

व्युत्क्रम त्रिकोणमितीय फंक्शनस्वरील दुसऱ्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे पहिल्या लेक्चरमध्ये आम्ही या व्याख्यानात sine inverse x cos inverse x tan व्युत्क्रम x साठी tangent inverse secant inverse आणि cosecant inverse सारख्या मूलभूत त्रिकोणमितीय फंक्शनच्या व्युत्क्रमांमध्ये मूलभूत व्याख्या केली होती.

या व्यस्त फंक्शनमधील काही ओळख आणि संबंधांचा अभ्यास करणार आहोत कारण येथे डोमेनचे सारणी आणि सर्व सहा इन्व्हर्स फंक्शनची रेंज आहे ज्याची आपण मागील लेक्चरमध्ये चर्चा केली होती आणि आम्ही प्रत्येक स्लाइडचा संदर्भ घेऊ.

आता आणि नंतर या व्याख्यानात देखील आपण आह सुरू करण्यापूर्वी येथे सावधगिरीचा एक छोटासा शब्द आहे ज्यांना साइन व्युत्क्रम x आणि साइन x व्युत्क्रम यांमध्ये गोंधळ होतो, कृपया लक्षात घ्या की हे दोन्ही एकसारखे नाहीत उदाहरणार्थ आपण x समान घेऊया.

शून्य ते शून्य हे आपल्याला माहित आहे की शून्याचा साइन व्युत्क्रम शून्य असतो परंतु आपण उजव्या बाजूची गणना करू या x बरोबर शून्य साइन x व्युत्क्रम म्हणजे साइन शून्य व्युत्क्रम h हे साइन शून्यावर एक आहे जे शून्यावर एक आहे जे परिभाषित केलेले नाही आणि म्हणून हे दोन एकसारखे नाहीत हे स्पष्ट करण्यासाठी हे एक चांगले उदाहरण आहे दुसरी गोष्ट म्हणजे येथे वजा चौरसाच्या टॅन व्युत्क्रमाचे मुख्य मूल्य शोधणे.

रूट ऑफ थ्री आता आपल्याला माहित आहे की टॅन इनव्हर्स फंक्शनमध्ये ah सर्व वास्तविक संख्यांचे डोमेन आहे आणि श्रेणी ही उणे pi बाय 2 आणि पाई बाय 2 मधील खुले अंतर आहे या विशिष्ट उदाहरणासाठी येथे ah x समान वजा रूट ओव्हर सह तीन कारण आपल्याला माहित आहे की उणे साठ अंशांचा टॅन जो उणे pi बाय तीन आहे

त्यामुळे उणे pi बाय तीनचा टॅन वजा मूळ तीन आणि उणे pi बाय तीन आहे या मध्यांतरात उणे pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन म्हणून आपण करू शकतो तीनच्या वजा वर्गमूळाचा टॅन व्युत्क्रम तीनच्या वजा pi च्या बरोबर आहे असे लिहा एक आह ही गोष्ट आपण सावधगिरी बाळगली पाहिजे की

pi वजा pi चा 3 चा टॅन देखील वजा मूळ 3 च्या बरोबर आहे म्हणून याचा टॅन 2 pi आहे by 3 देखील उणे squ आहे 3 चे रूट आहेत परंतु नंतर वजा रूट तीनचा टॅन व्युत्क्रम याच्या बरोबरीचा होणार नाही कारण दोन पाई बाय तीन हे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या ah ते श्रेणी संचाशी संबंधित नाहीत म्हणून आपण या गोष्टीबद्दल थोडे सावधगिरी बाळगली पाहिजे.

येथे अह प्रथम प्रकारची ओळख आहे ज्याचा आपण अभ्यास करणार आहोत म्हणून आपण असे म्हणूया की आपल्याजवळ हा व्हेरिएबल x आहे जो बंद अंतराल वजा एक ते अधिक एक मध्ये आहे आणि आपण साइन इनव्हर्स x चे साइन काय आहे ते पाहू इच्छितो.

आपण असे म्हणतो की बंद अंतराल वजा एक ते अधिक एक यामधील कोणत्याही x साठी आपण असे म्हणू या की साइन व्युत्क्रम x हे आता रेंज आणि डोमेन ah पासून थेटा बरोबर आहे जसे आपण साइन व्युत्क्रम फंक्शनच्या शेवटच्या लेक्चरमध्ये परिभाषित केले होते त्याप्रमाणे

आपल्याला खात्री आहे की साइन व्युत्क्रम x जो थीटा आहे

त्यामुळे ही विशिष्ट थीटा बंद अंतराल वजा pi बाय दोन दोन अधिक pi बाय दोनशी संबंधित असेल कारण या सायनस फंक्शनची श्रेणी वजा pi बाय दोन दोन अधिक pi बाय दोन आहे आणि इथून आपल्याला माहित आहे की आता लागू करूया दोन्हीवर आह चिन्ह इथे so ची sine आहे

त्यामुळे हा एक कोन साइन इनव्हर्स x आहे का आपण या थीटा द्वारे दर्शवतो म्हणून साइन इनव्हर्स x ची साइन थीटाच्या साइन बरोबर असेल

पण जेव्हा आपण म्हणतो की जेव्हा आपण असे म्हणतो तेव्हा येथे आपण असे म्हणतो तेव्हा साइन व्युत्क्रम x हे थीटाच्या बरोबरीचे आहे याचा अर्थ काय आहे म्हणून आपण पहिल्या लेक्चरमध्ये साइन व्युत्क्रम x ची व्याख्या केली होती म्हणून आम्ही म्हटले की अंतराल वजा एक ते अधिक एक मधील कोणत्याही x साठी साइन व्युत्क्रम हे अद्वितीय मूल्य किंवा अद्वितीय ah कोन आहे श्रेणी वजा pi by two to plus pi by two अशा की थीटा असलेल्या त्या कोनाची sine x बरोबर असली पाहिजे, म्हणून आपण अशा प्रकारे साइन व्युत्क्रम फंक्शनची व्याख्या केली आहे आणि म्हणून ज्या क्षणी आपण म्हणतो की साइन व्युत्क्रम x हे थीटा च्या बरोबरीचे आहे .

येथे हे आपोआप फॉलो करते की sin theta x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून हे आपण पहिल्या लेक्चरमध्ये चिन्ह व्युत्क्रम फंक्शनची व्याख्या ज्या प्रकारे केली होती त्याप्रमाणे होते

आणि म्हणून जेव्हा आपण हे विधान ah या विधानाशी जोडतो तेव्हा आपल्याला काय मिळते की हे x च्या बरोबरीचे आहे.

आणि तिथे साइन व्युत्क्रम x चा पुढील साइन x च्या बरोबरीचा आहे म्हणून येथे आपला पहिला निकाल आहे की बंद अंतरालमधील कोणत्याही x साठी वजा एक ते अधिक एक x च्या बरोबरीचे sin व्युत्क्रम x चे चिन्ह आहे परंतु इतर मार्गाचे काय म्हणून हे आपल्याला घेऊन जाते इतर प्रश्न जे सर्व y साठी आहे ते खरे आहे की sine y चा sine y बरोबर y आहे आणि आपण हे लगेच तपासू शकतो उदाहरणार्थ आपण y बरोबर pi 6 पेक्षा जास्त घेऊ ज्यासाठी 6 वरील pi चा साइन 30 अंश आहे अर्धा बरोबर आहे आणि साइन व्युत्क्रम फंक्शनच्या आलेखावरून आपल्याला माहित आहे की अर्धाचा साइन व्युत्क्रम हा pi 6 पेक्षा जास्त आहे म्हणून y बरोबर pi पेक्षा सहा हे विधान खरे आहे परंतु आपण काय घेतले तर आपण y च्या बरोबर असे म्हणू या दोन pi वर तीन नंतर दोन pi ची साइन तीन पेक्षा जास्त म्हणजे दोन pi वर तीन म्हणजे एक वीस अंश म्हणजे दोन pi वर तीनची साइन तीन वर दोन आणि साइन y चे साइन y बरोबर y बरोबर दोन pi वर तीन होईल मूळ तीन पेक्षा दोन चे sine व्युत्क्रम असावे जे प्रत्यक्षात समान आहे 1 ते pi ओव्हर थ्री

त्यामुळे स्वाभाविकपणे ah या उदाहरणात या विशिष्ट उदाहरणात आपण पाहतो की y 2 pi by 3 होता पण sine y चा sine व्युत्क्रम फक्त pi by 3 आहे.

साइन व्युत्क्रमाच्या श्रेणीतून ah हे स्पष्ट आहे फंक्शन आपल्याला माहित आहे की चिन्ह व्युत्क्रम फंक्शनची श्रेणी वजा pi by 2 ते अधिक pi by 2 आहे आणि म्हणून sine y च्या sine व्युत्क्रमासाठी sine y च्या कोणत्याही y sine व्युत्क्रमासाठी वजा pi by two two Plus pi by मधील असणे आवश्यक आहे.

दोन जो sine व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच आहे आणि म्हणून आपण आता दर्शवू की  $y$  या श्रेणीच्या संचाशी संबंधित असल्यास  $y$  चे आहे तर हे खरे आहे की sine  $y$  चा sine व्युत्क्रम  $y$  बरोबर आहे तथापि हे स्पष्ट आहे की जर  $y$  नसेल तर या श्रेणी संचाशी संबंधित असेल तर  $y$  हे sine व्युत्क्रम  $\sin y$  च्या बरोबरीचे असू शकत नाही कारण कोणत्याही  $y$  साठी sine व्युत्क्रम साइन  $y$  हे वजा  $\pi$  by 2 ते अधिक  $\pi$  by 2 चे असावे आणि  $y$  या संचाशी संबंधित नसल्यास ते शक्य नाही की  $y$  आणि  $\sin$  inverse  $\sin y$  समान आहे हे आम्ही आता दाखवतो कोणत्याही  $y$  बरोबर साठी sine व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचासाठी जी वजा  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$  बाय दोन आहे

त्यामुळे या मध्यांतराशी संबंधित कोणत्याही  $y$  साठी sine  $y$  च्या sine व्युत्क्रम  $y$  च्या अगदी बरोबर आहे म्हणून चला sine  $y$  च्या sine व्युत्क्रमाने सुरुवात करू आणि ते होऊ द्या  $x$  च्या बरोबरीने स्पष्टपणे  $x$  हे चिन्हाच्या व्यस्त कार्याच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे जे वजा  $\pi$  by 2 ते अधिक  $\pi$  by 2 आहे आणि नंतर आपण या विशिष्ट समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंचे चिन्ह घेतो

त्यामुळे आपल्याला जे मिळेल ते आहे sine inverse sine  $y$  बरोबर sine  $x$  आणि मागील स्लाईडवरून आपल्याला आधीच माहित आहे की  $z$  च्या कोणत्याही  $z$  sine साठी  $z$  चा व्युत्क्रम

सर्व  $z$  साठी  $z$  च्या बरोबर आहे जसे की  $z$  चा मोड एका पेक्षा कमी आहे म्हणून आपण हे वापरणार आहोत.

या समीकरणातील विशिष्ट परिणाम  $\pi$  हा  $z$  sine  $y$  च्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपण याला  $z$  मानू आणि म्हणून साइन इनव्हर्स  $z$  ची sine  $z$  बरोबर आहे आणि म्हणून ही डाव्या हाताची बाजू sine  $y$  च्या बरोबरीची आहे जी  $z$  आहे म्हणून आपण येथून सुरू करू.

शेवटी sine  $y$  sine  $x$  बरोबर आहे कारण  $x$  आणि  $y$  दोन्ही संबंधित आहेत अंतराल वजा  $\pi$  by 2 ते अधिक  $\pi$  by 2 आणि या मध्यांतरात देखील जर आपण ते काढले तर येथे आपण  $x$  विरुद्ध  $x$  हे चिन्ह फक्त मध्यांतरातच काढू ज्याचे  $x$  वजा  $\pi$  by 2 ते अधिक  $\pi$  by 2 असे समजू या.

उणे एक आणि हे अधिक एक आहे मग आपल्याला कळेल की  $\sin x$  फंक्शन फंक्शनचा आलेख sine  $x$  फंक्शनचा आलेख असा काहीतरी दिसणार आहे आणि नंतर आपल्याकडे  $x$  आणि  $y$  अशी दोन मूल्ये आहेत म्हणून दोन्ही  $x$  देखील संबंधित आहेत मध्यांतर वजा  $\pi$  by two to plus  $\pi$  by two  $y$  हे सुद्धा त्याच मध्यांतराशी संबंधित आहे म्हणून आपल्याला दिलेले आहे की  $x$  आणि  $y$  दोन्ही या मध्यांतराशी संबंधित आहेत आणि आपल्याला असे म्हटले जाते की sine  $x$  बरोबर sine  $y$  आहे परंतु नंतर आपल्याला स्पष्टपणे दिसते की या मध्यांतरामध्ये साइन फंक्शनचा आलेख नीरसपणे वाढवत आहे आणि म्हणून जर साइन  $x$  हे साइन  $y$  च्या बरोबरीचे असेल तर हे खरे असले पाहिजे की  $x$   $y$  बरोबर आहे आणि म्हणून आपल्याकडे  $x$   $y$  च्या बरोबरीचे आहे जे सिद्ध करते जोपर्यंत  $y$  रनचा आहे sine चा  $g$  संच sine  $y$  च्या व्युत्क्रम sine  $y$  च्या बरोबर आहे म्हणून आपण आता जे सांगितले ते असे की जर आपण असे म्हटले की  $y$  हा वजा  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$  बाय दोनचा आहे तर  $y$  च्या साइनचा sine व्युत्क्रम नेहमी समान असेल  $y$  ला पण हे विधान खरे नाही जर  $y$  या बंद अंतराच्या बाहेर असेल तर इतर सर्व व्युत्क्रम फंक्शन्ससाठी समान गोष्ट धारण करते आणि आम्ही ती वेळेच्या हितासाठी सिद्ध करणार नाही, उदाहरणार्थ मी ते येथे या स्लाईडमध्ये लिहिले आहे.

त्यामुळे आमच्याकडे

बंद मध्यांतरातील अंतरामध्ये  $x$  चे कोणतेही मूल्य आहे वजा एक ते अधिक एक  $\cos$  ची  $\cos$  inverse  $x$   $x$  बरोबर आहे म्हणून हे विशिष्ट विधान अगदी सरळ पुढे आहे पण जेव्हा तुम्ही  $\pi$  घ्याल तेव्हा दुसरी केस जिथे तुम्ही  $\cos$  ची गणना करता व्युत्क्रम तर इथे तुम्ही  $\cos$  inverse सह  $\cos$  बनवत आहात आणि इथे तुम्ही उलट करत आहात तुम्ही  $\cos$  सह  $\cos$  inverse लिहित आहात

त्यामुळे जर तुम्ही  $\cos$  theta चा  $\cos$  inverse घेतला तर ते फक्त theta च्या श्रेणीशी संबंधित असलेल्या theta च्या समान आहे.

$\cos$  in श्लोक फंक्शन कॉस इनव्हर्स फंक्शनची श्रेणी आम्ही पहिल्या लेक्चरमध्ये परिभाषित केल्याप्रमाणे बंद अंतराल शून्य ते  $\pi$  होते म्हणून जोपर्यंत थीटा या बंद मध्यांतराशी संबंधित आहे तोपर्यंत हे विधान बरोबर आहे परंतु ज्या क्षणी आपण याच्या बाहेर असलेली कोणतीही थीटा घेऊ.

मध्यांतर नंतर आपण असे म्हणू शकत नाही की हे सत्य आहे आणि समान गोष्ट स्पष्टिकेच्या फंक्शनसाठी आणि कोटॅजेंट फंक्शनसाठी आणि सेकंट फंक्शनसाठी आणि कोसेकंट फंक्शनसाठी देखील आहे, म्हणून आपण पाहू शकता की सेक थीटाचा सीकंट व्युत्क्रम फक्त त्या थीटासाठी थीटा आहे.

जे फक्त त्या थीटाशी संबंधित आहेत जसे की ते सेकंट व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहेत

आणि त्याचप्रमाणे येथे हे विधान केवळ तेव्हाच खरे आहे जेव्हा थीटा असे असेल की ते कोसेकंट व्युत्क्रमाच्या श्रेणीशी संबंधित असेल तर ही श्रेणी आहे cosecant व्युत्क्रम फंक्शनच्या दुसऱ्या ओळखीबद्दल आता चर्चा करूया

त्यामुळे आता आपण साइन व्युत्क्रम फंक्शन आणि cosecant inverse function यांच्यातील काही संबंध दाखवू

$n$  हे आपल्याला आधीच माहित आहे आणि याची प्रेरणा ही आहे की आपल्याला हे आधीच माहित आहे की कोणत्याही  $x$  वास्तविक साठी  $x$  चा cosecant हा  $\sin x$  द्वारे एक असतो, ज्यामुळे आपल्याला विश्वास बसतो की cosec आणि व्युत्क्रम आणि  $\sin$  व्युत्क्रम यांच्यात देखील काही संबंध असावा आणि हे आहे.

संबंध आता आपण कोणतेही  $x$  घेऊ या म्हणजे येथे  $x$  असा आहे की  $x$  चा मोड एका पेक्षा मोठा आहे कारण आपण  $x$  च्या cosecant व्युत्क्रमाचा विचार करणार आहोत आणि आपल्याला माहित आहे की cosecant inverse function चे डोमेन सर्व  $x$  आहे.

की त्यांचे निरपेक्ष मूल्य एका पेक्षा मोठे आहे म्हणूनच आपण  $x$  साठी मूल्यांच्या या श्रेणीचा विचार केला आहे आता आपण असे म्हणूया की  $x$  चा कोसेकंट व्युत्क्रम काही कोसेकंट व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणीच्या व्याख्येवरून आता काही कोन थीटा इतका आहे जसे आपण मागील व्याख्यानात चर्चा केली होती त्याप्रमाणे आपल्याला माहित आहे की ही थीटा बंद अंतराल वजा  $\pi$  by two to plus  $\pi$  by two या मूल्य शून्य व्यतिरिक्त असणे आवश्यक आहे कारण

त्यामुळे हा प्रत्यक्षात cosecant inver चा श्रेणी संच आहे.

se फंक्शन आणि म्हणून theta हे याच्याशी संबंधित असले पाहिजे परंतु या विधानावरून आपण काय लिहू शकतो की जर आपण cosec ah फंक्शन डाव्या आणि उजव्या बाजूला लागू केले तर आपण आता ही विशिष्ट ओळख वापरण्याचा प्रयत्न करत आहोत.

म्हणून आपण दोन्ही बाजूंना cosec लावतो मग आपल्याकडे cosec चा cosec आहे inverse x is equal to cosecant theta आणि मग या ओळखीवरून आपल्याकडे cosecant inverse x बरोबर x आहे जोपर्यंत x चा मोड एका पेक्षा मोठा आहे तोपर्यंत येथे आपण आधीच x चा मोड एका पेक्षा मोठा आहे आणि म्हणून ही डाव्या हाताची बाजू x च्या बरोबरीची असली पाहिजे आणि म्हणून आपल्याकडे थीटाच्या कोसेकंटच्या बरोबरीचे x आहे जे कोसेकंट फंक्शनच्या व्याख्येनुसार हे sin च्या बरोबरीचे आहे theta किंवा ते sine theta equals one by x म्हणून देखील लिहीले जाऊ शकते.

आमच्याकडे सिन थीटा एक बाय x च्या बरोबरीचा आहे पुढे आम्हाला हे देखील माहित आहे की थीटा या संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून थीटा निश्चितपणे संबंधित आहे म्हणून हा विशिष्ट ah श्रेणी संच साइन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाचा उपसंच आहे म्हणून आम्हाला माहित आहे की वरून या विधानावरून आपण असेही म्हणू शकतो की थीटा वजा  $\pi$  बाय दोन दोन अधिक  $\pi$  बाय दोन आता वजा  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$  बाय दोन हा साइन इनव्हर्स फंक्शनचा श्रेणी संच आहे आणि म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की sin theta पासून x च्या बरोबरीने एक आणि थीटा उणे  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$  बाय दोन च्या मालकीचे आहे म्हणून आपण मागील ओळखीपैकी एकावरून असे म्हणू शकतो की आपण फक्त काही स्लाइड्सवर चर्चा केली होती आम्ही दाखवले आहे की जोपर्यंत y च्या मालकीचे आहे हे मध्यांतर बंद अंतराल sin y चे sine inverse y आहे

त्यामुळे y च्या ऐवजी theta घेऊ या कारण theta आधीपासून या ah वजा  $\pi$  by two to plus  $\pi$  by two interval चा आहे आपल्या मागील निकालावरून आपण असे म्हणू शकतो की

sine theta चा sine व्युत्क्रम आहे व्या बरोबर eta तर हा परिणाम आहे ज्यावर आपण आता चर्चा केली आहे आपण काय करतो आपण या समानतेच्या डाव्या बाजूला आणि उजव्या बाजूला साइन व्युत्क्रम फंक्शन लागू करतो त्यामुळे या समानतेवर साइन व्युत्क्रम फंक्शन लागू केल्याने आपल्याला साइन व्युत्क्रम प्राप्त होते.

sine theta चे sine inverse one on x च्या बरोबरीचे आहे परंतु येथून आपल्याजवळ काय आहे की हे थीटा बरोबर आहे आणि म्हणून आपल्याकडे शेवटी हे आहे की थीटा

x वर एक साइन व्युत्क्रम आहे आणि मागील स्लाइडवरून आपल्याकडे होते म्हंटले की थीटा हा खरंतर x चा कोसेक व्युत्क्रम आहे त्यामुळे हे x च्या cosec व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून आम्ही दाखवले आहे की कोणत्याही x साठी x चा मोड x च्या सॉरी मोड च्या बरोबरीने कमी आहे अशा कोणत्याही x साठी आहे.

x हे एका पेक्षा मोठे आहे हे आम्ही शेवटी दाखवले आहे की x चा cosecant व्युत्क्रम एक ओव्हर x च्या sine व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे त्याच प्रकारे आम्ही हे देखील दाखवू शकतो की x एक ओव्हरचा कॉस व्युत्क्रम सर्व x साठी x च्या सेकंट व्युत्क्रमाच्या समान आहे eq पेक्षा मोठे  $\pi$  ते एक आणि पुरावा येथे संपला आहे

त्यामुळे पायऱ्या सारख्या आहेत म्हणून आपण फक्त असे म्हणू या की lhs theta च्या बरोबरीचे आहे पण cos inverse function ची श्रेणी शून्य ते  $\pi$  पर्यंत असल्याने हे स्पष्टपणे या थीटाचे अनुसरण करते मध्यांतर शून्य ते  $\pi$  मध्ये असणे आवश्यक आहे आणि नंतर आपण cos फंक्शन येथे डाव्या आणि उजव्या बाजूस लागू करतो ज्यामुळे आपल्याला cos चा cos inverse one by x बरोबर theta च्या cos बरोबर मिळतो परंतु cos चा cos inverse one by x

मागील स्लाइड्स मधून मिळालेल्या निकालातून फक्त एक बाय x आहे

त्यामुळे आम्हाला एक बाय x बरोबर cos theta मिळेल जे sec theta is equals x असे म्हणण्यासारखे आहे कारण sec theta is one over cos theta

त्यामुळे तिथून त्यानंतर सेक थीटा आता x आहे कारण थीटा शून्य ते  $\pi$  आणि सेकंट व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की श्रेणी संच

त्यामुळे सेकंट व्युत्क्रम फंक्शनचा हा श्रेणी संच 0 ते  $\pi$  वजा  $\pi$  बाय 2 इतका आहे

त्यामुळे त्यातील सर्व बिंदू क्लोज इंटरव्हल शून्य ते  $\pi$  वगळता  $\pi$  द्वारे दोन आता हे टी heta आधीपासून शून्य ते  $\pi$  या अंतरालमध्ये आहे म्हणून ही थीटा निश्चितपणे secant व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून ते आपोआप फॉलो करते की x sec theta x sec बरोबर x च्या उलटा असेल थीटा पण थीटा आधीपासून एक ओव्हर x च्या cos व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा होता आणि म्हणून हे आणि हे एकत्र केल्याने आपल्याला कळते की से व्युत्क्रम x आणि cos व्युत्क्रम एक वर x समान आहेत आणि x वर 1 च्या स्पर्शक व्युत्क्रमामध्ये समान ah संबंध आहे कोटॅजेंट व्युत्क्रम हा पुरावा पुन्हा सारख्याच रेषांवर आहे पण इथे थोडा ट्रिस्ट आहे आम्ही म्हणतो की ही गोष्ट फक्त x च्या सकारात्मक मूल्यांसाठी लागू आहे आणि हे आता स्पष्ट होईल कारण x पेक्षा मोठा आहे.

x वर 0 1 हे देखील 0 पेक्षा मोठे आहे आणि म्हणून टॅन व्युत्क्रम 1 वर x हे थीटा आहे असे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनची श्रेणी वजा पाई बाय टू प्लस मधील ओपन इंटरव्हल आहे असे म्हणू या.

pi by two कारण x वर एक शून्य टॅन व्युत्क्रम एक वर x पेक्षा मोठा आहे हे देखील धन असेल आणि त्यामुळे निश्चितपणे ही थीटा शून्य ते pi बाय टू मधील असणे आवश्यक आहे कारण टॅन व्युत्क्रम फंक्शनची श्रेणी फक्त वजा pi बाय दोन दरम्यान आहे टू प्लस पाई बाय दोन आणि एक वर x हे शून्यापेक्षा मोठे आहे म्हणून आपल्याकडे हे विधान आहे परंतु आपण tan फंक्शन डाव्या आणि उजव्या बाजूस लागू केल्यास आपल्याला टॅन ऑफ थीटाचे टॅन मिळते आता x वर एक टॅन थीटा आहे.

one on cot theta

त्यामुळे त्या संबंधावरून आम्हाला theta चा cot x आहे आणि आमच्याकडे x शून्य पेक्षा जास्त आहे cot inverse function चा रेंज सेट शून्य ते pi आहे आणि आम्हाला आमच्या शेवटच्या लेक्चरवरून कळते की या विधानावरून आम्हाला कळते. आम्ही दाखवले होते की ही थीटा 0 ते पाई बाय 2 ची असेल परंतु 0 ते पाई बाय टू हा आधीच कॉट व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाचा एक उपसंच आहे जो शून्य ते pi आहे आणि म्हणून ते खालीलप्रमाणे आहे one on x हे अंतराल ze चे असावे ro to pi म्हणून आता आपल्याकडे x च्या बरोबरीचा theta चा cot आहे जिथे हा theta cot inverse function च्या श्रेणीशी संबंधित आहे आणि म्हणून तो आपोआप फॉलो करतो की x चा cot inverse theta च्या बरोबर असेल हे फक्त घडत आहे कारण थीटा कॉट व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे जे शून्य ते pi आहे जर थीटा जीवा व्युत्क्रम फंक्शनच्या या श्रेणीच्या बाहेर असती तर ही ओळख खरी ठरली नसती म्हणून शेवटी आमच्याकडे थीटा दोन्ही समान असणे आवश्यक आहे cot inverse x आणि tan inverse one on x आणि म्हणून ते दोन्ही समान आहेत पण पहा हे फक्त 2 आहे जेव्हा x 0 पेक्षा मोठा असेल तेव्हा x ऋणात्मक किंवा 0 च्या बरोबरीची समस्या म्हणजे x नकारात्मक घेतल्यास काय होईल म्हणजे x वर 1 ऋणात्मक असेल ज्याचा अर्थ असा होतो की थीटा मध्यांतराशी संबंधित असेल जेथे x ऋणात्मक थीटा या मध्यांतराशी संबंधित नसेल त्याऐवजी ते 2 ते 0 च्या अंतराल वजा pi चा असेल कारण x आहे ऋणात्मक म्हणून x बाय एक देखील ऋण असेल

त्यामुळे त्या बाबतीत थीटा वजा pi बाय दोन ते शून्य मधील असेल आणि ही श्रेणी किंवा हे मध्यांतर कॉट व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित नाही किंवा त्याचा उपसंच नाही

त्यामुळे अशा बाबतीतही हे आणि हे विधान सत्य असेल जरी x ऋण असेल तेव्हाही ही दोन विधाने सत्य असतील पण जे सत्य नाही ते हे आहे की या टप्प्यावर आपल्याला येथे अडचण येईल कारण वजा पाई बाय दोन हा आहे ऐवजी हा थीटा ज्या मध्यांतराशी संबंधित आहे जो उणे pi बाय दोन ते शून्य आहे त्याचा उपसंच नसेल तो शून्य ते पाईचा उपसंच नसेल तो शून्य ते पाईचा उपसंच नसेल जो कॉटचा श्रेणी संच आहे व्युत्क्रम आणि म्हणून आपण असे म्हणू शकत नाही की थीटा कॉट व्युत्क्रम x च्या बरोबरीने आहे,

त्यामुळे ऋण x साठी ही समानता धारण करणार नाही, म्हणून x चा साइन व्युत्क्रम आणि साइन व्युत्क्रम x यांच्यातील संबंध पाहू या कारण ते येथे आहे.

प्रत्यक्षात डोमेन साइन व्युत्क्रम फंक्शनचे म्हणून आपण लिहिले नाही पण म्हणून x हे बंद अंतराल वजा एक ते अधिक एकचे असावे आता आपल्याला माहित आहे की साइन x हे विषम फंक्शन आहे आणि आपण पटकन पाहू शकतो की साइन इनव्हर्ससाठी हेच खरे आहे.

x तर असे म्हणूया की वजा x चा साइन व्युत्क्रम थीटाच्या बरोबरीचा आहे कारण साइन इनव्हर्स फंक्शनची श्रेणी जवळचे अंतराल वजा pi बाय दोन ते अधिक pi बाय टू आहे हे खालीलप्रमाणे आहे की थीटा त्या श्रेणीशी संबंधित असणे आवश्यक आहे वजा pi बाय दोन ते अधिक pi.

दोन जवळच्या मध्यांतराने आणि नंतर आपण या समानतेच्या दोन्ही बाजूंचे चिन्ह घेतो, आपल्याला साइन इनव्हर्स वजा x हे थीटाच्या साइन बरोबरीचे साइन मिळते परंतु येथे ही डावी बाजू उणे x च्या बरोबरीची आहे आणि म्हणून आपल्याला जे मिळते ते आहे उणे x हे थीटाच्या साइनच्या समान आहे ज्यावरून आपण असे देखील लिहू शकतो की x थीटाच्या वजा चिन्हाच्या समान आहे आता आपल्याला माहित आहे की साइन फंक्शन एक विषम फंक्शन आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की कोणत्याही थीटासाठी वजा थीटाची साइन वजा बरोबर आहे sine theta

त्यामुळे हा ri इथे ght बाजूला वजा थीटाच्या sine च्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे शेवटी आपल्याजवळ हे समीकरण आहे की x हा वजा theta च्या sine च्या बरोबरीचा आहे आता theta या मध्यांतराचा असल्याने वजा theta देखील त्याच मध्यांतराचा असेल

त्यामुळे वजा theta देखील होणार आहे साइन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे म्हणून हे वजा थीटा साइन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि x हे वजा थीटाच्या साइनच्या बरोबरीचे आहे ते म्हणजे वजा थीटा x च्या व्युत्क्रमाच्या साइनच्या समान

आहे नंतर थीटा हे साइन व्युत्क्रम x च्या वजा बरोबर आहे म्हणून देखील लिहिले जाऊ शकते आणि म्हणून यासह हे एकत्र केल्याने शेवटी आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे वजा x चा साइन व्युत्क्रम हे साइन व्युत्क्रम x च्या वजा बरोबर असतो

त्यामुळे साइन व्युत्क्रम कार्यासाठी देखील आपण पाहतो हे विषम फंक्शन आहे हे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनसाठी एक समान गोष्ट आहे आणि आपण ते पटकन दाखवू शकतो की समजा वजा x चा टॅन व्युत्क्रम थीटा आहे याचा अर्थ असा होतो की थीटा ओपन i ओव्हरचा आहे.

nterval वजा pi by two दोन अधिक pi by two आणि म्हणून theta चा tan उणे x ah ला दोन्ही बाजूंनी टॅन लावून इथे ah आहे आणि नंतर ah इथून आपण काय म्हणू शकतो की x हा उणे टॅन थीटा बरोबर आहे जो समान आहे वजा थीटाच्या tan ला कारण सम tan फंक्शन हे विषम फंक्शन आहे

त्यामुळे tan फंक्शन हे विषम फंक्शन आहे म्हणून हे खरे आहे पण थीटा वजा pi बाय टू टू प्लस pi बाय टू वजा थीटा सुद्धा त्याच इंटरव्हलशी संबंधित असेल आणि म्हणून वजा थीटा हे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणीशी संबंधित आहे ज्यावरून ते खालीलप्रमाणे आहे की वजा थीटा x च्या टॅन व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे म्हणून या समीकरणावरून असे दिसून येते की हा वजा थीटा x चा टॅन व्युत्क्रम आहे कारण ही वजा थीटा वजा थीटा संबंधित आहे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच आणि जो टॅन व्युत्क्रम x च्या वजा समान थीटा म्हणून

देखील लिहिला जाऊ शकतो

आणि म्हणून येथून आणि येथे आपण जे पाहतो ते म्हणजे वजा  $x$  चा टॅन व्युत्क्रम टॅन व्युत्क्रम  $x$  च्या वजा बरोबर असतो आणि त्याचप्रमाणे  $ah$  इतर ओळखी  $ah$  देखील दाखवल्या जाऊ शकतात उदाहरणार्थ  $\cos^{-1}(\cos x)$  आणि  $\cos^{-1}(\cos x)$  साठी मी त्यावर थोडे वेगाने जाईन

त्यामुळे हे  $\theta$  शून्य ते  $\pi$  च्या मालकीचे आहे आणि म्हणून  $\cos \theta$  हे उणे  $x$  च्या बरोबरीचे आहे  $x$  हे उणे  $\cos \theta$  ला  $x$  समान लिहिण्यासारखे आहे

परंतु वजा आपल्याला माहित आहे की  $\pi$  उणे थीटा च्या कोणत्याही थीटा कॉस साठी

वजा  $\cos \theta$  समान आहे म्हणून हे समान आहे म्हणून  $x$  हे  $\pi$  उणे थीटाच्या  $\cos$  च्या समान आहे

कारण आता थीटा शून्य आहे  $\pi$  या  $\pi$  वजा थीटा देखील समान अंतराल शून्य ते  $\pi$  याच्याशी संबंधित असेल आणि म्हणून येथून असे आढळते की  $\pi$  उणे थीटा

$x$  च्या  $\cos$  व्युत्क्रम बरोबर  $x$  च्या  $\cos^{-1}$  आणि  $\cos^{-1}$  of उणे  $x$   $\theta$  असेल तर या थीटा ऐवजी इथे जर आपण या समीकरणातून वजा  $x$  चा  $\cos$  व्युत्क्रम असे लिहिले तर आपल्याला जे मिळेल ते  $\pi - \cos^{-1}(\cos x)$  म्हणजे  $x$  च्या  $\cos^{-1}$  च्या बरोबरी आहे जिथून शेवटी  $x$  चा  $\cos^{-1} + \cos^{-1}$  of चा  $\cos^{-1}$  मिळेल.

उणे  $x$  हे  $\pi$  आणि  $\theta$  च्या बरोबरीचे आहे  $s$  हे कोणत्याही  $x$  साठी खरे आहे जसे की  $x$  चा मोड एका पेक्षा कमी आहे म्हणून मुख्य पायरी ही मुख्य पायरी होती जिथे आम्हाला आढळले की वजा  $\cos \theta$  हा प्रत्यक्षात  $\pi$  उणे  $\theta$  चा  $\cos$  आहे आणि हे देखील दिसून आले की हे थीटा शून्य ते  $\pi$   $\pi$  उणे थीटा देखील समान अंतराल शून्य ते  $\pi$  च्या मालकीचे असेल आणि हे शून्य ते  $\pi$  हा  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शनचा श्रेणी संच आहे म्हणून  $x$  हा  $\pi$  उणे थीटाच्या  $\cos$  च्या समान असल्याने आणि हा कोण  $\pi$  उणे थीटा आहे कॉस इनव्हर्स फंक्शनच्या रेंज सेटमध्ये हे विधान खालीलप्रमाणे आहे आणि नंतर तेथून हे अगदी सोपे होते की कोसेक व्युत्क्रम वजा  $x$  आणि कोसेक व्युत्क्रम  $x$  यांच्यातील संबंध साइन फंक्शनच्या सारखाच आहे आणि आपण ते खूप लवकर पार करू शकतो.

तुम्हाला समजणे फार कठीण नसावे, म्हणून आपण हे  $\theta$  च्या बरोबरीचे आहे असे म्हणू या, तर  $\theta$  cosec व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित असणे आवश्यक आहे जे क्लोज्ड इंटरव्हल वजा  $\pi$  by two to plus  $\pi$  by two आहे शून्य व्यतिरिक्त आणि म्हणून तिथून या वरील समीकरणाच्या डावीकडे आणि उजव्या बाजूला दोन्ही बाजूंनी cosec घेतल्यास आपल्याला  $\theta$  चा cosec वजा  $x$  मिळतो ज्याचा अर्थ असा होतो की  $x$  हे थीटाच्या cosec च्या उणेच्या बरोबरीचे आहे परंतु cosec हे विषम कार्य आहे आणि म्हणून  $\cos x$   $\theta$  चे वजा हे cosec च्या cosec प्रमाणेच आहे  $\theta = \cos^{-1}(\cos x)$  आता  $\theta$  या मध्यांतराशी संबंधित असेल तर उणे  $\theta$  देखील या मध्यांतराशी संबंधित असेल आणि म्हणून उणे थीटा आता असल्याने हा मध्यांतर मुळात cosec व्युत्क्रमाचा श्रेणी संच आहे.

वजा थीटा हा cosec व्युत्क्रमाच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि म्हणून या विधानावरून असे दिसून येते की वजा थीटा  $x$  च्या cosec व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे परंतु  $\theta$  आधीच वजा  $x$  च्या cosec व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा होता आणि म्हणून येथून ते खालीलप्रमाणे होते की थीटा वजा बरोबर आहे cosec व्युत्क्रम  $x$  पण  $\theta$  ही गोष्ट आहे आणि म्हणून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की  $\cos x$  वजा  $x$  चा वजा म्हणजे  $\theta$  आहे cosec व्युत्क्रम  $x$  च्या वजा पण हे लक्षात ठेवा केवळ cosec व्युत्क्रम फंक्शनचे डोमेन केवळ तेच  $x$  आहे जसे की  $\text{mod } x$  एकापेक्षा मोठा आहे आणि आपण जे पाहतो ते म्हणजे साइन फंक्शनप्रमाणेच cosec व्युत्क्रम फंक्शन देखील विषम फंक्शन आहे कारण ते येथून पुढे येते.

वेळेचे स्वारस्य आम्ही पुढील दोन विधाने सिद्ध करणार नाही आणि ते तुमच्यावर एक छोटासा व्यायाम म्हणून सोडले आहे आणि आमच्याकडे येथे पुन्हा जे आहे ते उणे  $x$  चे सेकंट व्युत्क्रम आणि  $x$  चे सेकंट व्युत्क्रम यांच्यातील संबंध आहे आणि ते दाखवले जाऊ शकते की  $x$  चे सर्व मोड एका पेक्षा मोठे आहेत

त्यामुळे येथे हा विशिष्ट संच प्रत्यक्षात सेकंट व्युत्क्रम फंक्शनचा डोमेन आहे म्हणून तुम्ही सेकंटच्या डोमेनमधील कोणताही  $x$  च्या वजा  $x$  च्या वजा सेकंदाच्या वजा व्युत्क्रमाच्या बरोबरीचा आहे जो  $x$  चा  $\cos^{-1}$  आणि  $\cos^{-1}$  of minus  $x$  मधील संबंधासारखा आहे आणि तत्सम स्ट्रिंग cot व्युत्क्रम फंक्शनसाठी देखील सत्य आहे

आम्हाला आधीच माहित आहे की sine आणि cosine फंक्शन मूलतः समान आहेत  $a$   $h$  त्या एकमेकांच्या नुकत्याच बदललेल्या आवृत्त्या आहेत

त्यामुळे आपण sin व्युत्क्रम  $x$  आणि  $\cos^{-1} x$  मधील काही संबंध मिळवू शकतो का हे पाहणे मनोरंजक असेल आणि हे उघड आहे कारण साइन व्युत्क्रमाचे डोमेन आणि  $\cos$  व्युत्क्रम फंक्शन समान आहे.

$x$  चा मोड एका पेक्षा कमी असला पाहिजे आपण त्यांच्यातील काही संबंध परिभाषित करण्यास सक्षम आहोत म्हणून आपण असे म्हणूया की साइन व्युत्क्रम  $x$  हे थीटाच्या बरोबरीचे आहे असे म्हणू या जेथे ते खालीलप्रमाणे होते की थीटा श्रेणीशी संबंधित असणे आवश्यक आहे साइन व्युत्क्रम फंक्शनचे जे बंद अंतराल वजा  $\pi$  बाय दोन दोन अधिक  $\pi$  बाय दोन आहे जर आपण या समीकरणाला दोन्ही बाजूंनी चिन्ह लावले तर आपल्याला

साइन इनव्हर्स  $x$  ची सायन सिन थीटा मिळेल परंतु ही डाव्या बाजूची मूलतः  $x$  आहे

त्यामुळे आपल्याला शेवटी  $x$  समान थीटाच्या साइन बरोबर

मिळतो पण आपल्याला माहित आहे की त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील आपल्या सुरुवातीच्या लेक्चर्सवरून आपल्याला माहित आहे की थीटाची साइन कॉस ऑफ पाई बाय दोन वजा थीटाच्या समान आहे हा संबंध आधीच  $k$  आहे आता आमच्यासाठी आहे आणि

म्हणून येथे हा संबंध वापरून आम्हाला जे मिळाले ते म्हणजे  $x$  हे  $\pi$  च्या  $\cos$  बरोबर दोन वजा  $\theta$  बाय दोन वजा थीटा आहे कारण थीटा मध्यांतर वजा  $\pi$  बाय टू ते अधिक  $\pi$  बाय दोनचा आहे तो त्या  $\pi$  बाय दोन वजा थीटा नंतर येतो बंद मध्यांतर  $0$  ते  $\pi$

या अंतराशी संबंधित असेल आणि आता आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे आपल्याकडे  $x$  समान कोनाच्या  $\cos$  आहे आणि हा कोन प्रत्यक्षात  $0$  ते  $\pi$  बंद मध्यांतर  $0$  ते  $\pi$  या संचाशी संबंधित आहे परंतु क्लोज इंटरव्हल  $0$  आहे.

दू  $\pi$  हा खरंतर रेंज सेट आहे

त्यामुळे क्लोज इंटरव्हल  $0$  ते  $\pi$  हा कॉस इनव्हर्स फंक्शनचा रेंज सेट आहे आणि हा  $\pi$  बाय  $2$  मायनस थीटा कॉस इनव्हर्स फंक्शनच्या रेंज सेटशी संबंधित असल्याने ते  $\pi$  बाय  $2$  उणे थीटा

हे  $x$  च्या  $\cos$  व्युत्क्रममाच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून आपण येथे हे विधान आणि हे विधान एकत्र केले तर आपल्याला असे दिसते की  $\pi$  by  $2$  वजा आता  $\theta$  हा  $x$  चा  $\sin$  व्युत्क्रम होता

त्यामुळे  $\pi$  by  $2$  वजा साइन व्युत्क्रम  $x$  बरोबर  $\cos$  inverse  $x$  आहे जिथून आपण शेवटी असा निष्कर्ष काढू शकतो की  $\sin$  inverse  $x$  plus  $\cos$  inverse  $x$  सर्व  $x$  साठी  $\pi$  by  $2$  समान आहे जसे की  $x$  चा मोड  $1$  पेक्षा कमी आहे.

म्हणून ही एक अतिशय मूलभूत ओळख आहे जी आपण त्याच पद्धतीने लक्षात ठेवली पाहिजे आणि पुराव्याची शैली सारखीच आहे.

तुम्ही हे देखील दाखवू शकता की कोणत्याही  $x$  वास्तविक मूल्यासाठी टॅन व्युत्क्रम  $x$  अधिक कॉट व्युत्क्रम  $x$  हे  $\pi$  बाय  $2$  दोनच्या बरोबरीचे आहे आणि तसेच कोणत्याही  $x$  साठी  $x$  चा मोड एका पेक्षा मोठा आहे म्हणून हा संच किंवा हा संच  $x$  ची मूल्ये ही  $\secant$  व्युत्क्रम तसेच  $\cscant$  व्युत्क्रम फंक्शन या दोन्हीसाठी डोमेन फंक्शन आहे आणि

त्यामुळे  $x$  चा  $\secant$  inverse अधिक  $x$  चा  $\cscant$  inverse of  $\pi$  च्या बरोबरीने दोन आहे हे देखील तुम्ही दाखवू शकता

त्यामुळे तुमच्यासाठी हा एक व्यायाम आहे तर आता आपण कोणत्याही दिलेल्या  $x$  आणि  $y$  साठी करू शकतो का ते पाहू या, तर येथे  $x$  आणि  $y$  दोन्ही टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या डोमेन सेटमध्ये आहेत जे सर्व वास्तविक संख्यांच्या संचाशिवाय दुसरे काही नाही, म्हणून समजा जर आपण म्हटले की  $x$  आणि  $y$  आहेत दोन्ही वास्तविक मग आपण हे सोपे करून टॅन  $i$  म्हणून लिहू शकतो का? एखाद्या गोष्टीचा  $n$ verse जेथे हे येथे काहीतरी  $x$  आणि  $y$  या दोन्हीवर अवलंबून आहे,

म्हणून आपण असे म्हणू की  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$   $\theta$  च्या बरोबरीचे आहे आणि  $\tan$  व्युत्क्रम  $y$  हे  $\phi$  च्या बरोबरीचे आहे, त्यामुळे आपोआप ते खालीलप्रमाणे होते की  $\theta$  आणि  $\phi$  दोन्ही  $\tan$  च्या श्रेणीतील असणे आवश्यक आहे.

व्युत्क्रम फंक्शन जे वजा  $\pi$  by  $2$   $n$  अधिक  $\pi$  by  $2$  मधील खुले अंतर आहे आणि नंतर आपण ज्याची गणना करू इच्छितो ते  $\theta$  plus  $\phi$  आहे

त्यामुळे आपल्याला काय हवे आहे ते म्हणजे आपण थीटा प्लस  $\phi$  ला टॅन व्युत्क्रम म्हणून लिहू शकतो की नाही.

येथे तसे करण्यासाठी अर्थातच अह ही आवश्यक अट आहे की जर हे खरे असेल तर आवश्यक अट अशी आहे की  $\tan$   $\theta$  अधिक  $\phi$  येथे कंसाच्या आत या गोष्टीच्या समान असणे आवश्यक आहे कारण जर हे खरे असेल तर डाव्या हाताला आणि उजव्या हाताला स्पर्शिका फंक्शन लागू केल्याने आपल्याला  $\tan$  of  $\theta$  अधिक  $\phi$  मिळेल ते  $\tan$  व्युत्क्रम फंक्शनचा युक्तिवाद म्हणून जे काही आहे त्याच्या बरोबरीचे असले पाहिजे.

मी इथे ते इथे बरोबर आहे परंतु हे आपण असे म्हणू शकत नाही की आपण असे म्हणू की जर आपण असे म्हणतो की टॅन थीटा अधिक फाई एखाद्या गोष्टीच्या बरोबरीचे आहे, तर हे बरोबर काय आहे ते आपण पटकन काढू या जेणेकरून आपल्याला हे कळेल की थीटा अधिक फी पुन्हा वरून आमची मागील लेक्चर्स आहे आम्हाला माहित आहे की थीटा प्लस फाईचा टॅन टॅन थीटा अधिक  $1$  वजा टॅन थीटा टॅन फी आहे जो आता इथून पुढे समान आहे जेव्हा आपण थीटा आणि फाई हे  $x$  चे व्युत्क्रम आणि  $y$  चे टॅन व्युत्क्रम अशी व्याख्या करतो.

प्रत्येक विधानावरून असे दिसून येईल की  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  हे थीटा असल्यामुळे दोन्ही बाजूंचे  $\tan$  फंक्शन घेतल्यास येथून आपल्याला  $x$  हे  $\theta$  च्या  $\tan$  च्या समान मिळते आणि त्याचप्रमाणे या विधानावरून आपल्याला  $y$  समान मिळते.

टॅन ऑफ फाई म्हणून आपण येथे या दोन्हीचा वापर करणार आहोत

त्यामुळे  $\tan t$   $\tan \theta$  हा  $x$  आहे

त्यामुळे हे  $x$  अधिक  $\tan \phi$   $y$  अधिक  $y$  वर एक वजा  $xy$  असे बनते

त्यामुळे आपण  $\theta$  अधिक  $\phi$  चा टॅन पाहतो.

$x$  अधिक  $y$  बरोबर एक वजा  $x$  अधिक  $1$  वजा  $x$  वेळा  $y$  पण याचा अर्थ असा नाही की इथून आपण असे म्हणू शकतो की थीटा अधिक  $\phi$  हे  $\tan$  व्युत्क्रमाचे  $x$  अधिक  $yy$  भागिले एक वजा  $xy$  विहीर आहे हे नेहमी खरे असेलच असे नाही

आणि जर बेरीज असेल तरच या दोन कोनांपैकी  $\theta$  आणि  $\phi$  हे  $\tan$  व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे,

आतापर्यंत आपण जे दाखवले होते ते असे की थीटा अधिक  $\phi$  चा टॅन  $x$  अधिक  $y$  वर एक वजा  $xy$  आहे परंतु याचा अर्थ असा

नाही की थीटा प्लस  $\phi$   $x$  plus  $y$  one वजा  $xy$  चा  $\tan$  व्युत्क्रम आहे आता हे फक्त तेव्हाच खरे आहे जेव्हा  $\theta$

plus  $\phi$   $\tan$  व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित असेल जे ओपन इंटरव्हल दोन दोन वजा  $\pi$  बाय दोन ते अधिक  $\pi$

बाय दोन असेल तर जर थीटा अधिक पाच या मध्यांतराशी संबंधित कुठे असेल तर हे बरोबर आहे, जर  $\theta$  अधिक  $\phi$  वजा  $\pi$

by  $2$  अधिक  $\pi$  by  $2$  च्या मालकीचे असेल तर हे खरे आहे की  $x$  चा  $\tan$  व्युत्क्रम जो  $y$  चा  $\theta$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम

होता जो  $\phi$  होता

$x$  प्लस च्या  $\tan$  व्युत्क्रमाच्या बरोबरी एक वजा  $xy$  वर  $y$  पण ही स्थिती दोन केव्हा आहे ही स्थिती खरी आहे हे दाखवता येते ही

स्थिती खरी आहे आता समस्या अशी आहे की दोन्ही थीटा

त्यामुळे आम्हाला माहित आहे की थीटा देखील थीटाशी संबंधित आहे आणि इंटरव्हल वजा  $\pi$  द्वारे दोन ते अधिक  $\pi$  बाय दोन आणि

$\phi$  देखील या मध्यांतराशी संबंधित आहे म्हणून हे शक्य आहे की जेव्हा आपण त्यांना जोडतो तेव्हा या दोघांची बेरीज पुन्हा त्याच

मध्यांतराशी संबंधित असू शकत नाही कदाचित ती मध्यांतराच्या बाहेर जाऊ शकते परंतु हे खरे आहे हे आम्ही दाखवू जर आणि फक्त तसे

असेल तर ही स्थिती खरी आहे जर आणि फक्त जर  $x$  गुणिले  $y$  चे गुणाकार एकापेक्षा कमी असेल तरच ते खरे आहे म्हणून मूलतः आपण जे दाखवले आहे ते म्हणजे जर आपल्याला  $x$  आणि  $y$  असे दिले असेल तर  $x$  गुणा  $y$  असेल एकापेक्षा कमी म्हणजे टॅन व्युत्क्रम  $x$  अधिक टॅन व्युत्क्रम  $y$  समान  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  अधिक  $y$  वर एक वजा  $xy$  येथे एक छान सारणी आहे जर आपण दाखवू की  $x$  गुणिले  $y$  एकापेक्षा कमी असेल तर  $\tan$  व्युत्क्रम हे खरे आहे.

$x$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम  $y$  बरोबर आहे  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  अधिक  $y$  वर एक वजा  $xy$  च्या बरोबरी पण म्हणून हे फक्त जर  $xy$  एकापेक्षा कमी असेल परंतु इतर प्रकरणांसाठी तर इतर प्रकरणे जर  $x$  आणि  $y$  दोन्ही सकारात्मक असतील आणि  $xy$  एकापेक्षा जास्त असेल तरच हे समान आहे अशा स्थितीत आपल्याला या अभिव्यक्तीमध्ये  $\pi$  जोडावे लागेल, तर दुसरीकडे  $x$  आणि  $y$  दोन्ही ऋण असल्यास आपल्याला हे मिळेल परंतु उत्पादन अद्याप एकापेक्षा मोठे आहे आपण एक उणे  $\pi$  जोडतो त्यामुळे पुढील वर्गात आपण प्रत्यक्षात आहोत  $\pi$  सह प्रारंभ करणार आहे कदाचित तुम्हाला दर्शविले की हे  $x$  मध्ये  $y$  एकापेक्षा कमी का आहे हे सुनिश्चित करण्यासाठी एक आवश्यक आणि पुरेशी अट आहे याची खात्री करण्यासाठी  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  अधिक  $\tan$  व्युत्क्रम  $y$  जो  $\theta + \phi$  आहे टॅन व्युत्क्रम फंक्शनच्या श्रेणी संचाशी संबंधित आहे आणि नंतर आम्ही इतर काही ओळखींसह देखील सुरु ठेवेल आणि त्यानंतर काही समस्या सोडवण्याचे सत्र सुरु राहिल.

धन्यवाद