

বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের উপর তৃতীয় বক্তৃতায় স্বাগত জানাই শেষ বক্তৃতায় আমরা এই বক্তৃতায় বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মধ্যে কিছু পরিচয় এবং সম্পর্ক দেখেছি এবং আশা করি এটি শেষ করব এবং পরবর্তী বক্তৃতাগুলিতে আমরা আশা করি কিছু নতুন সম্পর্ক তৈরি শুরু করার আগে সমস্যাগুলি গ্রহণ করতে যাচ্ছি এখানে একটি সাধারণ সমস্যা যা আমরা এই বক্তৃতা জুড়ে মোকাবেলা করতে যাচ্ছি এবং বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন সম্পর্কিত সমস্যাগুলি সমাধান করার সময়ও হতে পারে

তাই উদাহরণ স্বরূপ এখানে বলা যাক যে আমরা বিয়োগ এক এবং শূন্যের মধ্যে  $x$  এর মান খুঁজে বের করতে বলা হয় যাতে  $\cos^{-1} x$  এর সাইন অর্ধেক সমান হয়

তাই কেউ এই পথটি চেষ্টা করে দেখতে পারে যাতে কেউ লিখতে পারে যে ঠিক আছে অর্ধেক

30 ডিগ্রির সাইনের সমান যা পাই 6 এর উপরে এবং তারপর  $\cos^{-1} x$  এর সাথে  $\pi/6$  এর উপরে সমান করুন। সুতরাং আপনি লিখতে পারেন  $\cos^{-1} x$

তাই  $\pi/6$  ছয় দ্বারা এবং তারপর উভয় দিকে  $\cos$  নিলে এখানে আপনি পাবেন।

$x$  এর সমান  $\cos$  এর  $\pi/6$  এর ছয় ওভার যা তিন ওভার দুই এর বর্গমূলের সমান সমস্যা হল যে তিন ওভার দুই এর বর্গমূল

বিয়োগ এক থেকে শূন্যের অন্তর্ভুক্তি নয়

তাই এমন ক্ষেত্রে আমরা কী করব? এখানে উপলব্ধি করতে হবে যে  $x$  যদি বিয়োগ এক এবং শূন্যের মধ্যে থাকে তবে  $\cos^{-1} x$  ইনভার্স ফাংশনের গ্রাফ থেকে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে  $x$  এর  $\cos^{-1} x$  দুই থেকে পাই ব্যবধান  $\pi/6$  এর অন্তর্গত হবে তবে সমস্যাটি হল যে সাইন ইনভার্স অর্ধেক

তাই যদি আপনার মনে থাকে যে আমরা বলেছিলাম যে  $\cos^{-1} x$  সমান

তাই  $\pi/6$  এর 6 এর সাইন ইনভার্স অর্ধেক

তাই এই  $\cos^{-1} x$  কে  $\sin^{-1} x$  অর্ধেক সমান করতে সমস্যা হল যে সাইন ইনভার্স অর্ধেক সবসময় ইন্টারভাল বিয়োগ  $\pi/6$  এর অন্তর্গত হবে দুই থেকে প্লাস পাই দুই দ্বারা এবং এর কারণ সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটটি মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই দুই দ্বারা যেখানে  $x$  যদি ব্যবধান বিয়োগ এক থেকে শূন্যের মধ্যে থাকে তাহলে বিপরীতে  $x$  অন্য একটি ব্যবধান পাই-এর অন্তর্গত হবে দুই দ্বারা  $\pi/6$  এবং আমরা যে এই ব্যবধান এবং দেখতে সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটটি পারস্পরিকভাবে একচেটিয়া

তাই এই দুটির ছেদ হল নাল সেট এবং

তাই আমরা এই সমস্যার সাথে শেষ করেছি যে আমরা  $x$  এর একটি মান পেয়েছি যা এই ব্যবধানে পড়ে না

তাই আমরা  $\pi/6$  এর মুখোমুখি হব একই রকম আমরা যে সমস্যার মুখোমুখি হতে পারি তার মৌলিক প্যাটার্ন

তাই এর সমাধান হল যে আবার উদাহরণে ফিরে যাওয়া

তাই স্পষ্টতই  $x$  যদি বিয়োগ এক এবং শূন্যের মধ্যে থাকে তবে বিপরীত  $x$  যা আমি থিটা দ্বারা বোঝানো হয় তা নিশ্চিতভাবে পাই দুই দ্বারা এবং এর মধ্যে থাকবে  $\pi/6$  এবং তারপরে যাওয়ার পরিবর্তে এবং সরাসরি বলে যে  $\cos^{-1} x$  হল অর্ধেক এর  $\sin^{-1} x$  যা সম্ভব নয় কারণ  $\sin^{-1} x$  অর্ধেক এই সেটের অন্তর্গত হবে না

তাই  $\cos^{-1} x = \sin^{-1} \frac{1}{2}$  এর সমান হতে পারে না কিন্তু তারপর আমরা সেই  $\sin$  দেখতে পাই পাই বিয়োগ থিটা সাইন থিটার সমান এবং

তাই

আমরা পাই বিয়োগ থিটা বেছে নেওয়ার কারণ হল কারণ থিটা যদি  $\cos^{-1} x$  এর সমান হয় তাহলে আমরা সেই  $\pi/6$  দেখতে পাব বিয়োগ থিটা যদি এই ব্যবধানের অন্তর্গত হয় তবে পাই বিয়োগ থিটা ব্যবধান শূন্য থেকে পাই বাই টু এর অন্তর্গত

তাই এবং এই ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা এখন আমরা সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত

তাই এটি হল মৌলিক কৌশল যা করতে হবে এবং অবশ্যই আহ আমরা জানি যে

তাই এই সিন থিটা আসলে  $\cos^{-1} x$  এর  $\sin$  এবং যে সমস্যায় এই মান অর্ধেক দেওয়া হয়

তাই আমাদের কাছে যা আছে তা হল পাই বিয়োগ থিটা অর্ধেকের সমান এবং তারপর স্পষ্টতই আমরা বলতে পারি যে পাই বিয়োগ থিটা সাইন ইনভার্সের অর্ধেক সমান কারণ

তাই এখানে থেকে আমরা এই লাইনটি শেষ করতে পারি কারণ এই পাই বিয়োগ থিটা সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত

তাই পাই বিয়োগ থিটা শূন্য থেকে পাই বাই এর অন্তর্গত দুই যা সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের একটি উপসেট সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটটি ছিল মাইনাস পাই বাই টু থেকে পাই বাই টু

তাই পাই মাইনাস থিটা সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এখান থেকে আমরা এটি পেতে পারি এবং এই মূলত তারপর এর মানে হল যেহেতু থিটা হল  $x$  এর  $\cos^{-1} x$

তাই আমরা যা পাই তা হল  $\pi - \cos^{-1} x$  হল  $\sin^{-1} x$  এর অর্ধেক অবশ্যই  $\sin^{-1} x$  এর অর্ধেক সমান  $\pi/6$  এবং

তাই আমরা পাই  $\cos^{-1} x = \pi - \pi/6$  যা হল 6 এর উপরে  $5\pi/6$  এবং

তাই  $x$  এখন সমান যদি আমরা বাম এবং ডান দিকে উভয় দিকে  $\cos$  নিই তাহলে আমরা  $x$  এর সমান  $\cos 5\pi/6$  যা হবে বিয়োগ  $\cos \pi/6$  ওভার ছয়ের সমান যা তিন ওভার দুই-এর বিয়োগ বর্গমূলের সমান

তাই অবশেষে আমরা পাই তিন ওভার দুই-এর বিয়োগ বর্গমূলের  $x$  সমান যা এই ব্যবধান বিয়োগ এক থেকে শূন্যের অন্তর্গত

তাই এটিই সঠিক সমাধান

তাই এখানে মূল বিষয়টি ছিল অপরিহার্য যদি আমরা সরাসরি অর্ধেকের  $\sin$  ইনভার্সের সমান হিসাবে  $\cos$  inverse  $x$  প্রতিস্থাপন করার চেষ্টা করি তবে আমরা একটি সমস্যায় পড়ি কারণ অর্ধেকের  $ah$  সাইন ইনভার্স সাইন ইনভার্সের রেঞ্জের অন্তর্গত যা বিয়োগ পাই বাই 2 প্লাস পাই বাই 2 যেখানে  $x$  এর জন্য  $x$  এর নেতিবাচক  $\cos$  বিপরীত  $th$  এর অন্তর্গত নয়  $e$  পরিসীমা

তাই অপরিহার্যভাবে যদি আমরা যদি আমরা করি যদি আমরা এটিকে এভাবে সমান করি তাহলে নিশ্চিতভাবে  $x$  এর মান যা আপনি এখানে পাবেন তা ব্যবধান বিয়োগ এক থেকে শূন্যের মধ্যে থাকবে না

তাই আমরা পরবর্তীতে এই জিনিসটিকে আনুষ্ঠানিক করতে পারি স্লাইড আমি এটিকে আনুষ্ঠানিক করার চেষ্টা করেছি

তাই অপরিহার্য সমস্যা হল যে ধরুন যে  $f$  ফর্মটির একটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন এটি এই ছয়টি ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের যেকোনও হতে পারে যা আমরা সংজ্ঞায়িত করেছি

তাই সাধারণভাবে ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের একটি ডোমেন  $a$  এবং রেঞ্জ  $b$  এবং তারপরে আমরা এই ছয়টি

ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের প্রতিটির বিপরীত সংজ্ঞায়িত করতে গিয়েছিলাম

তাই বিপরীত ফাংশন  $f$  বিপরীত স্পষ্টতই ডোমেন সেটটি  $f$  ফাংশনের রেঞ্জ সেটের মতোই হতে চলেছে যা  $b$

তাই  $f$  ইনভার্সের ডোমেন হল সেট  $b$  এবং রেঞ্জ সেটটি হবে আরেকটি সেট  $c$  যা অবশ্যই সেটের একটি উপসেট হতে হবে  $a$  যা  $f$  ফাংশনের ডোমেইন

তাই সাধারণ সমস্যাটি হল যদি আমাদের বলা হয় যে আমাদের এই সমীকরণটি সমাধান করতে হবে যেখানে আমাদের থিটা খুঁজে বের করতে হবে

তাই  $x$  এর মান দেওয়া হয়েছে এবং আমাদেরকে থিটা খুঁজে বের করতে হবে যাতে থিটা  $f$  এর  $x$  সমান হয় এখন আমরা ইতিমধ্যেই বলেছি যে থিটা  $f$  বিপরীতের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত তাহলে সমাধানটি খুব সহজ এর সমাধান হল শুধু থিটা  $x$  এর  $f$  inverse এর সমান কারণ  $x$  এর  $f$  inverse  $f$  inverse এর রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত হবে যা  $c$

তাই থিটা অবশ্যই সকলের অন্তর্গত হবে

তাই যদি আমরা বলি যে থিটা  $c$  এর অন্তর্গত হবে তাহলে এই সমাধানটি সন্তুষ্ট হয় এই সীমাবদ্ধতা যে থিটাকে  $f$  বিপরীতের রেঞ্জ সেটের পরিসরের অন্তর্গত হতে হবে তবে যদি বলি যে আমাদের একই সমস্যা  $f$  থিটা  $x$  এর সমান আমাদের থিটা

খুঁজে বের করতে হবে তবে বলা হয় যে আমাদের এর মান খুঁজে বের করতে হবে থিটা যা  $f$  এর পরিসীমা সেটের অন্তর্গত নয় তাহলে প্রশ্ন হল আমরা এখন থিটা কিভাবে খুঁজে পাব স্পষ্টতই থিটা সমান হতে পারে না

তাই এই ক্ষেত্রে যেখানে আমাদের বলা হয় যে থিটা  $f$  এর রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত নয় বিপরীত এটা এটা স্পষ্ট যে এটা  $a$   $x$  এর  $f$  এর বিপরীত বিপরীতের সমান নয় কারণ  $x$  এর বিপরীত  $f$  সর্বদা  $c$  সেটের অন্তর্গত হবে

যেখানে স্পষ্ট এখানে স্পষ্টভাবে উল্লেখ করা হয়েছে যে থিটা অবশ্যই  $c$  সেটের অন্তর্গত নয়

তাই এই ক্ষেত্রে আমরা কীভাবে থিটা খুঁজে পাব

তাই  $i$  সাইন ফাংশনের জন্য সাধারণভাবে এই সমস্যাটি সমাধান করার চেষ্টা করেছি

তাই সাইন ফাংশনের জন্য ডোমেইন এবং রেঞ্জ এখানে লেখা আছে এবং সাইন ইনভার্স ফাংশনের জন্য ডোমেন বিয়োগ এক থেকে এক রেঞ্জ হল মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই দ্বারা দুই এবং আমরা বলি যে আমাদের এখানে এই সমীকরণটি সমাধান করতে হবে

তাই আমাদেরকে থিটা খুঁজে বের করতে হবে যাতে  $xx$  এর সমান  $\sin$  theta অবশ্যই বিয়োগ এক থেকে প্লাস ওয়ানের অন্তর্গত

তাই আমাদের থিটা খুঁজে বের করতে হবে কিন্তু আমাদের যা দেওয়া হয়েছে তা হল থিটা এই পরিসরের অন্তর্গত

তাই যেখানে  $m$  হল কিছু পূর্ণসংখ্যা

তাই এটিই আমাদের খুঁজে বের করতে বলা হয়েছে আমাদের একটি থিটা খুঁজে বের করতে বলা হয়েছে যা এই রেঞ্জের

অন্তর্গত  $m$   $\pi$  বিয়োগ  $\pi$  বাই 2 থেকে  $m$   $\pi$  প্লাস  $\pi$  বাই 2 এই ব্যবধানে এভাবে যে সিন থিটা  $x$  এর সমান

তাই আমরা কীভাবে এটি খুঁজে পাব

তাই এটি নয় খুব কঠিন অবশ্যই আমাদের একটি বিজোড় মিও বিবেচনা করতে হবে

তাই আসুন আমরা বলি যে যদি

তাই হয় তাহলে আমরা এই সমীকরণটি লিখতে শুরু করি সাইন থিটা সমান  $x$  এবং আমাদের বলা হয় যে থিটা এই

ব্যবধানের অন্তর্গত কিন্তু সমস্যা হল যদি অবশ্যই আমরা শূন্যের সমান  $m$  এর বিশেষ ক্ষেত্রে নিই তাহলে এখানে মূলত এই সীমাবদ্ধতাটি থিটাতে অনুবাদ করে যা মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এবং এটি সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেট এবং

তাই  $m$  এর বিশেষ ক্ষেত্রের জন্য শূন্যের সমান সমাধানটি খুব সহজ থিটা সাইন ইনভার্স  $x$  এর সমান

তাই এটি হল  $m$  সমান শূন্যের জন্য সমাধান কারণ  $m$  শূন্যের সমান এই সেটটি যেখানে আমরা থিটাকে লাইনে সীমাবদ্ধ করছি তা মূলত সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটে পরিণত হবে কিন্তু কি যদি  $m$  শূন্যের সমান না হয়,

তাই ক্ষেত্রে যেখানে  $m$  সমান নাটের সমান  $m$  naught সমান শূন্যকে আরও কিছু করতে হবে

তাই আমরা আবার  $x$  এর সমান  $\sin$  theta দিয়ে শুরু করি এবং আমাদের বলা হয় যে থিটা  $m$   $\pi$  বিয়োগ  $\pi$  এর

অন্তর্গত দুই টি  $om$   $\pi$  প্লাস পাই দুই দ্বারা বদ্ধ ব্যবধান কিন্তু আমরা যা দেখি তা হল থিটা বিয়োগ  $m$   $\pi$  যদি থিটা এই ব্যবধানের অন্তর্গত হয় তবে থিটা বিয়োগ  $m$   $\pi$  ব্যবধান বিয়োগ  $\pi$  দ্বারা দুই থেকে প্লাস পাই দ্বারা দুই যা এবং এই

ব্যবধানটি মূলত সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেট এখন দেখা যাক থিটা মাইনাস  $m$   $\pi$  এর সাইনের মান কত

এবং আমরা দেখব যে এটি সাইন  $a$   $\cos$   $b$  বিয়োগ  $\cos$   $a$   $\sin$   $b$  এর সমান কিন্তু  $\pi$  এর একটি পূর্ণসংখ্যা গুণের

সাইন শূন্যের সমান সুতরাং এটিই আমরা শেষ পর্যন্ত

পাই এবং  $m \pi$ -এর এই  $\cos$  কে  $m$ -এর শক্তিতে বিয়োগ এক হিসাবে লেখা যেতে পারে

তাই এটি শেষ পর্যন্ত বিয়োগ এক-এর শক্তি  $m$  গুণ  $\sin \theta$  এর সমান যা আসলে আমাদের জন্য সুখবর কারণ আমরা এটিকে  $m$  গুণ  $x$  এর শক্তিতে বিয়োগ এক হিসাবেও লিখতে পারি কারণ  $\sin \theta = x$  এর সমান

তাই আমরা এটিকে দুটি ক্ষেত্রে ভাগ করতে পারি একটি হল যখন  $m$  জোড় হয় তখন

এই সমীকরণটি মূলত থিটা বিয়োগের সাইন হয়ে যায়  $m \pi$  সমান  $x$  এবং তারপর যদি আপনি এখানে এই থিটা বিয়োগ এমপি দেখতে পান আমি স্পষ্টতই সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং

তাই এই সমীকরণ থেকে আমরা সরাসরি লিখতে পারি যে থিটা বিয়োগ  $m \pi$  পাই  $x$  এর সাইন ইনভার্সের সমান যেখান থেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে থিটা  $x$  এর  $m \pi$  প্লাস সাইন ইনভার্সের সমান

তাই ক্ষেত্রে যেখানে  $m$  জোড় এটি হল সমাধান

তাই এবং তারপর বিজোড়  $m$  এর ক্ষেত্রে এটি বিজোড়  $m$  এর জন্য অনুরূপ হতে চলেছে আমরা যা দেখতে যাচ্ছি তা হল থিটা বিয়োগ  $m \pi$  এর সাইন একটি বিয়োগ  $m$  গুণ  $x$  শক্তির সমান কেবলমাত্র  $x$  এর বিয়োগ এবং আমরা ইতিমধ্যেই জানি যে এই থিটা বিয়োগ  $m \pi$  সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং

তাই এই বিবৃতি থেকে আমরা সরাসরি বলতে পারি যে থিটা বিয়োগ  $m \pi$  পাই বিয়োগ  $x$  এর সাইন ইনভার্সের সমান কিন্তু সাইন ইনভার্স একটি বিজোড় ফাংশন এবং

তাই এটি সাইন ইনভার্স  $x$  এর বিয়োগের সমান যেখান থেকে আমরা শেষ পর্যন্ত এই উপসংহারে পৌঁছেছি যে যখন  $m$  বিজোড় থিটা সমান  $m \pi$  বিয়োগ সাইন ইনভার্স  $x$  এর সমান

তাই এই পুরো জিনিসটি এখানে নিচের স্লাইডের মতো সংক্ষিপ্ত করা যেতে পারে

তাই মৌলিক সমস্যাটি ছিল খুঁজে পেতে  $a$  এই ব্যবধানে থিটা  $m \pi$  বিয়োগ  $\pi$  বাই দুই থেকে  $m \pi$  প্লাস  $\pi$  বাই দুই যেখানে  $m$  কিছু পূর্ণসংখ্যা এবং আমাদের এই ব্যবধানে এই থিটা খুঁজে বের করতে হবে এবং থিটা এমন হওয়া উচিত যাতে  $\sin \theta = x$  এর কিছু মানের সমান হয় এর সাধারণ সমাধান হল যদি  $m$  জোড় হয় তাহলে থিটা সমান হয়  $m \pi$  প্লাস  $\sin^{-1} x$  যদি  $m$  বিজোড় হয় তাহলে  $m \pi$  বিয়োগ  $\sin^{-1} x$  অনুরূপ  $a$  সমীকরণ অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলির জন্যও উদ্ভূত হতে পারে এবং আমরা এখন এগিয়ে যাই সমস্যা বা পরিচয়ের জন্য যা আমরা আগের লেকচারে যেখানে খামিয়েছিলাম

তাই যদি আপনার মনে থাকে আমরা দেখার চেষ্টা করছিলাম  $x$  এর ট্যান ইনভার্স প্লাস ট্যান ইনভার্স অফ  $y$  কোন কিছুর ট্যান ইনভার্স হিসেবে লেখা যায় কিনা

তাই এখানে একটি দ্রুত ডেরিভেশন

তাই  $\tan$  এর আমরা জানি যে  $a$  প্লাস  $b$  এর  $\tan$  সমান  $\tan a$  প্লাস  $\tan b$  এর উপর এক বিয়োগ  $\tan a \tan b$  এখন এই সূত্রে এখানে যদি আমি  $x$  এর  $\tan$  বিপরীত এবং  $b$  এর  $\tan$  বিপরীত  $y$  এর সমান প্রতিস্থাপন করি তাহলে এই আমি এই একটি এবং এই

তাই  $\tan$  পেতে কি  $b$

তাই  $a$  প্লাস  $b$  এর  $\tan$  হল  $\tan a$  প্লাস  $\tan b$  কে ভাগ করে এক বিয়োগ ট্যান  $a$  গুণ  $\tan b$  এবং অবশ্যই  $\tan$  এর  $\tan^{-1} x$  হল  $x \tan$  এর  $\tan^{-1} y$  সমান  $y$  এবং

তাই আমরা

তাই শেষ পর্যন্ত কি পাই আমরা  $x$  এর ট্যান ইনভার্সের সমষ্টির ট্যান পাই এবং  $y$  এক বিয়োগ  $xy$  এর উপরে  $x$  যোগ  $y$  এর সমান

তাই আমাদের এখানে এই বিবৃতিটি রয়েছে তবে এটি কি অগত্যা বোঝায় যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  সমান ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস  $xy$  এর উপরে এটি সর্বদা সত্য উত্তর হল না এটি  $x$  এবং  $y$  এর মানের উপর নির্ভর করে কারণ আমরা জানি যে ট্যান ইনভার্স ফাংশনের রেঞ্জ সেটটি বিয়োগ পাই বাই 2 প্লাস পাই বাই দুই

তাই যদি  $x$  এবং  $y$  এমন যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  যদি এটি ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত না হয় তবে আমাদের এখানে এই সমতা থাকতে পারে না

তাই সমস্যা

তাই পরের কয়েকটি স্লাইডে আমি নিম্নলিখিত ফলাফলটি বের করব

তাই এখানে একটি সুন্দর টেবিল আছে

তাই যদি আমরা দেখাব যে যদি  $x$  বার  $y$  কম হয় একটি 1 তাহলে এটা সত্য যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  ছবছ  $\tan^{-1} x$  প্লাস  $y$  এর এক বিয়োগ  $xy$  এর সমান কিন্তু

তাই এটি শুধুমাত্র এই সমান যদি  $xy$  একটির কম হয় কিন্তু অন্যান্য ক্ষেত্রে

তাই অন্যান্য ক্ষেত্রে যদি  $x$  এবং  $y$  উভয়ই ধনাত্মক হয় এবং  $xy$  একটির থেকে বড় হয় সেক্ষেত্রে আমাদের এই রাশিতে একটি পাই যোগ করতে হবে

তাই এটিই আমরা পাই যদি  $x$  এবং  $y$  উভয়ই ঋণাত্মক হয় তবে গুণফলটি এখনও থাকে একটির চেয়ে বড় আমরা একটি বিয়োগ পাই যোগ করি

তাই এই তিনটি শর্ত দেখানোর জন্য আমাদের একটি ছোট ফলাফলের প্রয়োজন হবে যা এমন কিছু যা আমরা ইতিমধ্যে পূর্ববর্তী লেকচারে দেখেছি কিন্তু আমি এখনও এটি এখানে লিখে রাখার কথা ভেবেছিলাম

তাই আমাদের আগের বক্তৃতাগুলি থেকে এই দুটি বৈশিষ্ট্যই দেখেছি

তাই একটি হল যে কোনো  $x$  বাস্তবের জন্য এই ট্যান ইনভার্স এবং কট ইনভার্স  $x$  এর যোগফল সবসময় 2 দ্বারা  $\pi$  হয় এবং এছাড়াও যদি  $x$  ধনাত্মক হয় তবে  $\tan$  ইনভার্স 1 ওভার  $x$   $\cot$  ইনভার্স  $x$  এর সমান

তাই এখন যদি আমরা স্ট্যাট উভয় এই বিবৃতি উভয় একত্রিত করার চেষ্টা করব  $\text{ements}$  তাহলে আমরা লিখতে পারি যে  $x$  অ-ঋণাত্মক এর জন্য আমরা শুধু এই খাট বিপরীত  $x$  এখানে প্রতিস্থাপন করব  $x$  এর উপরে ট্যান বিপরীত এক  $x$  দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়েছে তাহলে আমরা এই বিশেষ সমীকরণটি পাই যা সমস্ত  $x$  নন-নেগেটিভ ট্যানের জন্য বিপরীত  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স ওয়ান ওভার  $x$  সবসময় পাই দুই দ্বারা এবং তারপর আহ যদি আপনি এই পুরো জিনিসটিকে একটি বিয়োগ চিহ্ন দিয়ে গুণ করেন তাহলে আমরা পাই বিয়োগ ট্যান ইনভার্স  $x$  মাইনাস ট্যান ইনভার্স এক ওভার  $x$  শূন্যের চেয়ে বড় সব  $x$  এর জন্য মাইনাস পাই দুই দ্বারা কিন্তু যেহেতু ট্যান বিপরীত ফাংশন হল একটি বিজোড় ফাংশন যা আমরা ট্যান ইনভার্সের বিয়োগ লিখতে পারি  $x$  হল বিয়োগ  $x$  এর ট্যান ইনভার্স এবং এখানে এই টার্মটি  $ah$  এর জন্য একই  
তাই তাহলে আমরা এটাই পাই তবে 0 এর থেকে বড় শর্ত  $x$  কেও বিয়োগ  $x$  হিসাবে লেখা যেতে পারে 0 এর কম।

তাই এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই সমীকরণে আমাদের সর্বত্র বিয়োগ  $x$  আছে

তাই আমরা বলি যদি আমরা বিয়োগ  $x$  এর সমান অন্য একটি চলক  $y$  ব্যবহার করি তাহলে একই জিনিসটি  $\tan$

$\text{inverse } y$  প্লাস  $\tan \text{ inverse one ওভার } y$  হল মাইনাস পাই সব নেতিবাচক  $y$  জন্য দুই দ্বারা

তাই আমরা সম্ভবত  $j$  হবে আপনি এই এবং এই দুটি সমীকরণ ব্যবহার করছেন যা দেখতে অনেকটা একই রকম ব্যতীত যে আমাদের এখানে  $\pi$  বাই দুই  $n$  বিয়োগ পাই দুই দ্বারা

তাই আসুন  $ah$   $xy$  এর কেস  $ah$  ধরি যখন  $x$  বার  $y$  এর গুণফল  $ah$  এর চেয়ে কম হয় সুতরাং যখন  $x$  বার  $y$  একের কম হয় কিন্তু  $x$  এবং  $y$  উভয়ই ধনাত্মক

তাই  $x$  এবং  $y$  উভয়ই ধনাত্মক ট্যান ইনভার্স  $x$  ব্যবধান 0 থেকে পাই 2 বাই ব্যবধানের অন্তর্গত হবে এবং এটি ট্যান ইনভার্স  $x$  এর এই গ্রাফ থেকে স্পষ্ট হয়

তাই যদি আমরা শুধু  $x$  এর ধনাত্মক মানের দিকে তাকাই

তাই  $x$  এর এই মানের জন্য আমরা দেখতে পাই যে ট্যান ইনভার্স  $x$ টি উল্লম্ব অক্ষের ধনাত্মক দিকের মান নিচ্ছে

তাই আমরা

তাই যখন ট্যান ইনভার্স যখন  $x$  এর থেকে বড় হয় শূন্য তাহলে ট্যান ইনভার্স  $x$  এই ব্যবধানের অন্তর্গত হবে শূন্য থেকে

পাই দুই দ্বারা এবং একই ট্যান ইনভার্স  $y$  এর জন্য সত্য

তাই ট্যান ইনভার্স  $y$  কারণ  $y$  ধনাত্মক সময় বিয়োগ  $y$ ও শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা শূন্যের অন্তর্গত কিন্তু আমাদের কাছে

এটিও আছে তৃতীয় শর্ত যে  $xy$  একের চেয়ে কম

তাই মূলত মানে  $y$  কম  $x$  এর চেয়ে এক ওভার কিন্তু উভয়  $ah$   $y$  এবং এক ওভার  $x$  উভয়ই ধনাত্মক কারণ  $x$  এবং  $y$  ধনাত্মক

তাই আমাদের এখানে এই জিনিসটি রয়েছে

তাই আমরা শুধুমাত্র এই বক্ররেখার ধনাত্মক  $x$  অক্ষের উপর ফোকাস করার চেষ্টা করব এখন আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে ইতিবাচক দিকে অনুভূমিক অক্ষের ট্যান ইনভার্স  $x$  এর গ্রাফ একঘেয়েভাবে বাড়ছে এবং

তাই এখন থেকে আমরা বলতে পারি যে ট্যান ইনভার্স  $y$  ট্যান ইনভার্স এক ওভার  $x$  থেকে কম এখন আমরা উভয় পাশে ট্যান ইনভার্স  $x$  যোগ করি

তাই আমরা যা পাই তা হল এবং অবশ্যই তাহলে আমরা যা পাই তা হল আমাদের এখানে শূন্যের চেয়ে বড় একটি চিহ্ন রয়েছে এবং আমরা এটাও জানি যে ট্যান ইনভার্স  $x$  শূন্যের চেয়ে বড় কারণ  $x$  এবং  $y$  উভয়ই  $x$  এবং  $y$  উভয়ই ইতিবাচক এখন আমরা এখানে এই সমীকরণটি করব সব জায়গায় ট্যান ইনভার্স  $x$  যোগ করুন

তাই আমরা যা পাব তা হল ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস শূন্য ট্যান ইনভার্স  $x$  ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স ফি-এর চেয়ে কম এবং তা ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স ওয়ান এক্সের চেয়ে কম এবং অবশ্যই ট্যান ইনভার্স  $x$ ।

এখানে শূন্যের চেয়ে বড়

তাই আমরা কি ? আগের স্লাইড থেকে  $aw$  হল যে সমস্ত  $x$  পজিটিভ ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্সের জন্য এক ওভার  $x$  আসলে পাই দ্বারা দুই এর সমান এবং

তাই আমরা স্পষ্ট দেখতে পাচ্ছি যে যদি  $x$  এবং  $y$  এই শর্তটি পূরণ করে তবে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  যা এখানে ধনাত্মক এবং এটি 2 দ্বারা  $\pi$  এর চেয়ে কম।

তাই মূলত এর জন্য যখন  $x$  এবং  $y$  এই শর্তটি পূরণ করে তখন ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  এর মান

ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এবং

তাই তারা পরিসরের অন্তর্গত।

ট্যান ইনভার্সের সেট কি হবে তা হল ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  এর সমান হবে অবশ্যই  $ah$  এর অন্য শর্ত হল  $xy$  যদি একের কম হয় এবং  $x$  এবং  $y$  উভয়ই নেতিবাচক হয় এবং এটিও  $ah$  হতে পারে এই ক্ষেত্রেও  $ah$  ফলাফলটি খুবই অনুরূপ যে  $\tan \text{ inverse } x$  এবং  $\tan \text{ inverse } y$  যেহেতু  $x$  এবং  $y$  ঋণাত্মক উভয়ই ব্যবধান বিয়োগ পাই দুই থেকে শূন্যের অন্তর্গত হবে এবং এই ক্ষেত্রে  $ah$  এখান থেকে যা অনুসরণ করবে তা হল  $y$  এর থেকে বড় এক ওভার  $x$   $\text{beca } x$  এবং  $y$  উভয়ই নেতিবাচক

তাই এখন থেকে আমরা এই শর্তটি পাই এবং তারপরে এই অবস্থা থেকে আহ কারণ

তাই এখন আমরা মূলত অনুভূমিক অক্ষের নেতিবাচক দিকে

তাই আমরা পাই ট্যান ইনভার্স  $y$  ট্যান ইনভার্স একের চেয়ে বড় কারণ  $x$  ট্যান ইনভার্স ফাংশনটি একঘেয়েভাবে  $x$  এর সাথে বৃদ্ধি পাচ্ছে যেমনটি এখানে এই গ্রাফ থেকে দেখা যায় এবং কারণ  $x$  হল  $ah$  এবং তারপর এটি থেকে যদি আমরা উভয় পাশে ট্যান ইনভার্স  $x$  যোগ করি তবে এটি অবশ্যই শূন্যের কম এবং ট্যান ইনভার্স  $x$  এর থেকেও কম শূন্য  
তাই এই বিশেষ অসমতার সাথে ট্যান ইনভার্স  $x$  আহ যোগ করলে আমরা যা পাই তা হল ট্যান ইনভার্স  $x$  এর চেয়ে বড়  
ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স ওয়ান  $x$  এর চেয়ে বড় এবং এই ট্যান ইনভার্স  $x$  স্পষ্টতই নেতিবাচক।

সুতরাং এখান থেকে আমরা এটাও দেখতে পাচ্ছি যে এখন আগের স্লাইডে আমরা দেখেছি যে সমস্ত  $x$  নেতিবাচক ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্সের জন্য এক ওভার  $x$  বিয়োগ পাই দুই দ্বারা সমান এবং

তাই এটি অনুসরণ করে যে যদি  $x$  এবং  $y$  এই তিনটিকে সন্তুষ্ট করে শর্ত তখন ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  শূন্য এবং বিয়োগ পাই দুই দ্বারা এবং এই ব্যবধান শূন্যের মধ্যে থাকে এবং দুঃখিত যদি  $x$  এবং  $y$  এই শর্তটি পূরণ করে তবে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  2 থেকে 0 দ্বারা  $z$  বিয়োগ পাই ব্যবধানের অন্তর্গত ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের একটি সাবসেট

তাই এই ক্ষেত্রেও

তাই এই কেসটিও এই কেসের একটি সাবসেট

তাই মূলত উভয়ই

তাই এই কেস থ্রি

তাই কেস এক এবং কেস থ্রি উভয়ই এই বিশেষ কেসের অন্তর্গত কারণ আপনি যদি কেস মনে রাখবেন 1 ও  $xy$  1 এর চেয়ে কম ছিল কিন্তু  $x$  এবং  $y$  উভয়ই পজিটিভ এবং কেস 3 যা আমরা এইমাত্র আলোচনা করেছি তাও  $xy$  একের চেয়ে কম কিন্তু এখানে  $x$  এবং  $y$  উভয়ই নেতিবাচক

তাই এই উভয় ক্ষেত্রেই এখানে এই অবস্থার অন্তর্গত এবং উভয় ক্ষেত্রেই আমরা দেখেছি যে আমরা দেখিয়েছি যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  ইন্টারভাল মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এর অন্তর্গত যা ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেট হবে এবং

তাই এটি এর সমান হবে

তাই আরও একটি কেস যা অবশিষ্ট থাকে যদি  $w$  ই আমাদের টেবিলে ফিরে যান যা আমরা এইমাত্র দেখেছি

তাই আমরা আসলে এই  $xy$  কম শর্তের চেয়ে তিন ভাগে ভাগ করেছি মূলত আমরা প্রথমে দুটি ভিন্ন অবস্থায় ভাগ করেছি

তাই একটি শর্ত হল  $xy$  একটির চেয়ে কম কিন্তু এটি শূন্যের চেয়ে বড়

তাই এই কেস ওয়ান এবং কেস থ্রি যা আমরা এইমাত্র দেখেছি মূলত এই  $ah$  সাব কন্ডিশনের জন্য এবং তারপর আরেকটি শর্ত আছে যা  $xy$  হল শূন্যের সমান,

তাই যদি আমরা এই এবং এই শর্তের মিলন করি তাহলে আমরা অবশেষে এখন এই শর্তটি পাই এই শর্তটি আমরা ইতিমধ্যেই কেস 1 এবং কেস 3 দেখিয়েছি এখন আমরা দেখাতে যাচ্ছি যে  $\tan^{-1} x$  প্লাস  $\tan^{-1} y$  এর সমান যখন  $xy$  নন পজিটিভ

তাই যদি এটি শূন্যের সমান হয় তাহলে এটি প্রমাণ করবে যে এই অবস্থার জন্য  $xy$  এক ট্যানের কম ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  সমান ট্যান ইনভার্স এর  $x$  প্লাস ওয়ান এক বিয়োগ  $xy$  এর উপরে

তাই আমরা একে কেস ফাইভ হিসেবে নাম দিয়েছি

তাই আমি লিখব

তাই আমি এখানে কেস ফাইভ হিসেবে লিখব

তাই যখন এবং এটি বেশ সহজ কারণ যখন  $x$  এবং  $y$  অ-ধনাত্মক হয় তখন একটি ক্ষেত্রে  $x$  শূন্যের সমান  $y$  এর চেয়ে শূন্য  $y$  বড় শূন্যের চেয়ে  $y$  বড় অন্যটি বিপরীত  $x$  শূন্যের চেয়ে বড় কিন্তু  $y$  কম শূন্যের চেয়ে সমান

তাই কেস ফাইভ এ কারণ  $x$  শূন্যের সমান কারণ আমরা দেখতে পাচ্ছি যে ট্যান ইনভার্স  $x$  ব্যবধান বিয়োগ পাই দুই থেকে শূন্যের অন্তর্গত হবে এবং ট্যান ইনভার্স  $y$  শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা এবং তারপর অবশ্যই যেহেতু আমরা এর থেকে ট্যান ইনভার্স  $y$  এর সাথে ট্যান ইনভার্স  $x$  যোগ করি এবং এটি অনুসরণ করে যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  ইন্টারভাল বিয়োগ পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এর অন্তর্গত হবে

তাই এই ক্ষেত্রে ট্যান দেখতে খুব সহজ।

ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  এর অন্তর্গত হবে ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেট এবং আবার  $ah$  হবে যখন  $x$  শূন্যের সমান এবং  $y$  শূন্যের সমান হবে ট্যান ইনভার্স  $x$  শূন্য থেকে পাই বাই দুই ট্যান ইনভার্স  $y$  এর অন্তর্গত হবে দুই শূন্য দ্বারা বিয়োগ পাই এর অন্তর্গত হবে

তাই এমনকি এই ক্ষেত্রে আপনি আপনি দেখতে পাবে যে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$

ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত হবে এবং এর কারণ হল আপনি যদি দেখেন আপনি জানেন 0 থেকে পাই বাই 2 এবং মাইনাস পাই 2 থেকে 0 যদি আপনি আপনাকে নিয়ে যান যখন আমরা যোগ করব এই দুটি আমাদের মূলত এই সেটের সাথে এই সেটের মিলন নিতে হবে এবং ইউনিয়নটি সঠিকভাবে ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেট এবং এই ক্ষেত্রেও একই জিনিস ঘটছে  
তাই মূলত আমরা এখানে প্রথম সারিটি দেখিয়েছি

তাই এটি ছিল পাঁচটি কেস সুতরাং এই এবং এই  $ah$  এর মিলন হল এই অবস্থা  $xy$  একের চেয়ে কম

তাই আমরা যা দেখিয়েছি তা হল যদি  $x$  এবং  $y$  এর গুণফল একের কম হয় তাহলে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$



তাই শেষ পর্যন্ত এই সমীকরণে আমাদের যা আছে তা হল আমরা একটি  $\sin$  এর স্পর্শক আছে  $1e$  যেখানে এই কোণটি ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত এই মানের সমান  $x$  প্লাস  $y$  এক বিয়োগ  $xy$  এর উপর এবং  
তাই এখন আমরা সহজেই লিখতে পারি যে থিটা বিয়োগ পাই এক বিয়োগ  $xy$  এর উপরে  $x$  প্লাস  $y$  এর ট্যান বিপরীতের সমান এবং তারপর থেকে এখানে এটি অনুসরণ করে যে থিটা সমান পাই প্লাস ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস  $y$  এক বিয়োগ  $xy$  এর উপরে এবং এটি এখানে টেবিলে ঠিক যা লেখা

ছিল

তাই এটি  $\sin$  কেস নম্বর দুই

তাই যদি  $x$  এবং  $y$  উভয়ই ধনাত্মক হয় এবং  $xy$  এর থেকে বড় হয় এক তারপর ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  এর সমান হবে পাই প্লাস ট্যান ইনভার্স এর  $x$  প্লাস ওয়াই এর বিপরীতে এক বিয়োগ  $xy$  তাহলে এটাই আমরা এখনই প্রমাণ করেছি এবং সময়ের স্বার্থে আমরা এর প্রমাণ নিয়ে এগিয়ে যাব না।

এই শেষ বিবৃতি কিন্তু এটিও ঠিক একইভাবে করা যেতে পারে যেভাবে আমরা কেস টু করেছি এবং তারপর অবশ্যই ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস  $y$  থেকে এক্সপ্রেশন বের করা খুব সহজ উদাহরণস্বরূপ 2 ট্যান ইনভার্স কারণ আমরা 2 বার ট্যান ইনভার্স লিখতে পারি ট্যান ইনভার্স এক্স প্লাস ট্যান ইনভার্স হিসাবে  $\sin$   $x$  এবং তারপরে আমরা ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  সূত্র ব্যবহার করতে পারি  $y$  এর সাথে  $x$  এর সমান এবং এটিই আমরা সেই ক্ষেত্রে পেতে যাচ্ছি যাতে আপনি এটি আবার যাচাই করার জন্য এটি মূলত আপনার জন্য একটি সামান্য অনুশীলন হতে চলেছে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  থেকে ট্যান ইনভার্স  $x$  মাইনাস ট্যান ইনভার্স  $y$ -এর এক্সপ্রেশন পাওয়া সহজ এবং আমি দ্রুত এটির মধ্য দিয়ে যাব  
তাই ট্যান ইনভার্স  $x$  মাইনাস ট্যান ইনভার্স  $y$ - কে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স অফ ট্যান ইনভার্স হিসেবে লেখা যেতে পারে।

বিয়োগ  $y$  এবং এর কারণ হল ট্যান ইনভার্স ফাংশনটি একটি বিজেড ফাংশন এবং তারপরে আমরা এখন যেহেতু আমরা এটি লিখেছি  $\sin$  এই জিনিসটি দুটি ভিন্ন ভেরিয়েবল  $x$  এবং বিয়োগ  $y$  এর ট্যান ইনভার্সের যোগফল হিসাবে  
তাই আমাদের ব্যবহার করতে সক্ষম হওয়া উচিত ফলাফল যে আমাদের আগে ছিল যদি আমরা সেই টেবিলটি ব্যবহার করি তবে আমরা যা দেখি তা হল আমাদের এই তিনটি শর্ত ছিল একটি

তাই প্রথম শর্তটি হল  $x$  গুণ বিয়োগ  $y$  একটির চেয়ে কম

তাই আমি আপনাকে খুব দ্রুত সেই টেবিলটি দেখাই

তাই এটি খুব সহজ আমরা কী শুধু করতে হবে যে এই পুরো টেবিলের সর্বত্র আমাদের এই  $y$  কে বিয়োগ  $y$  দ্বারা

প্রতিস্থাপন করতে হবে এবং তারপরে আমরা ট্যান ইনভার্স  $x$  বিয়োগ ট্যান ইনভার্স  $y$  এর জন্য এক্সপ্রেশন পাব

তাই আমরা এখানে যা করেছি

তাই যদি আপনি সেই টেবিলে  $y$ -কে বিয়োগ  $y$  দিয়ে প্রতিস্থাপন করেন তবে এটিই আপনি

তাই  $x$  বার বিয়োগ  $y$  পান

তাই আগে আমাদের  $xy$  একের চেয়ে কম ছিল কিন্তু আমরা  $y$ কে বিয়োগ  $y$  দিয়ে প্রতিস্থাপিত করি

তাই আমরা পাই  $x$  গুণ বিয়োগ  $y$  এক থেকে কম যা  $x$  লেখা যেতে পারে একই অবস্থা সমানভাবে লেখা যেতে পারে কারণ

$xy$  বিয়োগ একের চেয়ে বড় এবং তারপর আমরা আগে আমাদের আগের স্লাইডে ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস  $y$  ছিল কিন্তু

তারপর  $y$  এর পরিবর্তে আমরা বিয়োগ  $y$  লিখি

তাই আমরা পাই  $x$  প্লাস বিয়োগ  $y$  ওভার এক বিয়োগ  $xy$  যা আমাদের আগে ছিল কিন্তু কারণ  $y$  এর পরিবর্তে বিয়োগ পাঁচ

দিয়ে যায় আমাদের কাছে এখন যা আছে তা হল 1 বিয়োগ  $x$  গুণ বিয়োগ  $y$  এবং একই জিনিস আমাদের অন্যান্য অবস্থার জন্য করতে হবে এবং শেষ পর্যন্ত আমরা পেতে পারি

তাই এই তিনটি শর্তের সারি এবং ট্যান ইনভার্স  $x$  বিয়োগ ট্যানের মান।

ইনভার্স  $y$  অবস্থার উপর নির্ভর করে  $\sin$   $x$  এবং  $y$  উভয়ের দ্বারাই এখন পর্যন্ত আমরা শুধু দেখেছি কিভাবে দুটি ভিন্ন

ভেরিয়েবল  $x$  এবং  $y$  এর ট্যান ইনভার্স যোগ করা যায় তবে অবশ্যই এই জিনিসগুলিকে সাধারণীকরণ করা যেতে পারে

উদাহরণস্বরূপ বলা যাক যে আমরা সাইন ইনভার্স  $x$  প্লাস  $\cos$  গণনা করতে চাই ইনভার্স  $y$  এবং কীভাবে আমরা এটি

করব

তাই একটি একটি পদ্ধতি হতে পারে যে আমরা স্পষ্টতই সাইন ইনভার্স  $x$  থেকে ট্যান ইনভার্স কোনো কিছুই ইনভার্স এবং

আবার কোনো কিছুই কস ইনভার্স ওয়াই থেকে ট্যান ইনভার্সে রূপান্তর সূত্র বের করতে পারি

তাই মূলত আমরা এই দুটিকেই রূপান্তর করতে পারি এখানে আরও দুটি ভেরিয়েবলের ইন ট্যান ইনভার্স এবং তারপর যেহেতু

আমরা ইতিমধ্যেই আগের স্লাইড থেকে জেনেছি কিভাবে দুটি ভেরিয়েবলের ট্যান ইনভার্স যোগ করতে হয় আমরা আহ পাব

আমরা এই পুরো জিনিসটিকে একটি ভ্যারিয়েবলের ট্যান ইনভার্স হিসেবে পেতে পারি

এবং তারপর এটি আমাদের সাহায্য করবে

তাই সমস্যা হল যে এটি করার জন্য আমাদের ট্যান থেকে সাইন ইনভার্স থেকে ট্যান ইনভার্সে এবং তার বিপরীতে এবং

তারপরে  $\cos$  ইনভার্স থেকে ট্যান ইনভার্সে এবং তারপর ট্যান ইনভার্স থেকে কো-এ কিছু রূপান্তর সূত্রের প্রয়োজন হবে।

$\sin$  inverse

তাই নিচের স্লাইডে আমরা দ্রুত  $\sin$  তাদের উপর দিয়ে যাওয়ার চেষ্টা করব

তাই আসুন সাইন ইনভার্স এবং ট্যান ইনভার্সের ক্ষেত্রে ধরা যাক

তাই এখানে প্রশ্ন হল যে আমাদের কাছে  $\sin$   $\sin$  এর একটি মান আছে যা স্পষ্টতই বিয়োগের মধ্যে উহ এক এবং প্লাস ওয়ান

এবং তারপর আমরা দেখতে চাই  $\sin$  এর  $\sin$  সাইন ইনভার্স ট্যান ইনভার্স এর সমান কিসের

তাই আমরা এখানে এই প্রশ্ন চিহ্নটি খুঁজে পেতে চাই

তাই আসুন আমরা বলি যে থিটা সিন ইনভার্স  $x$  এর সমান তাহলে স্পষ্টতই থিটা রেঞ্জের অন্তর্গত সাইন ইনভার্সের সেট যা মাইনাস পাই বাই টু থেকে প্লাস পাই বাই টু এবং তারপরে যেহেতু আমরা এই অজানা জিনিসটি এখানে খুঁজে পেতে চাই আমরা আসলে সাইন ইনভার্স  $x$  এর ট্যান খুঁজে পেতে আগ্রহী কারণ আপনি যদি এখানে এই সমীকরণটি দেখেন যদি আমি নিই উভয় দিকের স্পর্শক ফাংশন যা আমি শেষ পর্যন্ত পাব তা হল সাইন ইনভার্স  $x$  এর ট্যান যদি আমি উভয় পাশের ট্যানটি গ্রহণ করি তাহলে এখানে এই অজানা জিনিসটি আহের সমান এবং যেহেতু সাইন ইনভার্স  $x$  থিটা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে আমরা অবশেষে খুঁজে পেতে চাই থিটা এর ট্যান কিন্তু টি এর ট্যান হেঁটা হল  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  এখান থেকে আমরা ইতিমধ্যেই দেখতে পাচ্ছি যে সাইন থিটা আসলে  $x$  এর সমান এবং  $\cos \theta$  খুঁজে পাওয়া সহজ কারণ এই ক্ষেত্রে থিটা বিয়োগ পাই বাই টু টু প্লাস পাই বাই দুই  $\cos$  থিটা সবসময় থাকবে ইতিবাচক এটি সর্বদা ইতিবাচক হবে এবং সেইজন্য এবং এটিও যে আমরা ইতিমধ্যে এই সূত্রটি জানি যে  $\cos$  বর্গ থিটা এক বিয়োগের সমান  $\sin$  বর্গ থিটা সিন থিটা হল  $x$

তাই আমরা  $\cos$  বর্গ থিটা লিখতে পারি এক বিয়োগ  $x$  বর্গ এবং তারপর অবশ্যই  $\cos \theta$  এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের ধনাত্মক বর্গমূলের সমান কারণ আমরা জানি যে থিটা যখন এই ব্যবধানের অন্তর্গত হয় কারণ থিটা শূন্যের চেয়ে বেশি হয়

তাই আমরা

এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের এক ওভারের ধনাত্মক বর্গমূল নিই এবং আমরা এটিই রাখি।

এখানে

তাই আমরা অবশেষে পাই যে থিটার ট্যান এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $x$  ওভার মূলের সমান এবং আপনি যদি এটি পরিষ্কারভাবে লিখতে চান তবে আমরা এটিকে সিন অফ ট্যান হিসাবে লিখতে পারি বিপরীত  $x$  এক বিয়োগ  $x$  বর্গের মূলের  $x$  সমান এবং কারণ এখন আপনি যদি এই চিহ্নটি দেখতে পান ইনভার্স  $x$  সাইন ইনভার্স  $x$  স্পষ্টতই এই ব্যবধানের অন্তর্গত হবে এবং এই ব্যবধানটি ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটও হবে

তাই আমাদের কাছে ট্যান আছে কিছু কোণ থিটা এই মানের সমান এবং এই থিটা রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত ট্যান ইনভার্সের এবং তাই এটা দেখা খুব সহজ যে স্পষ্টতই এই থিটা

এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $x$  ওভার রুটের ট্যান ইনভার্সের সমান হবে

তাই এখানে এই প্রশ্ন চিহ্নটি এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $x$  ওভার রুটের সমান এবং তারপর আমরা কি করব আমাদের বিপরীতটাও করতে হবে যা হল  $ah$  ধরুন যদি আমাদেরকে বাস্তব সংখ্যার সাথে সম্পর্কিত  $x$   $ah$  এর কিছু মান দেওয়া হয় এবং তারপরে আমাদের এই প্রশ্ন করা হয় যে চিহ্নের বিপরীত ফাংশনের এই যুক্তিটি খুঁজে বের করুন যেমন ট্যান ইনভার্স  $x$  হল এই অজানা ভেরিয়েবলের সাইন ইনভার্সের সমান

তাই আবার আমরা একইভাবে শুরু করি যা আমরা আগে করেছিলাম, আসুন থিটা দ্বারা ট্যান ইনভার্স  $x$  বোঝাই তাহলে স্পষ্টতই থিটা ট্যান ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের অন্তর্গত যা থা।

e খোলা ব্যবধান থেকে মাইনাস পাই থেকে প্লাস পাই বাই টু এবং তারপর সিন থিটাকে ট্যান থিটা ও সেকেন্ড থিটা হিসাবে লেখা যেতে পারে কারণ সেক্যান্ট থিটা হল এক ওভার কস থিটা যা এক প্লাস ট্যান বর্গক্ষেত্রের বর্গমূলের উপরে ট্যান ট্যান থিটা সমান।

থিটা

তাই আমরা এই পরিচয়টি জানি যে এক প্লাস ট্যান বর্গ থিটা হল সেকেন্ড বর্গ থিটা

তাই আমরা এখানে এই ধাপের জন্য এটি ব্যবহার করেছি

তাই আমরা লিখতে পারি যেহেতু থিটা এভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এটা স্পষ্ট যে  $x$  আসলে ট্যান ট্যানের সমান থিটা তাই আমরা এই ট্যান থিটাকে এখানে  $x$  দিয়ে প্রতিস্থাপন করি এবং তারপর  $\tan$  বর্গ থিটা  $x$  বর্গ দ্বারা প্রতিস্থাপিত হবে স্পষ্টতই আহ এই বর্গমূলটি এখানে ধনাত্মক বর্গমূল কারণ হল যখন থিটা ব্যবধান বিয়োগ পাই 2 থেকে প্লাস পাই দ্বারা অন্তর্ভুক্ত হয়  $2 \cos \theta$  এবং

তাই এই ব্যবধানে সমস্ত থিটার জন্য থিটার সেক্যান্ট ধনাত্মক এবং

তাই যেহেতু  $ah \sec \theta$  ধনাত্মক আমরা 1 প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের ধনাত্মক বর্গমূল নেব

তাই অবশেষে আমাদের কাছে থিটার সাইন হল যেখানে থিটা হল ট্যান ইনভার্স  $x$  এর সমান

তাই আমরা আসলে এটিকে ট্যান ইনভার্স  $x$  এর সাইন হিসাবে লিখতে পারি  $x$  এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের মূলের উপর  $x$  সমান কিন্তু এই কোণ ট্যান ইনভার্স  $x$  বিয়োগ পাই বাই 2 থেকে প্লাস পাই বাই 2 এর অন্তর্গত যাও

সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেট

তাই এটি আসলে সাইন ইনভার্সের রেঞ্জ সেটের একটি উপসেট এবং

তাই এখানে এই বিবৃতি থেকে এটি অনুসরণ করা হয়েছে যে ট্যান ইনভার্স  $x$  একটি প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের মূলের উপর  $x$  এর সাইন ইনভার্সের সমান

তাই এটি এখানে বড় প্রশ্ন চিহ্ন ইনভার্স ফাংশনের আর্গুমেন্টের ভিতরে আসলে  $x$  ওভার রুটের এক প্লাস  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান একটি ছোট উদাহরণ আমাদের এই সূত্রটির গুরুত্ব উপলব্ধি করতে সাহায্য করবে যা আমরা এইমাত্র প্রাপ্ত করেছি

তাই আসুন বলি যে আমাদের জিজ্ঞাসা করা হয়েছে এই অন্য বাস্তব সংখ্যার এক ওভার থ্রি প্লাস সিন ইনভার্সের সাইন

ইনভার্সের মান গণনা করতে যা দুই বাই তিন গুণ এক বিয়োগ বর্গমূল  $ah$  এক বিয়োগ এক ওভার বর্গমূল আট

তাই যদি আমরা মনে করি আমরা এই সূত্রটি প্রমাণ করেছি যে সাইন  $x$  এর ইনভার্স এক বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $x$  ওভার

কোটের ট্যান ইনভার্স সমান

তাই  $x$  এর সাথে এক ওভার তিন এবং আপনি যদি এই সূত্রটি ব্যবহার করেন তাহলে আমরা যা পাব তা হল এক ওভার তিনের সাইন ইনভার্স হল ট্যান ট্যান ইনভার্স এর সমান।

এক ওভার তিনের বর্গমূল দ্বারা ভাগ করা হয় এক বিয়োগ এক দ্বারা নয়টি কারণ একের তিনটি পুরো বর্গ হল এক দ্বারা নয় এবং তারপর এটি আটটির বর্গমূল দ্বারা একের ট্যান বিপরীতের সমান হবে

তাই এক ওভার তিনের সাইন ইনভার্স আসলে ট্যান ইনভার্স আটটির এক ওভার বর্গমূলের এবং এটি হল ধনাত্মক বর্গমূল যদি আমরা ফিরে যাই তাহলে আমরা মনে করি যে আমরা এখানে ধনাত্মক বর্গমূল নিয়েছিলাম এবং একইভাবে অন্য পদের জন্যও আমরা লিখতে পারি সাইন ইনভার্স এর দুই বাই তিন গুণ এক বিয়োগ আটটির এক ওভার বর্গমূল সমান ট্যান এর বিপরীত

তাই এটি হল  $x$

তাই 2 দ্বারা 3 গুণ 1 বিয়োগ 1 ওভার 8 এর বর্গমূলের ধনাত্মক বর্গমূল 1 বিয়োগ এই জিনিসটির বর্গ যা 4 দ্বারা 9 গুণ 1 বিয়োগ হবে বর্গমূল দ্বারা 1 8টি পুরো বর্গক্ষেত্রের এবং এটিকে 1 বিয়োগমূল 8 এর বিপরীতে ট্যান করতে সরলীকৃত করা যেতে পারে তাই আমরা এই 3 কে বর্গমূলে নিয়ে যাব যাতে

এই নির্দিষ্ট পদের বর্গক্ষেত্রের 9 বিয়োগ 4 গুণ হয়ে যায় যা এখানে এক যোগ এক হবে আটের বর্গমূল দ্বারা আট বিয়োগ দুই এবং আমরা যদি এটিকে পরের স্লাইডে নিয়ে যাই তাহলে

2 গুণ 1 বিয়োগ 1 দ্বারা 8 এর বর্গমূলের

5 এর বর্গমূলের বিপরীতে সমান হবে এবং তারপরে অর্ধেক এবং তারপর যোগ 8 দ্বারা 8 এর বর্গমূল যা 2 গুণ 1 বিয়োগের ট্যান বিপরীতের সমান

তাই আমরা আসলে একটি ডাউনের বর্গমূল নিতে পারি এবং দেখতে পারি যে আমরা এত ভালভাবে কী পাই এটিকে আট ওভারের বর্গমূলের দুই গুণ এক বিয়োগ এক হিসাবেও লেখা যেতে পারে

নয়-এর বর্গমূল বাই দুই যোগ করে আটের বর্গমূল এবং তা দুই-এর বর্গমূলের টেনের বিপরীতে আট-এর বর্গমূলে বিয়োগ এক-এর বর্গমূলের সমান

তাই আমরা আট- এর বর্গমূলকে হর-এ নিই এখানে আমরা ছত্রিশ যোগ আট গুণ পাই আটের বর্গমূল

তাই আট হবে আট এর  $t$  গুণ বর্গমূল

তাই এটি

তাই এটি অন্য পদের জন্য

তাই এই বিশেষ পদটি এখানে দুই দ্বারা তিন গুণের সাইন ইনভার্স এই জিনিসটির ট্যান ইনভার্সের সমান এবং তারপর এখন আমাদের করতে হবে

তাই আমরা আগে সেই সাইন দেখেছি এক ওভার তিনের বিপরীতকে এক ওভার কট আটের ট্যান বিপরীত হিসাবে গণনা করা হয়েছিল এবং আমরা এই জিনিসটির জন্য আরেকটি অভিব্যক্তি পেয়েছি যা এখানে রয়েছে

তাই এখন আমাদের উভয়কে যোগ করার অবস্থানে থাকা উচিত

তাই অবশেষে আমাদের যা আছে তা হল সাইন ইনভার্স অফ 1 ওভার 3 প্লাস সাইন ইনভার্স এর 2 বাই 3 গুণ 1 বিয়োগ 1

ওভার বর্গমূল 8 এর সমান ট্যান ইনভার্স 1 ওভার বর্গমূল 8 প্লাস ট্যান ইনভার্স

তাই এই রাশিতে আমরা এই 4টি বাতিল করতে পারি এর সাথে আমরা 4 এর বর্গমূল নিতে পারি এখানে

তাই আমরা 8 বিয়োগ 1 এর বর্গমূল পাচ্ছি 9 এর বর্গমূল যোগ করে আট এর দুই গুণ বর্গমূল

তাই এখন আমরা মূলত যা করেছি তা হল আমরা দুটি সাইন ইনভার্সের যোগফলকে দুটি ট্যান ইনভার্সের সমষ্টিতে রূপান্তর করেছি এবং তারপরে আমরা ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  ব্যবহার করুন formula

তাই এই ক্ষেত্রে আমরা যা পরীক্ষা করতে পারি এবং আমি এখন যা করব না তা হল

তাই আমাদের কাছে এই মানের  $x$  সমান এবং  $y$  এই মানের সমান এবং আপনি পরীক্ষা করতে পারেন যে এই  $x$  এবং এই  $y$  এর গুণফল 1 এর কম।

তাই এর মানে হল যে আমি ট্যান ইনভার্স এক্স প্লাস ট্যান ইনভার্স ইয়ি এই ফর্মুলা ব্যবহার করতে পারি ট্যান ইনভার্স এক্স প্লাস ওয়াই বাই 1 বিয়োগ  $x$   $xy$  এটা কারণ এই বার যা  $x$  বার  $y$  1 এর কম এবং তারপর এটা খুব সহজ হয়ে যায় কারণ তখন আমরা একে 1 এর  $\tan$  inverse হিসাবে লিখতে পারি 8 এর বর্গমূল দ্বারা আট যোগ মূল আট বিয়োগ এক দ্বারা নয় এর মূল দিয়ে দুই মূল আট এক বিয়োগের উপর এবং তারপর আট এর বর্গমূল দ্বারা এক

তাই এটি বাহান্তর যোগ দুই এর বিয়োগমূল হয় বার

তাই যোগ করে আটের ষোল গুণ বর্গমূল এবং এই আহ আরও সরলীকরণের পর  $ah$  এখানে যা আছে তা আসলে এক হবে

তাই লব এবং হর একই হবে এবং এটি হল একটি সহজ ব্যায়াম হিসাবে  $ah$  বাম

তাই এটি একটি এর বিপরীত ট্যান হয়ে যাবে যা চার দ্বারা  $\pi$  এর সমান

তাই  $t$  তে তার বকুততায় আমরা মূলত এই বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মধ্যে আরও কিছু সম্পর্ক তৈরি করেছি এবং বিশেষভাবে আমরা ট্যান ইনভার্স  $x$  প্লাস ট্যান ইনভার্স  $y$  এবং সাইন ইনভার্স এবং ট্যান ইনভার্সের মধ্যে রূপান্তরের সূত্র নিয়ে আলোচনা করেছি

তাই পরবর্তী ক্লাসে আমরা আরও কিছু আহ সূত্র দেখতে পাব।

এবং কিছু সমস্যা নিয়েও আরেকটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয় যা আমরা এই বকুততায় দেখেছি তা হল আমরা দেখিয়েছি যে

কীভাবে আমাদের  $f$  থিটা  $x$  এর সমান থাকে যেখানে  $f$  কিছু ত্রিকোণমিতিক ফাংশন কিন্তু থিটা সীমাবদ্ধ নয় এমন ক্ষেত্রে মোকাবেলা করতে হয়।  
এফ এর পরিসীমা সেট ইনভার্স আপনাকে ধন্যবাদ

Prutor@iitk