଏବଂ  $xy$  ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏରୁ ଅଧିକ ତେବେ ଆମକୁ ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିରେ ଏକ  $\pi$  ଯୋଡ଼ିବାକୁ

ପଢ଼ିବ

ତେଣୁ ଅନ୍ୟ ପଟେ ଯଦି ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ନିକାରାମୂଳକ କିନ୍ତୁ ଉପାଦୈ ଏକରୁ ଅଧିକ ଅଟେ ଯାହାକୁ ଆମେ ଏକ ମାଇନସ୍ ପି ଯୋଗ କରୁ  
ତେଣୁ ଏହି ତିନୋଟି ସର୍ତ୍ତ ଦେଖାଇବାକୁ | ଏକ ଛୋଟ ଫଳାଫଳ ଦରକାର ଯାହାକି କିଛି ଯାହାକି ଆମେ ପୂର୍ବ ବକ୍ତୃତା ରେ ଦେଖି ସାରିଛୁ କିନ୍ତୁ ଯୁଁ ଏହାକୁ ଏଠାରେ  
ଲେଖିବା ପାଇଁ ଚିହ୍ନ କରିଥିଲି

ତେଣୁ ପୂର୍ବ ବକ୍ତୃତା ଠାରୁ ଆମେ ଏହି ଦୁଇଟି ଗୁଣ ଦେଖୁଛୁ  
ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଯେ କ  $x$  ଶୀର୍ଷ  $x$  ପ୍ରକୃତ ପାଇଁ ଏହି ରାଶି | ଇନଭର୍ସ ଏବଂ କଟ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ସର୍ବଦା 2 ଯୁଁ  $\pi$  ାରା ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ଯେ ଯଦି  $x$  ପଢ଼ିଚିତ୍  
ଆଏ ତେବେ  $x$  ଓଭର  $x$  ଉପରେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ 1 ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆମେ ଏହି ଦୁଇଟି ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟକୁ ଉଭୟ ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟକୁ ମିଶ୍ରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ ତେବେ ଆମେ ତାହା ଲେଖିପାରିବା |  $x$  ଅଣ-ନେଗେଟିଭ୍  
ପାଇଁ ଆମେ କେବଳ ଏହି ଖଟ ଓଲଟା  $x$  କୁ ବଦଳାଇଥାଉ, ଏଠାରେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଦ୍ୱାରା  $x$  ଉପରେ ବଦଳାଯାଏ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ ପାଇଥାଉ ଯାହା ହେଉଛି ସମସ୍ତ  $x$  ଅଣ-ନେଗେଟିଭ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଉପରେ ସର୍ବଦା  $\pi$  ଅଟେ | ଦୁଇ  
ଦ୍ୱ then ାରା ଏବଂ ତା' ପରେ ଆହା ଯଦି ତୁମେ ଏହି ପୁରା ଜିନିଷକୁ ଏକ ମାଇନସ୍ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣ କର, ଆମେ ମାଇନସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ମାଇନସ୍ ଚାନ୍  
ଓଲଟା ଗୋଟିଏ  $x$  ଉପରେ ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ୱ zero ାରା ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ  $x$  ପାଇଁ ମାଇନସ୍ ପାଇ ପାଇଥାଉ କିନ୍ତୁ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଫଙ୍କସନ୍ ହେଉଛି ଏକ ଅଦ୍ଭୁତ କାର୍ଯ୍ୟ |  
ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ର ମାଇନସ୍ ଲେଖାନ୍ତୁ  $s$   $x$  ଏବଂ ଆହା ପାଇଁ ଏହି ଶବ୍ଦ ଏଠାରେ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହା ପାଇବାକୁ ଶେଷ କରୁ କିନ୍ତୁ 0 ରୁ ବଡ଼ କଣ୍ଟିଣନ୍ ମଧ୍ୟ 0 ରୁ କମ୍ ମାଇନସ୍  $x$  ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ |  
ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହି ସମୀକରଣରେ ଆମର ମାଇନସ୍  $x$  ଅଛି | ଆମେ କହିଥାଉ ଯଦି ଆମେ ମାଇନସ୍  $x$  ସହିତ ସମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ଭେରିଏବଲ୍  
ବ୍ୟବହାର କରୁ, ତେବେ ସମାନ ଜିନିଷକୁ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ସମସ୍ତ ନେଗେଟିଭ୍  $y$  ପାଇଁ ମାଇନସ୍ ପାଇ ଦ୍ୱ by ାରା  
ମାଇନସ୍ ପାଇ

ତେଣୁ ଆମେ ବୋଧହୁଏ ଏହାକୁ ଏବଂ ଏହି ଦୁଇଟି ସମୀକରଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବୁ | ଯାହା ବହୁତ ସମାନ ଦେଖାଯାଏ ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଆମର ଦୁଇଟି  $n$  ମାଇନସ୍ ପାଇ ଦ୍ୱ  
by ାରା ଦୁଇଟି ଅଛି

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଆହା  $xy$  ର କେସ୍ ନେବା ଯେତେବେଳେ  $x$  ଥର  $y$  ର ଉପାଦ ଏକରୁ କମ୍  
ତେଣୁ  $x$  ସମୟ  $y$  ଠାରୁ କମ୍ ହେଲେ ଆସନ୍ତୁ | ଗୋଟିଏ କିନ୍ତୁ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ପଢ଼ିଚିତ୍

ତେଣୁ  $x$  ଏବଂ  $y$  ଉଭୟ ପଢ଼ିଚିତ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  0 ରୁ  $\pi$  ବ୍ୟବଧାନରେ ରହିବ ଏବଂ ଏହା ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ର ଏହି ଗ୍ରାଫ୍‌ରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଅଟେ ଯଦି ଆମେ କେବଳ  
ସକାରାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଦେଖିବା |  $x$  ର  $x$  ର ଏହି ଭାଲ୍ୟୁଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ହେଉଛି ଭର୍ଟିକାଲ ସକାରାତ୍ମକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ମୂଲ୍ୟ ନେଉଛି |  
କ୍ୟାଲ୍ ଅକ୍ସ

ତେଣୁ ଆମେ ସେଇଥିପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ଷେତ୍ର ଯେତେବେଳେ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଯେତେବେଳେ  $x$  ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ ହୁଏ ତେବେ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଶୂନ୍ୟ ପି ଦ୍ୱ by ାରା  
ହେବ ଏବଂ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ପାଇଁ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ପାଇଁ ସମାନ କାରଣ  $y$  ସକାରାତ୍ମକ ସମୟ ଅଟେ | ମାଇନସ୍  $y$  ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟରୁ  $\pi$  ଦ୍ୱ two ାରା ହେବ କିନ୍ତୁ  
ଆମର ମଧ୍ୟ ଏହି ତୃତୀୟ ସର୍ତ୍ତ ଅଛି ଯେ  $xy$  ଗୋଟିଏରୁ କମ୍

ତେଣୁ ମ ically ଲିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ  $y$  ଏକ  $x$  ରୁ କମ୍ କିନ୍ତୁ ଉଭୟ  $ah$  ଉଭୟ  $y$  ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଉପରେ  $x$  ସକାରାତ୍ମକ କାରଣ  $x$  ଏବଂ  $y$  ପଢ଼ିଚିତ୍  
ତେଣୁ ଆମର ଏଠାରେ ଏହି ଜିନିଷ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମେ କେବଳ ଏହି ବକ୍ତର ପଢ଼ିଚିତ୍  $x$  ଅକ୍ସ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆପଣ ଦେଖୁବେ ଯେ ଭୂସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷର ସକାରାତ୍ମକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ  
ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ର ଗ୍ରାଫ୍ ଏକଚାଟିଆ ଭାବରେ ବ increasing ୁଛି ଏବଂ

ତେଣୁ ଏଠାରୁ ଆମେ | କହିପାରେ ଯେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଚାନ୍ ଓଲଟା ଠାରୁ କମ୍ ଅଟେ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଯୋଡ଼ିଥାଉ ଯାହା ଦ୍ୱ we  
ାରା ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ତେବେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏଠାରେ ଶୂନ୍ୟ ଚିହ୍ନଠାରୁ ଅଧିକ ଏବଂ ଆମେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଜାଣୁ ଯେ ଚାନ୍  
ଓଲଟା  $x$  ଶୂନ୍ୟଠାରୁ ବଡ଼ କାରଣ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ଉଭୟ | ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ସମୀକରଣରେ ପଢ଼ିଚିତ୍ ଅଛି, ଆମେ ଏଠାରେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$   
ଯୋଡ଼ିବା

ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ପାଇବୁ ତାହା ହେଉଛି ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଶୂନ୍ୟ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଫି ଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ ଏହାଠାରୁ କମ୍  
ଅଟେ | ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଉପରେ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଏଠାରେ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ପୂର୍ବ ସ୍ଥଳରୁ ଯାହା ଦେଖୁଲୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ସମସ୍ତ  $x$  ପଢ଼ିଚିତ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା ପାଇଁ  $x$  ଉପରେ  $\pi$  ସମାନ ଅଟେ | ଏବଂ  
ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଦେଖୁ ଯେ ଯଦି  $x$  ଏବଂ  $y$  ଏହି ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ତେବେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଯାହା ଏଠାରେ ପଢ଼ିଚିତ୍  
ଅଟେ ଏବଂ ଏହା  $\pi$  ଦ୍ୱ 2 ାରା 2 ରୁ କମ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ  $x$  ଏବଂ  $y$  ଏହି ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କଲାବେଳେ ଏହା ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟ | ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଚାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ୍ ସେଟ୍ ର ଅଟେ ଏବଂ  
ସେଥିପାଇଁ ସେମାନେ ଚାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ୍ ସେଟ୍ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ହେଲେ କ'ଣ ହେବ ତାହା ହେଉଛି ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଅନ୍ୟ ଅବସ୍ଥା ସହିତ  
ସମାନ ହେବ | ତାହା ହେଉଛି ଯଦି  $xy$  ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ ଏବଂ ଉଭୟ  $xa$  |  $nd$   $y$  ନିକାରାତ୍ମକ ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ହୋଇପାରେ, ଆହା ଫଳାଫଳ  
ମଧ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ଯେ  $x$  ଏବଂ  $y$  ନିକାରାତ୍ମକ ଥିବାରୁ ଉଭୟ ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ମାଇନସ୍ ପାଇର ଦୁଇରୁ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟରେ କେସ୍ ଆହା ଏଠାରୁ ଯାହା ଅନୁସରଣ  
କରିବ ତାହା ହେଉଛି  $x$  ଉପରେ ଏକରୁ ଅଧିକ କାରଣ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ନିକାରାତ୍ମକ

ତେଣୁ ଏଠାରୁ ଆମେ ଏହି କଣ୍ଟିଣନ୍ ପାଇଥାଉ ଏବଂ ତା' ପରେ ଏହି କଣ୍ଟିଣନ୍ ଆହା କାରଣ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଭୂସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷର ନିକାରାତ୍ମକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଛୁ | ଆମେ ଚାନ୍  
ଇନଭର୍ସ  $y$  କୁ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଠାରୁ ଅଧିକ, କାରଣ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଫଙ୍କସନ୍  $x$  ସହିତ ଏକଚାଟିଆ ଭାବରେ ବ is ୁଛି ଯେପରି ଏହି ଗ୍ରାଫ୍‌ରୁ ଦେଖାଯାଏ ଏବଂ  $x$   
ହେଉଛି ଆହା ଏବଂ ତା' ପରେ ଯଦି ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଯୋଡ଼ିବା | ଏହା ଅବଶ୍ୟ ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ଏବଂ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ଅଟେ  
ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅସମାନତା ପାଇଁ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଯୋଡ଼ିବା ତେବେ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍  
ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଚାନ୍ ଓଲଟା ଠାରୁ ବଡ଼ |  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଗୋଟିଏ ଉପରେ  $x$  ଏବଂ ଏହି ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ନିକାରାତ୍ମକ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏଠାରୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖୁ ଯେ ପୂର୍ବ ସ୍ଥଳରୁ ଆମେ ଦେଖୁଲୁ ଯେ ସମସ୍ତ  $x$  ନେଗେଟିଭ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା ପାଇଁ  $x$  ଉପରେ ମାଇନସ୍ ପି  
ସହିତ ସମାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ ଯଦି  $x$  ଏବଂ  $y$  ଏହି ତିନୋଟି ସର୍ତ୍ତକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ତାପରେ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ମାଇନସ୍ ପି ମଧ୍ୟରେ  
ଦୁଇଟି ଏବଂ ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଦୁ sorry ଖୁତ ଯଦି  $x$  ଏବଂ  $y$  ଏହି ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ତେବେ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ବ୍ୟବଧାନ  $z$   
ମାଇନସ୍ ପାଇର ଅଟେ | 2 ରୁ 0 ଦ୍ୱ which ାରା ଯାହା ଚାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ୍‌ର ସେଟ୍ ର ଏକ ସବ୍‌ସେଟ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି କେସ୍ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହି କେସ୍ ମଧ୍ୟ ଏହି କେସ୍ ର ଏକ ସବ୍‌ସେଟ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଉଭୟ କେସ୍ ତିନୋଟି

ତେଣୁ ଉଭୟ କେସ୍ ଏକ ଏବଂ କେସ୍ ତିନୋଟି ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାମଲାର ଅଟେ | କାରଣ ଯଦି ତୁମର ମନେ ଅଛି କେସ୍ 1 ମଧ୍ୟ  $xy$  1 ରୁ କମ୍ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  
 $y$  ପଢ଼ିଚିତ୍ ଏବଂ କେସ୍ 3 ଯାହାକି ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲୁ ତାହା ମଧ୍ୟ  $xy$  ଠାରୁ କମ୍ କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ନିକାରାତ୍ମକ

ତେଣୁ ଏହି ଦୁଇଟି ମାମଲା ଏଠାରେ ଏହି ଅବସ୍ଥାର ଅଟେ | ଏବଂ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଆମେ ଦେଖାଉ | ସେହି ଚାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$   
ବ୍ୟବଧାନ ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ୱ two ାରା ଦୁଇରୁ ପ୍ଲସ୍ ପି ଦ୍ୱ which ାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଯାହାକି ଚାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ୍ ସେଟ୍ ହୋଇପାରେ ଏବଂ

ଡେଣୁ ଏହା ଏହା ସହିତ ସମାନ ହେବ

ଡେଣୁ ଯଦି ଆମେ ପଛକୁ ଯିବା ତେବେ ବାକି ରହିବ | ଆମ ଟେକ୍ସଟକୁ ଯାହାକୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖୁ

ଡେଣୁ ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଏହି  $xy$  କୁ କଣ୍ଟ୍ରୋଲ୍ ଠାରୁ କମ୍ ଡିନୋଟିରେ ବିଭକ୍ତ କରିଛୁ

ଡେଣୁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥାରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛୁ

ଡେଣୁ ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ ହେଉଛି  $xy$  ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ କିଛି ଏହା ଶୂନ୍ୟରୁ ବଡ଼

ଡେଣୁ ଏହି ମାମଲାର ଗୋଟିଏ ଏବଂ କେସ୍ 2 ଯାହାକୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖୁଛୁ ତାହା ହେଉଛି  $a \ln$  ଲିକ ଭାବରେ ଏହି ଆହା ସବୁ କଣ୍ଟ୍ରୋଲ୍ ପାଇଁ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆଉ ଏକ କଣ୍ଟ୍ରୋଲ୍ ଅଛି ଯାହା  $xy$  ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ଅଟେ

ଡେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଏହାର ମିଳନକୁ ନେଇଥାଉ ଏବଂ ଏହି କଣ୍ଟ୍ରୋଲ୍ ପାଇଁ ଆମେ ଶେଷରେ ଏହି କଣ୍ଟ୍ରୋଲ୍ ପାଇବା | ଏହା ପୂର୍ବରୁ କେସ୍ 1 ଏବଂ କେସ୍ 3 ଦେଖାଇ ସାରିଛୁ, ଆମେ ଦେଖାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ମଧ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ଯେତେବେଳେ  $xy$  ପଜିଟିଭ୍ ନଥାଏ

ଡେଣୁ ଯଦି ଏହା ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ତେବେ ଏହା ପ୍ରମାଣ କରିବ ଯେ ଏହି ଅବସ୍ଥା ପାଇଁ  $xy$  ଗୋଟିଏ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଠାରୁ କମ୍ |  $erse x plus tan inverse y$  ଏକ  $minus x y$  ଉପରେ  $x plus y$  ର  $tan inverse$  ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ଡେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ କେସ୍ ପା five ଚ ନାମରେ ନାମିତ କରିଛୁ

ଡେଣୁ ମୁଁ ଏହା ଲେଖିବି

ଡେଣୁ ମୁଁ ଏଠାରେ କେସ୍ ପା five ଚ ଡିଭାଇରେ ଲେଖିବି  $x$  ଏବଂ  $y$  ଅଣ ପଜିଟିଭ୍

ଡେଣୁ ଗୋଟିଏ ମାମଲା ହେଉଛି ଯେ ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ ଶୂନ୍ୟଠାରୁ ଅଧିକ, ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ, ଅନ୍ୟତା ବିପରୀତ  $x$  ଶୂନ୍ୟଠାରୁ ସମାନ କିଛି  $y$  ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ

ଡେଣୁ କେସ୍ ପା a କାରଣ  $x$  ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ ଠାରୁ କମ୍ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ମାଲନସ୍ ପି ଦୁଇରୁ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଶୂନ୍ୟରୁ ପି ଦ୍  $by$  ାରା ହେବ ଏବଂ ତା' ପରେ ଅବଶ୍ୟ ଆମେ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଯୋଡ଼ିବା | ଏଥିରୁ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ସହିତ ଏବଂ ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍  $two$  ାରା ଦୁଇରୁ ପ୍ଲସ୍ ପି ଦ୍  $by$  ାରା ହେବ

ଡେଣୁ ଏହା ଦେଖିବା ଅତି ସହଜ ଯେ ଏହି କେସ୍ ପାଇଁ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ଏହା ହେଉଛି ଟାନ୍ ର ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ଆହା ଯେତେବେଳେ  $x$  ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ ଏବଂ  $y$  କମ୍ ଅଟେ | ଶୂନ୍ୟ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ ହେବା ଅପେକ୍ଷା ଶୂନ୍ୟରୁ ପି ଦ୍  $two$  ାରା ଦୁଇଟି ଟାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ଦ୍  $min$  ାରା ମାଲନସ୍ ପାଇ ଦୁଇଟି ଶୂନ୍ୟ ହେବ

ଡେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆପଣ ଦେଖିବେ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ର ହେବ | ଟାନ୍ ଓଲଟା ଏବଂ ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଯଦି ତୁମେ ଦେଖୁଛ 0 ରୁ 2 କୁ 2 ଏବଂ ମାଲନସ୍ ପି 2 ରୁ 0 କୁ ଜାଣିଛ, ଯଦି ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ଏହି ଦୁଇଟି ଯୋଡ଼ିବାବେଳେ ତୁମକୁ ନେଇଥାଅ ତେବେ ଆମକୁ ଏହି ସେଟ୍ ସହିତ ମିଳନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ | ଯୁନିଅନ୍ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଟାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ଅଟେ ଏବଂ ଏହି ଘଟଣାରେ ସମାନ ଘଟଣା ମଧ୍ୟ ଘଟୁଛି

ଡେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ଯାଡ଼ି ଦେଖାଇଛୁ

ଡେଣୁ ଏହା ପାଞ୍ଚଟି ଥିଲା

ଡେଣୁ ଏହାର ଏକତା ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ଏହି ଅବସ୍ଥା ଏକରୁ କମ୍

ଡେଣୁ କଣ? ଆମେ ଦେଖାଇଛୁ ଯେ ଯଦି  $x$  ଏବଂ  $y$  ର ଉପାଦ ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ ତେବେ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଟାନ୍ ଓଲଟା ପରିସରର ସେଟ୍ ଅଟେ ଏବଂ

ଡେଣୁ ଏହା ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ସହିତ ସମାନ , ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ମାମଲା ମଧ୍ୟ ବହୁତ ନୁହେଁ | କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ

ଡେଣୁ ଗୋଟିଏ ମାମଲା ହେଉଛି ଯେଉଁଠାରେ  $xy$  ଗୋଟିଏରୁ ବଡ଼ ଏବଂ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ସକରାତ୍ମକ

ଡେଣୁ  $i n$  ଏହି କେସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ଶୂନ୍ୟରୁ ପି ଦ୍  $two$  ାରା ଦୁଇଟି ଟାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ଶୂନ୍ୟରୁ ପି ଦ୍  $by$  ାରା ଦୁଇଗୁଣ ହେବ କାରଣ ଉଭୟ ସକରାତ୍ମକ ଏବଂ  $xy > 1$  ରୁ ଅଧିକ ଥିବାରୁ ଆମ ପାଖରେ  $x$  ଉପରେ 1 ରୁ ଅଧିକ ଅଛି

ଡେଣୁ ଟାନ୍ ଠାରୁ ଓଲଟା ହେଉଛି ଏକଚାଟିଆ ବ  $increasing$  ୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ, ଏଠାରୁ ଆମେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପାଇଥାଉ ଯେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଏକ ଓଭରର ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଠାରୁ ବଡ଼ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ ଯେପରି କରିଥିଲୁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଯୋଡ଼ିବା ଏବଂ ଏହା ହିଁ ଶେଷ ହେବ | ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ  $we$  ରେ ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ସହିତ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ ସହିତ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଉପରେ ପାଇଥାଉ ଯାହା ଆମେ ଦେଖାଇଥିଲୁ ଯେ ଯେତେବେଳେ  $x$  ପଜିଟିଭ୍ ହୁଏ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଦୁଇଗୁଣ  $pi$  ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଆମେ କଣ | ଦେଖନ୍ତୁ, ଏହି ଦୃଶ୍ୟ ପାଇଁ ଆହା ଏଠାରେ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ବାସ୍ତବରେ  $pi$  ଦ୍  $two$  ାରା ବଡ଼ ଏବଂ ଏହା ଦ୍  $by$  ାରା  $pi$  ଦ୍  $two$  ାରା ବଡ଼ ଏବଂ

ଡେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି ତାହା ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଯଦି ମୁଁ କହୁଛି ଆମେ ଓଲଟା ଅଟେ |  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$

ଡେଣୁ ଏହା କେସ୍ ନମ୍ବର ଦୁଇ ପାଇଁ ଅଟେ

ଡେଣୁ ଆମେ କଣ |  $ave$  ଏହା ଦ୍  $by$  ାରା  $pi$  ଠାରୁ ବଡ଼ କିଛି ଅବଶ୍ୟ ଏହି ଆଟି  $pi$  ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ କାରଣ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଏବଂ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଉଭୟ 0 ରୁ  $pi$  ର 2 ଅଟେ

ଡେଣୁ ଟାନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଓଲଟା ର ସର୍ବ ବୃହତ୍ ସକରାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟ |  $y$  କେବଳ 2  $by pi$  ଦ୍  $pi$  ାରା  $pi$  ହୋଇପାରେ ଯାହା  $pi$  ଅଟେ

ଡେଣୁ କ୍ଷେତ୍ର ଭାବରେ ଏହି ଆହା ଆଟି  $pi$  ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ

ଡେଣୁ ଶେଷରେ ଏହି ଦୁଇଟି ପାଇଁ ଆମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ଯେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ୟାଟି ପିଟା ପାଇଁ ଦୁଇଥର ବ୍ୟବଧାନ ପାଇର ଅଟେ | ଅବଶ୍ୟ ଏହି ଆଗର ଆହା ଟାନ୍ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ସହିତ ସମାନ

ଡେଣୁ ଏହି ଲେବୁରେ ଟାନ୍ ଓଲଟା ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ ଆମର ପ୍ରଥମ ସ୍କାଇଡ୍ ରୁ ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ

ଡେଣୁ  $f$   $basic$  ଲିକ ସମସ୍ୟାଟି ପୁଣି ଆମକୁ ଦିଆଗଲା ଯେ ଆମେ ଏହା | ଦିଆଯାଉଛି ଯେ ଆଟି 2 ରୁ  $pi$  ବ୍ୟବଧାନରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବା ଉଚିତ ଏବଂ ସେହି ସମୟରେ ଏହା ଏହି ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବା ଉଚିତ ଯେ ଟାନ୍ ଆଟା 1 ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ସହିତ ସମାନ

ଡେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହାକୁ ପୁନର୍ବାର ମନେ ରଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଏକ ପ୍ରକାରର ସମସ୍ୟା ଅଟେ | ଆମେ ପ୍ରଥମ କିଛି ସ୍କାଇଡ୍ ରେ ଆଲୋଚନା କରୁଥିଲୁ ଯେ ତୁମର  $f$  ର ଆ ଅଛି

ଡେଣୁ ଏଠାରେ  $f$  ଅଛି | ଟାନ୍ ଫଙ୍କସନ୍ କିଛି  $z$  ସହିତ ସମାନ

ଡେଣୁ  $z$  ହେଉଛି  $f$   $value$  ଲିକ ଭାବରେ ଏହି ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ଆମକୁ ଆବଶ୍ୟକ କିଛି ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ଯେ ଏହି ଆଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ

ଡେଣୁ ଆମେ  $f$  ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ର ନୁହେଁ

ଡେଣୁ ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ କହୁଛୁ ଯେ ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଅଟେ | ଆହା ତୁ ପି ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ପି ଦ୍  $two$  ାରା ଦୁଇରୁ ପି ଦ୍ ଯାହାକି  $f$  ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ନୁହେଁ, ଆହା ଟାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ବାସ୍ତବରେ ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍  $two$  ାରା ଦୁଇରୁ ପ୍ଲସ୍ ପି ଦ୍

So ାରା

ଡେଣୁ ଏହା ସମସ୍ୟାର ଏକ ପ୍ରକାର ଅଟେ | ଆମେ ପ୍ରଥମ କିଛି ସ୍କାଇଡ୍ ରେ ଆଲୋଚନା କରୁଥିଲୁ ଏବଂ ତୁମେ ସାମ୍ନାକୁ ଆସିବ କିମ୍ବା ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ବିପରୀତ ଟ୍ରାଇଗୋନେଟ୍ରିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ସହିତ କାରବାର କରିବ, ତୁମେ ଏହି ପ୍ରକାରର ସମସ୍ୟା ଦେଖିବାରେ ଲାଗିବ | ଟାନ୍ ଓଲଟା ଫଙ୍କସନ୍ ର ରେଞ୍ଜ ସେଟ୍ ନୁହେଁ ଆମକୁ କିଛି କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯାହା ଦ୍  $the$  ାରା ଆମେ ଉପରେ କିଛି ଅପରେସନ୍ ଯାହା ଦ୍  $we$  ାରା ଆମର ମ

So ଲିକ ଭାବରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା କରିବା ତାହା ହେଉଛି ଆମେ ଏହି ଥାକୁ ନେଇଥାଉ ଏବଂ ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଏଥିରୁ ପାଇ ବାହାର କରିଦେଉ । ଏହା ପରେ, କାରଣ ଥାଗା ଦୁଇରୁ  $\pi$  ର ଅଟେ |  $\pi$  କ'ଣ ହେବ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଥାଗା ମାଲନସ୍ ପି ଦୁଇରୁ ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ମାଲନସ୍ ପି ସହିତ ରହିବ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ୱ  $2\pi$  ାରା ଶୂନ୍ୟରୁ ସ୍ୱଷ୍ଟରୂପେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ

ତେଣୁ ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି ଚାନ୍ ଓଲଟା ପରିସରର ଏକ ଉପସେଟ୍ | ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଏହି ଥାଗାରୁ ପାଇକୁ ବାହାର କରିବାର କାରଣ ହେଉଛି ପ୍ରଥମ କାରଣ ହେଉଛି ମୁଁ ଏକ ନୂତନ ଆଙ୍ଗୁଳି ଥାଗା ମାଲନସ୍ ପାଇ ପାଇଥାଏ ଯାହା ଏହାର ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି ଚାନ୍ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ଏକ ସବ୍‌ସେଟ୍ | ପାଇକୁ ବାହାର କରିବାର କାରଣ ହେଉଛି ପୁନର୍ବାର ଦୁଇଗୁଣ ପ୍ରଥମ କାରଣ ହେଉଛି ଯେ ମୁଁ ଏକ ନୂତନ ଆଙ୍ଗୁଳି ଥାଗା ମାଲନସ୍ ପାଇ ପାଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱ  $\tan^{-1}$  ଚାନ୍ ର ବିପରୀତ ଚାନ୍ ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ଅଟେ ଯାହା ମୁଁ ଜାଣେ ଯେ ଚାନ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ଚିଗା ମାଲନସ୍ ସହିତ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଅଟେ |  $\pi$  ଚାନ୍ ଥାଗା ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଆମେ ଜାଣୁ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଅନ୍ୟ ଏକ କାରଣ ହେଉଛି ଯେ ଆମେ ଏହି ଆଙ୍ଗୁଳି ପାଇକୁ ଥାଗାରୁ ବାହାର କରିବା ପାଇଁ ବାଛିଛୁ  
ତେଣୁ ଶେଷରେ ଏଠାରେ ଆମର ଏହି ସମୀକରଣରେ ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି | ଆମ ପାଖରେ ଏକ କୋଣର ଟାଙ୍ଗେଣୁ ଅଛି ଯେଉଁଠାରେ ଏହି କୋଣଟି ରନ୍ ର ଅଟେ | ଏହି ମୂଲ୍ୟ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ର ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ଏକ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ ସମାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସହଜରେ ଲେଖିପାରିବା ଯେ ଥାଗା ମାଲନସ୍ ପାଇ ଏକ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ର ଚାନ୍ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଚା'ପରେ ଏଠାରୁ ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ ଯେ ଥା ସମାନ |  $\pi$  plus  $\tan^{-1} x$  plus  $y$  ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ ଏବଂ ତାହା ହେଉଛି ଚେଟୁଲ୍ ରେ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଲେଖା ହୋଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱ  $\text{this}$  ାରା ଏହା ଆହା କେସ୍ ନମ୍ବର ଥିଲା

ତେଣୁ ଯଦି  $x$  ଏବଂ  $y$  ଉଭୟ ପଜିଟିଭ୍ ଏବଂ  $xy$  ଗୋଟିଏ ଠାରୁ ବଡ଼ ତେବେ ଚନ୍ ଓଲଟା  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ | ଓଲଟା  $y$  ଏକ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ର ଓଲଟା ପି ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବ ଯାହା ଦ୍ୱ  $\text{just}$  ାରା ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରମାଣ କରିଛୁ ଏବଂ ସମୟର ସ୍ୱାର୍ଥରେ ଆମେ ଏହି ଶେଷ ବିବୃତ୍ତିର ପ୍ରମାଣ ସହିତ ଆଗକୁ ବ  $\text{not}$  ୀବା ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଏହା ମଧ୍ୟ ହୋଇପାରେ | ଠିକ୍ ସମାନ  $\text{done}$  ଣରେ କରାଯାଉ ଯାହା ଦ୍ୱ  $2\pi$  ାରା ଆମେ ଦୁଇଟି କେସ୍ କରିଥିଲୁ ଏବଂ ଚା'ପରେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ରୁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ସ ପାଇବା ଅତି ସହଜ ଅଟେ , ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 2 ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ କାରଣ ଆମେ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ ଭାବରେ 2 ଗୁଣ ଚନ୍ ଓଲଟା ଲେଖିପାରିବା |  $x$  ଏବଂ ଚାପରେ ଆମେ  $y$  equa ସହିତ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $y$  ଫର୍ମୁଲା ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା | 1 ରୁ  $x$  ଏବଂ ଏହା ହିଁ ଆମେ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ

ତେଣୁ ଆପଣ ଏହାର ମ  $\text{bas}$  ଲିକ ଭାବରେ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $y$  ରୁ ଏହାକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିବା ପାଇଁ ଆପଣଙ୍କ ପାଇଁ ଚିକେ ବ୍ୟାୟାମ କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ, ଚାନ୍ ପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇବା ସହଜ | ଓଲଟା  $x$  ମାଲନସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $y$  ଏବଂ ମୁଁ ଶୀଘ୍ର ଏହା ଦେଇ ଯିବି

ତେଣୁ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ମାଲନସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା  $y$  କୁ ମାଲନସ୍  $y$  ର ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ ଫଙ୍କସନ୍ ଏକ ଅଭୁତ କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଚା'ପରେ ଆମେ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଯେହେତୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭେରିଏବଲ୍  $x$  ଏବଂ ମାଲନସ୍  $y$  ର ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସର ସମସ୍ତ ଭାବରେ ଲେଖୁଛୁ

ତେଣୁ ଆମେ ଆମର ଫଳାଫଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ସମର୍ଥ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ଆମେ ସେହି ଚେଟୁଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରୁ ତା' ହେଲେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି | ଏହି ତିନୋଟି ସର୍ଭ ଗୋଟିଏ ଥିଲା

ତେଣୁ ପ୍ରଥମ କଣ୍ଟ୍ରିଣ୍ଡ ହେଉଛି  $x$  ଗୁଣ ମାଲନସ୍  $y$  ଠାରୁ କମ୍  
ତେଣୁ ମୋତେ ସେହି ଚେଟୁଲ୍‌କୁ ଶୀଘ୍ର ବେଖାଇବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଏହାର ଅତି ସରଳ ଯାହା ଆମକୁ କରିବାକୁ ହେବ ତାହା ହେଉଛି ଏହି ପୁରା ଚେଟୁଲ୍‌ରେ ଆମକୁ ଏହି  $y$  କୁ ବଦଳାଇବାକୁ ପଡିବ | ମାଲନସ୍  $y$  ବ୍ୱାରା ଏବଂ ଚା'ପରେ ଆମେ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ମାଲନସ୍ ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ସ ପାଇବୁ | ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $y$  ଯାହା ଦ୍ୱ  $\text{we}$  ାରା ଆମେ ଏଠାରେ କରିଛୁ

ତେଣୁ ଯଦି ତୁମେ ସେହି ଚେଟୁଲ୍‌ରେ  $y$  କୁ ମାଲନସ୍  $y$  ସହିତ ବଦଳାଇବ ତେବେ ଏହା ତୁମେ  $x$  ଥର ମାଲନସ୍  $y$  ପାଇବ ଯାହା ପୂର୍ବରୁ ଆମର  $xy$  ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ଆମେ  $y$  କୁ ମାଲନସ୍  $y$  ସହିତ ବଦଳାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବୁ |  $x$  ଥର ମାଲନସ୍  $y$  ଏକରୁ କମ୍ ଯାହା  $x$  ଲେଖାଯାଇପାରିବ  $x$  ସମାନ ଅବସ୍ଥା ସମାନ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଯେହେତୁ  $xy$  ମାଲନସ୍ ଠାରୁ ବଡ଼ ଅଟେ ଏବଂ ଚା'ପରେ ଆମର ପୂର୍ବ ସ୍ଥାନର ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  ରେ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ଚା'ପରେ  $y$  ବଦଳରେ ଆମେ ଲେଖିବା | ମାଲନସ୍  $y$

ତେଣୁ ଆମେ ଏକ ମାଲନସ୍  $xy$  ଉପରେ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ମାଲନସ୍  $y$  ପାଇଥାଉ ଯାହା ଆମର ପୂର୍ବରୁ ଥିଲା କିନ୍ତୁ  $y$  ମାଲନସ୍ ପାଞ୍ଚ ସହିତ ବଦଳାଗଲା ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଅଛି 1 ମାଲନସ୍  $x$  ଥର ମାଲନସ୍  $y$  ଏବଂ ସମାନ ଜିନିଷ ଅନ୍ୟ ପାଇଁ କରିବା ଜାରି ରଖିବାକୁ ପଡିବ | ସର୍ଭ ଏବଂ

ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମେ ପାଇବାକୁ ଶେଷ କରୁ  
ତେଣୁ ଏହି ତିନୋଟି ହେଉଛି ଅବସ୍ଥା ପାଇଁ ଯାହା ଏବଂ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $x$  ମାଲନସ୍ ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସ  $y$  ର ମୂଲ୍ୟ ଉଭୟ  $x$  ଏବଂ  $y$  ବ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅବସ୍ଥା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ କେବଳ ଚାନ୍ କିପରି ଯୋଡିବା ଦେଖୁଲୁ | ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭେରିଏବଲ୍  $x$  ଏବଂ  $y$  ର ଓଲଟା କିନ୍ତୁ ଅବଶ୍ୟ ଏହି ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ଜେନେରା ହୋଇପାରେ | ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ଆମେ ସାଇନ ଲନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ କୋସ୍ ଲନଭର୍ସ  $y$  କୁ ଗଣନା କରିବାକୁ ଚାହୁଁ ଏବଂ ଆମେ ଏହାକୁ କିପରି କରିବା

ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ପଦ୍ଧତି ହୋଇପାରେ ଯେ ଆମେ ସାଇନ ଲନଭର୍ସ  $x$  ରୁ କ  $\text{something}$  ଶସି ଜିନିଷର ଓଲଟା ରୂପାନ୍ତର ସୂତ୍ର ଖୋଜି ପାରିବା | ପୁଣିଥରେ  $\cos^{-1} y$  ରୁ  $\tan^{-1}$  କୁ କିଛି ଜରୁରୀ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ଦୁଇଟି ଶବ୍ଦକୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଭେରିଏବଲ୍ ର ଚାନ୍ ଲନଭର୍ସରେ ରୂପାନ୍ତର କରୁ ଏବଂ ଚା'ପରେ ଯେହେତୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ଭେରିଏବଲ୍ ର ଚାନ୍ ଓଲଟା କିପରି ଯୋଡିବା ବିଷୟରେ ପୂର୍ବ ସ୍ଥାନରୁ ଜାଣିଛେ | ଆହା ପାଆନ୍ତୁ ଆମେ ଏହି ଭେରିଏବଲ୍ ର ଚାନ୍ ଓଲଟା ଭାବରେ ଏହି ପୁରା ଜିନିଷ ପାଇପାରିବା ଏବଂ ଚା'ପରେ ତାହା ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଉଚିତ

ତେଣୁ ସମସ୍ୟା ହେଉଛି ଯେ ଏହା କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଚାନ୍ ରୁ ସାଇନ ଲନଭର୍ସରୁ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଏବଂ ବିପରୀତ ଏବଂ ପରେ  $\cos$  ରୁ କିଛି ରୂପାନ୍ତର ସୂତ୍ର ଆବଶ୍ୟକ | ଚାନ୍ ଓଲଟା ଓଲଟା ଏବଂ ଚା'ପରେ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଠାରୁ କୋସ୍ ଓଲଟା

ତେଣୁ ନିମ୍ନ ସ୍ଥାନରୁ ଗୁଡ଼ିକରେ ଆମେ ଶୀଘ୍ର ସେମାନଙ୍କ ଉପରେ ଯିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବୁ  
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ସାଇନ ଲନଭର୍ସ ଏବଂ ଚାନ୍ ଓଲଟା ମାମଲାକୁ ନେଇଯିବା

ତେଣୁ ଏଠାରେ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଯେ ଆମର ଏକ ଅଛି |  $x$  ର ମୂଲ୍ୟ ଆହା ଯାହା ସ୍ୱଷ୍ଟ ଭାବରେ ମାଲନସ୍ ଖାନ୍ ଏବଂ ପ୍ଲସ୍ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି ଏବଂ ଚା'ପରେ ଆମେ ଆହା ସାଇନର ଓଲଟା  $x$  ର ଚନ୍ ଓଲଟା ଦେଖିବାକୁ ଚାହୁଁ

ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନ ଚିହ୍ନ ଖୋଜିବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ  
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ଥାଗା ପାପ ଓଲଟା  $x$  ସହିତ ସମାନ | ତେବେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଥାଗା ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ଅଟେ ଯାହା ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ୱ  $\text{by}$  ାରା ଦୁଇରୁ ପ୍ଲସ୍ ଦ୍ୱ  $\text{by}$  ାରା ଏବଂ ଚା'ପରେ ଆମେ ଏହି ଅଜ୍ଞାତ ଜିନିଷ ଖୋଜିବାକୁ ଚାହୁଁଥିବାରୁ ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ସାଇନ ଓଲଟା  $x$  ର ଚାନ୍ ଖୋଜିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ | କାରଣ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଏହି ସମୀକରଣ ଏଠାରେ ଯଦି ମୁଁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଟାଙ୍ଗେଣୁ ଫଙ୍କସନ୍ ନେବି, ଯାହା ମୁଁ ପାଇବି ତାହା ହେଉଛି ସାଇନ ଲନଭର୍ସ  $x$  ର ଚାନ୍ ଯଦି ମୁଁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଚାନ୍ ନେବି ତେବେ ଏହି ଅଜ୍ଞାତ ଜିନିଷ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଯେହେତୁ ସାଇନ ଓଲଟା  $x$  ସୂଚିତ ହୋଇଛି | ଥାଗା ଦ୍ୱ  $\text{we}$  ାରା ଆମେ ଶେଷରେ ଚାନ୍‌ର ଚାନ୍ ଖୋଜିବାକୁ ଚାହୁଁବୁ କିନ୍ତୁ ଚାଗର ଚାନ୍ ହେଉଛି କୋସ୍ ଥାଗା ଉପରେ ପାପ ଥାଗା ଆମେ ଆଗରୁ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ସାଇନ ଥାଗା ପ୍ରକୃତରେ  $x$  ସହିତ ସମାନ ଏବଂ କୋସ୍ ଥାଗା ଖୋଜିବା ସହଜ କାରଣ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଥାଗା ମାଲନସ୍ ଅଟେ |  $\pi$  by  $2\pi$  to plus  $\pi$  by  $2\pi$  cos  $\theta$  ଯାହା ସର୍ବଦା ହେବ |  $s$  ସକାରାତ୍ମକ ହୁଅନ୍ତୁ ଏହା ସର୍ବଦା ସକାରାତ୍ମକ ହେବ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ କୋସ୍ ବର୍ଗ ଥାଗା ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ପାପ ବର୍ଗ ସହିତ

ସମାନ,

ତେଣୁ ଆମେ କୋସ୍ ବର୍ଗ ଆଟାକୁ ଏକ ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା ଏବଂ ତା' ପରେ ଅବଶ୍ୟ  $|\cos \theta|$  ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗର ପରିଚିତ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ ସହିତ ସମାନ କାରଣ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଯେତେବେଳେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଆମେ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ ହୋଇଥାଏ

ତେଣୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗର ଏକର ସକାରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ନେଇଥାଉ ଏବଂ ତାହା ହିଁ ଆମେ  $| \sin \theta |$  ରେ ରଖି,

ତେଣୁ ଆମେ ଶେଷରେ ପାଇଥାଉ ଯେ ଚାଟା ର ଚାନ ଏକ ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ଏହାକୁ ସଫା ଭାବରେ ଲେଖିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି ତେବେ ଆମେ ଏହାକୁ ପାପର ବିପରୀତ  $x$  ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $x$  ର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ଲେଖିବା | ବର୍ଗ ଏବଂ କାରଣ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଚିହ୍ନ ଓଲଟା  $x$  ସାଇନ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନଟି ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ରହିବ ଏବଂ ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ମଧ୍ୟ ଚାନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ହେବ

ତେଣୁ ଆମର କିଛି କୋଣର ଚାଟା ଏହି ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏହି ଆଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ | ଚାନର ଓଲଟା ପରିସରର ସେଟ୍  $a$  and

ତେଣୁ ଏହା ଦେଖିବା ଅତି ସହଜ ଯେ କ୍ଷୁଦ୍ର ଭାବରେ ଏହି ଆଟି ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ର ଚାନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ ହେବ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନ ଚିହ୍ନଟି ଏକ ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ କରିବୁ | ଆମକୁ ରିଭର୍ସ ମଧ୍ୟ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯାହା ହେଉଛି ଆହା ଧରାଯାଉ ଯଦି ଆମକୁ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର  $x$  ah ର କିଛି ମୂଲ୍ୟ ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମକୁ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରାଯାଏ ଯାହା ସାଇନ ଇନଭର୍ସ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଏହି ଯୁକ୍ତି ଖୋଜିଥାଏ ଯେପରି ଚାନ ଇନଭର୍ସ  $x$  ସାଇନ ସହିତ ସମାନ | ଏଠାରେ ଏହି ଅଜ୍ଞାତ ଭେରିଏବଲ୍ ର ଓଲଟା

ତେଣୁ ପୁନର୍ବାର ଆମେ ସମାନ manner ଙ୍କରେ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଯେପରି ଆମେ ପୂର୍ବରୁ କରିଥିଲୁ ଚାଟା ଦ୍ଵାରା ଚାନ ଇନଭର୍ସ  $x$  କୁ ସୂଚୀତ କରିବା ତେବେ କ୍ଷୁଦ୍ର ଭାବରେ ଆମେ ଚାନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ଅଟେ ଯାହା ମାଲନସ୍ ପିରୁ ଦୁଇରୁ ପ୍ଲସ୍ ମଧ୍ୟରେ ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନ ଅଟେ  $|\pi - 2\theta|$  ର ଏବଂ ତାପରେ ପାପ ଆଟା ସେକାଣ୍ଡ ଆଟା ଉପରେ ଚାନ ଆଟା ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ କାରଣ ସେକାଣ୍ଡ ଆଟା କୋସ ଆଟା ଉପରେ ଏକ ପ୍ଲାନ ଚାନ ବର୍ଗ ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ ଚାନ ଚାଟା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ପରିଚୟ ଜାଣୁ ଯେ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ଚାନ | ବର୍ଗ ଆଟା ହେଉଛି ସେକେଣ୍ଡ | କ୍ଵାଟା ଆଟା

ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଏହି ପଦକ୍ଷେପ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିଛୁ

ତେଣୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା ଯେହେତୁ ଆମୁ ଏହିପରି ପରିଭାଷିତ ହୋଇଛି ଏହା କ୍ଷୁଦ୍ର ଯେ  $x$  ପ୍ରକୃତରେ ଚାନ ଚାଟା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ଚାନ ଚାଟାକୁ ଏଠାରେ  $x$  ଏବଂ ତା' ପରେ ଚାନ ବର୍ଗକୁ ବଦଳାଇବୁ | ଥିବା  $x$  ବର୍ଗ ଦ୍ଵ  $replaced$  ାରା ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହେବ କ୍ଷୁଦ୍ର ଭାବରେ ଆହା ଏହି ବର୍ଗ ମୂଳ ହେଉଛି ପରିଚିତ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ କାରଣ ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଯେ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ମାଲନସ୍ ପି 2 ରୁ ପ୍ଲସ୍ ପି 2 କୋସ୍ ଆଟା ଅଟେ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ସେକାଣ୍ଡ ସମସ୍ତ ଆଟା ପାଇଁ ସକାରାତ୍ମକ ଅଟେ | ଏହି ବ୍ୟବଧାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ଆହା ସେକାଣ୍ଡ ଆଟା ପରିଚିତ୍ ହୋଇଥିବାରୁ ଆମେ 1 ପ୍ଲସ୍  $x$  ବର୍ଗର ପରିଚିତ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ ଗ୍ରହଣ କରିବୁ

ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଥିବା ଅଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ବିପରୀତ  $x$  ଏହା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ସାଇନ ଭାବରେ ଲେଖିବା | ଚାନ ଇନଭର୍ସ  $x$  ର ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ଏହି ଆଙ୍ଗଲ୍ ଚାନ ଓଲଟା  $x$  ମାଲନସ୍ ପି 2 ରୁ ପ୍ଲସ୍ ପି 2 ର ଅଟେ ଯାହା ସାଇନ ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେଟ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ପରିସରର ଏକ ସବ୍‌ସେଟ୍ | ସାଇନ ଓଲଟା ସେଟ୍ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହି  $s$  ରୁ | ଏଠାରେ ଚାଟେନେଟ୍ ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ ଯେ ଚାନ ଇନଭର୍ସ  $x$  ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ର ସାଇନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ସାଇନ ଇନଭର୍ସ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଯୁକ୍ତି ଭିତରେ ଏହି ବଡ଼ ପ୍ରଶ୍ନ ଚିହ୍ନ ପ୍ରକୃତରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ସହିତ ସମାନ | ସାମାନ୍ୟ ଉଦାହରଣ ଆମକୁ ଏହି ସୂତ୍ରର ମହତ୍ତ୍ଵ  $realize$  କୁ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ଯାହାକୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପାଇଛୁ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ସାଇନ ଓଲଟା ମୂଲ୍ୟକୁ ଡିନୋଟିରୁ ଅଧିକ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର ପାପର ବିପରୀତ ଗଣନା କରିବାକୁ କୁହାଯାଇଛି ଯାହା ଦୁଇଗୁଣ ତିନି ଗୁଣ | ଆହା ର ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ ଆଠଟି

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ମନେ ରଖୁ ତେବେ ଆମେ ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ପ୍ରମାଣ କରିଛୁ ଯେ  $x$  ର ସାଇନ ଓଲଟା  $x$  ମାଲନସ୍  $x$  ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ  $x$  ର ସମାନ ଓଲଟା

ତେଣୁ  $x$  ସହିତ ତିନିରୁ ଅଧିକ ସମାନ ଏବଂ ଯଦି ତୁମେ ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କର, ତେବେ ଆମେ ଯାହା ପାଇବାକୁ ଶେଷ କରିବୁ ତାହା ହେଉଛି ତିନିରୁ ଅଧିକର ସାଇନ ଓଲଟା, ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଦ୍ଵ  $divided$  ାରା ବିଭକ୍ତ ତିନି ଉପରେ ଚାନ ଚାନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ, କାରଣ ତିନିଟି ବର୍ଗରୁ ଅଧିକ ଗୋଟିଏ ନଅ ଏବଂ ତା' ପରେ | ଏହା ଚାନ ସହିତ ସମାନ ହେବ | ଆଠଟି ବର୍ଗ ମୂଳର ଗୋଟିଏ ଓଲଟା

ତେଣୁ ଡିନୋଟିରୁ ଗୋଟିଏ ସାଇନ ଓଲଟା ବାସ୍ତବରେ ଆଠର ବର୍ଗ ମୂଳର ଓଲଟା ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ସକାରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ଯଦି ଆମେ ଫେରିଯିବା ତେବେ ଆପଣ ମନେ ରଖିବେ ଯେ ଆମେ ଏଠାରେ ସକାରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ନେଇଛୁ ଏବଂ ସେହିଭଳି ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା ଯେ ସାଇନ ଓଲଟା ଦୁଇରୁ ତିନି ଗୁଣ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ ଆଠଟି ସମାନ ଚାନର ଓଲଟା ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା  $x$  ଦ୍ଵ 2 ାରା 2 ଗୁଣ 3 ଗୁଣ 1 ମାଲନସ୍ 1 ଉପରେ 8 ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ ବିଭକ୍ତ | 1 ଜିନିଷର ବର୍ଗ ମୂଳ ଏହି ଜିନିଷର ବର୍ଗ ଯାହାକି 4 ରୁ 9 ଗୁଣ 1 ମାଲନସ୍ 1 ରୁ 8 ଟି ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ଏବଂ ଏହା ବିପରୀତ 2 କୁ 1 ମାଲନସ୍ ରୁଟ୍ 8 କୁ ଚ୍ୟାନ୍ କରିବା ପାଇଁ ସରଳ ହୋଇପାରିବ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ 3 କୁ ନେଇଯିବା | ବର୍ଗ ମୂଳ ଯାହା ଦ୍ଵ  $this$  ାରା ଏଠାରେ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦର ବର୍ଗର 9 ମାଲନସ୍ 4 ଗୁଣ ହୋଇଯାଏ ଯାହା ଆଠରୁ ବର୍ଗ ମୂଳ ଦ୍ଵ  $one$  ାରା ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଆଠ ମାଲନସ୍ ଦୁଇ ହେବ ଏବଂ ଯଦି ଆମେ ଏହାକୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ଥାନକୁ ନେଇଯିବା ତେବେ 2 ଗୁଣର ଓଲଟା ସମାନ ହେବ | 1 ମାଲନସ୍ 1 ବର୍ଗ ରୁଟ୍ ଦ୍ଵ 8 ାରା 8 ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ 5 ଏବଂ  $n$  ମାଲନସ୍ ଅଧା ଏବଂ ତା' ପରେ ପ୍ଲସ୍ 8 ଦ୍ଵ 8 ାରା 8 ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଯାହା 2 ଗୁଣ 1 ମାଲନସ୍ ର ଚାନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଏକ ଡାଉନ୍ ର ବର୍ଗ ମୂଳ ନେଇପାରିବା ଏବଂ ଦେଖିବା ଯାହା ଭଲ ହୁଏ ତାହା ମଧ୍ୟ ଦୁଇଥର ଲେଖାଯାଇପାରିବ | ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗର ମୂଳ ଉପରେ ଆଠଟି ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ ନଅରୁ ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ ବର୍ଗ ମୂଳ ଆଠଟି ଏବଂ ଏହା ଦୁଇର ବର୍ଗ ମୂଳରେ ଚାନର ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ, ଆଠଟି ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ମୂଳ ଦ୍ଵ

$So$  ାରା ଆମେ ଆଠର ବର୍ଗ ମୂଳକୁ ନାମକୁ ନେଇଥାଉ | ଏଠାରେ ଆମେ ଆଠଟିର ଛଅ ଛଅ ପ୍ଲସ୍ ଆଠ ଗୁଣ ବର୍ଗ ମୂଳ ପାଇଥାଉ ଯାହା ଆଠଥର ଆଠ ଗୁଣ ବର୍ଗ ମୂଳ ହେବ

ତେଣୁ ଏହା ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦ ପାଇଁ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦ ଏଠାରେ ଦୁଇଥର ତିନିଥର ଓଲଟା ଏହା ଚାନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ | ଏହି ଜିନିଷର ଏବଂ ତା' ପରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମକୁ କରିବାକୁ ପଡିବ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଲୁ ଯେ ତିନିରୁ ଅଧିକର ସାଇନ ଓଲଟା ଗୋଟିଏ ରୁଟ୍ ଓଭରର ଓଲଟା ହିସାବରେ ଗଣନା କରାଯାଇଥିଲା ଏବଂ ଏହି ଜିନିଷ ପାଇଁ ଆମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଲୁ ଯାହା ଏଠାରେ ଅଛି

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ  $a$  ରେ ରହିବା ଉଚିତ୍ | ଉଭୟକୁ ଯୋଡିବା ପାଇଁ ସ୍ଥିତି

ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି | ସାଇନ ଓଲଟା 1 ରୁ 3 ପ୍ଲସ୍ ସାଇନ ଓଲଟା 2 ରୁ 3 ଥର 1 ମାଲନସ୍ 1 ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ 8 ମାଲନସ୍ 1 ବର୍ଗ ମୂଳ ଉପରେ 8 ପ୍ଲସ୍ ଚାନ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିରେ ଆମେ ଏହି 4 କୁ ବାଟିଲ୍ କରିପାରିବା ଏବଂ ଆମେ ବର୍ଗ ନେଇପାରିବା | ଏଠାରେ 4 ର ମୂଳ

ତେଣୁ ଆମେ 8 ମାଲନସ୍ 1 ର ବର୍ଗ ମୂଳକୁ 9 ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଏବଂ ଆଠଥର ଦୁଇଗୁଣ ବର୍ଗ ମୂଳ ପାଇଥାଉ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯାହା କରିଛୁ ତାହା ହେଉଛି ଦୁଇଟି ସାଇନ ଇନଭର୍ସର ସମଷ୍ଟିକୁ ଦୁଇଟି ଚାନ ଇନଭର୍ସର ସମଷ୍ଟିରେ ପରିଣତ କରିବା | ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ

ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ଫର୍ମୁଲା ବ୍ୟବହାର କରୁ

ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆପଣ ଯାହା ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବେ ଏବଂ ମୁଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ତାହା କରିବି ନାହିଁ

ତେଣୁ ଆମର ଏହି ମୂଲ୍ୟ ସହିତ  $x$  ସମାନ ଏବଂ  $y$  ଏହି ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆପଣ ତାହା ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବେ | ଏହି  $x$  ର ଉତ୍ପାଦ ଏବଂ ଏହି  $y$  1 ରୁ କମ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ମୁଁ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବି ଏହି ଫର୍ମୁଲା ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍  $y$  କୁ 1 ମାଇନସ୍  $x$   $xy$  ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବି କାରଣ ଏହା ହେଉଛି ଏହି ସମୟ ଯାହା  $x$  ଅଟେ | ସମୟ  $y$  1 ରୁ କମ୍ ଏବଂ ତାପରେ ଏହା ବହୁତ ସହଜ ହୋଇଯାଏ କାରଣ ତା'ପରେ ଆମେ ଏହାକୁ ବର୍ଗ ରୋ  $1$  ାରା  $1$  ର ବିପରୀତ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା |  $8$  ର ମୂଲ୍ୟ ଆଠଟି ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ନଅ ମୂଲ୍ୟ ଦୁଇ ମୂଲ୍ୟ ଆଠଟି ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଉପରେ ଏବଂ ପରେ ଗୋଟିଏ ଆଠଟି ବର୍ଗ ମୂଲ୍ୟ

So ାରା ଏହା ସତ୍ତ୍ୱେ ଦୁଇ ମାଇନସ୍ ମୂଲ୍ୟ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ଦୁଇଥର ପ୍ଲସ୍ ଷୋହଲ ଗୁଣ ବର୍ଗ ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ଏହି ଆହା ଉପରେ | ଆମକୁ ସରଳୀକରଣ ଆହା ଯାହା ଭିତରେ ଅଛି ତାହା ପ୍ରକୃତରେ ଗୋଟିଏ ହେବ

ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ନାମ ସମାନ ହେବ ଏବଂ ଏହା ଏକ ସହଜ ବ୍ୟାୟାମ ଭାବରେ ଛାଡ଼ି ଦିଆଯିବ

ତେଣୁ ଏହା ଏକ ବିପରୀତ ବିପରୀତ ହୋଇଯିବ ଯାହା ଚାରିରୁ  $\pi$  ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହି ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆମେ ମୁଖ୍ୟତଃ | ଏହି ଓଲଟା ଗ୍ରାଫିକାଲିକାଲି ଫଙ୍କସନ୍ସ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ଅଧିକ ସମ୍ପର୍କ ହାସଲ କଲା ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ଆମେ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $x$  ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ ଇନଭର୍ସ  $y$  ର ସୂତ୍ର ଏବଂ ସାଇନ ଇନଭର୍ସ ଏବଂ ଟାନ୍ ଓଲଟା ମଧ୍ୟରେ ରୂପାନ୍ତର ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କଲୁ

ତେଣୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଅନ୍ୟ କିଛି ଫର୍ମୁଲା ଦେଖିବା ଏବଂ କିଛି ନେବା | ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱ  $thing$  ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଷୟ ଯାହାକି ଆମେ ଏହି ବକ୍ତବ୍ୟରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଆମେ ଦେଖାଇଛୁ ଯେ କେମିତି ମାମଲାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ମୁକାବିଲା କରିବା, ଯେଉଁଠାରେ  $f$  ସହିତ  $x$  ସହିତ ସମାନ, ଯେଉଁଠାରେ  $f$  ହେଉଛି କିଛି ଗ୍ରାଫିକାଲିକାଲି ଫଙ୍କସନ୍ କିନ୍ତୁ ଆମେ ହେଉଛି ଖରାପ |  $f$  ଓଲଟା ରେଞ୍ଜର ସେତେ ନହେବା ପାଇଁ ଚାଲିଯାଉ ଧନ୍ୟବାଦ |