

पिछले व्याख्यान में व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यो पर तीसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है हमने इस व्याख्यान में कुछ व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यो के बीच कुछ पहचान और संबंध भी ऐसा करना जारी रखेंगे और उम्मीद है कि इसे समाप्त कर देंगे और बाद के व्याख्यानों में हम समस्याएँ उठाने जा रहे हैं इससे पहले कि हम कुछ नए संबंध प्राप्त करना शुरू करें यहाँ एक सामान्य समस्या है जिसका हम इस पूरे व्याख्यान में सामना करने जा रहे हैं और यह भी हो सकता है कि उलटा त्रिकोणमितीय कार्यो से संबंधित समस्याओं को हल करते समय, उदाहरण के लिए यहाँ हम कहते हैं कि हम शून्य से एक और शून्य के बीच x का मान ज्ञात करने के लिए कहा जाता है जैसे कि कॉस व्युत्क्रम x की साइन आधी के बराबर होती है, इसलिए कोई इस मार्ग को आजमा सकता है ताकि कोई यह कह सके कि ठीक आधा 30 डिग्री की साइन के बराबर है जो कि 6 से अधिक पाई है और फिर 6 से अधिक पाई के साथ कॉस व्युत्क्रम x की बराबरी करें।

इसलिए आप लिख सकते हैं क्योंकि व्युत्क्रम x इसलिए π से छह है और फिर दोनों पक्षों पर \cos लेने पर आपको प्राप्त होगा x बराबर पीआई बटा सिक्स जो बराबर है तीन बटा दो का वर्गमूल समस्या यह है कि तीन बटा दो का वर्गमूल शून्य से एक से शून्य तक के अंतराल से संबंधित नहीं है तो ऐसी स्थिति में हम क्या करें यहाँ यह महसूस किया जाना चाहिए कि यदि x शून्य से एक और शून्य के बीच है तो कॉस व्युत्क्रम फ़ंक्शन के ग्राफ से आप देख सकते हैं कि x का कॉस व्युत्क्रम अंतराल π से दो से π तक होगा लेकिन फिर समस्या यह है कि साइन इनवर्स का आधा तो अगर आपको याद है कि हमने कहा था कि कॉस व्युत्क्रम x बराबर पीआई बटा छह है, तो आधा का ज्या व्युत्क्रम है, इसलिए इस कॉस व्युत्क्रम x को पाप व्युत्क्रम आधा के बराबर करने में समस्या यह है कि साइन व्युत्क्रम आधा हमेशा अंतराल माइनस पीआई से संबंधित होगा π से प्लस पीआई बटा π और ऐसा इसलिए है क्योंकि साइन इनवर्स का रेंज सेट माइनस पीआई बटा π प्लस प्लस पाई बटा π है जबकि अगर एक्स इंटरवल माइनस वन π जीरो में है तो कॉस इनवर्स एक्स दूसरे इंटरवल पीआई से π से संबंधित होगा पाई और हम देखते हैं कि यह अंतराल और साइन इनवर्स का रेंज सेट पारस्परिक रूप से अनन्य है, इसलिए इन दोनों का प्रतिच्छेदन शून्य सेट है और इसलिए हम इस समस्या के साथ समाप्त होते हैं कि हमें x का मान मिला है जो इस अंतराल में नहीं है, इसलिए हम π का सामना करेंगे।

समस्या का मूल पैटर्न जिसका हम सामना कर सकते हैं, इसका समाधान यह है कि फिर से उदाहरण पर वापस जाना स्पष्ट रूप से यदि x शून्य से एक और शून्य के बीच है तो \cos उलटा x जिसे मैं थीटा द्वारा निरूपित करता हूँ वह निश्चित रूप से π बटा दो के बीच होगा और पाई और फिर जाने के बजाय और सीधे यह कहते हुए कि कॉस व्युत्क्रम आधे का साइन व्युत्क्रम है जो संभव नहीं है क्योंकि आधे का साइन व्युत्क्रम इस सेट से संबंधित नहीं होगा

इसलिए कॉस व्युत्क्रम x पाप व्युत्क्रम आधा के बराबर नहीं हो सकता है लेकिन फिर हम उस साइन को देखते हैं पीआई माइनस थीटा साइन थीटा के समान है और

इसलिए हम इस कारण से पीआई माइनस थीटा के इस विकल्प को ले सकते हैं क्योंकि अगर थीटा बराबर कॉस व्युत्क्रम एक्स इस अंतराल से संबंधित है तो हम देखेंगे कि पीआई माइनस थीटा अगर थीटा इस अंतराल से संबंधित है तो पीआई माइनस थीटा अंतराल शून्य से पीआई बटा दो से संबंधित है और यह अंतराल शून्य से पीआई दो अब जो हमें मिलता है वह साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है,

इसलिए यह मूल चाल है किया जाना है और निश्चित रूप से आह हम जानते हैं कि

इसलिए यह पाप थीटा वास्तव में कॉस व्युत्क्रम x की साइन है और यह समस्या में दिया गया है, यह मान आधा होने के लिए दिया गया है, इसलिए हमारे पास पीआई माइनस थीटा के बराबर आधा है और फिर स्पष्ट रूप से हम कह सकते हैं कि पीआई माइनस थीटा आधे से ज्या व्युत्क्रम के बराबर है,

इसलिए यहाँ से हम इस लाइन को केवल

इसलिए समाप्त कर सकते हैं क्योंकि यह पीआई माइनस थीटा साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है,

इसलिए पीआई माइनस थीटा शून्य से पीआई से संबंधित है दो जो साइन इनवर्स के रेंज सेट का एक सबसेट है, साइन इनवर्स का रेंज सेट माइनस पीआई π π पाई बाय π था

इसलिए इस तथ्य के कारण कि पीआई माइनस थीटा साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है, यहाँ से हम इसे प्राप्त कर सकते हैं और यह मूल रूप से तब इसका मतलब यह है कि चूंकि थीटा x का कॉस व्युत्क्रम है

इसलिए हमें जो मिलता है वह है π माइनस कॉस व्युत्क्रम x , आधा का साइन व्युत्क्रम है, आधा का साइन व्युत्क्रम π बटा 6 है और

इसलिए हमें कॉस व्युत्क्रम x बराबर π माइनस π बटा 6 मिलता है जो कि है 5 पाई बटा 6 और

इसलिए एक्स अब के बराबर है यदि हम कॉस को बाएं और दाएं दोनों तरफ लेते हैं तो हमें एक्स बराबर कॉस फाइव पीआई बटा सिक्स मिलता है जो माइनस कॉस पीआई बटा सिक्स के बराबर होगा जो कि है तीन बटा दो का माइनस वर्गमूल के बराबर, तो अंत में हमें x बराबर माइनस थीटा बटा π का वर्गमूल मिलता है जो इस अंतराल माइनस वन π जीरो से संबंधित है,

इसलिए यह सही समाधान है

इसलिए आवश्यक मुख्य बिंदु यह था कि यदि हम सीधे तौर पर कोस व्युत्क्रम x को पाप व्युत्क्रम के बराबर आधे के रूप में प्रतिस्थापित करने का प्रयास करते हैं तो हम एक समस्या में पड़ जाते हैं क्योंकि आधे का आह साइन व्युत्क्रम साइन इनवर्स की सीमा से संबंधित है जो कि माइनस पीआई बटा 2 प्लस पाई बटा 2 है जबकि एक्स के लिए x का ऋणात्मक \cos व्युत्क्रम π है .

से संबंधित नहीं है ई रेंज इतनी अनिवार्य रूप से अगर हम अगर हम करते हैं तो हम इसे इस तरह से बराबर करते हैं तो निश्चित रूप से एक्स का मान जो आपको यहां मिलता है वह अंतराल शून्य से शून्य में झूठ नहीं होने वाला है, इसलिए हम इस बात को अगले में औपचारिक रूप दे सकते हैं स्लाइड मैंने इसे औपचारिक रूप देने की कोशिश की है, इसलिए आवश्यक समस्या यह है कि मान लीजिए कि f फॉर्म का एक त्रिकोणमितीय कार्य है, यह इन छह त्रिकोणमितीय कार्यों में से कोई भी हो सकता है जिसे हमने सामान्य रूप से परिभाषित किया है ताकि त्रिकोणमितीय फंक्शन में एक डोमेन ए और श्रेणी बी हो और फिर हम इन छह त्रिकोणमितीय कार्यों में से प्रत्येक के व्युत्क्रम को परिभाषित करने के लिए आगे बढ़ें, इसलिए व्युत्क्रम फंक्शन f व्युत्क्रम स्पष्ट रूप से डोमेन सेट फंक्शन f के रेंज सेट के समान होने वाला है जो कि b है इसलिए f का डोमेन उलटा है सेट बी और रेंज सेट एक और सेट सी होगा जो निश्चित रूप से सेट ए का सबसेट होना चाहिए जो कि फंक्शन एफ का डोमेन है इसलिए सामान्य समस्या यह है कि मान लीजिए कि अगर हमें कहा जाता है कि हमें इस समीकरण को हल करना है जहां हमें थीटा को खोजना है

इसलिए x का मान दिया गया है और हमें थीटा को खोजना है ताकि थीटा का f बराबर x हो, अब हम पहले ही कह चुके हैं कि थीटा f के व्युत्क्रम सेट से संबंधित है, तो समाधान बहुत आसान है इसका समाधान है बस थीटा के बराबर $f^{-1}(x)$ का व्युत्क्रम क्योंकि x का f व्युत्क्रम f व्युत्क्रम के श्रेणी सेट से संबंधित होगा जो कि c है

इसलिए थीटा सभी निश्चित रूप से संबंधित होंगे यदि हम कहते हैं कि थीटा को c से संबंधित होना है तो यह समाधान संतुष्ट करता है यह बाधा है कि थीटा को एफ उलटा के रेंज सेट की सीमा से संबंधित होना चाहिए, लेकिन अगर हम कहते हैं कि हमें एक ही समस्या है एफ थीटा एक्स के बराबर है तो हमें थीटा को खोजना होगा लेकिन यह कहा जाता है कि हमें इसका मूल्य खोजने की जरूरत है थीटा जो एफ व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित नहीं है, तो सवाल यह है कि अब हम थीटा कैसे पाते हैं जाहिर है कि थीटा इस मामले में इस मामले में बराबर नहीं हो सकता है जहां हमें कहा जाता है कि थीटा एफ के रेंज सेट से संबंधित नहीं है इसके विपरीत यह स्पष्ट है कि a , x के f व्युत्क्रम के बराबर नहीं है क्योंकि x का f व्युत्क्रम हमेशा समुच्चय c से संबंधित होगा जबकि स्पष्ट रूप से यहाँ स्पष्ट रूप से उल्लेख किया गया है कि थीटा समुच्चय c से संबंधित नहीं होना चाहिए, तो हम ऐसे मामले में थीटा कैसे खोजेंगे I साइन फंक्शन के लिए सामान्य रूप से इस समस्या को हल करने का प्रयास किया है,

इसलिए साइन फंक्शन के लिए डोमेन और रेंज यहां लिखी गई है और साइन इनवर्स फंक्शन के लिए डोमेन माइनस वन टू वन है रेंज माइनस पीआई बटा टू प्लस प्लस पाई बाय दो और हम कहते हैं कि हमें इस समीकरण को यहां हल करना है, इसलिए हमें थीटा को इस तरह खोजना होगा कि $\sin x = \frac{1}{2}$ के बराबर पाप थीटा निश्चित रूप से माइनस वन से प्लस वन तक हो, इसलिए हमें थीटा को खोजना होगा लेकिन हमें जो दिया गया है वह थीटा है इस श्रेणी से संबंधित है, इसलिए जहां एम कुछ पूर्णांक है,

इसलिए हमें यह खोजने के लिए कहा जाता है कि हमें एक थीटा खोजने के लिए कहा जाता है जो इस श्रेणी से संबंधित है एम पीआई घटा पीआई 2 से एम पीआई प्लस पीआई 2 इस अंतराल पर इस तरह से वह पाप थीटा x के बराबर है तो हम इसे कैसे खोजेंगे तो यह नहीं है बहुत कठिन निश्चित रूप से हमें एक विषम मी पर भी विचार करने की आवश्यकता है, इसलिए हम कहते हैं कि यदि ऐसा है तो हम इस समीकरण को लिखना शुरू करते हैं साइन थीटा बराबर x और हमें कहा जाता है कि थीटा इस अंतराल से संबंधित है लेकिन समस्या यह है कि निश्चित रूप से यदि हम एम के बराबर शून्य के विशेष मामले को लेते हैं तो यह मूल रूप से यहां पर यह बाधा क्या है जो थीटा से माइनस पीआई से दो से प्लस पीआई से दो तक अनुवाद करती है और यह साइन इनवर्स का रेंज सेट है और

इसलिए एम के विशेष मामले के लिए शून्य के बराबर समाधान बहुत आसान है थीटा साइन इनवर्स एक्स के बराबर है इसलिए यह एम बराबर शून्य के लिए समाधान है क्योंकि एम के बराबर शून्य के लिए यह सेट जहां हम थीटा को लाइन के लिए बाध्य कर रहे हैं अनिवार्य रूप से साइन इनवर्स का रेंज सेट बन जाएगा लेकिन क्या अगर एम शून्य के बराबर नहीं है तो उस स्थिति में जहां एम बराबर शून्य एम शून्य के बराबर शून्य के बराबर कुछ और करना होगा,

इसलिए हम फिर से एक्स के बराबर पाप थीटा से शुरू करते हैं और हमें कहा जाता है कि थीटा एम पीआई माइनस पीआई से संबंधित है दो टू ओम पीआई प्लस पीआई दो बंद अंतराल से लेकिन हम जो देखते हैं वह यह है कि थीटा माइनस एम पीआई अगर थीटा इस अंतराल से संबंधित है तो थीटा माइनस एम पीआई अंतराल माइनस पीआई टू टू प्लस पीआई बटा टू से संबंधित है और यह अंतराल मूल रूप से है साइन इनवर्स का रेंज सेट अब देखते हैं कि थीटा माइनस एम पीआई की साइन का मूल्य क्या है

और हम देखेंगे कि यह साइन ए कॉस बी माइनस कॉस ए साइन बी के बराबर है लेकिन पीआई के एक पूर्णांक गुणज की साइन शून्य के बराबर है तो यह वही है जो हमें मिल रहा है और एम पीआई के इस कॉस को माइनस वन टू घात एम के रूप में लिखा जा सकता है, इसलिए यह अंत में माइनस वन के बराबर है जो कि एम गुना पाप थीटा है जो वास्तव में हमारे लिए अच्छी खबर है क्योंकि हम इसे माइनस वन के रूप में m गुणा x के घात के रूप में भी लिख सकते हैं क्योंकि \sin थीटा x के बराबर है,

इसलिए हम इसे दो स्थितियों में विभाजित कर सकते हैं, एक तब है जब m सम हो तो जब m सम हो तो यह समीकरण अनिवार्य रूप से थीटा माइनस की साइन हो जाती है एम पीआई एक्स के बराबर है और फिर यदि आप यहां यह थीटा माइनस एमपी .

देखते हैं मैं स्पष्ट रूप से साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित हूँ और

इसलिए इस समीकरण से हम सीधे लिख सकते हैं कि थीटा माइनस एम पीआई एक्स के साइन इनवर्स के बराबर है जहां से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि थीटा एम पीआई प्लस साइन इनवर्स के बराबर है,

इसलिए मामले में जहाँ m सम है तो यह समाधान है और फिर विषम m के मामले में यह विषम m के लिए समान होगा जो हम देखने जा रहे हैं वह यह है कि थीटा माइनस $m \pi$ की साइन माइनस एक से घात m गुना x के बराबर है बस एक्स का माइनस है और हम पहले से ही जानते हैं कि यह थीटा माइनस एम पीआई साइन इनवर्स के रेंज सेट से संबंधित है और

इसलिए इस स्टेटमेंट से हम सीधे कह सकते हैं कि थीटा माइनस एम पीआई माइनस एक्स के साइन इनवर्स के बराबर है लेकिन साइन इनवर्स एक है विषम कार्य और

इसलिए यह साइन इनवर्स एक्स के माइनस के बराबर है, जहां से हम अंत में यह निष्कर्ष निकालते हैं कि जब एम विषम थीटा एम पीआई माइनस साइन इनवर्स एक्स के बराबर होता है, तो इस पूरी चीज को निम्नलिखित स्लाइड में संक्षेप में प्रस्तुत किया जा सकता है, इसलिए मूल समस्या थी खोजने के लिए इस अंतराल में थीटा $m\pi$ माइनस π बटा $2m\pi$ जमा π बटा 2 जहाँ m कुछ पूर्णांक है और हमें इस थीटा को इस अंतराल में खोजना होगा और थीटा ऐसा होना चाहिए कि \sin थीटा कुछ मान x के कुछ मान के बराबर हो इसके लिए सामान्य समाधान यह है कि यदि m सम है तो थीटा बराबर $m\pi$ प्लस \sin व्युत्क्रम x यदि m विषम है तो यह $m\pi$ माइनस \sin व्युत्क्रम f है इसी तरह के \arcsin समीकरण अन्य त्रिकोणमितीय कार्यों के लिए भी प्राप्त किए जा सकते हैं, अब हम आगे बढ़ते हैं समस्या के लिए या उस पहचान के लिए जहाँ हम पिछले व्याख्यान में रुके थे, इसलिए यदि आपको याद है तो हम यह देखने की कोशिश कर रहे थे कि क्या x के तन व्युत्क्रम y के तन व्युत्क्रम को किसी चीज़ के तन व्युत्क्रम के रूप में लिखा जा सकता है,

इसलिए यहाँ एक त्वरित है व्युत्पत्ति

इसलिए हम जानते हैं कि ए प्लस बी का एह टैन टैन ए प्लस टैन बी के ऊपर एक माइनस टैन ए टैन बी अब इस फॉर्मूले में है यदि मैं एक्स के बराबर टैन व्युत्क्रम और बी के बराबर टैन व्युत्क्रम वाई के बराबर करता हूँ तो यह वही है जो मुझे इतना तन मिलता है कि यह एक है और यह बी है तो ए प्लस बी का टैन ए प्लस टैन बी एक माइनस टैन ए टाइम्स टैन बी से विभाजित होता है और निश्चित रूप से टैन उलटा एक्स टैन का एक्स टैन उलटा वाई बराबर वाई होता है और

इसलिए हमें अंततः यही मिलता है हमें x और y के टैन व्युत्क्रमों के योग का टैन मिलता है, जो एक माइनस xy पर x प्लस y के बराबर होता है,

इसलिए हमारे पास यह कथन है, लेकिन क्या इसका मतलब यह है कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y टैन व्युत्क्रम x प्लस y के बराबर है एक माइनस xy से अधिक यह हमेशा सत्य है उत्तर नहीं है यह x और y के मानों पर निर्भर करता है क्योंकि हम जानते हैं कि टैन व्युत्क्रम फ़ंक्शन का रेंज सेट रेंज सेट माइनस π बटा 2 प्लस π बटा 2 है

इसलिए यदि x और y ऐसे हैं कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y यदि यह टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित नहीं है तो हमारे यहाँ यह समानता नहीं हो सकती है

इसलिए यह समस्या है

इसलिए अगली कुछ स्लाइड्स में मैं निम्नलिखित परिणाम प्राप्त करूँगा यहाँ एक अच्छी तालिका है,

इसलिए यदि हम यह दिखाएंगे कि यदि x गुणा y कम है तो एक 1 तो यह सच है कि तन प्रतिलोम x जोड़ तन प्रतिलोम y एक ऋण xy पर आह तन प्रतिलोम x जोड़ y के ठीक बराबर है लेकिन

इसलिए यह इसके बराबर है यदि xy एक से कम है लेकिन अन्य मामलों के लिए तो अन्य मामलों में यदि x और y दोनों धनात्मक हैं और xy एक से अधिक है तो उस स्थिति में हमें इस व्यंजक में एक π जोड़ना होगा,

इसलिए दूसरी ओर हमें यही मिलता है यदि x और y दोनों ऋणात्मक हैं लेकिन उत्पाद स्थिर है एक से अधिक हम एक माइनस पीआई जोड़ते हैं,

इसलिए इन तीन स्थितियों को दिखाने के लिए हमें एक छोटे से परिणाम की आवश्यकता होगी, जो कि कुछ ऐसा है जिसे हमने पिछले व्याख्यान में देखा है, लेकिन मैंने अभी भी इसे यहाँ लिखने के बारे में सोचा है,

इसलिए पिछले व्याख्यान से हमारे पास है इन दोनों गुणों को देखा तो एक यह था कि किसी भी x वास्तविक के लिए तन प्रतिलोम और खाट प्रतिलोम x का योग हमेशा 2 से π होता है और यह भी कि यदि x धनात्मक है तो तन प्रतिलोम 1 बटा x , खाट प्रतिलोम x के समान है,

इसलिए अब यदि हम इन दोनों कथनों को मिलाने का प्रयास करें दोनों \arcsin तो हम लिख सकते हैं कि x गैर-ऋणात्मक के लिए हम बस इस खाट प्रतिलोम x को यहाँ पर प्रतिस्थापित कर देते हैं, इसे x के ऊपर \tan व्युत्क्रम एक से बदल दिया जाता है,

इसलिए हमें यह विशेष समीकरण प्राप्त होता है जो कि सभी x गैर-ऋणात्मक तन व्युत्क्रम x जमा तन के लिए होता है व्युत्क्रम एक ओवर x हमेशा दो से π होता है और फिर आह यदि आप इस पूरी चीज़ को एक ऋण चिह्न से गुणा करते हैं तो हमें माइनस टैन व्युत्क्रम x माइनस टैन व्युत्क्रम एक ओवर x शून्य से अधिक सभी x के लिए माइनस π दो से मिलता है, लेकिन चूंकि टैन व्युत्क्रम फ़ंक्शन एक अजीब फ़ंक्शन है जिसे हम टैन का माइनस लिख सकते हैं व्युत्क्रम x , माइनस x का टैन व्युत्क्रम है और इस टर्म के लिए भी यही है, तो यह वही है जो हमें मिल रहा है, लेकिन 0 से अधिक की स्थिति को माइनस x के रूप में भी लिखा जा सकता है। 0 से कम।

तो अब हम देखते हैं कि इस समीकरण में हमारे पास हर जगह माइनस x है

इसलिए हम कहते हैं कि अगर हम माइनस एक्स के बराबर एक और वेरिबल y का उपयोग करते हैं तो वही चीज़ टैन व्युत्क्रम y प्लस टैन व्युत्क्रम एक ओवर y माइनस पीआई के रूप में लिखा जा सकता है।

सभी नकारात्मक y के लिए दो से तो हम शायद j इसे और इन दो समीकरणों का उपयोग करना चाहिए

जो बहुत समान दिखते हैं सिवाय इसके कि हमारे पास π बटा दो n घटा π बटा दो यहाँ है तो आइए $\arcsin xy$ का मामला लें, जब x गुणा y का गुणनफल \arcsin एक से कम है

इसलिए जब x गुणा y एक से कम है, लेकिन x और y दोनों सकारात्मक हैं,

इसलिए x और y दोनों सकारात्मक टैन हैं।

हम सिर्फ एक्स के सकारात्मक मूल्यों को देखते हैं,

इसलिए एक्स के इन मूल्यों के लिए हम देखते हैं कि तन उलटा एक्स ऊर्ध्वाधर अक्ष के सकारात्मक पक्ष पर मान ले रहा है, इसलिए हम

इसलिए जब एक्स से अधिक होने पर तन उलटा होता है शून्य तो तन व्युत्क्रम x इस अंतराल से शून्य से π तक दो से संबंधित होगा और यह तन व्युत्क्रम y के लिए भी सच है

इसलिए तन प्रतिलोम y क्योंकि y सकारात्मक समय है शून्य से y भी शून्य से π बटा दो का होगा लेकिन हमारे पास यह भी है तीसरी शर्त है कि xy एक से कम है तो मूल रूप से इसका मतलब है कि y कम है एक से अधिक x लेकिन π दोनों y और एक π x सकारात्मक हैं क्योंकि x और y सकारात्मक हैं

इसलिए हमारे पास यह बात है

इसलिए हम केवल इस वक्र के सकारात्मक x अक्ष पर ध्यान केंद्रित करने का प्रयास करेंगे, अब आप सकारात्मक पक्ष पर देखते हैं क्षैतिज अक्ष पर टैन व्युत्क्रम x का ग्राफ नीरस रूप से बढ़ रहा है और

इसलिए यहाँ से हम कह सकते हैं कि टैन व्युत्क्रम y , टैन व्युत्क्रम एक से अधिक x से कम है, अब हम दोनों पक्षों पर टैन व्युत्क्रम x जोड़ते हैं,

इसलिए हमें जो मिलता है वह है और निश्चित रूप से तो फिर हमें जो मिलता है वह निश्चित रूप से हमारे यहाँ शून्य से अधिक का चिह्न है और हम यह भी जानते हैं कि तन प्रतिलोम x शून्य से बड़ा है क्योंकि x और y दोनों x और y दोनों हैं, इस समीकरण के लिए अब सकारात्मक हैं यहाँ हम करेंगे हर जगह टैन व्युत्क्रम x जोड़ें, तो हमें जो मिलेगा वह है टैन व्युत्क्रम x प्लस ज़ीरो टैन व्युत्क्रम x है, टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम π से कम है और वह टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम एक ओवर एक्स और निश्चित रूप से टैन व्युत्क्रम x से कम है यहाँ शून्य से बड़ा है तो हम क्या देखते हैं पिछली स्लाइड से पता चलता है कि सभी x धनात्मक तन प्रतिलोम x जोड़ तन प्रतिलोम एक बटा x वास्तव में π बटा दो के बराबर है और

इसलिए हम स्पष्ट रूप से देखते हैं कि यदि x और y इस शर्त को पूरा करते हैं तो तन प्रतिलोम x जोड़ तन प्रतिलोम y जो कि है यहाँ धनात्मक है और यह π से 2 से कम है।

इसलिए अनिवार्य रूप से इसके लिए जब x और y इस शर्त को पूरा करते हैं तो \tan व्युत्क्रम x जोड़ \tan व्युत्क्रम y का मान \tan व्युत्क्रम के श्रेणी समुच्चय से संबंधित है और

इसलिए क्योंकि वे श्रेणी से संबंधित हैं टैन व्युत्क्रम का सेट क्या होगा कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y इसके बराबर होगा बेशक आह दूसरी शर्त यह है कि यदि xy एक से कम है और x और y दोनों नकारात्मक हैं और यह π के लिए भी हो सकता है यह मामला भी आह परिणाम बहुत समान है कि टैन व्युत्क्रम x और तन व्युत्क्रम y क्योंकि x और y ऋणात्मक हैं, दोनों अंतराल π से दो से शून्य तक होंगे और इस मामले में π यहाँ से जो अनुसरण करेगा वह y से बड़ा है एक ओवर x बेटा एक्स और वाई दोनों का उपयोग नकारात्मक है

इसलिए यहां से हमें यह स्थिति मिलती है और फिर इस स्थिति से आह क्योंकि

इसलिए अब हम मूल रूप से क्षैतिज अक्ष के नकारात्मक पक्ष पर हैं

इसलिए हमें टैन व्युत्क्रम y मिलता है, जो एक्स के ऊपर एक से अधिक है क्योंकि टैन व्युत्क्रम फ़ंक्शन x के साथ नीरस रूप से बढ़ रहा है जैसा कि इस ग्राफ से देखा जा सकता है और क्योंकि x π है और फिर इसमें से यदि हम दोनों पक्षों में टैन व्युत्क्रम x जोड़ते हैं तो यह निश्चित रूप से शून्य से कम है और टैन व्युत्क्रम x भी इससे कम है शून्य

इसलिए यदि हम इस विशेष असमानता में टैन व्युत्क्रम x π जोड़ते हैं, तो हमें जो मिलता है वह है टैन व्युत्क्रम x , टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम से अधिक है, टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम एक से अधिक x और यह टैन व्युत्क्रम x स्पष्ट रूप से नकारात्मक है तो यहाँ से हम यह भी देखते हैं कि अब पिछली स्लाइड में हमने देखा कि सभी x ऋणात्मक तन व्युत्क्रम x जोड़ तन व्युत्क्रम एक बटा x बराबर π बटा दो के बराबर है और

इसलिए यह इस प्रकार है कि यदि x और y इन तीनों को संतुष्ट करते हैं स्थितियाँ तो टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y शून्य और π बटा दो के बीच स्थित है और यह अंतराल शून्य है और क्षमा करें यदि x और y इस शर्त को पूरा करते हैं तो टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y अंतराल z घटा π बटा 2 से 0 के अंतर्गत आता है जो इस मामले के लिए भी टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट का एक सबसेट है,

इसलिए यह मामला भी इस मामले का एक सबसेट है,

इसलिए अनिवार्य रूप से दोनों

इसलिए यह मामला तीन है

इसलिए मामला एक और मामला तीन दोनों इस विशेष मामले से संबंधित हैं क्योंकि यदि आपको मामला याद है 1 भी xy 1 से कम था लेकिन x और y दोनों धनात्मक और केस 3 जिसकी हमने अभी चर्चा की वह भी एक से xy कम है लेकिन यहाँ x और y दोनों नकारात्मक हैं

इसलिए ये दोनों मामले यहाँ इस स्थिति से संबंधित हैं और दोनों ही मामलों में हम देखा कि हमने दिखाया कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y अंतराल π बटा दो टूट प्लस π बटा दो है जो टैन व्युत्क्रम का रेंज सेट होता है और

इसलिए यह इसके बराबर होगा

इसलिए एक और मामला जो रहता है अगर w ई अपनी तालिका पर वापस जाएं जिसे हमने अभी देखा है

इसलिए हमने वास्तव में इस xy कम से कम तीन में विभाजित किया है मूल रूप से हमने पहले दो अलग-अलग स्थितियों में विभाजित किया है,

इसलिए एक शर्त यह है कि xy एक से कम है लेकिन यह शून्य से बड़ा है

इसलिए यह केस एक और केस तीन जो हमने अभी देखा है, मूल रूप से इस एह सब कंडीशन के लिए हैं और फिर एक और कंडीशन है जो xy है जो जीरो के बराबर से कम है

इसलिए यदि हम इस और इस कंडीशन का मिलन लेते हैं तो हमें आखिरकार यह कंडीशन मिल जाती है यह स्थिति हम पहले ही केस 1 और केस 3 दिखा चुके हैं, अब हम यह दिखाने जा रहे हैं कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y इसके बराबर है, जब xy गैर सकारात्मक है,

इसलिए यदि यह शून्य के बराबर से कम है तो यह साबित होगा कि इस स्थिति के लिए xy कम से कम एक टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y एक घटा xy से अधिक x प्लस y के टैन व्युत्क्रम के बराबर है,

इसलिए हमने इसे केस फाइव नाम दिया है

इसलिए मैं इसे लिखूंगा

इसलिए मैं यहां केस फाइव के रूप में लिखूंगा ताकि जब तथा यह काफी आसान है क्योंकि जब x और y गैर धनात्मक होते हैं तो एक मामला यह है कि x शून्य के बराबर से कम है y शून्य से अधिक y शून्य के बराबर से बड़ा है दूसरा विपरीत है x शून्य के बराबर से बड़ा है लेकिन y कम है शून्य के बराबर है

इसलिए स्थिति पांच a के लिए क्योंकि x शून्य के बराबर से कम है, हम देखते हैं कि तन प्रतिलोम x अंतराल माइनस π बटा टू टू जीरो का होगा और टैन व्युत्क्रम y शून्य से π बटा दो और फिर निश्चित रूप से होगा चूंकि हम इसमें से टैन व्युत्क्रम x को टैन व्युत्क्रम y के साथ जोड़ते हैं और यह इस प्रकार है कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y अंतराल माइनस π बटा टू टू प्लस प्लस पाई ब टू टू से संबंधित होगा,

इसलिए यह देखना बहुत आसान है कि इस मामले के लिए टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y इसका होगा टैन का रेंज सेट उलटा और फिर आह जब x शून्य के बराबर से अधिक है और y शून्य टैन के बराबर से कम है व्युत्क्रम x शून्य से π बटा दो टैन व्युत्क्रम y से संबंधित होगा माइनस पाई बटा टू जीरो का होगा तो इस मामले में भी आप देखेंगे कि टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y , टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित होगा और ऐसा

इसलिए है क्योंकि यदि आप देखते हैं कि आप 0 से पीआई को 2 से जानते हैं और माइनस पीआई 2 से 0 तक हैं यदि आप आपको लेते हैं जब हम जोड़ते हैं इन दोनों को हमें अनिवार्य रूप से इस सेट के साथ इस सेट का संघ लेना होगा और संघ ठीक तन व्युत्क्रम का रेंज सेट है और इस मामले में भी यही हो रहा है

इसलिए अनिवार्य रूप से हमने पहली पंक्ति को यहां दिखाया है

इसलिए यह मामला पांच था तो इस का मिलन और यह है यह स्थिति xy एक से कम है तो हमने जो दिखाया है वह यह है कि यदि x और y का गुणनफल एक से कम है तो \tan व्युत्क्रम x जोड़ \tan व्युत्क्रम y श्रेणी ah टैन व्युत्क्रम के सेट से संबंधित है और

इसलिए यह इस अभिव्यक्ति के बराबर है यहां अन्य दो मामले भी बहुत कठिन नहीं हैं

इसलिए एक मामला है जहां xy एक से बड़ा है और दोनों x और y सकारात्मक हैं

इसलिए इस मामले में तन प्रतिलोम x शून्य से π बटा दो से संबंधित होगा \tan व्युत्क्रम y शून्य से π बटा दो का होगा फिर से क्योंकि वे दोनों सकारात्मक हैं और क्योंकि $xy > 1$ से बड़ा है, हमारे पास $y > 1$ से अधिक x है,

इसलिए चूंकि तन व्युत्क्रम एक नीरस रूप से बढ़ता हुआ कार्य है,

इसलिए हमें यह कथन मिलता है कि तन प्रतिलोम y एक से अधिक x के तन व्युत्क्रम से बड़ा है और फिर जैसा कि हमने पहले किया था, हम दोनों तरफ टैन व्युत्क्रम x जोड़ देंगे और यह वही है जो हमें दाहिने हाथ की ओर मिल रहा है, हम फिर से टैन इनवर्स एक्स के साथ टैन इनवर्स एक के साथ टैन इनवर्स टैन व्युत्क्रम एक्स प्लस टैन इनवर्स वन प्राप्त करते हैं।

x के ऊपर जो हमने दिखाया था कि जब x धनात्मक होता है तो इसका मान π बटा दो के बराबर होता है और

इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि इस परिदृश्य के लिए ah यहाँ टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y वास्तव में π से दो गुणा अधिक है पीआई से दो और

इसलिए आह इस मामले के लिए हमारे पास क्या है तो आइए देखें कि क्या मैं कहता हूँ कि थीटा टैन उलटा एक्स प्लस टैन उलटा वाई है तो यह केस नंबर दो के लिए है तो हमारे पास यह है कि यह पीआई से दो से बड़ा है लेकिन निश्चित रूप से यह थीटा होना चाहिए पाई से कम क्योंकि क्योंकि तन प्रतिलोम x और तन प्रतिलोम y दोनों 0 से π बटा 2 से संबंधित हैं,

इसलिए तन प्रतिलोम x जमा तन प्रतिलोम y का सबसे बड़ा धनात्मक मान केवल π बटा 2 जोड़ π बटा दो हो सकता है जो π है तो स्पष्ट रूप से यह आह थीटा को पीआई से कम होना चाहिए,

इसलिए अंततः इस मामले के लिए दो हमारे पास यह है कि थीटा अंतराल पीआई से दो से पीआई से संबंधित है, अब समस्या यह है कि निश्चित रूप से इस थीटा का आह तन एक शून्य से अधिक एक्स प्लस वाई के बराबर है xy तो यह इस व्याख्यान में तन व्युत्क्रम कार्यों पर हमारी पहली स्लाइड से अनुसरण करता है,

इसलिए मूल समस्या फिर से है कि हमें दिया गया है

इसलिए यह दिया गया है कि थीटा अंतराल पीआई से 2 से पीआई तक और उसी पर होना चाहिए समय यह इस शर्त को संतुष्ट करना चाहिए कि टैन थीटा बराबर है x जमा y बटा 1 घटा xy

इसलिए यदि आपको यह फिर से याद है तो उस प्रकार की समस्या है जिस पर हम पहली कुछ स्लाइड्स में चर्चा कर रहे थे कि आपके पास थीटा का f है तो यहाँ f कुछ z के बराबर टैन फ़ंक्शन है

इसलिए z मूल रूप से यह मान है और हमें इसकी आवश्यकता है, लेकिन समस्या यह है कि यह थीटा संबंधित नहीं है

इसलिए थीटा f व्युत्क्रम के श्रेणी सेट से संबंधित नहीं है,

इसलिए यहां भी हम कहते हैं कि हम देखते हैं कि थीटा वास्तव में ah से π से अंतराल π तक दो से संबंधित है टू पीआई जो एफ का रेंज सेट नहीं है, आह टैन व्युत्क्रम का रेंज सेट वास्तव में माइनस पीआई टू टू प्लस पीआई बटा टू है

इसलिए यह ठीक उसी प्रकार की समस्या है जिस पर हम पहले कुछ स्लाइड्स में चर्चा कर रहे थे और आप सामना करते रहेंगे या आप इस प्रकार की समस्या को देखते रहेंगे जब आप जब भी आप उलटा त्रिकोणमितीय कार्यों से निपटते हैं तो इस मामले में हम जो चाल करते हैं वह सबसे पहले हम देखते हैं कि चूंकि यह टैन उलटा फंक्शन का रेंज सेट नहीं है हमें कुछ ऐसा करने की ज़रूरत है ताकि थीटा पर कुछ ऑपरेशन हो ताकि हमारे पास मूल रूप से ऐसा हो तो हम क्या करते हैं कि हम इस थीटा को लेते हैं और हम वास्तव में इसमें से पीआई घटाते हैं,

इसलिए यदि हम इसमें से पीआई घटाते हैं तो थीटा दो से पीआई से संबंधित है पिय करने के लिए क्या होगा कि थीटा माइनस पाई इंटरवल माइनस पाई बाय टू टू जीरो का होगा और हम जो जानते हैं वह यह है कि माइनस पाई बाय टू टू जीरो स्पष्ट रूप से संबंधित है इसलिए यह अंतराल टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट का एक सबसेट है और कारण है कि इस थीटा से पीआई को घटाने का कारण दुगना है पहला कारण यह है कि मुझे एक नया कोण थीटा माइनस पीआई मिलता है जो इससे संबंधित है

इसलिए यह अंतराल टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट का एक सबसेट है,

इसलिए पाई को घटाने का कारण फिर से दो गुना है पहला कारण यह है कि मुझे एक नया कोण थीटा माइनस पीआई मिलता है जो टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित है, दूसरा यह है कि मुझे पता है कि टैन फंक्शन पी के साथ आवधिक है

इसलिए थीटा माइनस पीआई का टैन टैन थीटा के समान है जिसे हम जानते हैं कि एक ऋण xy पर x जमा y के बराबर है,

इसलिए दूसरा कारण है कि हमने थीटा से घटाए जाने के लिए इस कोण π को चुना है,

इसलिए अंत में इस समीकरण में हमारे पास यह है कि हम एक कोण की स्पर्शरेखा है $1e$ जहां यह कोण एक ऋण xy पर इस मान x जमा y के बराबर टैन व्युत्क्रम के श्रेणी सेट से संबंधित है और

इसलिए अब हम आसानी से लिख सकते हैं कि थीटा माइनस π एक घटा xy पर x प्लस y के टैन व्युत्क्रम के बराबर है और फिर से यहाँ यह इस प्रकार है कि थीटा बराबर पाई प्लस टैन व्युत्क्रम x प्लस y एक ऋण xy से अधिक है और यहाँ तालिका में ठीक यही लिखा गया था कि

इसलिए यह ah केस नंबर दो था

इसलिए यदि x और y दोनों सकारात्मक हैं और xy इससे बड़ा है एक तो तन व्युत्क्रम x जोड़ तन व्युत्क्रम y , एक ऋण xy के ऊपर x जोड़ y का π जोड़ तन व्युत्क्रम के बराबर होगा,

इसलिए हमने अभी-अभी साबित किया है और समय के हित में हम प्रमाण के साथ आगे नहीं बढ़ेंगे यह अंतिम कथन है लेकिन यह ठीक उसी तरह से भी किया जा सकता है जैसे हमने केस दो किया था और फिर निश्चित रूप से टैन व्युत्क्रम x प्लस y से अभिव्यक्ति प्राप्त करना बहुत आसान है, उदाहरण के लिए 2 टैन व्युत्क्रम क्योंकि हम 2 गुना टैन व्युत्क्रम लिख सकते हैं टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन इनवर्स के रूप में $erse$ x और फिर हम y के बराबर x के साथ टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y फॉर्मूला का उपयोग कर सकते हैं और यह वही है जो हम उस मामले में प्राप्त करने जा रहे हैं ताकि आप मूल रूप से इसे फिर से सत्यापित करने के लिए थोड़ा अभ्यास कर सकें।

टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y से टैन व्युत्क्रम x माइनस टैन व्युत्क्रम y के लिए अभिव्यक्ति प्राप्त करना आसान है और मैं जल्दी से इसके माध्यम से जाऊंगा

इसलिए टैन व्युत्क्रम x माइनस टैन व्युत्क्रम y को टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम के रूप में लिखा जा सकता है माइनस y और ऐसा

इसलिए है क्योंकि टैन व्युत्क्रम फंक्शन एक विषम फंक्शन है और फिर हम अब ऐसा करते हैं कि हमने इसे दो अलग-अलग चर x और माइनस y के टैन व्युत्क्रमों के योग के रूप में लिखा है,

इसलिए हमें अपने उपयोग करने में सक्षम होना चाहिए परिणाम जो हमारे पास पहले था अगर हम उस तालिका का उपयोग करते हैं तो हम जो देखते हैं वह यह है कि हमारे पास ये तीन स्थितियां थीं एक तो पहली शर्त x गुना घटा y एक से कम है तो मैं आपको उस तालिका को बहुत जल्दी दिखाता हूं

इसलिए यह बहुत आसान है हम क्या बस इतना करना है कि इस पूरे में तालिका में हर जगह हमें बस इस y को माइनस y से बदलना होगा और फिर हमें टैन व्युत्क्रम x माइनस टैन व्युत्क्रम y के लिए व्यंजक मिलेगा,

इसलिए हमने यहाँ ऐसा किया है,

इसलिए यदि आप उस तालिका में y को माइनस y से प्रतिस्थापित करते हैं, तो आप यही हैं इतना x गुना माइनस y प्राप्त करें

इसलिए पहले हमारे पास xy एक से कम था लेकिन हम y को माइनस y से बदल देते हैं

इसलिए हमें x गुना माइनस y एक से कम मिलता है जिसे x लिखा जा सकता है उसी स्थिति को समान रूप से लिखा जा सकता है क्योंकि xy माइनस एक से बड़ा है और फिर हमारे पास पिछली स्लाइड टैन व्युत्क्रम x प्लस y था, लेकिन फिर y के बजाय हम माइनस y लिखते हैं,

इसलिए हमें एक माइनस xy पर x प्लस माइनस y मिलता है, जो हमारे पास पहले था, लेकिन क्योंकि y को माइनस पांच से बदल दिया जाता है अब हमारे पास 1 माइनस x गुना माइनस y है और वही काम जो हमें अन्य स्थितियों के लिए करते रहना है और इसलिए अंत में हम अंत में प्राप्त करते हैं

इसलिए ये तीनों स्थितियों के लिए पंक्तियाँ हैं और टैन व्युत्क्रम x माइनस टैन के लिए मान हैं व्युत्क्रम y स्थिति के आधार पर sa x और y दोनों से संतुष्ट होकर अब तक हमने केवल यह देखा है कि कैसे दो अलग-अलग चर x और y के टैन व्युत्क्रम को जोड़ा जाता है, लेकिन निश्चित रूप से इन चीजों को सामान्यीकृत किया जा सकता है, उदाहरण के लिए हम कहते हैं कि हम साइन इनवर्स x प्लस कॉस की गणना करना चाहते हैं।

व्युत्क्रम y और हम इसे कैसे करते हैं,

इसलिए एक विधि यह हो सकती है कि हम स्पष्ट रूप से साइन इनवर्स एक्स से टैन व्युत्क्रम से किसी चीज़ के रूपांतरण फ़ार्मुलों का पता

लगा सकते हैं और फिर से कॉस इनवर्स y से टैन व्युत्क्रम से कुछ के लिए अनिवार्य रूप से हम इन दोनों को परिवर्तित करते हैं।

दो अन्य चरों के तन व्युत्क्रमों के लिए यहां शब्द और फिर चूंकि हम पिछली स्लाइड से पहले से ही जानते हैं कि दो चर के तन प्रतिलोम को कैसे जोड़ा जाए, हम आह प्राप्त करेंगे, हम इस पूरी चीज को एक चर के तन व्युत्क्रम के रूप में प्राप्त कर सकते हैं और फिर इससे हमें मदद मिलनी चाहिए

इसलिए समस्या यह है कि ऐसा करने के लिए हमें कुछ रूपांतरण सूत्रों की आवश्यकता होगी तन से साइन इनवर्स से टैन उलटा और इसके विपरीत और फिर कॉस इनवर्स से टैन व्युत्क्रम और फिर टैन इनवर्स से सह s व्युत्क्रम

इसलिए निम्नलिखित स्लाइड्स में हम जल्दी से उन पर जाने की कोशिश करेंगे तो आइए हम साइन इनवर्स और टैन व्युत्क्रम के मामले को लेते हैं,

इसलिए यहाँ सवाल यह है कि हमारे पास $x = \arcsin(\sin x)$ का मान है जो स्पष्ट रूप से उह के बीच में है एक और प्लस वन और फिर हम देखना चाहते हैं कि एक्स का एह साइन व्युत्क्रम तन के बराबर है,

इसलिए हम यहां इस प्रश्न चिह्न को खोजना चाहते हैं, तो आइए हम कहें कि थीटा पाप व्युत्क्रम x के बराबर है, तो स्पष्ट रूप से थीटा श्रेणी से संबंधित है साइन व्युत्क्रम का सेट जो माइनस पीआई टू टू प्लस पीआई बाय टू है और फिर चूंकि हम इस अज्ञात चीज को यहां ढूंढना चाहते हैं, हम वास्तव में साइन इनवर्स एक्स के टैन को खोजने में रुचि रखते हैं क्योंकि यदि आप यहां इस समीकरण को देखते हैं तो मैं लेता हूँ दोनों पक्षों पर टेंगेट फंक्शन जो मुझे प्राप्त होगा वह साइन इनवर्स x का टैन है यदि मैं दोनों तरफ टैन लेता हूँ तो यह अज्ञात चीज के बराबर है और चूंकि साइन इनवर्स एक्स को थीटा द्वारा दर्शाया गया है, हम अंततः खोजना चाहते हैं थीटा का तन लेकिन टी का तन यहां से हम पहले से ही देखते हैं कि साइन थीटा वास्तव में x के बराबर है और कॉस थीटा का पता लगाना आसान है क्योंकि इस मामले में क्योंकि थीटा माइनस पाई बटा टू टू प्लस पीआई बटा टू कॉस थीटा हमेशा रहेगा सकारात्मक यह हमेशा सकारात्मक रहेगा और इसलिए और यह भी कि हम पहले से ही इस सूत्र को जानते हैं कि कॉस स्कायर थीटा एक माइनस पाप स्कायर थीटा पाप थीटा के बराबर है x

इसलिए हम कॉस स्कायर थीटा को एक माइनस एक्स स्कायर के रूप में लिख सकते हैं और फिर निश्चित रूप से कॉस थीटा एक ऋण x वर्ग के धनात्मक वर्गमूल के बराबर है क्योंकि हम जानते हैं कि जब थीटा इस अंतराल से संबंधित होता है तो थीटा शून्य से अधिक होता है इसलिए हम

एक ऋण x वर्ग के एक ओवर का धनात्मक वर्गमूल लेते हैं और यही हम डालते हैं यहाँ

इसलिए हम अंत में प्राप्त करते हैं कि थीटा का टैन एक माइनस x वर्ग की जड़ पर x के बराबर होता है और

इसलिए यदि आप इसे साफ-सुथरा लिखना चाहते हैं तो हम इसे टैन ऑफ सिन व्युत्क्रम x के बराबर x एक माइनस x वर्ग के मूल के बराबर लिख सकते हैं और चूंकि अब यह यदि आप इस चिह्न को व्युत्क्रम x साइन व्युत्क्रम x देखते हैं, तो यह स्पष्ट रूप से इस अंतराल से संबंधित होगा और यह अंतराल भी टैन व्युत्क्रम का श्रेणी सेट होता है,

इसलिए हमारे पास कुछ कोणों का टैन हैटा इस मान के बराबर है और यह थीटा श्रेणी सेट से संबंधित है तन व्युत्क्रम का और इसलिए यह देखना बहुत आसान है कि स्पष्ट रूप से यह थीटा

एक ऋण x वर्ग की जड़ के ऊपर x के तन व्युत्क्रम के बराबर होगा,

इसलिए यहाँ पर यह प्रश्न चिह्न एक ऋण x वर्ग के x के बराबर x के बराबर है और फिर हमें यह करना होगा कि हमें इसका उल्टा भी करना होगा जो कि मान लीजिए कि अगर हमें वास्तविक संख्याओं से संबंधित $x = \arcsin(\sin x)$ का कुछ मान दिया जाता है और फिर हमसे यह प्रश्न पूछा जाता है कि साइन इनवर्स फंक्शन के इस तर्क को खोजें जैसे कि टैन व्युत्क्रम x है

यहाँ इस अज्ञात चर के साइन व्युत्क्रम के बराबर है,

इसलिए हम फिर से उसी तरह से शुरू करते हैं जैसे हमने पहले किया था, हम थीटा द्वारा टैन व्युत्क्रम x को निरूपित करते हैं, तो स्पष्ट रूप से थीटा टैन व्युत्क्रम के रेंज सेट से संबंधित है जो कि वे हैं $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ओपन इंटरवल माइनस पाई बटा टू प्लस पाई बटा टू और फिर साइन थीटा को टैन थीटा ओवर सेकेंड थीटा के रूप में लिखा जा सकता है क्योंकि सेकेंड थीटा एक ओवर कॉस थीटा है जो एक प्लस टैन स्कायर के वर्गमूल पर टैन थीटा के बराबर है थीटा तो हम इस पहचान को जानते हैं कि एक प्लस टैन स्कायर थीटा सेकेंड स्कायर थीटा है इसलिए हमने यहां इस चरण के लिए उपयोग किया है,

इसलिए हम लिख सकते हैं क्योंकि थीटा को इस तरह परिभाषित किया गया है, यह स्पष्ट है कि एक्स वास्तव में तन तन के बराबर है थीटा इसलिए हम इस टैन थीटा को यहां x से बदल देते हैं और फिर टैन स्कायर थीटा को x वर्ग से बदल दिया जाएगा जाहिर है कि यह वर्गमूल यहां सकारात्मक वर्गमूल है, इसका कारण यह है कि जब थीटा अंतराल माइनस पीआई से 2 से प्लस पीआई से संबंधित है 2 कॉस थीटा और

इसलिए थीटा का सेकेंड इस अंतराल में सभी थीटा के लिए सकारात्मक है और

इसलिए चूंकि आह सेकेंड थीटा सकारात्मक है

इसलिए हम 1 प्लस x वर्ग का सकारात्मक वर्गमूल लेंगे,

इसलिए अंत में हमारे पास थीटा की साइन है जहां थीटा टैन व्युत्क्रम x इसके बराबर है

इसलिए हम वास्तव में इसे टैन की ज्या के रूप में लिख सकते हैं प्रतिलोम x बराबर x एक प्लस x वर्ग के मूल के ऊपर है लेकिन यह कोण टैन व्युत्क्रम x माइनस $\frac{\pi}{2}$ बटा 2 से प्लस $\frac{\pi}{2}$ बटा 2 है जो कि भी है साइन व्युत्क्रम का रेंज सेट ऐसा है

इसलिए यह वास्तव में साइन इनवर्स के रेंज सेट का एक सबसेट है और

इसलिए इस कथन से यह इस प्रकार है कि टैन व्युत्क्रम x एक प्लस x वर्ग के रूट पर x के साइन व्युत्क्रम के बराबर है,

इसलिए यह साइन इनवर्स फंक्शन के तर्क के अंदर यहां बड़ा प्रश्न चिह्न वास्तव में एक प्लस x वर्ग के x के बराबर है, एक छोटा सा उदाहरण हमें इस सूत्र के महत्व को समझने में मदद करेगा जिसे हमने अभी प्राप्त किया है, तो आइए हम कहें कि हमसे पूछा जाता है

इस अन्य वास्तविक संख्या के एक से तीन गुना अधिक पाप व्युत्क्रम के साइन व्युत्क्रम के मूल्य की गणना करने के लिए, जो आह का दो गुणा एक घटा वर्गमूल आठ के वर्गमूल से एक घटा है,

इसलिए यदि हमें याद है तो हमने इस सूत्र को साबित कर दिया है कि साइन x का व्युत्क्रम एक माइनस x वर्ग के x के ऊपर x के व्युत्क्रम के बराबर होता है,

इसलिए x के बराबर एक बटा तीन के साथ और यदि आप इस सूत्र का उपयोग करते हैं तो हमें जो मिलेगा वह है साइन व्युत्क्रम एक बटा तीन के बराबर है टैन टैन व्युत्क्रम एक बटा तीन को एक बटा नौ के वर्गमूल से विभाजित किया जाता है क्योंकि तीन से अधिक पूरा वर्ग एक बटा नौ होता है और फिर यह एक के तन व्युत्क्रम के बराबर होगा आठ का वर्गमूल

इसलिए एक से अधिक तीन का साइन व्युत्क्रम वास्तव में तन व्युत्क्रम होता है आठ के एक से अधिक वर्गमूल का और यह धनात्मक वर्गमूल है यदि हम पीछे जाते हैं तो आपको याद आता है कि हमने यहाँ धनात्मक वर्गमूल लिया था और इसी तरह दूसरे पद के लिए भी हम उस साइन को दो गुणा तीन गुना एक ऋण के लिए लिख सकते हैं आठ का एक बटा वर्गमूल तन के व्युत्क्रम के बराबर होता है इसलिए यह x है तो 2 गुणा 3 गुणा 1 घटा 1 8 के वर्गमूल से विभाजित 1 के धनात्मक वर्गमूल से विभाजित इस वस्तु का वर्ग जो 4 गुणा 9 गुणा 1 घटा होगा 1 वर्गमूल से 8 पूर्ण वर्ग का और जिसे सरल किया जा सकता है, उलटा 2 गुणा 1 घटा मूल 8 तो हम इस 3 को नीचे वर्गमूल में ले जाएंगे ताकि

इस विशेष पद के वर्ग का 9 घटा 4 गुणा हो जाए जो कि एक प्लस एक होगा आठ घटा दो बटा आठ का वर्गमूल और अगर हम इसे अगली स्लाइड पर ले जाते हैं तो यह बराबर होगा टैन व्युत्क्रम 2 गुणा 1 घटा 1 बटा 8 का वर्गमूल 5 के वर्गमूल के ऊपर और फिर घटा आधा और फिर जमा 8 ब 8 का वर्गमूल जो 2 गुणा 1 घटा के तन के व्युत्क्रम के बराबर है, इसलिए हम वास्तव में एक नीचे का वर्गमूल ले सकते हैं और देख सकते हैं कि हमें इतना अच्छा क्या मिलता है इसे दो गुणा एक घटा एक आठ से अधिक के वर्गमूल के रूप में भी लिखा जा सकता है नौ बटा दो का वर्गमूल आठ का वर्गमूल और वह है तन के बराबर दो गुणा आठ का वर्गमूल घटा एक बटा वर्गमूल का

इसलिए हम आठ के वर्गमूल को हर में ले जाते हैं यहां हमें छत्तीस जमा आठ गुणा मिलता है आठ का वर्गमूल तो वह होगा आठ आठ का t गुणा वर्गमूल तो ऐसा है कि यह दूसरे पद के लिए है

इसलिए यह विशेष शब्द यहाँ साइन इनवर्स टू बाय थ्री गुणा यह इस चीज़ के टैन व्युत्क्रम के बराबर है और फिर अब हमें ऐसा करना होगा हमने पहले उस साइन को देखा एक बटा तीन के व्युत्क्रम की गणना एक बटा जड़ आठ के तन के व्युत्क्रम के रूप में की गई थी और हमें इस बात के लिए एक और अभिव्यक्ति मिली है जो कि यहाँ है

इसलिए अब हमें उन दोनों को जोड़ने की स्थिति में होना चाहिए ताकि अंत में हमारे पास वह साइन व्युत्क्रम हो 1 बटा 3 जोड़ 2 का 3 गुणा 1 घटा 1 घटा 8 के वर्गमूल के ऊपर टैन व्युत्क्रम 1 8 के वर्गमूल से अधिक तन व्युत्क्रम

इसलिए इस अभिव्यक्ति में हम इस 4 को रद्द कर सकते हैं, हम 4 का वर्गमूल ले सकते हैं यहाँ तो हमें 8 माइनस 1 का वर्गमूल 9 का वर्गमूल और आठ का दो गुणा वर्गमूल मिलता है, तो अब हमने अनिवार्य रूप से क्या किया है कि हमने दो साइन व्युत्क्रमों के योग को दो तन व्युत्क्रमों के योग में बदल दिया है और फिर हम टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम yf .

का उपयोग करें और मुला तो इस मामले में हम क्या जांच सकते हैं और मैं अब ऐसा नहीं करूंगा,

इसलिए हमारे पास इस मान के बराबर x और इस मान के बराबर y है और आप जांच सकते हैं कि इस x और इस y का गुणन 1 से कम है तो इसका मतलब है कि मैं टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम के लिए उपयोग कर सकता हूँ इस सूत्र का उपयोग कर सकता हूँ टैन उलटा एक्स प्लस वाई बाय 1 माइनस एक्स xy ऐसा

इसलिए है क्योंकि इस बार यह x गुणा y 1 से कम है और फिर यह बहुत आसान हो जाता है क्योंकि तब हम इसे टैन व्युत्क्रम 1 के वर्गमूल बटा 8 जमा मूल आठ घटा एक को नौ के मूल से जोड़ दो मूल आठ को एक ऋण से अधिक और फिर एक को आठ के वर्गमूल के रूप में लिख सकते हैं,

इसलिए यह बहत्तर जमा दो का ऋणमूल बन जाता है बार तो प्लस सोलह गुणा आठ का वर्गमूल और यह आह आगे सरलीकरण पर आह जो कुछ भी अंदर है वह वास्तव में एक होगा

इसलिए अंश और हर समान होंगे और वह एक आसान अभ्यास के रूप में छोड़ दिया गया है

इसलिए यह एक के तन के विपरीत हो जाएगा जो π बटा चार के बराबर है तो t .

में उनके व्याख्यान में हमने अनिवार्य रूप से इन व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय कार्यों के बीच कुछ और संबंधों को प्राप्त किया और विशेष रूप से हमने टैन व्युत्क्रम x प्लस टैन व्युत्क्रम y के सूत्र और साइन इनवर्स और टैन व्युत्क्रम के बीच रूपांतरण पर चर्चा की,

इसलिए अगली कक्षा में हम कुछ अन्य आह सूत्र देखेंगे और कुछ समस्याओं को भी उठाएं एक और बहुत महत्वपूर्ण बात जो हमने इस व्याख्यान में भी देखी वह यह है कि हमने दिखाया कि उन मामलों से कैसे निपटें जहां हमारे पास x के बराबर f थीटा है जहां f कुछ त्रिकोणमितीय कार्य है लेकिन थीटा में नहीं होने के लिए विवश है एफ उलटा का रेंज सेट धन्यवाद