व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील तिसऱ्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे मागील लेक्चरमध्ये आम्ही काही उलट त्रिकोणमितीय फंक्शन्समधील काही ओळख आणि संबंध या व्याख्यानात पाहिल्या तसेच ते पुढेही चालू ठेवू आणि आशा आहे की आम्ही पुढील व्याख्यानांमध्ये ते पूर्ण करू.

येथे काही नवीन संबंध मिळवण्याआधी आपण समस्या
हाताळणार आहोत ही एक सामान्य समस्या आहे जी आपल्याला या संपूर्ण व्याख्यानामध्ये भेडसावणार आहे आणि उलट त्रिकोणमितीय फंक्शन्सशी संबंधित समस्या सोडवताना समस्या सोडवताना देखील असू शकते , उदाहरणार्थ येथे आपण असे म्हणूया की आपण वजा एक आणि शून्य मधील x चे मूल्य शोधण्यास सांगितले जाते जसे की cos inverse x ची sine बरोबर अर्धा आहे म्हणून कोणीतरी हा मार्ग वापरून पाहू शकेल म्हणून कोणीतरी असे लिहू शकेल की OK अर्धा
30 अंशांच्या साइन बरोबर आहे जो pi 6 पेक्षा जास्त आहे आणि नंतर cos inverse x ला pi वरील 6 बरोबर समान करा .

त्यामुळे तुम्ही cos inverse x लिहू शकता म्हणून pi by six आणि नंतर cos घेतल्यास येथे तुम्हाला मिळेल.
x बरोबर pi ची cos ओव्हर सिक्स जे तीन पेक्षा दोनच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे आहे समस्या अशी आहे की तीन पेक्षा दोनचे वर्गमूळ
अंतराल वजा एक ते शून्याशी संबंधित नाही तर अशा परिस्थितीत आपण काय करावे? येथे हे लक्षात घेतले पाहिजे की जर x उणे एक आणि शून्य दरम्यान असेल तर cos व्युत्क्रम फंक्शनच्या आलेखावरून तुम्ही पाहू शकता की x चा cos व्युत्क्रम हा pi by two to pi च्या मध्यांतराचा असेल पण नंतर समस्या अशी आहे की sine inverse of अर्धा म्हणून जर तुम्हाला आठवत असेल की आम्ही म्हटले आहे की cos inverse x is equal to pi by six हा sine inverse of sine आहे
त्यामुळे या cos inverse x ला sin व्युत्क्रम अर्ध्याशी समीकरण करण्यात समस्या अशी आहे की sine inverse अर्धा हा नेहमी मध्यांतर वजा pi by चा असेल दोन ते अधिक pi बाय दोन आणि ते असे की साइन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच वजा pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन आहे तर जर x हा अंतराल वजा एक ते शून्य असेल तर कॉस व्युत्क्रम x हा दुस-या अंतराल pi बाय दोनचा असेल pi आणि आपण पाहतो की हे मध्यांतर आणि द व्युत्क्रम चिन्हाचा श्रेणी संच परस्पर अनन्य आहेत म्हणून या दोघांचा छेदनबिंदू हा शून्य संच आहे आणि म्हणून आपल्याला या समस्येचा सामना करावा लागतो की आपल्याला x चे मूल्य मिळाले आहे जे या मध्यांतरात येत नाही म्हणून आपल्याला ah सारखाच सामना करावा लागेल .
आपल्याला भेडसावणाऱ्या समस्येचा मूळ नमुना म्हणजे यावरील उपाय म्हणजे पुन्हा उदाहरणाकडे परत जाणे म्हणजे स्पष्टपणे जर x उणे एक आणि शून्य दरम्यान असेल तर कॉस व्युत्क्रम x जो मी थीटाद्वारे दर्शवितो तो निश्चितपणे पाई बाय दोन आणि मध्ये असेल.
pi आणि नंतर जाण्याऐवजी आणि सरळ म्हणू की cos व्युत्क्रम हा अर्ध्याचा sine व्युत्क्रम आहे जो शक्य नाही कारण अर्ध्याचा sine व्युत्क्रम या संचाचा नसतो
त्यामुळे cos inverse x हा sin व्युत्क्रम अर्ध्या बरोबर असू शकत नाही पण नंतर आपण ती sine पाहतो.
पाई वजा थीटा ही सायन थीटा सारखीच आहे आणि म्हणून आपण ही pi वजा थीटा निवडण्याचे कारण असे करू शकतो कारण जर थीटा कॉस व्युत्क्रम x या मध्यांतराशी संबंधित असेल तर आपल्याला तो pi दिसेल वजा थीटा जर थीटा या मध्यांतराशी संबंधित असेल तर pi उणे थीटा हे अंतराल शून्य ते pi बाय दोनचे असेल आणि हे मध्यांतर शून्य ते pi बाय दोन असे आता आपल्याला साइन इनव्हर्सच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे
म्हणून ही मूळ युक्ती आहे पूर्ण करायचे आहे आणि अर्थातच आम्हाला माहित आहे की ही sin theta प्रत्यक्षात cos inverse x ची sine आहे आणि ती प्रॉब्लेममध्ये दिली जाते हे मूल्य अर्धे दिले जाते
त्यामुळे आपल्याकडे जे आहे ते pi minus theta च्या बरोबरीचे आहे आणि मग साहजिकच आपण म्हणू शकतो की pi उणे थीटा बरोबरीच्या साइन व्युत्क्रमाच्या निम्म्या कारणास्तव,
त्यामुळे येथून आपण ही ओळ केवळ कारण सांगू शकतो कारण ही pi उणे थीटा साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित आहे म्हणून pi उणे थीटा शून्य ते pi by च्या श्रेणीशी संबंधित आहे.
दोन जो साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा उपसंच आहे साइन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच वजा pi बाय दोन ते pi बाय दोन होता, कारण pi वजा थीटा साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे हे येथून आपण मिळवू शकतो.
आणि हे मुळात मग याचा अर्थ असा आहे की थीटा x चा cos व्युत्क्रम असल्यामुळे आपल्याला जे मिळेल ते pi उणे cos व्युत्क्रम x म्हणजे निम्म्याचे साइन व्युत्क्रम अर्थात अर्ध्याचे sine व्युत्क्रम pi by 6 आणि म्हणून आपल्याला cos व्युत्क्रम x बरोबर pi वजा pi by 6 मिळतो.
6 च्या वर 5 pi आणि म्हणून x आता बरोबर आहे जर आपण डाव्या आणि उजव्या दोन्ही बाजूने cos घेतल्यास आपल्याला x बरोबर cos पाच pi बाय सिक्स मिळेल जे सहा वरील वजा cos pi समान होईल.
तीन ओव्हर दोनचे वजा वर्गमूळ समान म्हणून शेवटी आपल्याला तीन ओव्हर दोनचे वजा वर्गमूळ x समान मिळते जे वजा एक ते शून्य या मध्यांतराशी संबंधित आहे म्हणून हे योग्य समाधान आहे म्हणून येथे मुख्य मुद्दा हा होता की जर आपण cos व्युत्क्रम x ला sin व्युत्क्रम अर्ध्या च्या बरोबरीने बदलण्याचा प्रयत्न केला तर आपल्याला अडचण येते कारण अर्ध्याचा ah sine व्युत्क्रम साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणीशी संबंधित आहे जी वजा pi by 2 अधिक pi by 2 आहे तर x साठी x चा नकारात्मक cos व्युत्क्रम th च्या मालकीचा नाही e ची श्रेणी इतकी मूलत: जर आपण केली तर जर आपण असे समीकरण केले तर निश्चितपणे x चे मूल्य तुम्हाला येथे मिळणारे मध्यांतर वजा एक ते शून्य मध्ये येणार नाही
त्यामुळे पुढील गोष्टी आपण औपचारिक करू शकतो.
स्लाइड मी हे औपचारिक करण्याचा प्रयत्न केला आहे म्हणून आवश्यक समस्या अशी आहे की समजा f हे फॉर्मचे त्रिकोणमितीय फंक्शन आहे ते या सहा त्रिकोणमितीय फंक्शन्सपैकी कोणतेही असू शकते जे आम्ही परिभाषित केले आहे म्हणून सर्वसाधारणपणे

त्रिकोणमितीय फंक्शनला डोमेन a आणि श्रेणी b असते आणि मग आपण या सहा त्रिकोणमितीय फंक्शन्सपैकी प्रत्येकाचा व्युत्क्रम परिभाषित करू लागलो,
त्यामुळे व्युत्क्रम फंक्शन f व्युत्क्रम अर्थातच डोमेन सेट f फंक्शनच्या श्रेणी सेट सारखाच असेल जो b आहे
त्यामुळे f व्युत्क्रमाचे डोमेन संच b आणि श्रेणी संच हा दुसरा संच c असेल जो अर्थातच सेटचा उपसंच असावा जो f फंक्शनचे डोमेन आहे म्हणून सामान्य समस्या अशी आहे की समजा आपल्याला हे समीकरण सोडवायचे आहे असे म्हटले तर आपल्याला थीटा शोधायचा आहे म्हणजे x चे मूल्य दिले आहे आणि आपल्याला थीटा शोधायचा आहे म्हणजे थीटाचे f x x च्या बरोबरीचे आहे आता आपण आधीच सांगितले आहे की थीटा f व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित आहे तर उपाय खूप सोपे आहे त्याचे समाधान आहे फक्त थीटा x च्या f व्युत्क्रमाच्या समान आहे कारण x चा f व्युत्क्रम f व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित असेल जो c आहे म्हणून theta सर्व निश्चितपणे संबंधित असेल म्हणून जर आपण असे म्हणतो की theta c चा आहे तर हे समाधान समाधानी होईल थीटा हा f व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या श्रेणीशी संबंधित असणे आवश्यक आहे परंतु जर आपण असे म्हणू की आपल्याला x च्या समान f थीटा समान समस्या आहे तर आपल्याला थीटा शोधणे आवश्यक आहे परंतु असे म्हटले आहे की आपल्याला त्याचे मूल्य शोधण्याची आवश्यकता आहे थीटा जी f व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित नाही तर प्रश्न असा आहे की आता थीटा कसा शोधायचा हे स्पष्टपणे थीटा समान असू शकत नाही म्हणून या प्रकरणात जेथे आपण असे म्हटले आहे की थीटा f च्या श्रेणी संचाशी संबंधित नाही उलट हे स्पष्ट आहे की ते a हे x च्या f व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे नाही कारण x चा f व्युत्क्रम नेहमी c च्या संचाचा असेल तर येथे स्पष्टपणे नमूद केले आहे की थीटा c च्या संचाचा नसावा, मग अशा परिस्थितीत आपण थीटा कसा शोधू शकतो
त्यामुळे i साइन फंक्शनसाठी सर्वसाधारणपणे ही समस्या सोडवण्याचा प्रयत्न केला आहे,
त्यामुळे साइन फंक्शनसाठी डोमेन आणि रेंज येथे लिहिल्याप्रमाणे आहे आणि साइन इनवर्स फंक्शनसाठी डोमेन वजा एक ते एक श्रेणी वजा pi बाय दोन ते अधिक pi बाय आहे दोन आणि आपण असे म्हणू की आपल्याला हे समीकरण येथे सोडवायचे आहे म्हणून आपल्याला थीटा शोधायचा आहे की सिन थीटा xx च्या बरोबरीचा आहे अर्थातच वजा एक ते अधिक एकचा आहे म्हणून आपल्याला थीटा शोधणे आवश्यक आहे परंतु आपल्याला जे दिले आहे ते थीटा आहे या श्रेणीशी संबंधित आहे म्हणून जेथे m हा काही पूर्णांक आहे,
त्यामुळे आपल्याला हे शोधण्यास सांगितले जाते, जे m pi वजा pi by 2 ते m pi अधिक pi by 2 या अंतराने अशा प्रकारे या श्रेणीशी संबंधित असलेली थीटा शोधण्यास सांगितले जाते.
तो sin theta x च्या बरोबरीचा आहे, तर आपण ते कसे शोधू शकतो म्हणून हे नाही खूप कठीण आहे अर्थातच आपल्याला एक विषम m देखील विचारात घेणे आवश्यक आहे म्हणून आपण असे म्हणू की जर असे असेल तर आपण sine theta equals x हे समीकरण लिहून सुरुवात करू आणि आपल्याला असे म्हटले जाते की theta या मध्यांतराशी संबंधित आहे परंतु समस्या ही आहे की जर आपण शून्य बरोबर m ची स्पेशल केस घेतो मग इथे मुळात ही बंधने उणे pi बाय टू ते अधिक pi बाय टू च्या संबंधित थीटामध्ये भाषांतरित केली जातात आणि हा साइन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे आणि म्हणून m च्या विशेष केससाठी शून्याच्या बरोबरीचे सोल्यूशन खूप सोपे आहे थीटा बरोबरीचे साइन व्युत्क्रम x म्हणून हे m साठीचे सोल्यूशन आहे शून्य बरोबर m साठी कारण m साठी शून्य बरोबर हा संच जिथे आपण थीटा ला रेषेपर्यंत मर्यादित करत आहोत तो अनिवार्यपणे साइन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच होईल पण काय जर m शून्याच्या बरोबरीचे नसेल तर m समान शून्याच्या समान m शून्याच्या बरोबरीने आणखी काहीतरी करावे लागेल म्हणून आपण पुन्हा x च्या बरोबरीच्या sin theta ने सुरुवात करतो आणि आपल्याला असे म्हटले जाते की theta m pi वजा pi by चा आहे दोन टी om pi plus pi by two the closed interval पण आपण पाहतो की theta उणे m pi जर theta या मध्यांतराशी संबंधित असेल तर theta उणे m pi मध्यांतर वजा pi by two to plus pi by two आणि हे मध्यांतर मुळात साइन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आता आपण theta वजा m pi च्या sine चे मूल्य काय आहे ते पाहू
आणि आपण पाहू की हे sine a cos b उणे cos a sine b च्या बरोबरीचे आहे पण pi च्या पूर्णांक गुणाकाराची sine शून्य आहे तर हेच आपल्याला मिळते आणि m pi चा कॉस m च्या पॉवरला वजा एक म्हणून लिहिता येतो म्हणून हे शेवटी वजा एक ते पॉवर m गुणा sin theta च्या समान आहे जे आपल्यासाठी खरोखर चांगली बातमी आहे कारण आपण ते m गुणिले x च्या बळावर वजा एक असे देखील लिहू शकतो कारण sin theta x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण याला दोन प्रकरणांमध्ये विभागू शकतो एक म्हणजे जेव्हा m सम असेल तेव्हा m सम असेल तेव्हा हे समीकरण अनिवार्यपणे theta वजा ची sine बनते m pi बरोबरी x आणि नंतर जर तुम्ही इथे पाहाल तर ही थीटा वजा mp मी स्पष्टपणे साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून या समीकरणावरून आपण थेट लिहू शकतो की थीटा वजा m pi हा x च्या sine व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे जिथून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की theta m pi अधिक x च्या sine व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे म्हणून या प्रकरणात जेथे m सम आहे तो हा उपाय आहे आणि मग विषम m च्या बाबतीत ते विषम m साठी सारखेच असणार आहे आपण काय पाहणार आहोत ते म्हणजे theta वजा m pi ची sine वजा एक ची घात m गुणिले x x चे फक्त वजा आहे आणि आपल्याला आधीच माहित आहे की ही थीटा वजा m pi हा साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून या विधानावरून आपण थेट असे म्हणू शकतो की थीटा वजा m pi हा वजा x च्या साइन व्युत्क्रमाच्या समान आहे परंतु साइन व्युत्क्रम an आहे विषम कार्य आणि म्हणून हे साइन व्युत्क्रम x च्या वजा बरोबर आहे जिथून आपण शेवटी असा निष्कर्ष काढू शकतो की जेव्हा m विषम थीटा m pi वजा साइन व्युत्क्रम x च्या बरोबरीचा असतो तेव्हा ही संपूर्ण गोष्ट येथे खालील स्लाइड प्रमाणे सारांशित केली जाऊ शकते म्हणून मूळ समस्या होती शोधण्यासाठी या मध्यांतरातील थीटा m pi उणे pi बाय दोन ते m pi अधिक pi द्वारे दोन जेथे m काही पूर्णांक आहे आणि आपल्याला या मध्यांतरात ही थीटा शोधायची आहे आणि थीटा असा असावा की sin theta काही मूल्य x च्या काही मूल्याच्या समान असेल त्यासाठी सामान्य उपाय म्हणजे जर m सम असेल तर थीटा समान असेल m pi अधिक sin व्युत्क्रम x m विषम असेल तर m pi वजा पाप व्युत्क्रम f आहे तत्सम प्रकारची ah समीकरणे इतर त्रिकोणमितीय फंक्शन्ससाठी देखील काढता येतात.
आधीच्या लेक्चरमध्ये आम्ही जिथे थांबलो होतो त्या समस्येसाठी किंवा ओळखीबद्दल, जर तुम्हाला आठवत असेल की आम्ही x चा टॅन व्युत्क्रम आणि y चा टॅन व्युत्क्रम हे एखाद्या गोष्टीचे टॅन व्युत्क्रम असे लिहिता येईल का हे पाहण्याचा प्रयत्न करत आहोत, म्हणून येथे एक

द्रुत आहे व्युत्पत्ती म्हणून tan च्या आम्हाला माहित आहे की a अधिक b चा ah tan बरोबर tan a अधिक tan b वर एक वजा tan a tan b आता या सूत्रात मी x च्या tan व्युत्क्रम आणि b बरोबर y च्या tan व्युत्क्रमाऐवजी बदलले तर हे मला खूप टॅन मिळते आहे हे एक आणि हे आहे b आहे म्हणून a plus b चा tan आहे tan a plus tan b ला भागिले एक वजा tan a गुणिले tan b आणि अर्थातच tan चा टॅन व्युत्क्रम x x टॅनचा टॅन व्युत्क्रम y बरोबर आहे आणि म्हणूनच शेवटी आपल्याला हेच मिळते आपल्याला x च्या tan व्युत्क्रमांच्या बेरजेचे tan मिळते आणि y हे फक्त x अधिक y वर एक वजा xy च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपल्याकडे हे विधान येथे आहे परंतु याचा अर्थ असा होतो की tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y समान टॅन व्युत्क्रम x अधिक y   एक वजा xy वर हे नेहमीच खरे असते उत्तर नाही ते x आणि y च्या मूल्यांवर अवलंबून असते कारण आपल्याला माहित आहे की टॅन व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच वजा pi by 2 2 अधिक pi by two आहे
 त्यामुळे जर x आणि y असे आहेत की टॅन व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y जर ते टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित नसेल तर ही समानता येथे असू शकत नाही
त्यामुळे ही समस्या आहे म्हणून पुढील काही स्लाइड्समध्ये मी पुढील परिणाम प्राप्त करेन.
 येथे एक छान तक्ता आहे म्हणून जर आपण दाखवू की x गुणिले y कमी व्या असल्यास an 1 तर हे खरे आहे की tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y बरोबर ah tan व्युत्क्रम x अधिक y वर एक वजा xy आहे पण म्हणून हे फक्त जर xy एकापेक्षा कमी असेल तर हे समान आहे परंतु इतर प्रकरणांसाठी इतर प्रकरणे जर x आणि y दोन्ही सकारात्मक असतील आणि xy एकापेक्षा जास्त असेल तर त्या बाबतीत आपल्याला या अभिव्यक्तीमध्ये pi जोडावे लागेल, तर दुसरीकडे x आणि y दोन्ही ऋण असल्यास आपल्याला हे मिळेल एकापेक्षा जास्त आम्ही वजा pi जोडतो
 त्यामुळे या तीन अटी दाखवण्यासाठी आम्हाला एक छोटासा निकाल लागेल जो आम्ही आधीच्या लेक्चरमध्ये पाहिला आहे पण तरीही मी ते इथे लिहिण्याचा विचार केला आहे
 त्यामुळे आमच्या मागील लेक्चर्समधून हे दोन्ही गुणधर्म पाहिले तर एक म्हणजे कोणत्याही x वास्तविक साठी ही टॅन व्युत्क्रम आणि कॉट व्युत्क्रम x ची बेरीज pi द्वारे नेहमी 2 असते आणि हे देखील की जर x सकारात्मक असेल तर टॅन व्युत्क्रम 1 ओव्हर x कॉट व्युत्क्रम x प्रमाणेच असेल तर आता जर आपण ही दोन्ही विधाने दोन्ही स्टेटमेंट एकत्र करण्याचा प्रयत्न करा ements म्हणून मग आपण लिहू शकतो की x नॉन-ऋणात्मक साठी आपण फक्त या cot inverse x ची जागा येथे tan व्युत्क्रम x ने बदलली आहे त्यामुळे आपल्याला हे विशिष्ट समीकरण मिळेल जे सर्व x गैर-ऋणात्मक टॅन साठी उलट x अधिक tan आहे.
  व्युत्क्रम एक ओव्हर x हा नेहमी pi दोन ने असतो आणि मग आह जर तुम्ही या संपूर्ण गोष्टीला वजा चिन्हाने गुणाकार केला तर आम्हाला वजा टॅन व्युत्क्रम x वजा टॅन व्युत्क्रम एक ओव्हर x म्हणजे शून्यापेक्षा मोठ्या सर्व x साठी वजा पाई दोन आहे परंतु टॅन व्यस्त असल्याने फंक्शन हे एक विषम फंक्शन आहे ज्याला आपण टॅन व्युत्क्रम x म्हणजे वजा x चे टॅन व्युत्क्रम लिहू शकतो आणि ah या पदासाठी सारखेच आहे, तर मग आपल्याला हेच मिळते परंतु x 0 पेक्षा मोठी स्थिती देखील उणे x म्हणून लिहिता येते.
 0 पेक्षा कमी.
 तर आता आपण पाहतो की या समीकरणात आपल्याला सर्वत्र उणे x आहे म्हणून आपण म्हणतो की जर आपण वजा x च्या समान y व्हेरिएबल वापरला तर तीच गोष्ट tan व्युत्क्रम y अधिक tan व्युत्क्रम एक ओव्हर y आहे वजा pi आहे.
 सर्व नकारात्मक y साठी दोन द्वारे
 त्यामुळे आपण कदाचित j करू आपण हे आणि ही दोन समीकरणे वापरत आहोत जी अगदी सारखी दिसतात त्याशिवाय येथे आपल्याजवळ pi बाय दोन n वजा pi बाय दोन आहे तर आपण ah xy चा ah घेऊ या जेव्हा x गुणिले y चे गुणाकार ah पेक्षा कमी असेल म्हणून जेव्हा x गुणाकार y एकापेक्षा कमी असतो परंतु x आणि y दोन्ही धनात्मक असतात तेव्हा x आणि y दोन्ही धनात्मक असल्यामुळे x हे 0 ते pi बाय 2 च्या मध्यांतराचे असतील आणि ते टॅन व्युत्क्रम x च्या या आलेखावरून स्पष्ट होते.
 आपण फक्त x ची सकारात्मक मूल्ये पाहतो म्हणून x च्या या मूल्यांसाठी आपण पाहतो की टॅन व्युत्क्रम x ही उभ्या अक्षाच्या सकारात्मक बाजूची मूल्ये घेत आहे म्हणून आपण असे कारण आहे की जेव्हा टॅन व्युत्क्रम जेव्हा x पेक्षा मोठा असतो शून्य नंतर टॅन व्युत्क्रम x हा शून्य ते पाई बाय दोन या अंतराशी संबंधित असेल आणि तेच टॅन व्युत्क्रम y साठी खरे आहे तर tan व्युत्क्रम y कारण y सकारात्मक वेळ आहे वजा y देखील शून्य ते pi बाय दोनचा असेल परंतु आपल्याकडे हे देखील आहे तिसरी अट की xy एकापेक्षा कमी आहे म्हणजे मुळात y कमी आहे x पेक्षा एक वर पण दोन्ही ah y आणि एक ओवर x दोन्ही सकारात्मक आहेत कारण x आणि y सकारात्मक आहेत म्हणून आपल्याकडे ही गोष्ट येथे आहे म्हणून आपण या वक्राच्या फक्त सकारात्मक x अक्षावर लक्ष केंद्रित करण्याचा प्रयत्न करू आता तुम्हाला ते सकारात्मक बाजूने दिसते क्षैतिज अक्षाच्या टॅन व्युत्क्रम x चा आलेख मोनोटोनिकरीत्या वाढत आहे आणि म्हणून येथून आपण असे म्हणू शकतो की टॅन व्युत्क्रम y हा टॅन व्युत्क्रम x पेक्षा कमी आहे आता आपण दोन्ही बाजूंना टॅन व्युत्क्रम x जोडतो म्हणजे आपल्याला जे मिळेल ते आहे आणि अर्थातच तर मग आपल्याला जे मिळेल ते अर्थातच येथे शून्यापेक्षा मोठे चिन्ह आहे आणि आपल्याला हे देखील माहित आहे की टॅन व्युत्क्रम x शून्यापेक्षा मोठा आहे कारण x आणि y दोन्ही x आहेत आणि y हे दोन्ही x आहेत आणि आता आपण येथे या समीकरणासाठी सकारात्मक आहोत टॅन व्युत्क्रम x सर्वत्र जोडा म्हणजे आपल्याला टॅन व्युत्क्रम x अधिक शून्य म्हणजे टॅन व्युत्क्रम x टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम phi पेक्षा कमी आहे आणि ते टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम x पेक्षा कमी आहे आणि अर्थातच टॅन व्युत्क्रम x पेक्षा कमी आहे.
  येथे शून्यापेक्षा मोठे आहे म्हणून आपण काय आहोत मागील स्लाइडमधील aw असे आहे की सर्व x पॉझिटिव्ह टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम एक ओव्हर x वास्तविकपणे pi बाय दोनच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून आपण स्पष्टपणे पाहतो की जर x आणि y ही स्थिती पूर्ण करतात तर tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y जे आहे येथे धन आहे आणि ते 2 बाय पाई पेक्षा कमी आहे.

 त्यामुळे मूलत : यासाठी जेव्हा x आणि y ही स्थिती पूर्ण करतात तेव्हा tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y चे मूल्य tan व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित असते आणि म्हणून ते श्रेणीशी संबंधित असल्यामुळे टॅन व्युत्क्रमाचा संच काय होईल ते

म्हणजे टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y
हे अर्थातच ah च्या बरोबरीचे असेल, दुसरी अट अशी आहे की जर xy एकापेक्षा कमी असेल आणि x आणि y दोन्ही ऋण असतील आणि हे ah मध्ये देखील असू शकते या केसमध्ये देखील ah चा परिणाम अगदी सारखाच आहे की tan व्युत्क्रम x आणि tan व्युत्क्रम y कारण x आणि y ऋणात्मक आहेत दोन्ही अंतराल वजा pi दोन ते शून्य पर्यंत असतील आणि या प्रकरणात ah येथून पुढे काय होईल ते y पेक्षा मोठे आहे एक ओव्हर x beca x आणि y दोन्ही ऋण वापरा म्हणून येथून आपल्याला ही स्थिती मिळते आणि नंतर या स्थितीतून ah प्राप्त होते कारण
त्यामुळे आता आपण मुळात क्षैतिज अक्षाच्या नकारात्मक बाजूस आहोत
त्यामुळे आपल्याला टॅन व्युत्क्रम y हे टॅन व्युत्क्रम एकापेक्षा मोठे x वर आहे कारण टॅन व्युत्क्रम फंक्शन x सह मोनोटोनिकरीत्या वाढत आहे जसे की येथे या आलेखावरून पाहिले जाऊ शकते आणि कारण x हा आह आहे आणि त्यानंतर जर आपण दोन्ही बाजूंना टॅन व्युत्क्रम x जोडल्यास हे अर्थातच शून्यापेक्षा कमी आहे आणि टॅन व्युत्क्रम x पेक्षा कमी आहे.
शून्य म्हणून जर आपण या विशिष्ट असमानतेमध्ये tan व्युत्क्रम x ah जोडले तर आपल्याला tan व्युत्क्रम x tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम एक x पेक्षा मोठा आहे आणि हे tan व्युत्क्रम x स्पष्टपणे ऋण आहे तर येथून आपण हे देखील पाहतो की आता मागील स्लाईडवर आपण पाहिले की सर्व x ऋण टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रमासाठी एक ओव्हर x हे वजा pi बाय दोन इतके आहे आणि म्हणून ते पुढे आले आहे की जर x आणि y या तिघांना पूर्ण केले तर अटी नंतर टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y हे शून्य आणि वजा pi दोन च्या दरम्यान असते आणि हे अंतर शून्य आणि क्षमस्व जर x आणि y ही स्थिती पूर्ण करत असेल तर tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y हे अंतराल z वजा pi 2 ते 0 च्या दरम्यान आहे जे टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा एक उपसंच आहे म्हणून या केससाठी देखील म्हणून हा केस देखील या केसचा उपसंच आहे म्हणून मूलत: दोन्ही म्हणून हे केस तीन आहे म्हणून केस एक आणि केस तीन दोन्ही या विशिष्ट केसशी संबंधित आहेत कारण तुम्हाला केस आठवत असेल तर 1 देखील xy 1 पेक्षा कमी होता परंतु x आणि y दोन्ही सकारात्मक आणि केस 3 ज्याची आपण आत्ताच चर्चा केली आहे ती देखील एकापेक्षा कमी xy आहे परंतु येथे x आणि y दोन्ही नकारात्मक आहेत म्हणून ही दोन्ही प्रकरणे येथे या स्थितीशी संबंधित आहेत आणि दोन्ही प्रकरणांमध्ये आपण पाहिले की आम्ही दाखवले की टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y हे अंतराल वजा pi बाय दोन ते अधिक pi बाय टू चे आहे जे टॅन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे आणि म्हणून हे याच्या बरोबरीचे असेल
त्यामुळे आणखी एक केस जे राहते जर w आम्ही आत्ताच पाहिलेल्या आमच्या टेबलवर परत जा म्हणून आम्ही या xy ची अटीपेक्षा कमी तीनमध्ये विभागणी केली आहे मुळात आम्ही प्रथम दोन भिन्न स्थितींमध्ये विभागले आहे म्हणून एक अट अशी आहे की xy एकापेक्षा कमी आहे परंतु तो शून्यापेक्षा मोठा आहे म्हणून हे केस एक आणि केस थ्री जी आपण आत्ताच पाहिली आहेत ती मुळात या अह उप कंडिशनसाठी आहेत आणि नंतर आणखी एक अट आहे जी xy आहे शून्य पेक्षा कमी आहे, जर आपण या आणि या स्थितीचे एकत्रीकरण केले तर आपल्याला शेवटी आता ही अट मिळेल .
ही स्थिती आपण याआधीच केस 1 आणि केस 3 दाखवली आहे आता आपण हे दाखवणार आहोत की tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y हे देखील समान आहे जेव्हा xy पॉझिटिव्ह नसतो, जर ते शून्यापेक्षा कमी असेल तर ते सिद्ध होईल.
या स्थितीसाठी xy एका टॅनपेक्षा कमी व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y समान आहे x अधिक y च्या tan व्युत्क्रम एक वजा xy वर म्हणून आम्ही त्यास केस पाच असे नाव दिले आहे म्हणून
मी लिहीन म्हणून मी येथे केस पाच म्हणून लिहीन तेव्हा आणि हे अगदी सोपे आहे कारण जेव्हा x आणि y नॉन पॉझिटिव्ह असतात तेव्हा एक केस म्हणजे x हे शून्य y च्या बरोबरीने मोठे असते y शून्य पेक्षा मोठे असते तर दुसरे म्हणजे x हे शून्याच्या बरोबरीने मोठे असते पण y कमी असते शून्याच्या बरोबरीच्या पेक्षा , तर केस पाच a साठी x हे शून्यापेक्षा कमी आहे कारण आपण पाहतो की टॅन व्युत्क्रम x हा अंतराल वजा pi दोन ते शून्य आणि टॅन व्युत्क्रम y हा शून्य ते pi बाय दोनचा असेल आणि नंतर नक्कीच यावरून आपण टॅन व्युत्क्रम x बरोबर टॅन व्युत्क्रम y जोडतो आणि हे असे होते की टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y हे मध्यांतर वजा pi बाय टू ते अधिक pi बाय टू असेल
त्यामुळे हे पाहणे अगदी सोपे आहे की या केससाठी tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y हा टॅन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे आणि पुन्हा ah जेव्हा x शून्याच्या बरोबरीने मोठा असतो आणि y शून्यापेक्षा कमी असतो तेव्हा tan inverse x शून्य ते pi बाय दोन टॅन व्युत्क्रम y च्या मालकीचा असेल दोन शून्याने उणे पाई च्या मालकीचे असेल
त्यामुळे या प्रकरणात देखील आपण टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y हे टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचे असेल आणि ते असे आहे की जर तुम्हाला 0 ते pi बाय 2 आणि उणे pi बाय 2 ते 0 हे माहित असेल तर आम्ही जेव्हा आम्ही जोडतो तेव्हा तुम्ही तुम्हाला घेतो.
या दोघांना आपण या संचासोबत मूलत: या संचाचा युनियन घ्यायचा आहे
आणि युनियन हा तंतोतंत टॅन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे आणि या प्रकरणातही तेच घडत आहे, म्हणून मूलत: आपण येथे पहिली पंक्ती दर्शविली आहे,
त्यामुळे ही केस पाच होती.
तर हे आणि हे ah या स्थितीचे एकत्रीकरण xy एकापेक्षा कमी आहे म्हणून आपण जे दाखवले आहे ते असे की जर x आणि y चा गुणाकार एकापेक्षा कमी असेल तर tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y हा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी ah संचाशी संबंधित आहे.
आणि म्हणून येथे या अभिव्यक्तीच्या बरोबरीचे आहे इतर दोन प्रकरणे देखील फार कठीण नाहीत म्हणून एक केस अशी आहे जिथे xy एकापेक्षा मोठा आहे आणि x आणि y दोन्ही धनात्मक आहेत म्हणून या प्रकरणात tan व्युत्क्रम x शून्य ते pi बाय दोन च्या असेल tan व्युत्क्रम y हा शून्य ते pi बाय दोनचा असेल पुन्हा कारण ते दोन्ही सकारात्मक आहेत आणि कारण xy 1 पेक्षा मोठा आहे आणि आमच्याकडे x पेक्षा y 1 पेक्षा जास्त आहे, म्हणून tan व्युत्क्रम हे एक नीरसपणे वाढणारे कार्य असल्याने येथून आपल्याला हे विधान मिळते की tan व्युत्क्रम y हा एक ओव्हर x च्या टॅन व्युत्क्रमापेक्षा मोठा आहे.
आणि नंतर जसे आपण आधी केले होते तसे आपण दोन्ही बाजूंना टॅन व्युत्क्रम x जोडू आणि हेच आपल्याला उजव्या बाजूला पुन्हा टॅन

व्युत्क्रम x बरोबर टॅन व्युत्क्रम x बरोबर टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम एक मिळेल.
x वर जे आपण दाखवले होते की x जेव्हा सकारात्मक असते तेव्हा याचे मूल्य pi by two च्या बरोबरीचे असते आणि म्हणून आपण पाहतो की या परिस्थितीसाठी ah येथे tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y प्रत्यक्षात pi पेक्षा दोन बाय दोन मोठा आहे.
पेक्षा pi पेक्षा दोन आणि म्हणून ah या केससाठी आपल्याकडे काय आहे ते पाहू या, मी थिटा टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y असे म्हणतो तर हे केस क्रमांक दोनसाठी आहे तर आपल्याकडे जे आहे ते पाई बाय दोनपेक्षा मोठे आहे पण अर्थातच ही थीटा असणे आवश्यक आहे pi पेक्षा कमी कारण tan व्युत्क्रम x आणि tan व्युत्क्रम y दोन्ही 0 ते pi by 2 चे आहेत
त्यामुळे tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y चे सर्वात मोठे धनात्मक मूल्य फक्त pi by 2 अधिक pi by two असू शकते जे pi इतके स्पष्ट आहे ah theta हा pi पेक्षा कमी असणे आवश्यक आहे म्हणून शेवटी या दोन केससाठी आपल्याकडे काय आहे ते म्हणजे theta हा मध्यांतर pi by two pi to pi चा आहे आता समस्या अशी आहे की या theta चे ah tan हे x अधिक y वर एक वजा समान आहे xy तर या लेक्चरमधील tan व्युत्क्रम फंक्शन्सवरील आपल्या पहिल्या स्लाईडवरून हे पुढे आले आहे,
त्यामुळे मूळ समस्या पुन्हा अशी आहे की आपल्याला दिलेली आहे, म्हणून हे आपल्याला दिले गेले आहे की थीटा 2 ते pi आणि त्याच वेळी इंटरव्हल pi मधील असणे आवश्यक आहे.
टॅन थीटा हे समीकरण x अधिक y पेक्षा 1 वजा xy आहे हे समीकरण पूर्ण करण्यासाठी वेळ आहे, जर तुम्हाला हे पुन्हा आठवत असेल तर ही समस्या आहे ज्याची आम्ही पहिल्या काही स्लाइड्समध्ये चर्चा करत होतो की तुमच्याकडे थीटाचा f आहे म्हणून येथे f हे tan फंक्शन काही z इतके z आहे मुळात हे मूल्य आहे आणि आपल्याला आवश्यक आहे परंतु समस्या अशी आहे की ही थीटा संबंधित नाही म्हणून थीटा f व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित नाही, म्हणून येथेही आपण असे म्हणत आहोत की थीटा प्रत्यक्षात ah ते pi मधील अंतराल pi च्या दोन बाय दोनशी संबंधित आहे.
टू pi जो f व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच नाही, ah tan व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच प्रत्यक्षात वजा pi by two to plus pi by two आहे,
त्यामुळे या समस्येच्या पॅटर्नचा नेमका प्रकार आहे ज्याची आपण पहिल्या काही स्लाइड्समध्ये चर्चा करत होतो आणि जेव्हा तुम्ही व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सचा सामना कराल तेव्हा तुम्हाला या प्रकारची समस्या येतच राहील किंवा तुम्हाला या प्रकारची समस्या येतच राहाल , या प्रकरणात आपण जी युक्ती करतो ती सर्वप्रथम आपण पाहतो की हा टॅन व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच नाही.
आपल्याला काहीतरी करण्याची गरज आहे जेणेकरुन थीटा वर काही ऑपरेशन केले जावे जेणेकरुन आपल्याजवळ मुळातच आहे म्हणून आपण काय करतो आपण ही थीटा घेतो आणि आपण प्रत्यक्षात त्यातून pi वजा करतो
त्यामुळे जर आपण त्यातून pi वजा केला तर कारण theta pi चा दोन ने होतो pi करण्यासाठी काय होईल ते म्हणजे theta उणे pi हा मध्यांतर वजा pi by two to zero चा असेल आणि आपल्याला माहित आहे की minus pi by two to zero हा स्पष्टपणे संबंधित आहे म्हणून हा मध्यांतर टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा उपसंच आहे आणि कारण
त्यामुळे या थीटामधून pi वजा करण्याचे कारण दुप्पट आहे , पहिले कारण म्हणजे मला एक नवीन कोन थीटा वजा pi मिळतो जो याच्या मालकीचा आहे म्हणून हा मध्यांतर टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा उपसंच आहे
.
pi वजा करण्याचे कारण पुन्हा दोन पट आहे पहिले कारण म्हणजे मला एक नवीन कोन थीटा वजा pi मिळतो जो टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे दुसरे म्हणजे मला माहित आहे की टॅन फंक्शन pi सह नियतकालिक आहे
त्यामुळे theta वजा pi चा टॅन टॅन थीटा सारखेच आहे जे आपल्याला माहित आहे की x अधिक y पेक्षा एक वजा xy बरोबर आहे, म्हणून आपण थीटामधून वजा करण्यासाठी हा कोन pi निवडण्याचे दुसरे कारण आहे, म्हणून शेवटी या समीकरणात आपल्याला जे आहे ते येथे आहे अंगाची स्पर्शिका आहे le जेथे हा कोन टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित आहे या मूल्याच्या x अधिक y वरील एक वजा xy आणि म्हणून आता आपण सहजपणे लिहू शकतो की थीटा वजा pi हा x अधिक y च्या tan व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे
आणि नंतर पासून येथे हे खालीलप्रमाणे आहे की थीटा समान pi plus tan व्युत्क्रम x अधिक y वर एक उणे xy वर आहे आणि तेच येथे टेबलमध्ये लिहिले आहे
की हे ah केस क्रमांक दोन आहे म्हणून जर x आणि y दोन्ही सकारात्मक असतील आणि xy पेक्षा जास्त असेल तर एक नंतर tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y समान असेल pi अधिक tan व्युत्क्रम of x अधिक y पेक्षा एक वजा xy, म्हणजे हेच आपण आत्ताच सिद्ध केले होते आणि काळाच्या हितासाठी आपण पुराव्याच्या पुढे जाणार नाही.
हे शेवटचे विधान पण ते देखील अगदी त्याच प्रकारे केले जाऊ शकते ज्याप्रमाणे आपण केस दोन केले आणि नंतर अर्थातच टॅन व्युत्क्रम x अधिक y वरून अभिव्यक्ती काढणे खूप सोपे आहे उदाहरणार्थ 2 tan inverse कारण आपण 2 वेळा tan inverse लिहू शकतो टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन इनव्ह म्हणून erse x आणि नंतर आपण tan inverse x अधिक tan inverse y सूत्र वापरू शकतो y बरोबर x बरोबर आणि त्या बाबतीत आपल्याला हेच मिळणार आहे जेणेकरुन आपल्याला हे पुन्हा सत्यापित करण्यासाठी थोडासा व्यायाम होईल.
tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y वरून tan व्युत्क्रम x वजा tan व्युत्क्रम y साठी अभिव्यक्ती मिळवणे सोपे आहे आणि मी त्वरीत त्यातून जाईन म्हणून tan व्युत्क्रम x वजा tan व्युत्क्रम y हे tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम y असे लिहिले जाऊ शकते वजा y आणि ते असे आहे कारण tan व्युत्क्रम फंक्शन हे विषम फंक्शन आहे आणि नंतर आपण आता हे लिहले आहे ah ही गोष्ट दोन भिन्न व्हेरिएबल्स x आणि minus y च्या tan व्युत्क्रमांची बेरीज म्हणून आपण वापरू शकतो परिणाम असा की जर आपण ते सारणी वापरतो तर आपण जे पाहतो ते असे की आपल्यात या तीन अटी होत्या एक म्हणजे पहिली अट x गुणिले वजा y एक पेक्षा कमी आहे, म्हणून मी तुम्हाला ते टेबल खूप लवकर दाखवतो

त्यामुळे ते अगदी सोपे आहे.
या संपूर्ण मध्ये फक्त एवढेच करायचे आहे सारणी सर्वत्र आपल्याला या y ला उणे y ने बदलायचे आहे आणि नंतर आपल्याला tan व्युत्क्रम x वजा tan व्युत्क्रम y साठी अभिव्यक्ती मिळेल, म्हणून आपण येथे तेच केले आहे, जर आपण त्या तक्त्यामध्ये y च्या जागी वजा y ने केले तर ते असे होईल म्हणून x गुणिले वजा y मिळवा म्हणून पूर्वी आपल्याकडे xy एकापेक्षा कमी होता पण आपण y च्या जागी वजा y घेतो
त्यामुळे आपल्याला x गुणिले वजा y एकापेक्षा कमी मिळतो ज्याला x लिहिता येते तीच स्थिती xy वजा एक पेक्षा मोठी असल्यामुळे समान रीतीने लिहिता येते आणि नंतर आपल्याकडे आधीच्या स्लाईडवर टॅन व्युत्क्रम x अधिक y होता पण नंतर y च्या ऐवजी आपण उणे y लिहू
त्यामुळे आपल्याला x अधिक वजा y वर एक वजा xy मिळतो ते आधी होते पण कारण y च्या जागी वजा पाच होते आपल्याकडे आता 1 उणे x गुणिले वजा y आहे आणि तीच गोष्ट आपल्याला इतर अटींसाठी करत राहायची आहे आणि शेवटी आपल्याला मिळते
त्यामुळे या तीन परिस्थितींच्या पंक्ती आहेत आणि टॅन व्युत्क्रम x वजा टॅनची मूल्ये आहेत.
व्युत्क्रम y स्थितीनुसार sa x आणि y या दोन्हींद्वारे समाधानी आत्तापर्यंत आपण फक्त
x आणि y या दोन भिन्न चलांचे टॅन व्युत्क्रम कसे जोडायचे ते पाहिले आहे परंतु अर्थातच या गोष्टी सामान्यीकृत केल्या जाऊ शकतात उदाहरणार्थ आपण असे म्हणू की आपल्याला साइन व्युत्क्रम x अधिक cos ची गणना करायची आहे व्युत्क्रम y आणि आपण ते कसे करू शकतो
त्यामुळे एक पद्धत अशी असू शकते की आपण साईन व्युत्क्रम x ते tan व्युत्क्रम एखाद्या गोष्टीचे व पुन्हा cos inverse y पासून tan व्युत्क्रमापर्यंत रूपांतर सूत्रे शोधू शकतो म्हणून आपण हे दोन्ही रूपांतरित करू शकतो.
येथे दोन अन्य व्हेरिएबल्सच्या इन टॅन व्युत्क्रम आणि नंतर
दोन व्हेरिएबल्सचे टॅन व्युत्क्रम कसे जोडायचे हे मागील स्लाइडवरून आपल्याला आधीच माहित असल्यामुळे आपल्याला ah मिळेल, आपण ही संपूर्ण गोष्ट एका व्हेरिएबलच्या tan व्युत्क्रम म्हणून मिळवू शकतो
आणि नंतर ते आम्हाला मदत करेल म्हणून समस्या अशी आहे की ते करण्यासाठी आम्हाला tan पासून sine व्युत्क्रमातून tan व्युत्क्रमात आणि त्याउलट आणि नंतर cos व्युत्क्रम ते tan व्युत्क्रम आणि नंतर tan व्युत्क्रमातून co मध्ये काही रूपांतरण सूत्रांची आवश्यकता आहे.
s व्युत्क्रम म्हणून पुढील स्लाईड्समध्ये आपण त्वरीत ah वर जाण्याचा प्रयत्न करू, म्हणून आपण साइन व्युत्क्रम आणि tan व्युत्क्रमाची केस घेऊ,
तर येथे प्रश्न असा आहे की आपल्याकडे x ah चे मूल्य आहे जे उणे दरम्यान उह आहे.
एक आणि अधिक एक आणि नंतर आपल्याला x चा ah sine व्युत्क्रम हे tan व्युत्क्रमाच्या बरोबर आहे हे पहायचे आहे म्हणून आपल्याला येथे हे प्रश्नचिन्ह शोधायचे आहे, म्हणून आपण असे म्हणू की थीटा हे पाप व्युत्क्रम x च्या बरोबरीचे आहे तर स्पष्टपणे theta श्रेणीशी संबंधित आहे साइन व्युत्क्रमाचा संच जो उणे pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन आहे आणि नंतर आपल्याला ही अज्ञात गोष्ट इथे शोधायची असल्याने आपल्याला प्रत्यक्षात साइन व्युत्क्रम x चा टॅन शोधण्यात रस आहे कारण जर तुम्हाला हे समीकरण येथे दिसले तर मी ते घेतले तर दोन्ही बाजूंच्या स्पर्शिकेचे फंक्शन मला जे मिळेल ते सायन व्युत्क्रम x चे टॅन आहे जर मी दोन्ही बाजूंचा टॅन घेतला तर ah बरोबर आहे ही अज्ञात गोष्ट येथे आहे आणि सायन व्युत्क्रम x हे थीटा द्वारे दर्शविलेले असल्याने शेवटी आपल्याला शोधायचे आहे थेटाचा टॅन पण टीचा टॅन heta is sin theta over cos theta इथून आपण पाहतो की sine theta प्रत्यक्षात x च्या बरोबरीचे आहे आणि cos theta हे शोधणे सोपे आहे कारण या प्रकरणात कारण theta वजा pi by two to plus pi by two cos theta नेहमी असेल सकारात्मक हे नेहमीच सकारात्मक असेल आणि म्हणूनच आणि हे देखील की आपल्याला हे सूत्र आधीच माहित आहे की कॉस स्क्वेअर थीटा एक वजा सिन स्क्वेअर थीटा सिन थीटा x आहे म्हणून आपण कॉस स्क्वेअर थीटा एक वजा x स्क्वेअर म्हणून लिहू शकतो आणि नंतर अर्थातच कॉस थीटा एक वजा x चौरसाच्या धनात्मक वर्गमूळाच्या बरोबरीचे आहे कारण आपल्याला माहित आहे की जेव्हा थीटा या मध्यांतराशी संबंधित असतो तेव्हा थीटा शून्यापेक्षा मोठा असतो म्हणून आपण x वजा चौरसाच्या एका ओव्हरचे धनात्मक वर्गमूळ घेतो आणि तेच आपण घालतो येथे म्हणून शेवटी आपल्याला हे समजले की थीटाचा टॅन एक वजा x चौरसाच्या x ओव्हर रूटच्या बरोबरीचा आहे आणि जर तुम्हाला ते स्वच्छपणे लिहायचे असेल तर आम्ही ते टॅन ऑफ sin व्युत्क्रम x बरोबर x एक वजा x वर्गाच्या मुळावर x बरोबर लिहू शकतो आणि कारण आता हे जर तुम्हाला हे चिन्ह व्युत्क्रम x साइन व्युत्क्रम x दिसले तर स्पष्टपणे या मध्यांतराचे असेल आणि हे मध्यांतर देखील टॅन व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच असेल म्हणून आपल्याकडे काही कोन थीटाचा टॅन या मूल्याच्या बरोबरीचा आहे आणि ही थीटा श्रेणी संचाशी संबंधित आहे टॅन व्युत्क्रमाचे आणि म्हणून हे पाहणे अगदी सोपे आहे की हे थीटा
एक वजा x चौरसाच्या x पेक्षा जास्त मूळच्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे असेल
त्यामुळे येथे हे प्रश्नचिन्ह एक वजा x चौरसाच्या x ओव्हर रूटच्या बरोबर आहे आणि नंतर आपल्याला उलट देखील करावे लागेल जे म्हणजे ah समजा आपल्याला वास्तविक संख्यांशी संबंधित x ah चे काही मूल्य दिले आणि मग आपल्याला हा प्रश्न विचारला जाईल की चिन्हाच्या व्यस्त कार्याचा हा युक्तिवाद शोधा की टॅन व्युत्क्रम x आहे या अज्ञात व्हेरिएबलच्या साइन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीने येथे पुन्हा आपण पूर्वी केलेल्या रीतीने सुरुवात
करू या आपण tan व्युत्क्रम x थीटा द्वारे दर्शवू या नंतर स्पष्टपणे theta हा टॅन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे जो th आहे.
e ओपन इंटरव्हल वजा pi by two वरून plus pi by two आणि नंतर sin theta ला tan theta over secant theta असे लिहिले जाऊ शकते कारण secant theta हा एक ओव्हर कॉस थीटा आहे जो एक अधिक टॅन स्क्वेअरच्या वर्गमूळावर tan tan theta च्या समान आहे थीटा म्हणून आपल्याला ही ओळख माहित आहे की वन प्लस टॅन स्क्वेअर

थीटा म्हणजे सेकंद स्क्वेअर थीटा, म्हणून आपण येथे या पायरीसाठी हे वापरले आहे, मग आपण लिहू शकतो कारण थीटा अशी व्याख्या केली आहे हे उघड आहे की x प्रत्यक्षात टॅन टॅनच्या समान आहे थीटा म्हणून आपण या टॅन थीटाला येथे x ने बदलू आणि नंतर टॅन स्क्वेअर थीटा x स्क्वेअरने बदलला जाईल हे स्पष्ट आहे की हे वर्गमूळ येथे धनात्मक वर्गमूळ आहे कारण जेव्हा थीटा मध्यांतर वजा pi by 2 ते अधिक pi द्वारे संबंधित आहे 2 cos theta आणि म्हणून theta of the secant हा या मध्यांतरातील सर्व theta साठी धनात्मक आहे आणि म्हणून ah secant theta धनात्मक असल्याने आपण 1 अधिक x वर्गाचे धनात्मक वर्गमूळ घेऊ

त्यामुळे शेवटी आपल्याजवळ Theta ची sine आहे जिथे थीटा टॅन व्युत्क्रम x याच्या बरोबर आहे म्हणून आपण प्रत्यक्षात ते टॅन व्युत्क्रम x ची सायन म्हणून लिहू शकतो x एक अधिक x चौरसाच्या मुळावर x बरोबर आहे पण हा कोन टॅन व्युत्क्रम x हा वजा pi by 2 ते अधिक pi by 2 चा आहे जो देखील आहे sine व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे म्हणून हा प्रत्यक्षात साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा एक उपसंच आहे आणि म्हणून या विधानावरून असे दिसून येते की टॅन व्युत्क्रम x हा एक अधिक x चौरसाच्या मुळावर x च्या साइन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे.

येथे मोठे प्रश्नचिन्ह या चिन्हाच्या आर्ग्युमेंटमध्ये इनव्हर्स फंक्शन एक प्लस x स्क्वेअरच्या x ओव्हर रूटच्या बरोबरीचे आहे , थोडेसे उदाहरण आपल्याला या सूत्राचे महत्त्व लक्षात घेण्यास मदत करेल जे आपण आत्ताच काढले आहे, म्हणून आपण असे म्हणू की आपल्याला विचारले आहे या दुसऱ्या वास्तविक संख्येच्या एक पेक्षा तीन अधिक sin व्युत्क्रमाच्या साइन व्युत्क्रमाचे मूल्य मोजण्यासाठी जे दोन बाय तीन गुणिले एक वजा वर्गमूळ ah एक वजा एक पेक्षा जास्त आठचे वर्गमूळ आहे, जर आपल्याला आठवत असेल तर आपण हे सूत्र सिद्ध केले आहे की साइन x चा व्युत्क्रम एक वजा x चौरसाच्या x वरील x चा व्युत्क्रम आहे म्हणजे x बरोबर एक षटके तीन आणि जर तुम्ही हे सूत्र वापराल तर आपल्याला एक षटक तीनचा sine व्युत्क्रम tan tan च्या व्युत्क्रमाच्या बरोबर मिळेल.

एक षटक तीन भागिले एक वजा एक च्या वर्गमूळ एक वजा नऊ कारण एक पेक्षा तीन पूर्ण वर्ग एक द्वारे नऊ आहे आणि मग हे आठ च्या वर्गमूळ एक च्या टॅन व्युत्क्रम असेल

त्यामुळे एक पेक्षा तीन चे साइन व्युत्क्रम प्रत्यक्षात टॅन व्युत्क्रम आहे आठच्या वर्गमूळाच्या एका ओव्हरचे आणि हे धनात्मक वर्गमूळ आहे जर आपण मागे गेलो तर आपल्याला आठवते की आपण येथे धनात्मक वर्गमूळ घेतले होते आणि त्याचप्रमाणे दुसऱ्या पदासाठी देखील आपण दोन बाय तीन गुणा एक वजा हे साइन व्युत्क्रम लिहू शकतो.

एक ओव्हर स्क्वेअर रूट आठ म्हणजे टॅन व्युत्क्रम म्हणजे हे x म्हणजे 2 बाय 3 गुणिले 1 वजा 1 8 चे वर्गमूळ भागिले धनात्मक वर्गमूळ 1 वजा या गोष्टीचा वर्ग जो 4 बाय 9 गुणिले 1 वजा असेल 1 वर्गमूळानुसार 8 संपूर्ण वर्गाचा
आणि तो 1 वजामूळ 8 मध्ये व्युत्क्रम 2 टॅन करण्यासाठी सरलीकृत केला जाऊ शकतो, म्हणून आपण हे 3 वर्गमूळमध्ये खाली घेऊ जेणेकरून येथे या विशिष्ट पदाच्या वर्गाच्या 9 वजा 4 पट होईल जे येथे एक अधिक एक असेल आठ वजा दोन म्हणजे आठच्या वर्गमूळाने आणि ते जर आपण पुढच्या स्लाइडवर घेतले तर टॅन व्युत्क्रम 2 गुणिले 1 वजा 1 बाय 8 चे वर्गमूळ
5 च्या वर्गमूळाच्या बरोबर आणि नंतर वजा अर्धा आणि नंतर अधिक 8 बाय 8 चे वर्गमूळ जे 2 गुणिले 1 वजा च्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे आपण खालीचे वर्गमूळ घेऊ शकतो आणि आपल्याला काय चांगले मिळते ते पाहू शकतो हे आठ ओव्हरच्या वर्गमूळाच्या दोन गुणा एक वजा एक असे देखील लिहिता येईल
नऊचे वर्गमूळ बाइ दोन अधिक आठचे वर्गमूळ आणि ते दोनचे तन व्युत्क्रम आहे आठचे वर्गमूळ वजा एक चे वर्गमूळ,

त्यामुळे आपण आठचे वर्गमूळ भाजकावर घेतो येथे आपल्याला छत्तीस अधिक आठ पट मिळते आठचे वर्गमूळ म्हणजे ते आठ होईल t गुणिले वर्गमूळ आठ म्हणजे हे असे आहे म्हणून हे दुसऱ्या पदासाठी आहे म्हणून ही विशिष्ट संज्ञा येथे दोन बाय तीन पटीचा साइन व्युत्क्रम हा या गोष्टीच्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे आणि मग आता आपल्याला असे करावे लागेल म्हणून आपण आधी ती साइन पाहिली आहे एक ओव्हर तीनचा व्युत्क्रम हा एक ओव्हर रूट आठचा टॅन व्युत्क्रम म्हणून मोजला गेला आणि आम्हाला या गोष्टीसाठी आणखी एक अभिव्यक्ती मिळाली जी येथे आहे

त्यामुळे आता आपण त्या दोन्ही जोडण्याच्या स्थितीत असायला हवे

त्यामुळे शेवटी आपल्याजवळ जे आहे ते म्हणजे साइन व्युत्क्रम 1 ओव्हर 3 अधिक साइन व्युत्क्रम 2 बाय 3 गुणिले 1 वजा 1 8 च्या वर्गमूळावर 1 टॅन व्युत्क्रम 1 ओव्हर 8 च्या वर्गमूळ अधिक टॅन व्युत्क्रम आहे म्हणून या अभिव्यक्तीमध्ये आपण हे 4 रद्द करू शकतो आणि आपण 4 चे वर्गमूळ घेऊ शकतो.

येथे आपल्याला 8 वजा 1 चे वर्गमूळ द्वारे 9 चे वर्गमूळ अधिक 8 च्या दोन पट वर्गमूळ मिळते

त्यामुळे आता आपण मूलत: दोन साइन व्युत्क्रमांची बेरीज दोन टॅन व्युत्क्रमांच्या बेरजेत रूपांतरित केली आहे
आणि मग आपण टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम yf वापरा ormula म्हणून या प्रकरणात आपण काय तपासू शकतो आणि मी आता करणार नाही ते म्हणजे आपल्याकडे x या मूल्याच्या बरोबरीचे आणि y या मूल्याच्या बरोबरीचे आहे आणि आपण तपासू शकता की या x आणि या y चे उत्पादन 1 पेक्षा कमी आहे.

म्हणजे मी tan व्युत्क्रम x अधिक tan व्युत्क्रम yi हे सूत्र वापरू शकतो tan व्युत्क्रम x अधिक y बाय 1 वजा x xy हे असे आहे कारण या वेळी जे x गुणिले y आहे ते 1 पेक्षा कमी आहे आणि नंतर ते खूप सोपे होते कारण मग आपण ते 1 चे तन व्युत्क्रम असे लिहू शकतो 8 च्या वर्गमूळाचे 8 अधिक मूळ आठ वजा एक द्वारे नऊच्या मूळ अधिक दोन मूळ आठ वर एक वजा आणि नंतर एकाचे वर्गमूळ आठ असे लिहू शकतो

त्यामुळे ते बहात्तर अधिक दोनचे वजामूळ होईल.

आठचे गुणिले अधिक सोळा गुणिले वर्गमूळ आणि हा आह पुढील सरलीकरणावर आह येथे जे काही आहे ते प्रत्यक्षात एक असेल

त्यामुळे अंश आणि भाजक एकच असतील आणि ते आह सोडा हा सोपा व्यायाम म्हणून एकाचा उलटा टॅन होईल.

जे pi च्या बरोबरीने चार म्हणजे t मध्ये त्याच्या व्याख्यानात आम्ही

या व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्समधील आणखी काही संबंध मूलतः मिळवले आणि विशेषतः आम्ही टॅन व्युत्क्रम x अधिक टॅन व्युत्क्रम y आणि साइन व्युत्क्रम आणि टॅन व्युत्क्रम यांच्यातील रूपांतरणाच्या सूत्रावर चर्चा केली
त्यामुळे पुढील वर्गात आपण आणखी काही ah सूत्रे पाहू.
आणि काही समस्यांचाही विचार करा ही आणखी एक महत्त्वाची गोष्ट जी आपण या व्याख्यानात देखील पाहिली ती म्हणजे आपण f थीटा x च्या बरोबरीच्या असलेल्या प्रकरणांना कसे सामोरे जावे हे दाखवले जेथे f हे काही त्रिकोणमितीय फंक्शन आहे परंतु थीटा मध्ये नसणे बंधनकारक आहे.
f चा range संच उलटा धन्यवाद