વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયો પરના ત્રીજા વ્યાખ્યાનમાં આપનું સ્વાગત છે છેલ્લા લેક્ચરમાં આપણે આ વ્યાખ્યાનમાં કેટલાક વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ ફંક્શન્સ વચ્ચેની કેટલીક ઓળખ અને સંબંધો જોયા છે અને તે પણ ચાલુ રહેશે અને આશા છે કે તે પૂર્ણ થશે અને પછીના લેક્ચરમાં અમે અહીં આપણે કેટલાક નવા સંબંધો મેળવવાનું શરૂ કરીએ તે પહેલાં સમસ્યાઓ લેવા જઇ રહ્યા છીએ તે એક સામાન્ય સમસ્યા છે જેનો આપણે આ સમગ્ર લેક્ચર દરમિયાન સામનો કરવો પડશે અને તે પણ હોઇ શકે છે જ્યારે વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયોને લગતી સમસ્યાઓનું નિરાકરણ કરતી વખતે સમસ્યા આવી શકે છે

તેથી ઉદાહરણ તરીકે અહીં કહીએ કે આપણે માઇનસ વન અને શૂન્ય વચ્ચે x ની કિંમત શોધવા માટે કહેવામાં આવે છે જેમ કે cos inverse x ની સાઇન અડધી થાય

તેથી કોઇ આ માર્ગ અજમાવી શકે જેથી કોઇ એવું લખી શકે કે બરાબર અર્ધ

30 ડિગ્રીની સાઇન બરાબર છે જે pi 6 થી વધુ છે અને પછી cos inverse x ને pi 6 ઉપરની સાથે સમાન કરો .

જેથી તમે cos inverse x એટલે pi by six લખી શકો અને પછી અહીં બંને બાજુ cos લેવાથી તમને મળશે.

x બરાબર pi ની cos over six જે ત્રણ ઓવર બેના વર્ગમૂળની બરાબર છે સમસ્યા એ છે કે ત્રણ ઓવર બેનું વર્ગમૂળ અંતરાલ બાદબાકી એકથી શૂન્ય સાથે સંબંધિત નથી તો આવા કિસ્સામાં આપણે શું કરવું જોઇએ? અહીં સમજવાની વાત એ છે કે જો x માઇનસ વન અને શૂન્યની વચ્ચે હોય તો cos inverse ફંક્શનના ગ્રાફ પરથી તમે જોઇ શકો છો કે x નો cos inવર્સ ઇન્ટરવલ pi by two to pi સાથે સંબંધિત હશે પરંતુ પછી સમસ્યા એ છે કે સાઇન ઇન્વર્સ ઓફ અર્ધ તો જો તમને યાદ હોય તો અમે કહ્યું હતું કે cos inverse x બરાબર pi by six એ સાઇન વ્યુત્ક્રમ અડધા છે

તેથી આ cos inverse x ને sin inverse half સાથે સરખાવવામાં સમસ્યા એ છે કે sine inverse અડધા હંમેશા ઇન્ટરવલ ઓછા pi by સાથે સંબંધિત હશે બે થી વત્તા પાઇ બાય બે અને તે એટલા માટે કારણ કે સાઇન ઇન્વર્સનો રેન્જ માઇનસ pi બાય બે થી પ્લસ pi બાય બે છે જ્યારે જો x અંતરાલ માઇનસ એક થી શૂન્યમાં હોય તો કોસ ઇન્વર્સ x બીજા ઇન્ટરવલ પાઇ બાય બે સાથે સંબંધિત હશે pi અને આપણે જોઇએ છીએ કે આ અંતરાલ અને સાઇન ઇનવર્સનો રેન્જ સેટ પરસ્પર વિશિષ્ટ છે

તેથી આ બંનેનો આંતરછેદ એ નલ સેટ છે અને

તેથી આપણે સમસ્યા સાથે અંત કરીએ છીએ કે આપણને x નું મૂલ્ય મળ્યું છે જે આ અંતરાલમાં આવતું નથી

તેથી આપણે આહ સમાન સામનો કરીશું .

સમસ્યાની મૂળભૂત પેટર્ન કે જેનો આપણે સામનો કરી શકીએ છીએ

તેથી આનો ઉકેલ એ છે કે ફરીથી ઉદાહરણ પર પાછા જઇએ તો દેખીતી રીતે જો x માઇનસ વન અને શૂન્ય વચ્ચે હોય તો કોસ ઇનવર્સ x જે હું થીટા દ્વારા દર્શાવું છું તે ચોક્કસપણે pi દ્વારા બે અને બે વચ્ચે આવેલું હશે.

pi અને પછી જવાને બદલે અને તરત જ કહીએ કે cos inverse અડધાની સાઇન વ્યુત્ક્રમ છે જે શક્ય નથી કારણ કે સાઇન વ્યુત્ક્રમ અડધા આ સમૂહને અનુસરશે નહીં

તેથી cos inverse x sin inverse half ની બરાબર ન હોઇ શકે પણ પછી આપણે તે સાઇન જોઇએ છીએ.

પાઇ માઇનસ થીટાનો સાઇન થીટા જેવો જ છે અને

તેથી આપણે પાઇ માઇનસ થીટાની આ પસંદગી શા માટે લીધી તેનું કારણ એ છે કે જો થીટા કોસ ઇન્વર્સ x આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત હોય તો આપણે તે pi જોશું.

માઇનસ થીટા જો થીટા આ ઇન્ટરવલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે તો પાઇ માઇનસ થીટા ઇન્ટરવલ ઝીરો થી પાઇ બાય ટુ નો છે અને આ ઇન્ટરવલ ઝીરો થી પાઇ બાય ટુ હવે આપણને સાઇન ઇન્વર્સ ના રેન્જ સેટ સાથે સંબંધિત છે

તેથી આ મૂળભૂત યુક્તિ છે જેમાં થવાનું છે અને અલબત્ત આહ આપણે જાણીએ છીએ કે

તેથી આ પાપ થીટા વાસ્તવમાં cos inverse x ની સાઇન છે અને તે સમસ્યામાં આ મૂલ્ય અડધુ હોવા માટે આપવામાં આવે છે

તેથી આપણી પાસે જે છે તે પાઇ માઇનસ થીટાની સાઇન અડધા બરાબર છે અને પછી દેખીતી રીતે આપણે કહી શકીએ કે પાઇ માઇનસ થીટા અડધા સાઇન વ્યુત્ક્રમની બરાબર છે

તેથી અહીંથી આપણે આ લીટી માત્ર એટલા માટે પૂરા કરી શકીએ કે આ પાઇ માઇનસ થીટા સાઇન ઇન્વર્સની શ્રેણીના સમૂહની છે

તેથી પાઇ માઇનસ થીટા શૂન્ય થી પાઇ બાય ની છે.

બે જે સાઇન વ્યુત્ક્રમના શ્રેણી સમૂહનો સબસેટ છે સાઇન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીનો સમૂહ માઇનસ પાઇ બાય ટુ પાઇ બાય બે હતો

તેથી હકીકત એ છે કે પાઇ માઇનસ થીટા સાઇન ઇન્વર્સની શ્રેણીના સમૂહનો છે તે અહીંથી આપણે મેળવી શકીએ છીએ.

અને આ મૂળભૂત રીતે પછી અર્થ એ છે કે થીટા x ની cos inverse છે

તેથી આપણને જે મળે છે તે છે pi minus cos inverse x એ અડધાનો સાઇન વ્યુત્ક્રમ છે અલબત્ત સાઇન વ્યુત્ક્રમ અડધા બરાબર pi by 6 અને

તેથી આપણને cos inverse x બરાબર pi minus pi by 6 મળે છે જે છે 6 ઉપર 5 પાઇ અને

તેથી x હવે બરાબર છે જો આપણે ડાબી અને જમણી બાજુ બંને બાજુએ cos લઇએ તો આપણને x બરાબર પાંચ pi બાય છના cos મળે છે જે માઇનસ cos pi બાય છ જેટલો થાય છે.

ત્રણ ઓવર બેના ઓછા વર્ગમૂળની બરાબર

તેથી અંતે આપણને ત્રણ ઓવર બેના ઓછા વર્ગમૂળની બરાબર x મળે છે જે આ અંતરાલ બાદબાકી એક થી શૂન્ય સાથે સંબંધિત છે

તેથી આ સાચો ઉકેલ છે

તેથી અહીં આવશ્યક મુખ્ય મુદ્દો એ હતો કે જો આપણે સીધું જ cos inverse x ને અડધાના પાપ વ્યુત્ક્રમ સમાન તરીકે બદલવાનો પ્રયાસ કરીએ તો આપણે સમસ્યામાં આવી જઇએ છીએ કારણ કે અડધાનો ah સાઇન વ્યુત્ક્રમ સાઇન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીનો છે જે માઇનસ pi બાય 2 વત્તા pi બાય 2 છે જ્યારે x માટે x નું ઋણ cos વ્યસ્ત th થી સંબંધિત નથી e રેન્જ એટલી

અનિવાર્યપણે જો આપણે જો આપણે કરીએ તો જો આપણે તેને આ રીતે સરખાવીએ તો ખાતરી માટે x ની કિંમત જે તમે અહીં મેળવો છો તે અંતરાલ માઇનસ એક થી શૂન્યમાં આવેલું નથી જેથી આપણે આગામી સમયમાં આ વસ્તુને ઔપચારિક બનાવી શકીએ સ્લાઇડ મેં આને ઔપચારિક બનાવવાનો પ્રયાસ કર્યો છે
તેથી આવશ્યક સમસ્યા એ છે કે ધારો કે f એ ફોર્મનું ત્રિકોણમિતિ કાર્ય છે તે આ છ ત્રિકોણમિતિ કાર્યોમાંથી કોઈપણ હોઈ શકે છે જેને આપણે વ્યાખ્યાયિત કર્યા છે
તેથી સામાન્ય રીતે ત્રિકોણમિતિ કાર્યમાં ડોમેન a અને શ્રેણી b હોય છે અને પછી આપણે આ છ ત્રિકોણમિતિ વિધેયોમાંથી પ્રત્યેકના વ્યસ્તને વ્યાખ્યાયિત કરવા આગળ વધીએ છીએ
તેથી વ્યસ્ત ફંક્શન f વ્યસ્ત દેખીતી રીતે ડોમેન સેટ ફંક્શન f ના શ્રેણી સમૂહ જેટલો જ હશે જે b છે
તેથી f વ્યસ્તનું ડોમેન છે સેટ b અને રેન્જ સેટ એ બીજો સેટ c હશે જે અલબત્ત સેટનો સબસેટ હોવો જોઈએ a જે ફંક્શન f નું ડોમેન છે
તેથી સામાન્ય સમસ્યા એ છે કે ધારો કે જો આપણને કહેવામાં આવે કે આપણે આ સમીકરણ ઉકેલવું પડશે જ્યાં આપણે થીટા શોધવાનું છે
તેથી x ની કિંમત આપવામાં આવી છે અને આપણે થીટા શોધવાનું છે જેથી થીટાનું f x બરાબર થાય હવે આપણે પહેલાથી જ કહીએ છીએ કે થીટા f વ્યસ્ત શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત છે તો ઉકેલ ખૂબ જ સરળ છે તેનો ઉકેલ છે ફક્ત થીટા x ના f વ્યસ્ત ની બરાબર છે કારણ કે x નો f વ્યસ્ત f વ્યસ્ત શ્રેણીના સમૂહનો છે જે c છે
તેથી થીટા ચોક્કસપણે બધાને અનુસરશે
તેથી જો આપણે કહીએ કે થીટા c સાથે સંબંધિત છે તો આ ઉકેલ સંતોષે છે આ અવરોધ એ છે કે થીટા એ f વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીની શ્રેણીની શ્રેણી સાથે સંબંધ ધરાવે છે પરંતુ જો આપણે કહીએ કે આપણી પાસે સમાન સમસ્યા છે f થીટા x બરાબર છે આપણે થીટા શોધવા પડશે પરંતુ એવું કહેવાય છે કે આપણે ની કિંમત શોધવાની જરૂર છે થીટા જે f ની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત નથી તો પ્રશ્ન એ છે કે હવે આપણે થીટા કેવી રીતે શોધી શકીએ તે દેખીતી રીતે થીટા સમાન ન હોઇ શકે
તેથી આ કિસ્સામાં આ કિસ્સામાં જ્યાં આપણે કહેવામાં આવે છે કે થીટા f ના શ્રેણી સમૂહ સાથે સંબંધિત નથી ઊલટું તે સ્પષ્ટ છે કે તે a એ x ના f વ્યુત્ક્રમ સમાન નથી કારણ કે x નો f વ્યસ્ત હંમેશા સમૂહ c સાથે સંબંધિત હશે જ્યારે સ્પષ્ટપણે અહીં સ્પષ્ટપણે ઉલ્લેખ કરવામાં આવ્યો છે કે થીટા સમૂહ c સાથે સંબંધિત ન હોવો જોઈએ તો આવા કિસ્સામાં આપણે થીટા કેવી રીતે શોધી શકીએ જેથી i સાઇન ફંક્શન માટે આ સમસ્યાને સામાન્ય રીતે હલ કરવાનો પ્રયાસ કર્યો છે
તેથી સાઇન ફંક્શન માટે ડોમેન અને રેન્જ અહીં લખેલી છે અને સાઇન ઇન્વર્સ ફંક્શન માટે ડોમેન માઇનસ વન ટુ વન છે રેન્જ માઇનસ પાઈ બાય ટુ પ્લસ pi બાય છે બે અને ચાલો આપણે કહીએ કે આપણે આ સમીકરણ અહીં હલ કરવાનું છે
તેથી આપણે થીટા શોધવાનું છે કે xx ની બરાબર sin theta અલબત્ત માઇનસ વન થી પ્લસ વન ની છે
તેથી આપણે થીટા શોધવાનું છે પણ આપણને જે આપવામાં આવ્યું છે તે થીટા છે આ શ્રેણીની છે
તેથી જ્યાં m અમુક પૂર્ણાંક છે
તેથી આ તે છે જે આપણને શોધવાનું કહેવામાં આવે છે, અમને એક થીટા શોધવાનું કહેવામાં આવે છે જે આ શ્રેણીની હોય m pi માઇનસ pi બાય 2 થી m pi વત્તા pi બાય 2 થી આ અંતરાલ આ રીતે તે પાપ થીટા x બરાબર છે તો આપણે તેને કેવી રીતે શોધી શકીએ
તેથી આ નથી ખૂબ અઘરું છે અલબત્ત આપણે એક વિષમ m પણ ધ્યાનમાં લેવાની જરૂર છે
તેથી ચાલો કહીએ કે જો એમ હોય તો આપણે આ સમીકરણ લખવાની શરૂઆત કરીએ છીએ સાઇન થીટા બરાબર x અને આપણને કહેવાય છે કે થીટા આ અંતરાલની છે પણ સમસ્યા એ છે કે જો આપણે શૂન્ય સમાન m નો વિશેષ કેસ લઈએ તો પછી આ મૂળભૂત રીતે અહીં શું છે આ અવરોધનો અનુવાદ થીટામાં થાય છે જે માઇનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે સાથે જોડાયેલો છે અને આ સાઇન ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ છે અને
તેથી m ના ખાસ કેસ માટે શૂન્યની બરાબર એ સોલ્યુશન ખૂબ જ સરળ છે થીટા એ સાઇન ઇન્વર્સ x ની બરાબર છે
તેથી આ m બરાબર શૂન્ય માટેનું સોલ્યુશન છે કારણ કે m માટે શૂન્યની બરાબર આ સેટ જ્યાં આપણે થીટાને લાઇનમાં અવરોધી રહ્યા છીએ તે અનિવાર્યપણે સાઇન ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ બની જશે પરંતુ શું? જો m શૂન્ય ની બરાબર ન હોય તો એવા કિસ્સામાં જ્યાં m શૂન્ય ના બરાબર m શૂન્ય ના બરાબર હોય તો કંઇક વધુ કરવું પડશે
તેથી આપણે ફરીથી sin થીટા બરાબર x થી શરૂ કરીએ છીએ અને અમને કહેવાય છે કે થીટા m pi માઇનસ pi થી સંબંધિત છે બે ટી om pi વત્તા pi બાય બે બંધ અંતરાલ પરંતુ આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે કે થીટા ઓછા m pi જો થીટા આ અંતરાલ સાથે સંબંધ ધરાવે છે તો થીટા ઓછા m pi અંતરાલ માઇનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે છે જે અને આ અંતરાલ મૂળભૂત રીતે સાઇન ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ હવે ચાલો જોઈએ કે થીટા માઇનસ એમ પાઇના સાઇનનું મૂલ્ય શું છે અને આપણે જોઈશું કે આ સાઇન a cos b ઓછા cos a sine b બરાબર છે પરંતુ pi ના પૂર્ણાંક ગુણાંકની સાઇન શૂન્ય બરાબર છે
તેથી આ તે છે જે આપણે મેળવીએ છીએ અને m pi ના આ cos ને m ની ઘાત માટે માઇનસ વન તરીકે લખી શકાય છે
તેથી આ બરાબર છે અંતે માઇનસ વન ની ઘાત m ગુણ્યા sin theta જે ખરેખર આપણા માટે સારા સમાચાર છે કારણ કે આપણે તેને m ગુણ્યા xની ઘાતમાં માઇનસ વન તરીકે પણ લખી શકીએ છીએ કારણ કે પાપ થીટા x બરાબર છે
તેથી આપણે તેને બે કિસ્સામાં વિભાજીત કરી શકીએ છીએ એક જ્યારે m સમ હોય ત્યારે m પણ આ સમીકરણ અનિવાર્યપણે થીટા માઇનસની સાઇન બને છે m pi બરાબર x અને પછી જો તમે અહીં જુઓ તો આ થીટા ઓછા mp હું દેખીતી રીતે સાઇન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહનો છું અને
તેથી આ સમીકરણ પરથી આપણે સીધું જ લખી શકીએ કે થીટા ઓછા m pi બરાબર છે x ના સાઇન વ્યુત્ક્રમ જ્યાંથી આપણે તારણ કાઢી શકીએ કે થીટા બરાબર છે m pi વત્તા x ના સાઇન વ્યસ્ત

તેથી કિસ્સામાં જ્યાં m સમ છે આ ઉકેલ છે
તેથી અને પછી એકી m ના કિસ્સામાં તે બેકી m માટે સમાન હશે જે આપણે જોવા જઈ રહ્યા છીએ તે છે કે થીટા ઓછા m pi ની સાઈન માઈનસ વન ની ઘાત m ગુણ્યા x સમાન છે માત્ર x નું માઈનસ છે અને આપણે પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે આ થીટા માઈનસ m pi એ સાઈન ઈન્વર્સની શ્રેણીના સમૂહનો છે અને
તેથી આ વિધાન પરથી આપણે સીધું કહી શકીએ કે થીટા માઈનસ એમ પાઇ એ માઇનસ x ના સાઈન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે પરંતુ સાઈન વ્યુત્ક્રમ એક છે.
વિષમ કાર્ય અને
તેથી આ સાઈન વ્યુત્ક્રમ xના ઓછા સમાન છે જ્યાંથી આપણે અંતે નિષ્કર્ષ પર આવીએ છીએ કે જ્યારે m વિષમ થીટા બરાબર m pi માઈનસ સાઈન વ્યુત્ક્રમ x ની બરાબર છે
તેથી આ આખી વાતનો સારાંશ અહીં નીચેની સ્લાઇડમાં આપેલ છે
તેથી મૂળભૂત સમસ્યા હતી શોધવા માટે થીટા આ અંતરાલમાં m pi માઈનસ pi બાય બે થી m pi વત્તા pi બાય બે જ્યાં m અમુક પૂર્ણાંક છે અને આપણે આ અંતરાલમાં આ થીટા શોધવાનું છે અને થીટા એવી હોવી જોઇએ કે sin થીટા અમુક મૂલ્ય x ના અમુક મૂલ્યની બરાબર હોય.
તેના માટે સામાન્ય ઉકેલ એ છે કે જો m સમ હોય તો થીટા બરાબર m pi વત્તા sin inverse x જો m બેકી હોય તો તે m pi માઈનસ sin inverse f સમાન પ્રકારના ah સમીકરણો અન્ય ત્રિકોણમિતિ કાર્યો માટે પણ મેળવી શકાય છે પણ હવે આપણે આગળ વધીએ છીએ.
અગાઉના લેક્ચરમાં અમે જ્યાં રોકાયા હતા તે સમસ્યા અથવા ઓળખ માટે,
તેથી જો તમને યાદ હોય તો અમે એ જોવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા હતા કે x નું tan વત્તા y નું tan વ્યુત્ક્રમ કંઈકના tan વ્યુત્ક્રમ તરીકે લખી શકાય કે કેમ
તેથી અહીં એક ઝડપી છે વ્યુત્પત્તિ
તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે a વત્તા b નું ah tan બરાબર tan a plus tan b ની ઉપર એક ઓછા tan a tan b હવે આ સૂત્રમાં જો હું x ના tan વ્યુત્ક્રમ અને b બરાબર y ના tan વ્યુત્ક્રમને બદલે તો આ તે છે જે મને મળે છે
તેથી આ એક અને આ છે શું b છે
તેથી a વત્તા b નું tan એ tan a વત્તા tan b ને એક બાદબાકી tan એ ગુણ્યા tan b વડે ભાગવામાં આવે છે અને અલબત્ત tan નું tan inverse x એ x tan નું tan inverse y બરાબર y અને
તેથી આ તે છે જે આપણને આખરે મળે છે આપણે મેળવીએ છીએ કે x ના ટૅન વ્યુત્ક્રમોના સરવાળાનું ટૅન છે અને y એ x વત્તા y ની એક બાદબાકી xy બરાબર છે
તેથી અમારી પાસે આ વિધાન અહીં છે પણ શું આનો અર્થ એ થાય કે tan inverse x વત્તા tan inverse y બરાબર tan inverse x plus y એક બાદબાકી xy કરતાં આ હંમેશા સાચું છે જવાબ છે ના તે x અને y ના મૂલ્યો પર આધાર રાખે છે કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે ટૅન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ માઈનસ pi બાય 2 2 વત્તા pi બાય બે છે
તેથી જો x અને y એવા છે કે tan inverse x વત્તા tan inverse y જો તે tan inverse ની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત ન હોય તો આપણે અહીં આ સમાનતા રાખી શકીએ નહીં
તેથી તે સમસ્યા છે
તેથી આગળની કેટલીક સ્લાઇડ્સમાં હું નીચેનું પરિણામ મેળવીશ
તેથી અહીં એક સરસ ટેબલ છે
તેથી જો આપણે બતાવીશું કે જો x ગુણ્યા y th ઓછી છે an 1 તો એ સાચું છે કે tan inverse x વત્તા tan inverse y બરાબર બરાબર છે ah tan inverse x plus y ની ઉપર એક ઓછા xy પણ
તેથી જો xy એક કરતા ઓછી હોય તો જ આ બરાબર છે પરંતુ અન્ય કિસ્સાઓમાં
તેથી અન્ય કિસ્સાઓ જો x અને y બંને ધન હોય અને xy એક કરતા વધારે હોય તો તે કિસ્સામાં આપણે આ અભિવ્યક્તિમાં pi ઉમેરવી પડશે,
તેથી બીજી બાજુ જો x અને y બંને નકારાત્મક છે પરંતુ ઉત્પાદન હજુ પણ છે એક કરતા વધારે આપણે માઈનસ પાઇ ઉમેરીએ છીએ
તેથી આ ત્રણ સ્થિતિઓ બતાવવા માટે આપણને એક નાનકડા પરિણામની જરૂર પડશે જે આપણે અગાઉના લેક્ચરમાં જોઈ ચૂક્યા છીએ પણ મેં હજુ પણ તેને અહીં લખવાનું વિચાર્યું છે
તેથી અગાઉના લેક્ચરમાંથી અમારી પાસે છે.
આ બંને ગુણધર્મો જોયા
તેથી એક એ હતું કે કોઈપણ x વાસ્તવિક માટે આ ટૅન વ્યુત્ક્રમ અને કોટ વ્યસ્ત x નો સરવાળો હંમેશા 2 બાય પાઈ હોય છે અને એ પણ કે જો x ધન હોય તો ટૅન વ્યુત્ક્રમ 1 ઓવર x કોટ વ્યસ્ત x સમાન છે
તેથી હવે જો આપણે આ બંને સ્ટેટમેન્ટ બંને સ્ટેટને જોડવાનો પ્રયાસ કરો ements તો પછી આપણે લખી શકીએ કે x નોન-નેગેટિવ માટે આપણે ફક્ત આ cot inverse x ને બદલીએ છીએ અહીં tan inverse one over x દ્વારા બદલવામાં આવે છે,
તો પછી આપણને આ ચોક્કસ સમીકરણ મળે છે જે તમામ x બિન-નેગેટિવ ટૅન માટે inverse x વત્તા tan.
વ્યુત્ક્રમ એક ઓવર x એ હંમેશા પાઇ બે વડે થાય છે અને પછી આહ જો તમે આ આખી વસ્તુને ઓછા ચિહ્ન વડે ગુણાકાર કરો તો આપણને ઓછા ટૅન વડે મળે છે x ઓછા ટૅન ઊલટાનું એક ઓવર x એ શૂન્ય કરતા મોટા બધા x માટે માઇનસ પાઇ બે બાય છે

પરંતુ ટૅન વ્યસ્ત હોવાથી ફંક્શન એ એક વિષમ ફંક્શન છે જે આપણે ટૅન વ્યુત્ક્રમ xનું માઇનસ લખી શકીએ છીએ તે માઇનસ xનું ટૅન વ્યુત્ક્રમ છે અને અહીં આ શબ્દ માટે તે જ છે, તો પછી આપણે આ જ મેળવીએ છીએ પરંતુ 0 કરતાં મોટી સ્થિતિ xને પણ ઓછા x તરીકે લખી શકાય છે.
0 થી ઓછું.

તેથી હવે આપણે જોઇએ છીએ કે આ સમીકરણમાં આપણી પાસે દરેક જગ્યાએ માઈનસ x છે
તેથી આપણે કહીએ છીએ કે જો આપણે ઓછા x ની બરાબર y ચલનો ઉપયોગ કરીએ તો તે જ વસ્તુ tan inverse y વત્તા tan inverse one over y એટલે માઈનસ pi તરીકે લખી શકાય.
બધા નકારાત્મક y માટે બે દ્વારા
તેથી આપણે કદાચ j કરીશું આ અને આ બે સમીકરણોનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ
જે ખૂબ જ સમાન દેખાય છે સિવાય કે આપણી પાસે અહીં pi બાય બે n માઇનસ pi બાય બે છે
તેથી ચાલો આપણે ah xy નો કેસ ah લઈએ જ્યારે x ગુણ્યા y નું ઉત્પાદન ah કરતાં ઓછું હોય
તેથી જ્યારે x ગુણ્યા y એક કરતા ઓછી હોય પરંતુ x અને y બંને ધન હોય છે
તેથી x અને y બંને ધન છે
તેથી inverse x એ 0 થી pi બાય 2 ના અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે અને તે tan inverse x ના આ ગ્રાફ પરથી સ્પષ્ટ થાય છે
તેથી જો આપણે ફક્ત x ના સકારાત્મક મૂલ્યો માટે જોઇએ છીએ
તેથી x ના આ મૂલ્યો માટે આપણે જોઇએ છીએ કે ટૅન વ્યુત્ક્રમ x એ ઊભી અક્ષની સકારાત્મક બાજુ પર મૂલ્યો લઈ રહ્યો છે
તેથી આપણે
તેથી જ જ્યારે ટૅન વ્યુત્ક્રમ જ્યારે x કરતાં મોટો હોય ત્યારે શૂન્ય પછી ટૅન વ્યુત્ક્રમ x એ શૂન્યથી પાઈ બાય બે સુધીના આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે અને તે જ ટૅન વ્યુત્ક્રમ y માટે સાચું છે
તેથી ટૅન વ્યુત્ક્રમ y કારણ કે y હકારાત્મક સમય છે માઇનસ y પણ શૂન્યથી પાઈ બાય બેનો હશે પણ અમારી પાસે આ પણ છે ત્રીજી શરત કે xy એક કરતા ઓછી છે
તેથી તેનો મૂળભૂત અર્થ એ છે કે y ઓછો છે એક ઉપર x કરતાં પણ આહ y અને એક ઉપર x બંને ધન છે કારણ કે x અને y ધન છે
તેથી આપણી પાસે આ વસ્તુ અહીં છે
તેથી આપણે આ વળાંકની માત્ર હકારાત્મક x અક્ષ પર જ ધ્યાન કેન્દ્રિત કરવાનો પ્રયત્ન કરીશું હવે તમે જોશો કે હકારાત્મક બાજુએ આડી અક્ષની tan inverse x નો ગ્રાફ એકવિધ રીતે વધી રહ્યો છે અને
તેથી અહીંથી આપણે કહી શકીએ કે tan inverse y એ tan inverse one over x કરતા ઓછો છે હવે આપણે બંને બાજુએ tan inverse x ઉમેરીએ છીએ
તેથી આપણને જે મળે છે તે છે અને અલબત્ત તો પછી આપણને જે મળે છે તે અલબત્ત આપણી પાસે અહીં શૂન્ય કરતાં મોટું ચિહ્ન છે અને આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે tan inverse x એ શૂન્ય કરતાં મોટો છે કારણ કે x અને y બંને x છે અને y એ આહ સકારાત્મક છે હવે આ સમીકરણ માટે અહીં આપણે કરીશું ટૅન વ્યુત્ક્રમ x દરેક જગ્યાએ ઉમેરો
તેથી આપણને જે મળશે તે ટૅન વ્યુત્ક્રમ x વત્તા શૂન્ય છે તે ટૅન વ્યુત્ક્રમ x વત્તા ટૅન વત્તા ટૅન વત્તા ટાન વત્તા ફાઇ કરતાં ઓછું છે અને તે ટૅન વ્યુત્ક્રમ x વત્તા ટૅન વ્યુત્ક્રમ એક કરતાં ઓછું છે અને અલબત્ત ટૅન વ્યુત્ક્રમ x   અહીં શૂન્ય કરતાં વધુ છે
તેથી આપણે શું કરીએ છીએ અગાઉની સ્લાઇડમાંથી aw એ છે કે તમામ x ધન માટે ટૅન વ્યસ્ત x વત્તા ટૅન વ્યસ્ત એક ઓવર x વાસ્તવમાં pi બાય બે બરાબર છે અને
તેથી આપણે સ્પષ્ટપણે જોઇ શકીએ છીએ કે જો x અને y આ સ્થિતિને સંતોષે છે તો tan inverse x વત્તા tan inverse y જે છે અહીં સકારાત્મક છે અને તે 2 બાય pi કરતાં ઓછું છે.

તેથી આવશ્યકપણે આ માટે જ્યારે x અને y આ સ્થિતિને સંતોષે છે ત્યારે tan inverse x વત્તા tan inverse y ની કિંમત
tan inverse ના શ્રેણીના સમૂહને અનુસરે છે અને
તેથી કારણ કે તેઓ શ્રેણીના છે ટૅન વ્યુત્ક્રમનો સમૂહ શું થશે તે એ છે કે ટૅન વ્યુત્ક્રમ x વત્તા ટૅન વ્યુત્ક્રમ y આના બરાબર હશે અલબત્ત આહ બીજી શરત એ છે કે જો xy એક કરતા ઓછી હોય અને x અને y બન્ને નકારાત્મક હોય અને આ માટે ah પણ હોઈ શકે આ કિસ્સામાં પણ આહ પરિણામ ખૂબ જ સમાન છે કે tan inverse x અને tan inverse y કારણ કે x અને y ઋણ છે બંને અંતરાલ માઇનસ pi બે થી શૂન્ય સાથે સંબંધિત હશે અને આ કિસ્સામાં ah અહીંથી જે અનુસરશે તે y કરતાં મોટું છે એક ઉપર x બેકા x અને y બંનેનો ઉપયોગ કરો નકારાત્મક છે
તેથી અહીંથી આપણને આ સ્થિતિ મળે છે અને પછી આ સ્થિતિથી ah કારણ કે
તેથી હવે આપણે મૂળભૂત રીતે આડી અક્ષની નકારાત્મક બાજુએ છીએ
તેથી આપણને મળે છે tan inverse y એ tan inverse one કરતાં x વધારે છે કારણ કે ટૅન ઇન્વર્સ ફંક્શન x સાથે એકવિધ રીતે વધી રહ્યું છે જે અહીં આ ગ્રાફ પરથી જોઇ શકાય છે અને કારણ કે x એ ah છે અને પછી જો આપણે બંને બાજુઓ પર tan inverse x ઉમેરીએ તો આ અલબત્ત શૂન્ય કરતાં ઓછું છે અને tan inverse x પણ તેનાથી ઓછું છે.
શૂન્ય

તેથી જો આપણે આ વિશિષ્ટ અસમાનતામાં tan inverse x ah ઉમેરીએ તો આપણને જે મળે છે તે છે tan inverse x કરતાં મોટો છે tan inverse x વત્તા tan inverse y એ tan inverse x વત્તા tan inverse one કરતાં x મોટો છે અને આ tan inverse x દેખીતી રીતે નકારાત્મક છે
તેથી અહીંથી આપણે એ પણ જોયું કે હવે અગાઉની સ્લાઇડ પર આપણે જોયું કે તમામ x નેગેટિવ ટેન વ્યુત્ક્રમ x વત્તા ટેન વ્યુત્ક્રમ એક ઓવર x માટે માઇનસ પાઇ બાય બે છે અને
તેથી તે અનુસરે છે કે જો x અને y આ ત્રણને સંતોષે છે શરતો પછી tan inverse x વત્તા tan inverse y એ શૂન્ય અને માઇનસ pi બાય બે અને આ અંતરાલ શૂન્ય ની વચ્ચે આવેલું છે અને માફ કરશો જો x અને y આ સ્થિતિને સંતોષે છે તો tan inverse x plus tan inverse y એ 2 થી 0 ના અંતરાલ z માઇનસ pi સાથે સંબંધિત છે જે ટેન ઇન્વર્સ શ્રેણીના સમૂહનો સબસેટ છે
તેથી આ કેસ માટે પણ
તેથી આ કેસ પણ આ કેસનો સબસેટ છે
તેથી અનિવાર્યપણે બંને
તેથી આ કેસ ત્રણ છે
તેથી બંને કેસ એક અને કેસ ત્રણ આ ચોક્કસ કેસના છે કારણ કે જો તમને કેસ યાદ છે 1 પણ xy 1 કરતા ઓછો હતો પરંતુ બંને x અને y હકારાત્મક અને કેસ 3 જેની આપણે હમણાં જ ચર્ચા કરી છે તે પણ xy એક કરતા ઓછા છે પણ અહીં x અને y બંને નકારાત્મક છે
તેથી આ બંને કિસ્સાઓ અહીં આ સ્થિતિના છે અને બંને કિસ્સાઓમાં આપણે જોયું કે અમે બતાવ્યું કે tan inverse x વત્તા tan inverse y એ અંતરાલ માઇનસ pi બાય ટુ થી વત્તા pi બાય બે સાથે સંબંધ ધરાવે છે જે ટેન ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ છે અને
તેથી આ આના બરાબર હશે
તેથી વધુ એક કેસ જે રહે છે જો w અમારા ટેબલ પર પાછા જાઓ જે આપણે હમણાં જ જોયું છે
તેથી આપણે ખરેખર આ xy ને શરત કરતા ઓછી ત્રણમાં વિભાજિત કરી છે મૂળભૂત રીતે આપણે પહેલા બે જુદી જુદી સ્થિતિમાં વિભાજિત કર્યા છે
તેથી એક શરત એ છે કે xy એક કરતા ઓછી છે પરંતુ તે શૂન્ય કરતા મોટી છે
તેથી આ કેસ એક અને કેસ ત્રણ જે આપણે હમણાં જ જોયા છે તે મૂળભૂત રીતે આ આહ પેટા શરત માટે છે અને પછી બીજી શરત છે જે xy છે શૂન્ય કરતાં ઓછી છે
તેથી જો આપણે આ અને આ સ્થિતિનું જોડાણ લઈએ તો આખરે હવે આ સ્થિતિ પ્રાપ્ત થશે આ સ્થિતિ આપણે પહેલાથી જ કેસ 1 અને કેસ 3 બતાવી ચુક્યા છીએ હવે આપણે બતાવવા જઈ રહ્યા છીએ કે tan inverse x વત્તા tan inverse y પણ આના બરાબર છે જ્યારે xy નોન પોઝિટિવ હોય તો જો તે શૂન્ય કરતા ઓછું હોય તો તે સાબિત થશે આ સ્થિતિ માટે xy એક કરતા ઓછા tan inverse x વત્તા tan inverse y બરાબર છે tan inverse ની x plus y ઉપર એક ઓછા xy
તેથી અમે તેને કેસ પાંચ નામ આપ્યું છે
તેથી હું લખીશ
તેથી હું અહીં કેસ પાંચ તરીકે લખીશ
તેથી જ્યારે અને આ એકદમ સરળ છે કારણ કે જ્યારે x અને y નોન પોઝિટિવ હોય છે, તો એક કેસ એ છે કે x એ શૂન્ય y કરતાં ઓછું હોય છે, શૂન્ય કરતાં વધારે હોય છે y શૂન્ય કરતાં વધારે હોય છે અને બીજી વિરુદ્ધ x શૂન્ય કરતાં વધારે હોય છે પણ y ઓછું હોય છે.
શૂન્ય કરતાં બરાબર
તેથી કેસ પાંચ a માટે કારણ કે x એ શૂન્ય કરતાં ઓછું છે આપણે જોઇએ છીએ કે tan inverse x એ અંતરાલ બાદબાકી pi by two to zero અને tan inverse y એ શૂન્યથી pi by બે સાથે સંબંધિત હશે અને પછી અલબત્ત કારણ કે આપણે આમાંથી tan inverse y સાથે tan inverse x ઉમેરીએ છીએ અને તે આને અનુસરે છે કે tan inverse x વત્તા tan inverse y એ અંતરાલ બાદબાકી પાઇ બાય ટુ થી વત્તા pi બાય બે સાથે સંબંધિત હશે
તેથી તે જોવાનું ખૂબ જ સરળ છે કે આ કેસ માટે tan inverse x વત્તા tan inverse y આનો હશે tan inverse ની શ્રેણી સમૂહ છે અને ફરીથી ah જ્યારે x શૂન્ય કરતા વધારે હોય અને y શૂન્ય કરતા ઓછી હોય tan inverse x શૂન્ય થી pi બાય બે tan inverse y નો હશે માઇનસ પાઇ બાય બે શૂન્યથી સંબંધિત હશે
તેથી આ કિસ્સામાં પણ તમે જોશો કે tan inverse x વત્તા tan inverse y એ tan inverse ની શ્રેણીના સમૂહનો હશે અને તે એટલા માટે કે જો તમે જોશો તો તમે જાણો છો કે 0 to pi by 2 અને minus pi by 2 to 0 છે જો તમે જ્યારે અમે ઉમેરીશું ત્યારે તમને લઇશું આ બે આપણે અનિવાર્યપણે આ સેટ સાથે આ સેટનું યુનિયન લેવાનું છે અને યુનિયન ચોક્કસ રીતે ટેન ઇન્વર્સનો રેન્જ સેટ છે અને આ કિસ્સામાં પણ તે જ થઇ રહ્યું છે
તેથી આવશ્યકપણે આપણે અહીં પ્રથમ પંક્તિ બતાવી છે
તેથી આ કેસ પાંચ હતો
તેથી આ અને આ ah આ સ્થિતિ xy એક કરતા ઓછી છે
તેથી અમે જે બતાવ્યું છે તે એ છે કે જો x અને y નું ઉત્પાદન એક કરતા ઓછું હોય તો tan inverse x વત્તા tan inverse y એ ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણી ah સમૂહ સાથે સંબંધ ધરાવે છે અને

તેથી તે અહીં આ અભિવ્યક્તિ સમાન છે અન્ય બે કિસ્સાઓ પણ બહુ મુશ્કેલ નથી
તેથી એક કેસ એવો છે કે જ્યાં xy એક કરતા મોટો છે અને x અને y બંને ધન છે
તેથી આ કિસ્સામાં tan inverse x શૂન્ય થી pi બાય બે હશે tan inverse y એ શૂન્ય થી pi બાય બે નો હશે ફરીથી કારણ કે તે બંને સકારાત્મક છે અને કારણ કે xy 1 કરતા વધારે છે અને અમારી પાસે y 1 ઉપર x કરતા વધારે છે
તેથી tan વ્યસ્ત એ એકવિધ રીતે વધતું કાર્ય છે અહીંથી આપણને આ વિધાન મળે છે કે tan inverse y એ એક ઓવર x ના tan inverse કરતા મોટો છે અને પછી જેમ આપણે પહેલા કર્યું હતું તેમ આપણે બંને બાજુઓ પર tan inverse x ઉમેરીશું અને આ તે જ છે જે આપણે મેળવીશું
તેથી જમણી બાજુએ આપણને ફરીથી tan inverse x સાથે tan inverse one સાથે tan inverse tan inverse x વત્તા tan inverse one મળશે x ની ઉપર જે આપણે બતાવ્યું હતું કે જ્યારે x ધન હોય છે ત્યારે આનું મૂલ્ય pi બાય બે બરાબર હોય છે અને
તેથી આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે આ દૃશ્ય માટે અહીં tan inverse x વત્તા tan inverse y ખરેખર pi કરતાં બે બાય બે કરતાં મોટો છે.
બે બાય પાઇ કરતાં અને
તેથી આ કેસ માટે આહ આપણી પાસે શું છે
તેથી ચાલો જોઇએ કે હું કહું કે થીટા એ ટેન ઇન્વર્સ x વત્તા ટેન ઇન્વર્સ y છે, તો આ કેસ નંબર બે માટે છે
તેથી આપણી પાસે જે છે તે પાઇ બે બાય કરતાં મોટું છે પરંતુ અલબત્ત આ થીટા હોવી જોઇએ pi કરતાં ઓછું કારણ કે tan inverse x અને tan inverse y બંને 0 થી pi બાય 2 થી સંબંધિત છે
તેથી tan inverse x વત્તા tan inverse y નું સૌથી મોટું ધન મૂલ્ય ફક્ત pi by 2 વત્તા pi બાય બે હોઈ શકે છે જે pi છે
તેથી દેખીતી રીતે આ આહ થીટા એ pi કરતા ઓછું હોવું જોઇએ
તેથી આખરે આ કેસ બે માટે આપણી પાસે જે છે તે એ છે કે થીટા ઇન્ટરવલ pi બાય બે થી pi સાથે સંબંધિત છે હવે સમસ્યા એ છે કે અલબત્ત આ થીટાનો આહ ટેન બરાબર છે x વત્તા y એક બાદબાકી xy
તેથી આ લેક્ચરમાં ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શન્સ પરની અમારી પહેલી સ્લાઇડમાંથી આ અનુસરે છે
તેથી મૂળભૂત સમસ્યા ફરીથી એ છે કે અમને આપવામાં આવે છે કે
તેથી આ અમને આપવામાં આવ્યું છે કે થીટા 2 થી pi અને તે જ સમયે ઇન્ટરવલ pi સાથે સંબંધિત હોવી જોઇએ સમય આ સ્થિતિને સંતોષે છે આ સમીકરણ કે ટેન થીટા બરાબર x વત્તા y ઉપર 1 ઓછા xy છે
તેથી જો તમને આ ફરીથી યાદ હોય તો તે પ્રકારની સમસ્યા છે જેની અમે પ્રથમ કેટલીક સ્લાઇડ્સમાં ચર્ચા કરી રહ્યા હતા કે તમારી પાસે થીટાનો f છે
તેથી અહીં f એ ટેન ફંક્શન છે જે અમુક z
તેથી z સમાન છે મૂળભૂત રીતે આ મૂલ્ય છે અને આપણને જરૂર છે પરંતુ સમસ્યા એ છે કે આ થીટા સંબંધિત નથી
તેથી થીટા f વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધિત નથી
તેથી અહીં પણ આપણે કહીએ છીએ કે આપણે જોઇએ છીએ કે થીટા વાસ્તવમાં ah થી pi થી ઇન્ટરવલ pi થી બે છે pi to pi જે f inverse નો રેન્જ સેટ નથી એ ah tan inverse નો રેન્જ સેટ વાસ્તવમાં માઇનસ pi બાય બે થી વત્તા pi બાય બે છે
તેથી આ બરાબર સમસ્યાની પેટર્નનો પ્રકાર છે જેની આપણે પ્રથમ કેટલીક સ્લાઇડ્સમાં ચર્ચા કરી હતી અને જ્યારે પણ તમે વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયો સાથે કામ કરશો ત્યારે તમને આ પ્રકારની સમસ્યાનો સામનો કરવો પડશે અથવા તમે આ પ્રકારની સમસ્યા જોતા જ રહેશો
તેથી આ કિસ્સામાં આપણે જે યુક્તિ કરીએ છીએ તે સૌ પ્રથમ આપણે જોઇએ છીએ કે આ ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શનનો રેન્જ સેટ નથી.
આપણે કંઇક કરવાની જરૂર છે જેથી થીટા પર કંઇક ઓપરેશન કરવું જોઇએ જેથી આપણી પાસે મૂળભૂત રીતે હોય તો આપણે શું કરીએ આપણે આ થીટા લઇએ છીએ અને આપણે ખરેખર તેમાંથી pi બાદ કરીએ છીએ
તેથી જો આપણે તેમાંથી pi બાદ કરીએ તો કારણ કે થીટા બે વડે pi સાથે સંબંધિત છે.
pi થી શું થશે કે થીટા માઇનસ પાઈ એ ઇન્ટરવલ માઇનસ પાઈ બાય બે થી શૂન્ય સાથે સંબંધિત હશે અને આપણે જાણીએ છીએ કે માઇનસ પાઈ બાય ટુ ટુ શૂન્ય દેખીતી રીતે તેનું છે
તેથી આ ઇન્ટરવલ ટેન ઇન્વર્સ અને આ થીટામાંથી પાઈ બાદ કરવાનું કારણ બમણું છે પહેલું કારણ એ છે કે મને એક નવો કોણ થીટા માઇનસ પાઈ મળે છે જે અનુલક્ષે છે
તેથી આ તેનું છે
તેથી આ અંતરાલ ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહનો સબસેટ છે
તેથી પાઇ બાદબાકી કરવા માટેનું કારણ ફરીથી બે ગણો છે પ્રથમ કારણ એ છે કે મને એક નવો કોણ થીટા માઇનસ પાઇ મળે છે જે ટેન ઇન્વર્સ શ્રેણીના સમૂહ સાથે સંબંધ ધરાવે છે બીજું હું જાણું છું કે ટેન ફંક્શન પાઇ સાથે સામયિક છે
તેથી થીટા માઇનસ પાઇનું ટેન ટેન થીટા જેવું જ છે જે આપણે જાણીએ છીએ કે એક બાદબાકી xy પર x વત્તા y બરાબર છે
તેથી તે બીજું કારણ છે કે આપણે થીટામાંથી બાદબાકી કરવા માટે આ કોણ pi પસંદ કર્યું છે
તેથી અંતે આ સમીકરણમાં આપણી પાસે જે છે તે અહીં છે કે આપણે એંગની સ્પર્શક હોય છે le જ્યાં આ ખૂણો આ મૂલ્ય x વત્તા y ઉપર એક ઓછા xy ની સમાન ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહનો છે અને
તેથી હવે આપણે સરળતાથી લખી શકીએ છીએ કે થીટા ઓછા પાઇ એ એક ઓછા xy ઉપર x વત્તા y ના ટાન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે

અને પછીથી અહીં તે અનુસરે છે કે થિટા બરાબર pi પ્લસ ટેન ઇન્વર્સ x વત્તા y ઉપર એક બાદબાકી xy અને તે જ અહીં કોષ્ટકમાં બરાબર લખવામાં આવ્યું હતું કે
તેથી આ એહ કેસ નંબર બે છે
તેથી જો x અને y બંને ધન છે અને xy તેનાથી મોટો છે એક પછી tan inverse x વત્તા tan inverse y બરાબર થશે pi plus tan ની inverse of x plus y ની ઉપર એક બાદબાકી xy
તેથી તે આપણે હમણાં જ સાબિત કર્યું છે અને સમયના હિતમાં આપણે આના પુરાવા સાથે આગળ વધીશું નહીં આ છેલ્લું વિધાન પણ તે બરાબર એ જ રીતે કરી શકાય છે કે આપણે કેસ બે કર્યું છે અને પછી અલબત્ત tan inverse x plus y થી અભિવ્યક્તિ મેળવવાનું ખૂબ જ સરળ છે ઉદાહરણ તરીકે 2 tan inverse કારણ કે આપણે 2 વાર tan inverse લખી શકીએ છીએ tan inverse x વત્તા tan inv તરીકે erse x અને પછી અમે tan inverse x વત્તા tan inverse y ફોર્મ્યુલાનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ અને y બરાબર x સાથે અને આ તે છે જે આપણે તે કિસ્સામાં મેળવવા જઈ રહ્યા છીએ જેથી તમે આને ફરીથી ચકાસવા માટે મૂળભૂત રીતે થોડી કસરત કરી શકો.
tan inverse x વત્તા tan inverse y માંથી tan inverse x minus tan inverse y માટે અભિવ્યક્તિ મેળવવી સરળ છે
અને હું ઝડપથી તેમાંથી પસાર થઈશ
તેથી tan inverse x minus tan inverse y ને tan inverse x વત્તા tan inverse તરીકે લખી શકાય.
માઈનસ y અને તે એટલા માટે કે ટેન ઇન્વર્સ ફંક્શન એ એક વિષમ ફંક્શન છે અને પછી આપણે હવે જ્યારે આપણે તેને બે અલગ અલગ વેરિયેબલ્સ x અને માઇનસ y ના ટેન ઇન્વર્સીસના સરવાળા તરીકે આ વાત લખી છે
તેથી આપણે આપણું ઉપયોગ કરી શકીશું પરિણામ એ આવ્યું કે જો આપણે તે કોષ્ટકનો ઉપયોગ કરીએ છીએ તો આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે આપણી પાસે આ ત્રણ શરતો હતી એક હતી
તેથી પ્રથમ શરત x ગુણ્યા ઓછા y એક કરતા ઓછી છે,
તેથી ચાલો હું તમને તે ટેબલ ખૂબ જ ઝડપથી બતાવીશ જેથી તે ખૂબ જ સરળ છે કે આપણે શું કરીએ છીએ.
આ સમગ્રમાં માત્ર એટલું જ કરવાનું છે કોષ્ટક દરેક જગ્યાએ આપણે આ y ને માઈનસ y વડે બદલવું પડશે અને પછી આપણને tan inverse x ઓછા tan inverse y માટે અભિવ્યક્તિ મળશે
તેથી આપણે અહીં તે જ કર્યું છે
તેથી જો તમે તે કોષ્ટકમાં y ને ઓછા y થી બદલો તો આ તમે
તેથી x ગુણ્યા ઓછા y મેળવો
તેથી પહેલા આપણી પાસે xy એક કરતા ઓછો હતો પરંતુ આપણે y ને બાદબાકી y થી બદલીએ છીએ
તેથી આપણને x ગુણ્યા ઓછા y એક કરતા ઓછા મળે છે જે x લખી શકાય છે તે જ સ્થિતિ સમાન રીતે લખી શકાય છે કારણ કે xy ઓછા એક કરતા મોટો છે અને પછી અમારી પાસે અગાઉની સ્લાઇડ પર ટૅન ઇન્વર્સ x વત્તા y હતું પણ પછી y ને બદલે માઇનસ y લખીએ છીએ
તેથી આપણને x વત્તા ઓછા y ઉપર એક ઓછા xy મળે છે જે અગાઉ હતું પણ કારણ કે y ને માઇનસ પાંચ વડે બદલવામાં આવે છે હવે આપણી પાસે જે છે તે 1 ઓછા x ગુણ્યા બાદ y છે અને તે જ વસ્તુ આપણે અન્ય શરતો માટે કરવાનું ચાલુ રાખવું પડશે અને
તેથી અંતે આપણે મેળવીએ છીએ
તેથી આ ત્રણ શરતો માટે પંક્તિઓ છે અને tan inverse x ઓછા tan માટેના મૂલ્યો છે.
શરત sa પર આધાર રાખીને વ્યસ્ત y x અને y બંને દ્વારા સંતુષ્ટ અત્યાર સુધી આપણે ફક્ત
બે જુદા જુદા ચલ x અને y ના tan inverse ને કેવી રીતે ઉમેરવું તે જોયું છે પરંતુ અલબત્ત આ બાબતોનું સામાન્યીકરણ કરી શકાય છે ઉદાહરણ તરીકે આપણે કહીએ કે આપણે સાઇન inverse x plus cos ની ગણતરી કરવા માંગીએ છીએ.
વ્યુત્ક્રમ y અને આપણે તેને કેવી રીતે કરીએ છીએ
તેથી એક એક પદ્ધતિ એવી હોઇ શકે કે આપણે દેખીતી રીતે કોઇ વસ્તુના સાઇન ઈન્વર્સ x થી ટેન ઈન્વર્સ અને ફરીથી કોસ ઈન્વર્સ y થી ટેન ઈન્વર્સ સુધીના કન્વર્ઝન ફોર્મ્યુલા શોધી શકીએ છીએ
તેથી આવશ્યકપણે આપણે આ બંનેને કન્વર્સ કરીએ છીએ અહીં બે અન્ય વેરીએબલના ઇનવર્સ ઈન્વર્સ અને પછી આપણે અગાઉની સ્લાઇડ પરથી જાણીએ છીએ કે બે વેરીએબલના ટેન વ્યુત્ક્રમને કેવી રીતે ઉમેરવું તે અંગે આપણને આહ મળશે.
તે આપણને મદદ કરે છે
તેથી સમસ્યા એ છે કે તે કરવા માટે આપણને ટેનથી સાઇન વ્યુત્ક્રમમાંથી ટેન વ્યુત્ક્રમ અને ઊલટું અને પછી cos inverse થી tan inverse અને પછી tan inverse થી co માં કેટલાક રૂપાંતરણ સૂત્રોની જરૂર પડશે.
s વ્યુત્ક્રમ
તેથી નીચેની સ્લાઇડ્સમાં આપણે ઝડપથી આહ પર જવાનો પ્રયત્ન કરીશું
તેથી ચાલો સાઇન ઈન્વર્સ અને ટેન ઈન્વર્સનો કેસ લઇએ
તેથી અહીં પ્રશ્ન એ છે કે આપણી પાસે x ah ની કિંમત છે જે દેખીતી રીતે માઇનસ વચ્ચે ઉહ છે.
એક અને વત્તા એક અને પછી આપણે એ જોવા માંગીએ છીએ કે x નું આહ સાઇન વ્યુત્ક્રમ શું છે તેના ટૅન વ્યુત્ક્રમ બરાબર છે
તેથી આપણે અહીં આ પ્રશ્ન ચિહ્ન શોધવા માંગીએ છીએ
તેથી ચાલો કહીએ કે થીટા એ પાપ વ્યસ્ત x બરાબર છે તો દેખીતી રીતે થીટા શ્રેણીની છે સાઇન ઈન્વર્સનો સેટ જે માઇનસ પાઇ બાય ટુ પ્લસ પાઇ બાય બે છે અને પછી આપણે અહીં આ અજાણી વસ્તુ શોધવા માંગીએ છીએ

તેથી આપણને સાઈન ઇન્વર્સ xનું ટેન શોધવામાં રસ છે કારણ કે જો તમે અહીં આ સમીકરણ જોશો તો જો હું લઉં તો બંને બાજુઓ પરના સ્પર્શક ફંક્શન
, જો હું બંને બાજુઓ પર ટેન લઇશ તો સાઈન ઇન્વર્સ xનું ટૅન શું મેળવશે તે અહીં અજ્ઞાત વસ્તુ છે
તેથી અને સાઈન વ્યુત્ક્રમ x થીટા દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે
તેથી આપણે આખરે શોધવા માંગીએ છીએ થીટાનું ટેન પરંતુ ટીનું ટેન heta is sin theta over cos theta અહીંથી આપણે પહેલાથી જ જોઇ શકીએ છીએ કે સાઈન થીટા વાસ્તવમાં x ની બરાબર છે અને cos થીટા એ શોધવાનું સરળ છે કારણ કે આ કિસ્સામાં થીટા માઈનસ pi બાય ટુ થી પ્લસ pi બાય બે cos થીટા હંમેશા રહેશે હકારાત્મક તે હંમેશા હકારાત્મક રહેશે અને
તેથી અને એ પણ કે આપણે આ સૂત્ર પહેલાથી જ જાણીએ છીએ કે cos સ્ક્વેર થીટા બરાબર એક માઈનસ sin સ્ક્વેર થીટા sin theta એ x છે
તેથી આપણે cos સ્ક્વેર થીટાને એક ઓછા x સ્ક્વેર તરીકે લખી શકીએ અને પછી કોસ થીટા એક બાદબાકી x ચોરસના ધન વર્ગમૂળની બરાબર છે કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે થીટા આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત છે કારણ કે થીટા શૂન્ય કરતાં મોટી હોય છે
તેથી આપણે એક ઓછા x વર્ગના એક ઓવરનું ધન વર્ગમૂળ લઈએ છીએ અને તે જ આપણે મૂકીએ છીએ અહીં
તેથી અંતે આપણે મેળવીએ છીએ કે થીટાનું ટેન એક ઓછા x ચોરસના મૂળની ઉપર x બરાબર છે અને
તેથી જો તમે તેને સ્વચ્છ રીતે લખવા માંગતા હોવ તો અમે તેને ટાન ઓફ sin inverse x બરાબર x એક ઓછા x ચોરસના મૂળ પર x બરાબર લખી શકીએ છીએ અને કારણ કે હવે આ જો તમે આ ચિન્હ જોશો તો વ્યુત્ક્રમ x સાઈન વ્યુત્ક્રમ x દેખીતી રીતે આ અંતરાલ સાથે સંબંધિત હશે અને આ અંતરાલ પણ ટેન વ્યુત્ક્રમનો શ્રેણી સમૂહ હોય છે
તેથી આપણી પાસે કેટલાક કોણ થીટાનું ટેન આ મૂલ્યની બરાબર છે અને આ થીટા શ્રેણી સમૂહની છે ટેન વ્યુત્ક્રમનું અને
તેથી તે જોવાનું ખૂબ જ સરળ છે કે દેખીતી રીતે આ થીટા
એક બાદબાકી x ચોરસના x ઉપરના મૂળના ટૅન વ્યુત્ક્રમ સમાન હશે
તેથી અહીં આ પ્રશ્ન ચિહ્ન એક ઓછા x ચોરસના x ઉપરના મૂળના બરાબર બરાબર છે અને પછી આપણે શું કરીશું આપણે ઊલટું પણ કરવું પડશે જે એ છે કે આહ ધારો કે જો આપણને વાસ્તવિક સંખ્યાઓ સાથે સંબંધિત x ah ની અમુક કિંમત આપવામાં આવે અને પછી આપણને આ પ્રશ્ન પૂછવામાં આવે કે જે સાઇન ઇનવર્સ ફંક્શનની આ દલીલ શોધો જેમ કે tan inverse x છે અહીં આ અજાણ્યા ચલના સાઈન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે
તેથી ફરીથી આપણે તે જ રીતે શરૂ
કરીએ છીએ જે આપણે પહેલા કર્યું હતું ચાલો આપણે થીટા દ્વારા ટેન વ્યુત્ક્રમ x દર્શાવીએ તો દેખીતી રીતે થીટા ટેન વ્યુત્ક્રમની શ્રેણીના સમૂહનો છે જે th છે.
e ખુલ્લું અંતરાલ માઈનસ પાઈ બાય ટુ થી પ્લસ પાઈ બાય બે અને પછી sin થીટાને ટેન થીટા પર સેકન્ટ થીટા તરીકે લખી શકાય કારણ કે સેકન્ટ થીટા એ એક ઓવર કોસ થીટા છે જે એક વત્તા ટેન સ્ક્વેરના વર્ગમૂળ પર ટેન ટેન થીટા બરાબર છે.
થીટા
તેથી આપણે આ ઓળખ જાણીએ છીએ કે વન વત્તા ટેન સ્ક્વેર થીટા એ સેકન્ડ સ્ક્વેર થીટા છે
તેથી આ તે છે જેનો આપણે અહીં આ સ્ટેપ માટે ઉપયોગ કર્યો છે તો પછી આપણે લખી શકીએ કારણ કે થીટા આ રીતે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે તે સ્પષ્ટ છે કે x ખરેખર ટેન ટેન બરાબર છે થીટા
તેથી આપણે આ ટેન થીટાને અહીં x વડે બદલીએ છીએ અને પછી ટૅન ચોરસ થીટા x ચોરસ દ્વારા બદલવામાં આવશે દેખીતી રીતે અહ આ વર્ગમૂળ અહીં ધન વર્ગમૂળ છે તેનું કારણ એ છે કે જ્યારે થીટા 2 થી વત્તા pi બાય ઇન્ટરવલ માઈનસ pi સાથે સંબંધિત છે 2 કોસ થીટા અને
તેથી થીટાનો સેકન્ટ આ અંતરાલમાં તમામ થીટા માટે હકારાત્મક છે અને
તેથી આહ સેકન્ટ થીટા ધન હોવાથી આપણે 1 વત્તા x ચોરસનું ધન વર્ગમૂળ લઈશું
તેથી અંતે આપણી પાસે થીટાની તે સાઈન છે જ્યાં થીટા એટલે ટૅન વ્યુત્ક્રમ x આના બરાબર છે
તેથી આપણે વાસ્તવમાં તેને ટૅન વ્યુત્ક્રમ xની સાઈન તરીકે લખી શકીએ છીએ x એક વત્તા x ચોરસના મૂળ ઉપર x બરાબર છે પણ આ ખૂણો tan inverse x એ માઈનસ pi બાય 2 થી વત્તા pi બાય 2નો છે જે પણ છે સાઈન વ્યુત્ક્રમનો શ્રેણી સમૂહ તે છે
તેથી આ વાસ્તવમાં સાઈન વ્યુત્ક્રમના શ્રેણી સમૂહનો સબસેટ છે અને
તેથી અહીં આ વિધાન પરથી તે અનુસરે છે કે ટેન વ્યુત્ક્રમ x એ એક વત્તા x ચોરસના મૂળ પર xના સાઈન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે
તેથી આ સાઇન ઇનવર્સ ફંક્શનની દલીલની અંદર અહીં મોટું પ્રશ્ન ચિહ્ન વાસ્તવમાં એક વત્તા x ચોરસના x ઓવર રૂટ સમાન છે, એક નાનું ઉદાહરણ આપણને આ સૂત્રના મહત્વને સમજવામાં મદદ કરશે જે આપણે હમણાં જ મેળવ્યું છે
તેથી ચાલો કહીએ કે અમને પૂછવામાં આવ્યું છે આ અન્ય વાસ્તવિક સંખ્યાના એક વત્તા ત્રણ વત્તા પાપ વ્યુત્ક્રમના સાઈન વ્યુત્ક્રમની કિંમતની ગણતરી કરવા માટે જે બે બાય ત્રણ ગુણ્યા એક ઓછા વર્ગમૂળ આહ એક ઓછા એક વત્તા આઠના વર્ગમૂળ છે
તેથી જો આપણે યાદ રાખીએ તો આપણે આ સૂત્ર સાબિત કર્યું છે કે સાઈન x નું વ્યુત્ક્રમ એક ઓછા x ચોરસના x ઉપરના મૂળના તન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે
તેથી x સાથે એક વટાવ ત્રણ અને જો તમે આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરો છો તો આપણને જે પ્રાપ્ત થશે તે એ છે કે એક ઉપર ત્રણનો સાઈન વ્યુત્ક્રમ ટાન ટેન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે.
એક વટા ત્રણના વર્ગમૂળ વડે ભાગ્યા એક ઓછા એક વડે નવ કારણ કે ત્રણ ઉપરનો એક આખો ચોરસ એ એક બાય નવ છે અને પછી

આ આઠના વર્ગમૂળના એકના ટેન વ્યુત્ક્રમ જેટલો થશે
તેથી એક વટા ત્રણનો સાઈન વ્યુત્ક્રમ વાસ્તવમાં ટેન વ્યુત્ક્રમ છે આઠના વર્ગમૂળની ઉપર એક અને આ ધન વર્ગમૂળ છે જો આપણે પાછા જઈએ તો તમને યાદ છે કે આપણે અહીં ધન વર્ગમૂળ લીધું છે અને તે જ રીતે બીજા શબ્દ માટે પણ આપણે તે સાઈન વ્યુત્ક્રમ બે બાય ત્રણ ગુણ્યા એક ઓછા લખી શકીએ છીએ.
આઠનું એક ઉપરનું વર્ગમૂળ બરાબર ટેન વ્યુત્ક્રમ એટલે આ x છે
તેથી 2 બાય 3 ગુણ્યા 1 ઓછા 1 8 ના વર્ગમૂળ વડે ભાગ્યા 1 ઓછાના ધન વર્ગમૂળ વડે ભાગ્યા આ વસ્તુનો વર્ગ 4 બાય 9 ગુણ્યા 1 ઓછા થશે વર્ગમૂળ દ્વારા 1 8 આખા ચોરસનો અને તેને 1 ઓછા મૂળ 8 માં વ્યુત્ક્રમ 2 ને ટેન કરવા માટે સરળ બનાવી શકાય છે
તેથી આપણે આ 3 ને વર્ગમૂળમાં લઈ જઈશું જેથી તે અહીં આ ચોક્કસ પદના વર્ગના 9 ઓછા 4 ગણા બને જે અહીં એક વત્તા એક હશે
આઠના વર્ગમૂળ દ્વારા આઠ ઓછા બે અને જો આપણે તેને આગળની સ્લાઈડ પર લઈએ તો
2 ગુણ્યા 1 ઓછા 1 બાય 8 ના વર્ગમૂળ 5 ના વર્ગમૂળના ટેન વ્યુત્ક્રમ બરાબર થશે અને પછી અડધા ઓછા અને પછી વત્તા 8 બાય 8 નું વર્ગમૂળ જે 2 ગુણ્યા 1 ઓછાના તન વ્યુત્ક્રમ સમાન છે
તેથી આપણે ખરેખર નીચેનું વર્ગમૂળ લઈ શકીએ અને જોઈ શકીએ કે આપણને શું સારું મળે છે આને આઠ ઓવરના વર્ગમૂળ ઉપર બે ગુણ્યા એક ઓછા એક તરીકે પણ લખી શકાય.

નવનું વર્ગમૂળ બાય બે વત્તા આઠનું વર્ગમૂળ અને તે બેનું તન વ્યુત્ક્રમ આઠના વર્ગમૂળમાં ઓછા એકના વર્ગમૂળના બરાબર છે
તેથી આપણે આઠના વર્ગમૂળને છેદ પર લઈએ છીએ અહીં આપણને છત્રીસ વત્તા આઠ વખત મળે છે આઠનું વર્ગમૂળ જેથી તે આઠ થશે આઠ ના t ગુણ્યા વર્ગમૂળ
તેથી આ છે
તેથી આ અન્ય પદ માટે છે
તેથી આ ચોક્કસ શબ્દ અહીં બે બાય ત્રણ ગણા ની સાઈન વ્યુત્ક્રમ આ વસ્તુના ટેન વ્યુત્ક્રમ બરાબર છે અને
તેથી હવે આપણે કરવું પડશે
તેથી આપણે અગાઉ તે સાઈન જોઈ છે એક ઓવર ત્રણનો વ્યસ્ત એ એક ઓવર રૂટ આઠનો ટેન વ્યુત્ક્રમ ગણાય છે અને અમને આ વસ્તુ માટે બીજી અભિવ્યક્તિ મળી છે જે અહીં છે
તેથી હવે આપણે તે બંનેને ઉમેરવાની સ્થિતિમાં હોવા જોઈએ
તેથી આખરે આપણી પાસે જે છે તે સાઈન વ્યુત્ક્રમ છે.
1 વત્તા 3 વત્તા સાઈન વ્યુત્ક્રમ 2 બાય 3 ગુણ્યા 1 ઓછા 1 ઉપર 8 ના વર્ગમૂળ 1 વત્તા ટેન વત્તા 8 ના વર્ગમૂળ 1 વત્તા ટેન વ્યુત્ક્રમ બરાબર છે
તેથી આ અભિવ્યક્તિમાં આપણે આ 4 ને રદ કરી શકીએ છીએ અને આપણે 4 નું વર્ગમૂળ લઈ શકીએ છીએ.
અહીં
તેથી આપણને
9 ના વર્ગમૂળ વત્તા આઠના બે ગુણ્યા વર્ગમૂળ દ્વારા 8 ઓછા 1 નું વર્ગમૂળ મળે છે, તો હવે આપણે આવશ્યકપણે શું કર્યું છે કે આપણે બે સાઈન વ્યુત્ક્રમોના સરવાળાને બે ટેન વ્યુત્ક્રમોના સરવાળામાં રૂપાંતરિત કર્યા છે અને પછી આપણે tan inverse x વત્તા tan inverse yf નો ઉપયોગ કરો ઓરમુલા તો આ કિસ્સામાં અમે તમે શું તપાસી શકો છો અને તે હું હવે નહીં કરીશ કે
તેથી આપણી પાસે આ મૂલ્યની બરાબર x અને y આ મૂલ્યની બરાબર છે અને તમે ચકાસી શકો છો કે આ x અને આ y નું ઉત્પાદન 1 કરતા ઓછું છે.

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે હું tan inverse x વત્તા tan inverse yi માટે ઉપયોગ કરી શકું છું આ સૂત્ર tan inverse x plus y બાય 1 ઓછા x xy આ કારણ છે કે આ વખતે આ જે x ગુણ્યા y છે તે 1 કરતા ઓછું છે અને પછી તે ખૂબ જ સરળ બને છે કારણ કે પછી આપણે તેને 1 ના વર્ગમૂળ વત્તા 8 વત્તા મૂળ આઠ ઓછા એક વત્તા નવના મૂળ વત્તા બે મૂળ આઠ એક ઓછા અને પછી આઠના વર્ગમૂળના એક વડે લખી શકીએ,
તેથી તે બત્તેર વત્તા બેના ઓછા મૂળ બને.
આઠના ગુણ્યા વત્તા સોળ ગુણ્યા વર્ગમૂળ અને આ અહ વધુ સરળીકરણ પર અહ અહીં અંદર જે પણ છે તે વાસ્તવમાં એક હશે
તેથી અંશ અને છેદ એક જ હશે અને તે આહ એક સરળ કવાયત તરીકે બાકી છે
તેથી આ એકનું તન વ્યુત્ક્રમ બનશે જે પાઈ બાય ફોર એટલે t માં બરાબર છે તેમના પ્રવચનમાં અમે
આ વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતિ વિધેયો વચ્ચેના કેટલાક વધુ સંબંધો અનિવાર્યપણે મેળવ્યા છે અને ખાસ કરીને અમે tan inverse x plus tan inverse y અને સાઈન ઇન્વર્સ અને tan ઇન્વર્સ વચ્ચેના રૂપાંતરણ માટેના સૂત્રની ચર્ચા કરી છે
તેથી આગામી વર્ગમાં આપણે કેટલાક અન્ય ah સૂત્રો જોઈશું.
અને કેટલીક સમસ્યાઓ પણ ઉઠાવો બીજી એક ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ બાબત જે આપણે આ વ્યાખ્યાનમાં પણ જોયું તે એ છે કે અમે બતાવ્યું કે જ્યાં f થીટા x ની બરાબર છે જ્યાં f કેટલાક ત્રિકોણમિતિક કાર્ય છે પરંતુ થીટામાં ન હોવા માટે પ્રતિબંધિત છે.
f ની શ્રેણી સેટ વ્યસ્ત છે તમારો આભાર